

断層上の応力降下過程の推定法に関する研究

A study on an inversion method to infer stress drop process of faults

谷山 尚

Hisashi TANIYAMA

正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255)

Near-fault ground motion is affected by the fault rupture process. In this paper, an inversion method to infer stress drop process of an earthquake fault is described. To express a spatiotemporal stress change on an earthquake fault during an earthquake, a fault is divided into subfaults and the shear stress on a subfault after the passage of the rupture front is assumed to change several times to its residual stress level. Using synthetic seismogram calculated numerically by a simple model, the performance of the method is examined. The inferred time histories of stress change on subfaults fit generally well with the assumed rupture process.

Key Words: earthquake fault, inversion, stress drop, rupture

1. はじめに

断層近傍の地震動に対しては断層上でどのような破壊が生じたかが大きな影響を与える。地震動予測の観点からも断層上での詳細な破壊過程を知ることが重要である。断層上での破壊過程を詳細に調べるために、これまでに数多くのインバージョン解析が運動学的モデルに基づいてなされてきている¹⁾。

運動学的モデルによるインバージョン解析は、以下のようにしてなされるのが一般的である。すなわち、震源断層をいくつかの小断層(サブフォルト)に分割して、それぞれのサブフォルト内である時刻にすべりが起きた際に生じる波形を求め、それらのサブフォルトからの波の重ね合わせで断層全体が破壊した際に生じる地震動を表す。そして観測された地震波形と上記の重ねあわせた波形を比較して、個々のサブフォルトにおける破壊時刻とすべり量あるいはすべり時間関数やすべり速度時間関数の形状を推定するのである。なお、本論文では、変位・速度または加速度が時刻変化する現象を意味する語として「波形」を用いる。

近年、断層上で起きている破壊の物理的メカニズムの解明や断層近傍における地震動をより精度よく求めることなどを目的として、断層上の動的な破壊過程を調べる研究がなされてきている。それらの研究では、動力学的モデルによるすべり時間関数の

計算と運動学的インバージョンを組み合わせることによって動的な破壊過程を推定する方法^{2),3)}、運動学的インバージョン結果を動力学的に再現することによって、強度、応力降下量あるいは応力の時間変化や応力とすべりの関係などを推定する方法^{4),5),6),7)}、運動学的インバージョンによる結果を初期モデルとして試行錯誤的にインバージョン解析を行って動的な破壊過程を推定する方法⁸⁾などが用いられている。これらはいずれも運動学的インバージョンを利用して動的な破壊過程を調べている。

一方、応力に関してもすべりと同様にして波形の重ね合わせが可能である。すなわち、震源断層をサブフォルトに分割して、各々のサブフォルト内で応力変化が起きた際の波形を全てのサブフォルトに渡って足し合わせることで断層全体が破壊した際の地震動を表現することができる。このことを用いて波形から直接断層上の応力降下量を推定する手法が提案されている^{9),10)}。ただし、これらの方法では断層上の各点においてある時刻にせん断強度から残留摩擦応力まで一気(解析の際の1タイムステップ)に応力が降下すると仮定されている。運動学的インバージョン結果から動的破壊過程を推定した結果において断層上の応力がすべりとともに徐々に低下していく関係が見出される場合もある⁶⁾が、そのような場合、応力が低下するためにはすべり量に応じた時間が必要となる。応力が低下するために必要なす

べり量が大きい場合にはそのために必要な時間も長くなり、その時間が解析で扱っている周期と比べてある程度以上の大きさになると波形に影響を与えるものと考えられる。本研究では断層上の各点における応力の時間変化を推定することを目的として、複数のステップに渡って断層上の応力降下が起きる場合に、その時刻と応力の変化量を観測波形から直接推定する方法について提案する。そして、簡単なモデルを用いた解析を行って、提案した手法によって応力の時間変化を推定可能か検証した。

2. 解析手法

2.1 断層上の応力

地震は断層に沿う破壊現象であるので、断層運動は亀裂（クラック）の動的成長過程としてモデル化できる。このようにモデル化してシミュレーションする際には一般には初期応力分布、せん断強度分布、残留摩擦応力分布、さらにはこれらの応力値や他のパラメタとの間の関係を規定する構成則が必要である。応力の値として本解析では初期応力からの増分量を対象とする。なぜなら、地震動の計算においては作用している応力の大きさではなく応力の変化量が問題となるからである。また構成則に関して、断層上の応力はすべりとの間の関係、場合によってはさらにすべり速度や種々の断層上の状態に依存する形で与えられるのが一般的である。しかし、波形から直接推定可能なパラメタは時刻と振幅に関わるものであり、観測波形から応力とすべりあるいはすべり速度との関係を直接求めることは困難である。本解析では断層上の応力について空間と時間に分割して、応力の空間変化と時間変化の推定を試みる。断層上の応力について場所と時間に伴ってどのように変化するかが分かれば、地震を動的に再現することが可能であり、再現結果に基づいてすべりと応力などとの関係についても調べることができる。

断層上の応力の時間変化に関しては、ある時刻にせん断強度に達して応力降下を起こすが、何ステップかに渡って応力が降下して残留摩擦応力まで低下するものと仮定した。図-1に想定した応力降下過程を示す。ただし、縦軸は初期応力からの増分量を取っている。図-1では、時刻 t_1^r にせん断強度に達して τ_1 まで応力が低下した後、時刻 t_2^r に応力が τ_2 に低下し、さらに時刻 t_3^r に応力降下を起こして残留摩擦応力に達する様子を例示している。なおこの際、最初の破壊時のみ応力降下が起きそれ以後は応力降下量を0とすると、せん断強度から残留摩擦応力に

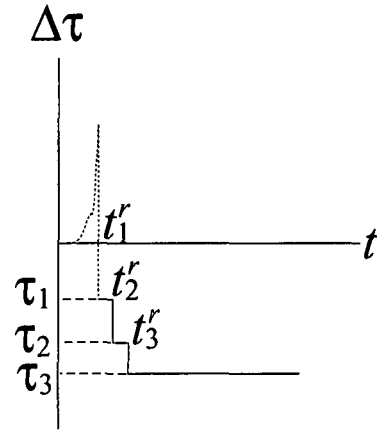


図-1 想定した応力降下過程（応力増分-時刻関係）

一気に低下する関係を与えることになる。破壊を起こすまで、すなわちその点での最初の破壊時刻以前は、応力は弾性体の構成式に基づいて計算する。このように想定した応力増分（ $\Delta\tau$ ）を以下の式で表す。

$t < t_1^r$ の時

$$\Delta\tau = \mu \left(\frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (1)$$

$t \geq t_1^r$ の時

$$\Delta\tau = \phi(t) \quad (2)$$

ここで t_1^r はその点において最初に応力降下を起こす時刻、 μ はラメの定数、 Δu は変位増分、 n, s はそれぞれ断層面法線方向、対象としているせん断応力が断層面上で作用している方向である。 $\phi(t)$ は、第 k ステップの応力降下時刻を t_k^r として、以下の条件を満たすものとする。

$t_k^r \leq t < t_{k+1}^r$ の時

$$\phi(t) = \tau_k \quad (3)$$

破壊過程を推定する上では、 $\phi(t)$ によって表される t_1^r 以後の応力を、それぞれの応力降下ステップに分け、それらを足しあわせることで表す（図-2）。

$$\phi(t) = \sum_{k=1}^K a_k \phi_k(t) \quad (4)$$

ここで、 K は応力降下が起こるステップの総数を表し、 $\phi_k(t)$ は応力増分量の時間関数で時刻 t_k^r に単位応力降下が起こるものとしている。係数 a_k は時刻

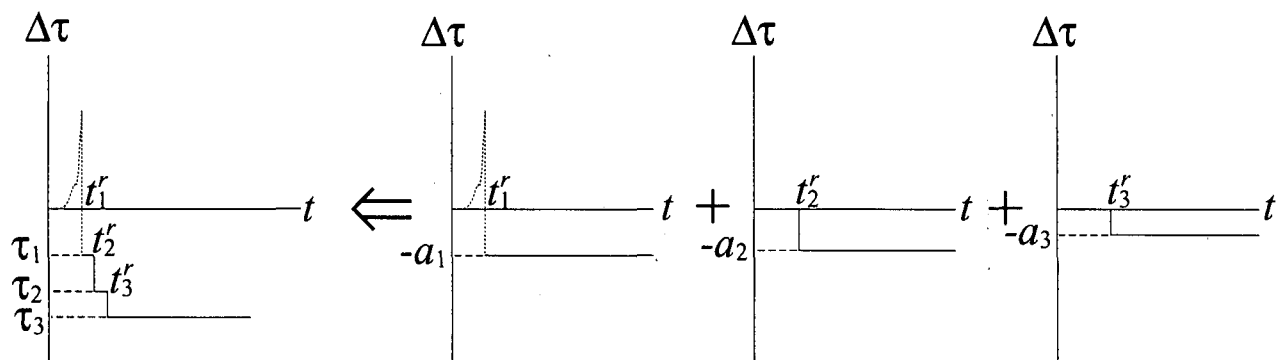


図-2 応力降下過程の分割

t_k^r における応力降下量の大きさを表し、

$$a_k = \tau_{k-1} - \tau_k, \text{ ただし, } a_1 = -\tau_1 \quad (5)$$

となる。

断層上の応力の空間分布を推定する上では、震源断層をサブフォルトに分割し、分割したそれぞれのサブフォルト上での応力を求めることを試みる。この際に、分割したそれぞれのサブフォルトにおいて応力降下が起こった場合に生じる波の足しあわせで、断層全体が破壊した場合に生じる波形を表現可能であることを利用するのであるが、応力降下を起こすと想定しているサブフォルトの外部を非破壊領域として扱えば、そのサブフォルトの端部ですべりは0となり、またサブフォルトの外部では応力が増大することになる。断層がいくつかのセグメントに分かれている場合にそのセグメントと一致するようにサブフォルトに分割するならばこのことは問題にならない。しかし、一般にサブフォルトの分割は計算の都合で恣意的に行われることが多い。実際には連続している断層を適当にサブフォルトに分割した場合には、個々のサブフォルト上で生じたこのようなすべり・応力分布形を断層全体に渡って足しあわせても断層全体を破壊させたときの分布形とは一致せず、従って地震動も両者で一致しないことになる。ひとつながりの断層をサブフォルトに分割する場合にもこれらが一致するように、本解析では、あるサブフォルトで単位応力降下が起こった際に生じる波形を計算する際には、断層面上での点 (ξ) におけるせん断応力増分に対して以下のような条件を課した¹⁰⁾。

$t < t_1^r(\xi)$ のとき

$$\Delta\tau(\xi) = \mu \left(\frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (6)$$

$t \geq t_1^r(\xi)$ の時

$$\Delta\tau(\xi) = \varphi_k(t, \xi) \quad (\xi \text{ がサブフォルト内の点})$$

$$\Delta\tau(\xi) = 0 \quad (\xi \text{ がサブフォルト外かつ断層内の点})$$

(7)

ここで、 $t_1^r(\xi)$, $\Delta\tau(\xi)$, $\varphi_k(t, \xi)$ は点 ξ における t_1^r , $\Delta\tau$, $\varphi_k(t)$ を表す。

このような条件によってそれぞれのサブフォルトから生じる波形を計算し、それらの波形に応力降下量を掛けて足しあわせると、式(1)と式(2)によって震源断層全体を破壊させた場合に生じる波形と一致する。そして、サブフォルトと応力降下ステップに関して足し合わせた波形と観測波形を比較して、応力の変化量を推定する。

2.2 インバージョン手法

j 番目のサブフォルトにおいて、第 k ステップの応力降下量が a_{jk} となるような応力の変化が K ステップに渡って起きたとする。このとき最初の破壊ステップ (時刻 t_1^r) 以降の応力増分を改めて以下の式で表す。

$$\Delta\tau = \sum_{k=1}^K a_{jk} \varphi_{jk}(t) \quad (8)$$

$\varphi_{jk}(t)$ に伴う i 番目の観測点における波形、すなわち j 番目のサブフォルトにおいて時刻 t_k^r に単位応力降下が起こったことによって、 i 番目の観測点で生じた波形を、時刻を t_i として $u_{ijk}(t_i)$ と書く。式(8)の応力変化による i 番目の観測点における波形 $u_i(t_i)$ は、 a_{jk} を掛けた上で破壊ステップ k とサブフォルト j に関する和を取ることで以下のように書ける。

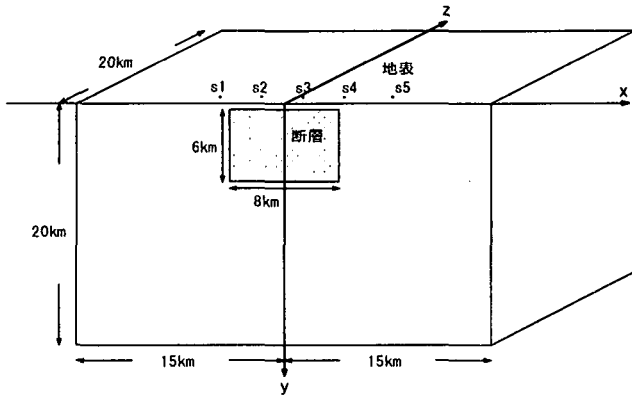


図-3 解析モデル

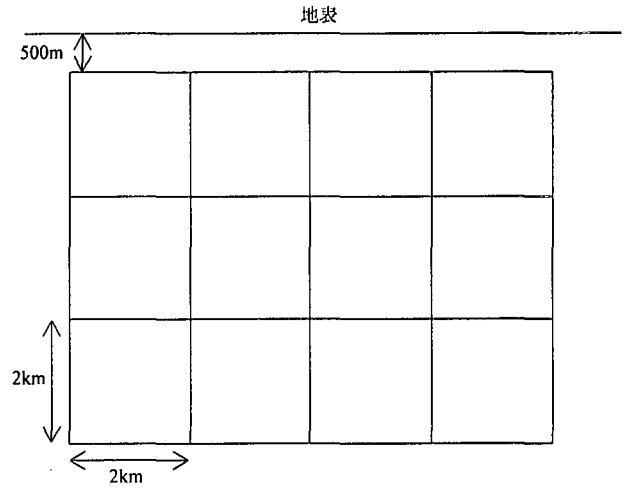


図-4 震源断層の分割

$$u_i(t_l) = \sum_{j,k} a_{jk} u_{ijk}(t_l) \quad (9)$$

i 番目の観測点における観測波形を $O_i(t_l)$ と表す。このとき、観測波形と式 (9) で表される合成波形との間の残差の 2 乗和は以下のように書ける。

$$e(\mathbf{p}) = \sum_{i,l} \left(O_i(t_l) - \sum_{j,k} a_{jk} u_{ijk}(t_l) \right)^2 \quad (10)$$

ここで $\mathbf{p}$ は本解析で推定するパラメタで、サブフォルトの総数を N として、

$$\mathbf{p} = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{N1}, a_{12}, \dots, a_{N2}, \dots, a_{1K}, \dots, a_{NK})$$

となる。

パラメタを安定的に推定可能にするために、応力の変化量にスムージングの条件を加えた。すなわち、誤差の 2 乗和 (式 (10)) を最小にする条件に加えて、各応力降下ステップにおいて隣接するサブフォルト間の応力変化量の差が小さくなる条件と、同一のサブフォルト内では相前後するステップの応力の変化量の差が小さくなるという拘束条件を付加した。そしてそれぞれの条件の重み付けについては、赤池のベイズ型情報量基準 (ABIC) を用いて最適値を求める^{6),11),12)}。

2.3 解析モデル

本解析では上述した手法によって応力の変化を推定可能であるか否かの検証を行った。その際、後述する解析モデルによって予め地震動解析を行って、その結果得られた波形を観測波形とした。そして、その観測波形を用いて、上で述べた方法で断層上の応力の時間・空間変化を推定し、推定結果が、観測波形を計算する際に用いた断層上の応力を正しく再現できるか否かについてテストした。推定法の検証

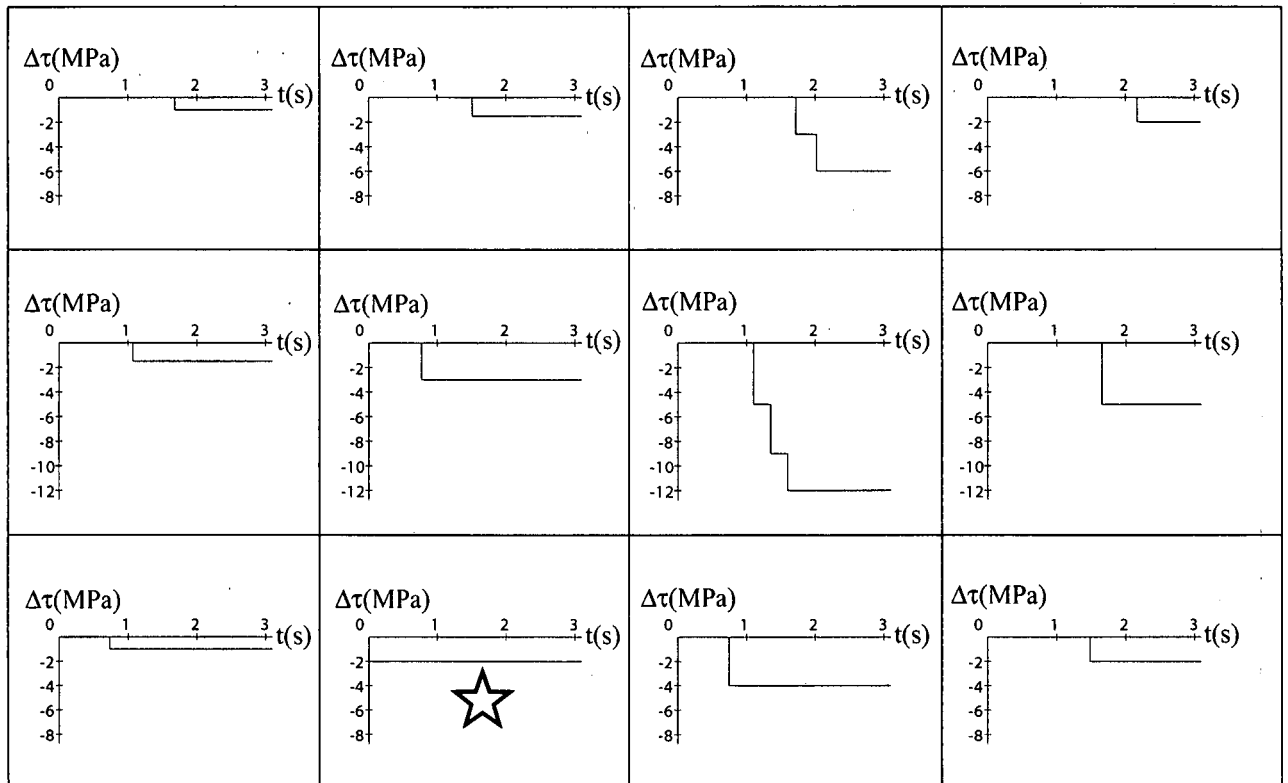
に主眼を置き、簡単なモデルを用いて解析を行った。地下構造は一様均質と仮定し、P 波速度、S 波速度、密度はそれぞれ 6.1km/s、3.5km/s、2.6g/cm³ とした。震源断層については、断層幅 6km、断層長 8km、傾斜角 90 度、断層上端の深さが 500m の横ずれ断層とした。座標は、図-3 のように、原点を地表面かつ断層中央上にとり、断層面が xy 平面上にのるようにして、断層に平行な水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸、断層に直交する水平方向を z 軸とした。断層を含む面での対称性を考慮して断層の片側半分だけをモデル化し、 $-15\text{km} \leq x \leq 15\text{km}$ 、 $0\text{km} \leq y \leq 20\text{km}$ 、 $0 \leq z \leq 20\text{km}$ を計算領域として、以下の、運動方程式と、弾性体の構成式を時間で 1 回微分した式を、格子間隔を 250m としたスタッガード格子を用いた 3 次元差分法¹³⁾により、時間間隔 0.02 秒で 10 秒間計算した。

$$\rho \dot{v}_i = \sigma_{ij,j} \quad (11)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (12)$$

ここで ρ は密度、 v_i は i 方向の速度、 σ は応力、 λ はラメの定数、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ、 $\cdot$ は時間微分、 j は j 成分での微分を表す。

震源断層を図-4 のように $2\text{km} \times 2\text{km}$ の 12 個に分割した。予め観測波形を計算するために断層全体を破壊させる解析においては分割した断層内では応力-時刻関係は場所によらず同一として解析し、震源断層をサブフォルトに分割してそれぞれのサブフォルトで応力降下が起こった場合の波形を計算する際には、 $2\text{km} \times 2\text{km}$ に分割したそれぞれをサブフォルトとした。横ずれ断層を想定しており、予め観測



図－5 想定した応力－時刻関係。星印は破壊開始領域を表す。

波形の計算をする際も、サブフォルトごとに分割して波形を計算して応力降下量を推定する際も、断層走向方向に作用するせん断応力 (τ_{zx}) のみを対象とした。

予め観測波形を与える際に用いた応力増分と時刻の関係を図－5に示す。12個の長方形は、図－4に示されている $2\text{km} \times 2\text{km}$ に分割した断層上の領域を表しており、分割されたそれぞれの領域における応力と時刻の関係を、横軸に時刻、縦軸に初期応力からの応力増分量としての応力降下量を取って示している。最初に破壊が起こる時刻以前の応力は弾性体の構成式によって計算されるため図には示していない。領域によってせん断強度から残留摩擦応力まで1タイムステップで低下する場合と複数のステップに渡って応力が低下する場合を想定し、それぞれの場合に正しく推定されるか否かについて調べる。複数のステップに渡って応力が低下する場合、その時間間隔は 0.25s から 0.3s としている。この程度の時間間隔で応力が低下すると、1タイムステップで応力が低下する場合と比較して、後述するフィルターをかけた後も波形の差異が明瞭になってくることから、これらの値を用いた。

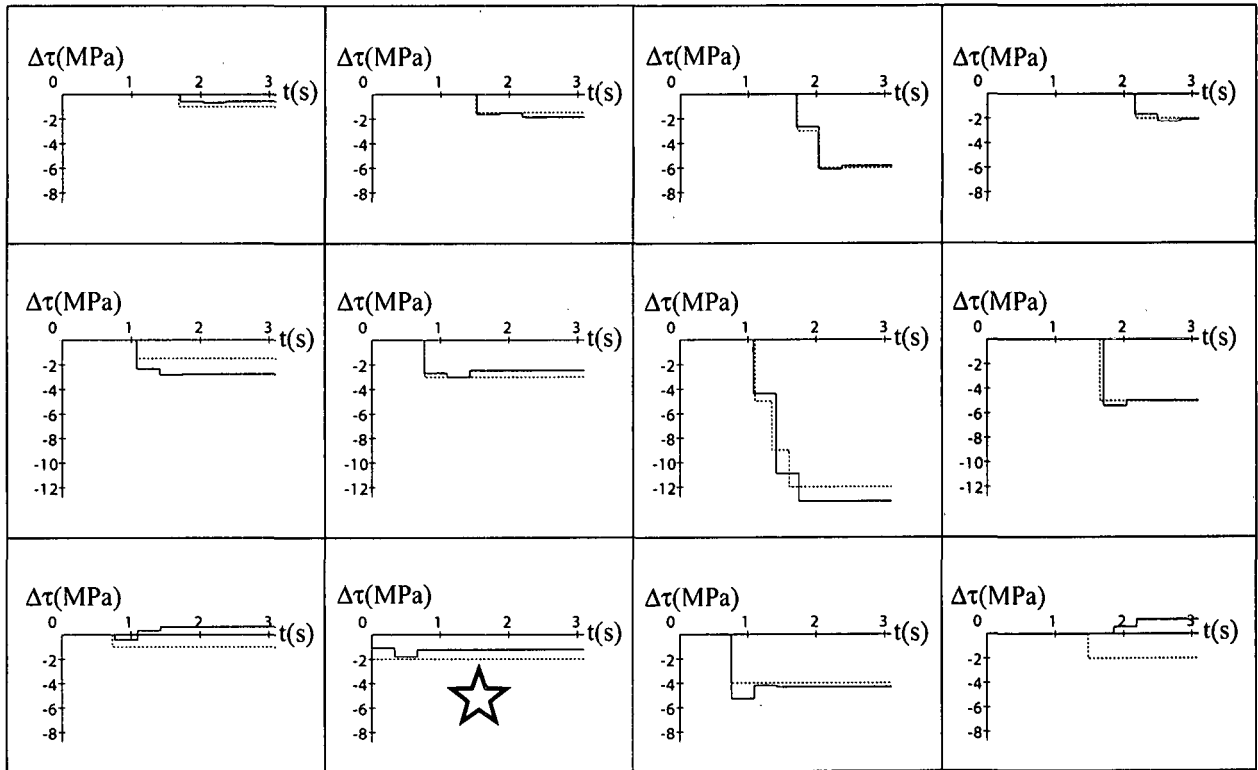
解析には図－3に示された断層近傍の地表面上の

5点 ($s1(x=-5.5\text{km}, z=1.0\text{km})$, $s2(x=-2.5\text{km}, z=1.0\text{km})$, $s3(x=0.5\text{km}, z=1.0\text{km})$, $s4(x=3.5\text{km}, z=1.0\text{km})$, $s5(x=7.0\text{km}, z=1.0\text{km})$) で計算された速度波形3成分(断層平行・断層直交・上下)を用いた。また、差分の際の離散化による数値分散の影響を考慮して、観測波形とそれぞれのサブフォルトから生じる波にローパスフィルター¹⁴⁾をかけた。ローパスフィルターの pass frequency, stop frequency はそれぞれ 1.2Hz , 2.4Hz とした。

パラメタを推定する際には、最初に破壊を起こした後さらに2回応力が変化するものとしてそれぞれの時刻(ステップ)における応力の変化量を推定する。それぞれのステップ間の時間間隔は 0.33s とし、また最初に破壊を起こす時刻については破壊伝播速度をいくつか変えて与えた。その際、破壊開始点と破壊開始時刻は既知であるものとした。そして破壊伝播速度ごとに得られた推定値の中から波形との誤差が最も小さくなるものを最終的な推定値として選んだ。

3. 解析結果

12個のサブフォルトでの応力増分と時刻の关系到



図－6 応力－時刻関係．推定結果（実線）と与えられた関係（点線）．星印は破壊開始サブフォルトを表す．

関して最終的に求まった推定結果を図－6に示す．実線が推定された応力増分量と時刻の関係，点線が与えられた関係である．

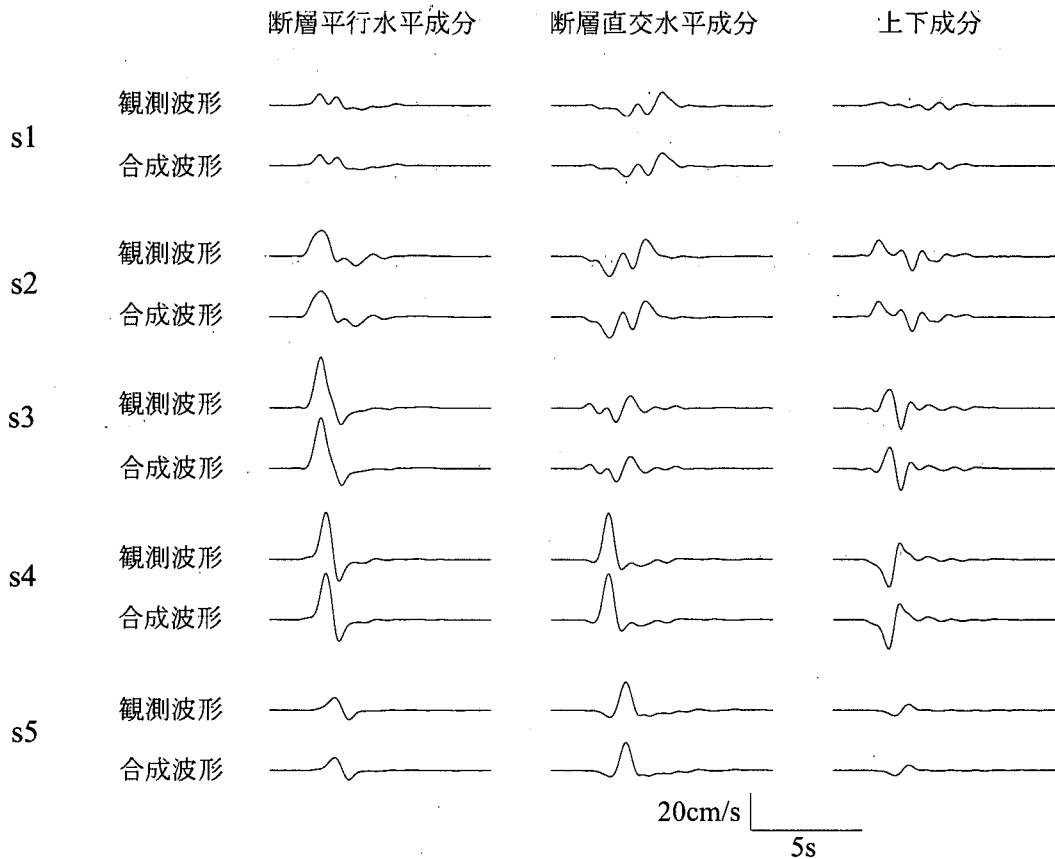
応力を推定するには与えられた時刻で解を求めているため，時刻は完全には一致しないが，応力降下量が大きな領域および浅い領域においては推定値と与えられた値の一致はよい．これらの領域のうち，1タイムステップで残留摩擦応力に達すると仮定したところの推定結果は，2回めのステップ以降応力はほとんど変化しない結果となっている．また，複数のステップで応力が低下する関係を与えた領域の推定結果では，所与の時刻と推定する際の時刻がずれている場合には推定された応力にも若干ずれが見られるものの，応力降下が起こると想定した時刻の直前あるいは直後のステップでほぼ所与の応力レベルに達する推定結果が得られている．これに対し，断層の最深端部の応力降下量が小さいところでは1ステップのみ応力降下を起こす関係を与えているにもかかわらず，推定結果では，第2ステップ以降も，与えられた応力降下量の30%程度以上の応力の変化が生じ，最終的に応力が増大する結果となっており，与えられた応力変化とは一致していない．解析に用いた地点の波形への

影響が大きい領域の応力については良好に求まっている一方，波形への影響が小さい領域での推定値はあまりよくないといえる．

それぞれの観測点において，推定するために用いた観測波形と，推定結果を元に合成した波形を図－7に示す．左から断層平行方向水平速度波形，断層直交方向水平速度波形，上下方向速度波形を示しており，上の波形が与えられた観測波形，下の波形が合成波形である．両者の波形は全ての観測点においてどの成分もよく一致しており，断層全体としては良好に応力の推定がなされたことを示している．

波形への影響が小さいと考えられる一部の領域では不正確な推定結果を与える可能性があるものの，地下構造や断層面に関する情報が正しく与えられ，観測波形に誤差が無く，観測点配置がよいなどの理想的な条件が整った場合には本手法によって良好に破壊過程を推定可能であるといえる．

このような条件設定は，提案した手法で破壊過程を推定可能であるかどうかのチェックを本研究の主たる目的としているために用いたものであるが，実際に観測された波形から破壊過程を推定することを想定すると必ずしも妥当ではないといえる．本手法を実際に観測された波形に適用していくためには，



図－7 各観測点での観測速度波形と推定結果からの合成速度波形

今後、より現実に近い破壊過程や想定されるノイズを与えたデータを用いて解析を行い、本手法の妥当性及び安定性についてさらに検討を加えていく必要があると考えている。

4. 結論

本研究では、断層面上の応力の時間および空間的な変化を観測された波形から直接推定するための解析手法を提案した。本手法では震源断層をサブフォルトに分割し、それぞれのサブフォルトで複数の時刻に応力が変化するものとして、それらの時刻と応力の変化量を推定する。簡単なモデルを用いてあらかじめ波形を計算し、その波形から各サブフォルト上で応力の時刻変化が推定可能かどうかについて検討した。

その結果、一部不正確な結果となる領域もあるものの概して良好な推定結果が得られ、少なくとも好条件の下であれば、本手法によって断層上の応力変化を推定できることを示した。

今後、より現実的なモデルに対して適用して、本解析手法の適用可能性および安定性についてさらに

検討を加えていく必要があると考えている。

参考文献

- 1) 例えば, Hartzell, S. H. and Heaton, T. H.: Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, No. 6, pp.1553-1583, 1983.
- 2) Fukuyama, E. and Mikumo, T.: Dynamic rupture analysis: Inversion for the source process of the 1990 Izu-Oshima Japan earthquake (M=6.5), *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, No. B4, pp.6529-6542, 1993.
- 3) Ide, S. and Takeo, M.: The dynamic rupture process of the 1993 Kushiro-oki earthquake, *J. Geophys. Res.*, Vol.101, No. B3, pp.5661-5675, 1996.
- 4) Quin, H.: Dynamic stress drop and rupture dynamics of the October 15 1979 Imperial valley California earthquake, *Tectonophysics*, 175, pp.93-117, 1990.
- 5) Miyatake, T.: Reconstruction of dynamic rupture process of an earthquake with constraints of kinematic parameters, *Geophys. Res. Lett.*, Vol.19, No.4, pp. 349-352, 1992.

- 6) Ide, S. and M. Takeo: Determination of constitutive relation of fault slip based on seismic wave analysis, *J. Geophys. Res.*, 102, pp.27379-27391, 1997.
- 7) Day, S. M., G. Yu and D. J. Wald: Dynamic stress changes during earthquake rupture, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 88, No. 2, pp.512-522, 1998.
- 8) Peyrat, S., K. Olsen and R. Madariaga: Dynamic modeling of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, 106, pp. 26467-26482, 2001.
- 9) 澤田純男：断層の動的破壊過程と波動散乱特性に基づく強震動予測に関する研究，京都大学博士論文，1995.
- 10) 谷山尚：断層上の動力学的破壊モデルパラメタの推定法に関する研究，応用力学論文集，Vol. 3, pp. 541-546, 2000.
- 11) Akaike, H: Likelihood and the Bayes procedure, *Bayesian Statistics* (J. M. Bernardo, M. H. De Groot, D. V. Lindley and A. F. M. Simth, eds.), University Press, Valencia, Spain, pp. 143-166, 1980.
- 12) Yabuki, T. and M. Matsu'ura: Geodetic data inversion using a Bayesian information criterion for spatial distribution of fault slip, *Geophys. J. Int.*, 109, pp. 363-375, 1992.
- 13) Virieux, J. and R. Madariaga: Dynamic faulting studied by a finite difference method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, pp. 345-369, 1982.
- 14) 斉藤正徳：漸化式ディジタル・フィルターの自動設計，物理探鉱，31, pp. 240-263, 1978.

(2003 年 4 月 18 日 受付)