

所定の最大塑性率に対する所要降伏震度の算定法

A Method to calculate Yield Seismic Coefficient Demand for Pre-determined Target Ductility Ratio

成行 義文*, 門 峰康**, 竹園 雅樹***, 平尾 潔****, 笹田 修司*****

Yoshifumi Nariyuki, Mineyasu Kado, Masaki Takezono, Kiyoshi Hirao, Syuji Sasada

*正会員 博 (工) 徳島大学助教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

**学生会員 徳島大学大学院建設工学専攻 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

***正会員 修 (工) フジタ建設コンサルタント (〒771-0204 徳島県板野郡北島町鯛浜字原 87-1)

****フェロー 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科 (〒770-8506 徳島市南常三島町 2-1)

*****正会員 工修 阿南高等専門学校講師 建設システム工学科 (〒774-0017 徳島県阿南市見能林町青木 265)

Yield seismic coefficient demand spectrum, which is calculated on the basis of the seismic responses of elasto-plastic systems, can be efficient to estimate displacement ductility ratio for the given yield seismic coefficient and also evaluate the yield seismic coefficient demand for the pre-determined target displacement ductility ratio. However, we must pay attention to phenomenon that more than one yield seismic coefficient correspond to pre-determined target ductility ratio and the maximum of those yield seismic coefficient values should be chosen as a value of yield seismic coefficient demand spectrum. This paper describes why the plural yield seismic coefficients correspond to one displacement ductility ratio and also how to efficiently calculate each corresponding yield seismic coefficient with certainty.

Key Words: Yield seismic coefficient demand spectrum, Displacement ductility ratio, Secant method, Earthquake-resistant design

キーワード: 所要降伏震度, 最大塑性率, 割線法, 耐震設計

1. はじめに

1995 年 1 月 17 日に発生した兵庫県南部地震による道路橋の甚大な被害の経験を踏まえ、内陸直下型の大地震に対する耐震性確保を目的に、またさらに性能規定型基準への移行を目指して、道路橋示方書が改定された^{1), 2)}。同示方書²⁾では、供用期間中に発生する確率が高い中小規模の地震動をレベル 1 地震動、また発生確率は低いが規模の大きい地震動をレベル 2 地震動と正式に名付け、レベル 2 地震動に対しては、地震時保有水平耐力法により、構造物の塑性化を考慮した耐震設計を行うよう規定している。その際の構造物の非線形応答は、その線形応答からエネルギー一定則³⁾に基づき評価される。エネルギー一定則を用いる方法はきわめて簡便であり、実用的な観点からのメリットは大きい、その適用性に若干問題があると考えられる。

構造物の非線形応答をより正確に把握する方法として、構造物を多自由度系にモデル化し、その非線形時刻歴応答解析を行う方法があるが、これは構造物のモデル化ならびに応答解析等に多大な労力と時間を必要とする。したがって、近年、合理的で簡便な非線形応答の評価法と

して、所要降伏震度スペクトル^{3)~5)}が注目されている。所要降伏震度スペクトルは非線形応答スペクトル⁶⁾の一種であり、横軸に系の初期弾性時固有周期、縦軸に降伏震度(構造物の降伏復元力と重量との比)をとり、所定の最大塑性率ごとにそれらの関係をプロットしたものである。この所要降伏震度スペクトルを用いることにより、与えられた構造物の最大塑性率の推定、ならびに最大塑性率が規定された場合の構造物の所要降伏強度の算定等を比較的精度良く簡便に行うことができる。

所要降伏震度スペクトルを求めるためには、各固有周期毎に、所定の最大塑性率に対する所要降伏震度を算定する必要がある。しかしながら、ある最大塑性率を生じさせるような降伏震度(あるいは降伏強度)は必ずしも単一とは限らず、複数の降伏震度解が存在する場合も少なくない。このような場合には、スペクトル値としてこれらの最大値を採用する必要がある。仮にそれ以外の値(最小値あるいは中間値)が採用された場合、そのスペクトルは該当の固有周期を有する構造物に対して、危険側の評価を与える可能性がある。

ある最大塑性率に複数の降伏震度(あるいは降伏強度)が対応するという現象は、既存の 2・3 の研究結果^{3), 7), 8)}

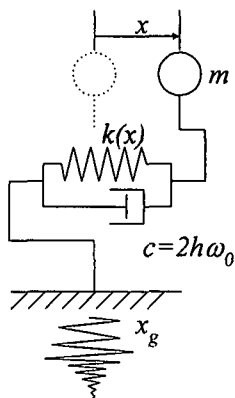


図-1 非線形 1 自由度系

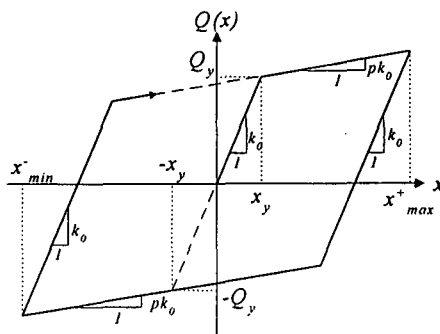


図-2 Bilinear モデル

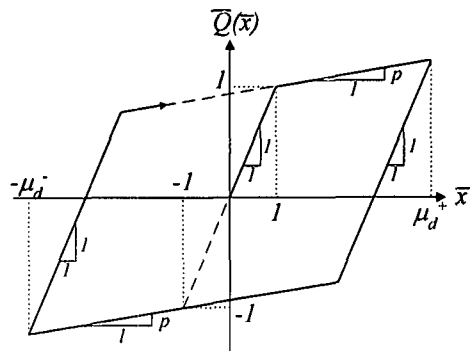


図-3 正規化された Bilinear モデル

からも示唆されており、また文献 9)では、所定の最大塑性率に対応する降伏強度が複数個存在する場合には、その最大値を採用することが明記されている。しかしながら、複数個の降伏震度解が出現するメカニズムならびにその出現頻度等に関する詳細な検討は未だ成されておらず、また最大の降伏震度解の合理的な算定法も提案されていない。

以上のようなことより、本研究では、まず、所要降伏震度スペクトル算定の基礎となる降伏震度-最大塑性率曲線の特性を検討するとともに、ある最大塑性率に対して複数の降伏震度解が出現するメカニズムの解明を試みた。次いで、任意の最大塑性率に対するすべての降伏震度解を選択的に精度よく算定する反復計算法を導き、その妥当性について比較・検討を行った。

2. 解析方法

図-1 は、本研究で解析の対象とした地震動入力を受ける非線形 1 自由度系を示している。図中、 x は質量 m の質点の固定端との相対変位、 x_g は地動変位、 c は粘性減衰係数、 $k(x)$ は剛性をそれぞれ表している。この系の運動方程式は周知のように式(1)で表される¹⁰⁾。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Q(x) = -m\ddot{x}_G \quad (1)$$

式(1)中の $Q(x)$ は系の非線形復元力であり、本研究では図-2 に示すような Bilinear 型復元力モデルを用いた。図中、 k_0 は弾性剛性、 p は弾塑性剛性比、 x_y および Q_y は降伏変位および降伏復元力を、また $x_{\max}^+$ および $x_{\min}^-$ は、正側における変位の最大値および負側における変位の最小値をそれぞれ表している。式(1)の両辺を質量 m と重力加速度 g の積で除し、若干の変形を行うと式(2)のようになる。

$$\frac{1}{g}\ddot{x} + \frac{2h\omega_0}{g}\dot{x} + \frac{Q_y}{mg}\frac{Q(x)}{Q_y} = -\frac{\ddot{x}_G}{g} \quad (2)$$

式(2)中、 h および ω_0 は減衰定数および初期弾性時固有円振動数、また Q_y/mg は降伏震度である。降伏震度を

式(3)のように k_{hy} で表すと、降伏変位 x_y は式(4)で表され、さらに $\bar{x} = x/x_y$ とすると、 $x, \dot{x}, \ddot{x}$ は式(5)のようになる。

$$k_{hy} = \frac{Q_y}{mg} \quad (3)$$

$$x_y = \frac{g \cdot k_{hy}}{\omega_0^2} \quad (4)$$

$$x = x_y \bar{x}, \quad \dot{x} = x_y \dot{\bar{x}}, \quad \ddot{x} = x_y \ddot{\bar{x}} \quad (5)$$

式(2)を式(3)~(5)を考慮して変形すると、式(6)が得られる。

$$\ddot{\bar{x}} + 2h\omega_0 \dot{\bar{x}} + \omega_0^2 \bar{Q}(\bar{x}) = -\frac{\omega_0^2}{k_{hy}} \ddot{\bar{x}}_G \quad (6)$$

式中、 $\ddot{\bar{x}}_G = \ddot{x}_G/g$ であり、また $\bar{Q}(\bar{x})$ は図-3 に示すような正規化された復元力を表している。式(6)から、系の応答を支配するパラメータは、減衰定数 h 、固有円振動数 ω_0 および降伏震度 k_{hy} であることが分かる。図-3 中の μ_d^+ および μ_d^- は、それぞれ式(7)および式(8)のような正側最大塑性率および負側最大塑性率であり、系の地震時最大塑性率 μ_d は式(9)のように表される。

$$\mu_d^+ = \frac{x_{\max}^+}{x_y} \quad (7)$$

$$\mu_d^- = \frac{|x_{\min}^-|}{x_y} \quad (8)$$

$$\mu_d = \max\{\mu_d^+, \mu_d^-\} \quad (9)$$

通常の順解析では、 h 、 ω_0 、 k_{hy} 等の構造特性パラメータをすべて既知として、与えられた入力地震動に対する変位等の応答が算定される¹⁰⁾。本研究では、 h ならびに ω_0 と、応答値の一つである最大塑性率 μ_d を固定し、その μ_d を実現するような所要降伏震度 k_{hy} を効率よく算定し得る反復計算法の誘導を試みた。なお、本研究における地震応答解析は、すべて $h=0.05$ として行った。

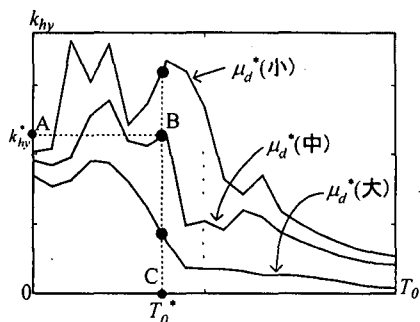


図-4 所要降伏震度スペクトル

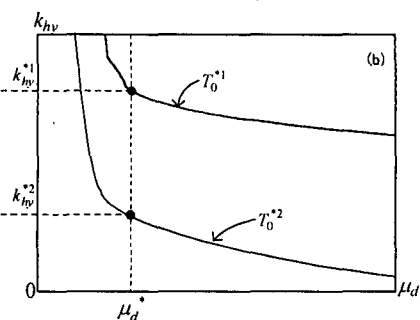
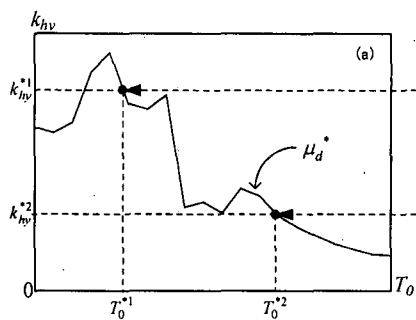


図-5 所要降伏震度スペクトルの作成法

3. 所要降伏震度スペクトルとその作成法

固有周期 $T_0 (=2\pi/\omega_0^2)$ を適当な増分で連続的に変化させ、それらに対する所要降伏震度を固有周期の昇順に並べて曲線表示したものが所要降伏震度スペクトルである。図-4 は所要降伏震度スペクトルを模式的に示したものである。この図に示すように、所要降伏震度スペクトル値 k_{hy}^* は対象とする固有周期 T_0^* が同一であれば、一般に、目標とする最大塑性率 μ_d^* が小さいほど大きい。

構造物の耐震設計における所要降伏震度スペクトルの利用法は基本的に次の2つ(①, ②)である。①降伏震度 k_{hy}^* と固有周期 T_0^* から最大塑性率 μ_d^* を推定する(図-4中, [A, C]→[B])。②固有周期 T_0^* と目標とする最大塑性率 μ_d^* から、(所要)降伏震度 k_{hy}^* を求める(図-4中, [C]→[B]→[A])。

前出の式(3)の右边を、 μ_d を用いて変形すると式(10)のようになる。

$$k_{hy} = \frac{\omega_0^2 x_{max}}{g \mu_d} \quad (10)$$

式中、 x_{max} は最大変位 ($\max\{x_{max}^+, |x_{min}|\}$) である。

x_{max} に大きな変動がないと仮定すれば、式(10)より、降伏震度 k_{hy} と最大塑性率 μ_d はほぼ反比例の関係にあることがわかる(図-5(b)参照)。図-5に示すように、各固有周期 T_0^* に対する降伏震度 (k_{hy}) - 最大塑性率 (μ_d) 曲線(図-5(b))より、所定の μ_d^* に対応する各 k_{hy}^* を求め、それらを固有周期を x 軸としてプロットすることにより、所要降伏震度スペクトル(図-5(a))が得られる。

4. 降伏震度-最大塑性率 ($k_{hy}-\mu_d$) 曲線とその特性

図-6は、El Centro 加速度記録(1940年、インペリアルバレー地震、NS成分)を入力地震動とした場合の、5種類の固有周期 T_0 (0.1, 0.3, 0.6, 1.0, 3.0(s)) に対する降伏震度-最大塑性率 ($k_{hy}-\mu_d$) 曲線(弾塑性剛性比 $p=0.0$)を示したものである。これらの曲線は、降伏震度 k_{hy} を $2.0 \rightarrow 0.01$ ($\angle k_{hy}=0.01$) と変化させ、順解析により

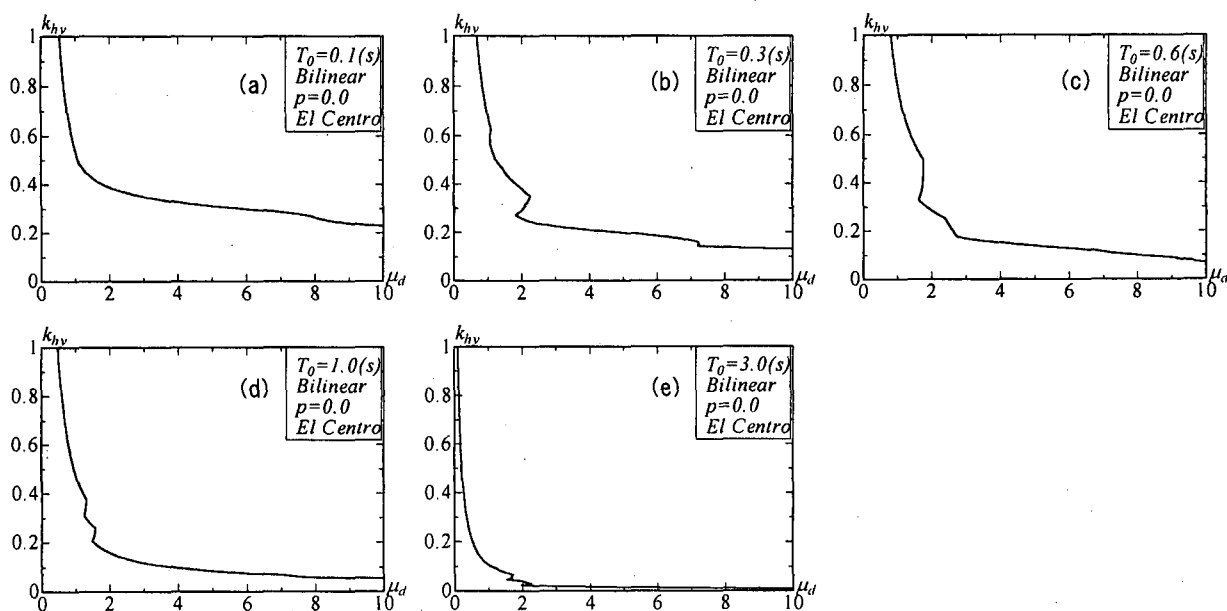


図-6 降伏震度-最大塑性率曲線(Bilinearモデル($p=0.0$), El Centro記録)

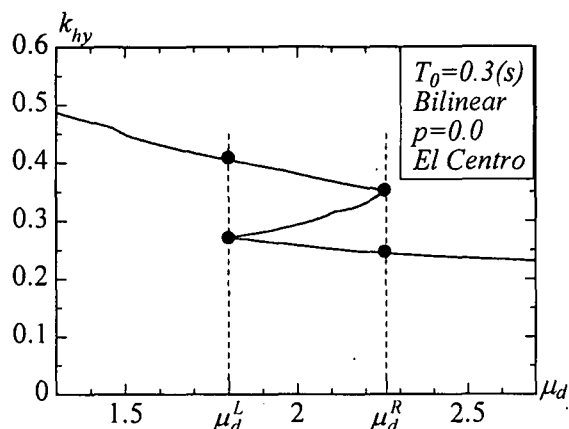


図-7 k_{hy} の解が複数個存在する場合

対応する μ_d をそれぞれ求めてプロットしたものである ($0.0 < k_{hy} \leq 1.0$)。これらの図より、巨視的には、前出の図-5(b)に示したように、降伏震度 k_{hy} は最大塑性率 μ_d の増大に対して単調減少しており、また固有周期 T_0 が長いほど降伏震度 k_{hy} は小さくなる傾向が見られる。しかしながら細かく見ると、図-6 中、 $T_0 \geq 0.3(\text{s})$ の $k_{hy}-\mu_d$ 曲線に、降伏震度 k_{hy} が減少しているにもかかわらず、最大塑性率 μ_d が減少している部分が存在し、その付近で曲線が細かく波打っていることがわかる。例えば、 $T_0 = 0.3(\text{s})$ の場合の $k_{hy}-\mu_d$ 曲線の折れ曲り部を拡大表示すると図-7 のようである。同図より明らかなように、曲線の μ_d 軸への投影が重複する折れ曲り部 ($\mu_d^L \leq \mu_d \leq \mu_d^R$) においては、すべての最大塑性率 μ_d に対して複数個 (2~3 個) の k_{hy} (所要降伏震度) が存在することがわかる。構造物の耐震設計では、安全側の評価である最大所要降伏震度が重要である。

このような複数個の降伏震度解 k_{hy} を有する最大塑性率 μ_d の範囲を各固有周期 T_0 ($\Delta T_0 = 0.1(\text{s})$) に対して示したのが図-8 である。例えば、図-8(a)は前出の図-6(b)を左回りに 90° 回転したものであり、この場合の複数の解 k_{hy} を有する μ_d の範囲 (破線間) が、図-8(b)の $T_0 = 0.3(\text{s})$ に対してプロットされている。図-8(b)より、対象とした周期帯 ($T_0 = 0.1 \sim 5.0(\text{s})$) のすべてにおいて複数の所要降伏震度を有する μ_d の範囲が存在することが分かる。また、同図(c)は、弾塑性剛性比 $p=0.1$ の場合

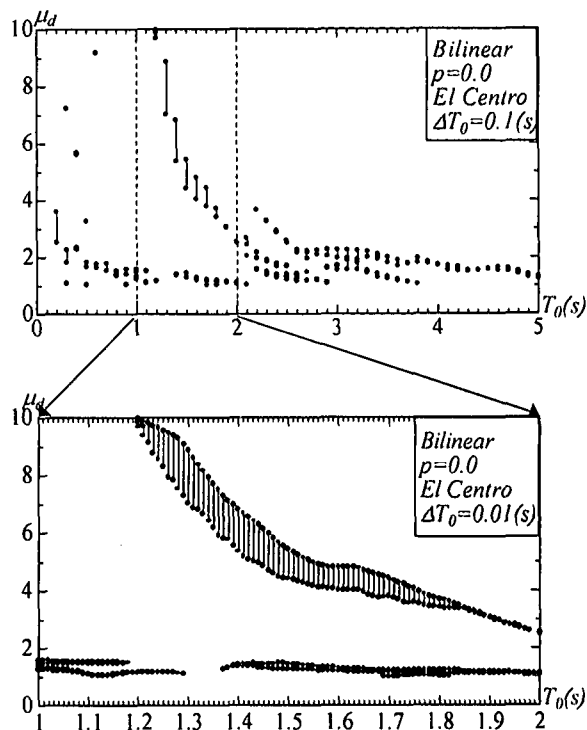


図-9 k_{hy} の解が複数個存在する μ_d の範囲 ($\Delta T_0 = 0.01(\text{s}), 1.0 \leq T_0 \leq 2.0$)

の結果を、同様にプロットしたものである。 $p=0.0$ の場合 (同図(b)) と比較すると、複数の所要降伏震度を有する μ_d の出現頻度は若干少なくなっていることがわかる。

図-9は、図-8(b)の $T_0 = 1.0 \sim 2.0(\text{s})$ 間を、 $\Delta T_0 = 0.01(\text{s})$ として、拡大表示したものである。この図より、複数の所要降伏震度を有する μ_d の範囲は、固有周期に対して比較的連続的に推移していることが分かる。

5. 複数の所要降伏震度の存在に関する検討

ある最大塑性率 μ_d に対して複数の降伏震度解 k_{hy} が存在するのは、前出の図-7のように、降伏震度 (k_{hy}) - 最大塑性率 (μ_d) 曲線が折れ曲っている場合である。したがって本章では、このような曲線の折れ曲りの原因について考察する。

図-10は、前出の図-6(c)における $k_{hy}-\mu_d$ 曲線の折れ曲り部を拡大したものである。この曲線上の点①~⑨ (k_{hy} の大きい順) の各復元力-変位履歴曲線を図-11

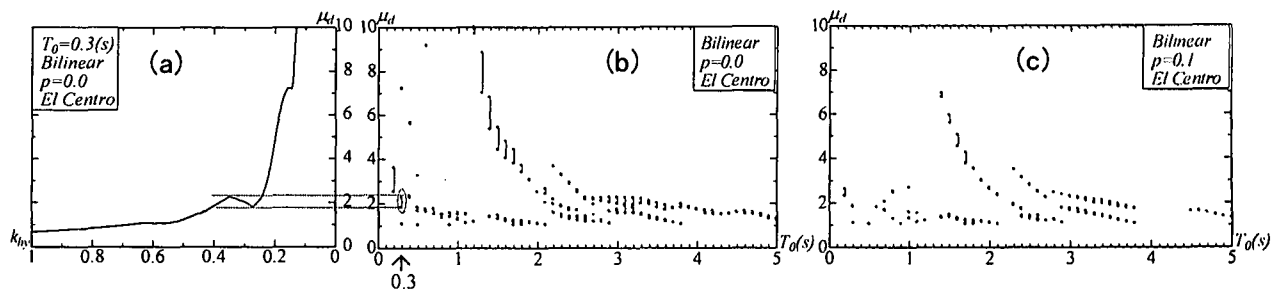


図-8 k_{hy} の解が複数個存在する μ_d の範囲 ($\Delta T_0 = 0.1(\text{s})$)

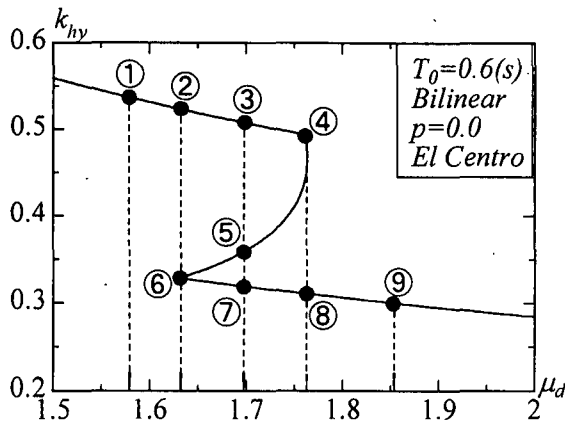


図-10 $k_{hy}-\mu_d$ 曲線反転部の着目点(①～⑨)

にそれぞれ示す。図-11 より、①～⑤では $\mu_d = \mu_d^- > \mu_d^+$ 、⑥では $\mu_d = \mu_d^- = \mu_d^+$ 、また⑦～⑨では $\mu_d = \mu_d^+ > \mu_d^-$ であることが分かる。これらの履歴曲線を詳細に観察すると、①～③では負側にのみ降伏が生じ、正側の応答は弾性範囲に止まっているが、降伏震度 k_{hy} のさらなる減少に伴い、④では正側でも降伏が生じてわずかではあるが塑性変形が発生している。⑤ではさらに、正側の最大塑性率が增大するとともにその影響で負側の最大塑性率が若干減少しており、⑥ではついに正負の最大塑性率が等しくなっているのがわかる。そして⑦以降は常に正側の最大塑性率が負側のそれを上回っている。

これらのことをより具体的に把握するため、図-10 の $k_{hy}-\mu_d$ 曲線を決定する基となる $k_{hy}-\mu_d^+$ 曲線ならびに $k_{hy}-\mu_d^-$ 曲線を、それぞれ実線ならびに破線で図-12 に示した。また同図中、太線は $k_{hy}-\mu_d$ 曲線を表している。この図より、 k_{hy} の減少に伴い $k_{hy}-\mu_d$ 曲線の勾配が負から正に転じる (④付近) のは、最大変位振幅が生じていない側でも降伏が生じる点 ($k_{hy} = k_{hyA}$) であ

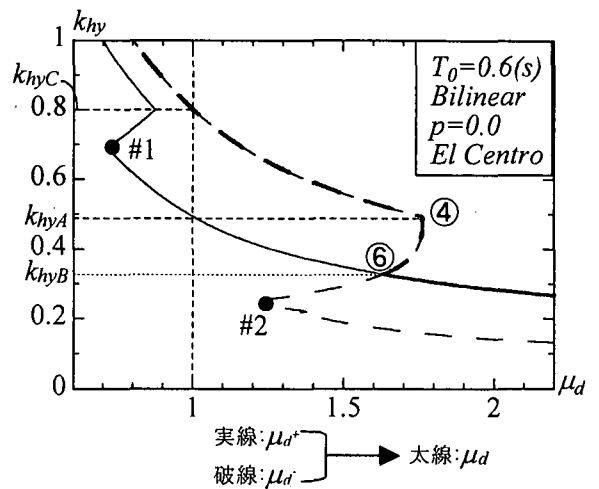


図-12 $k_{hy}-\mu_d^+$ および $k_{hy}-\mu_d^-$ 曲線

り、またその後、 $k_{hy}-\mu_d$ 曲線の勾配が正から負に転じる (⑥付近) のは、最大変位振幅が生じる方向が入れ替わる点 ($k_{hy} = k_{hyB}$) であることが分かる。また、 $k_{hy} = k_{hyC}$ で $k_{hy}-\mu_d^+$ 曲線が折れ曲がっているのは、最大振幅側の応答がその点で弾性限界 ($\mu_d = \mu_d^- = 1.0$) に達しているためである。また、 $k_{hy}-\mu_d^+$ 曲線では #1 点で、 $k_{hy}-\mu_d^-$ 曲線では #2 点においてそれぞれ再度折れ曲がり、それ以降、 μ_d^+ 、 μ_d^- とも k_{hy} の減少に伴い再び単調増加している。以上のような各曲線の折れ曲りは、総じて、「他方の塑性化による変形の減少」と「 k_{hy} の減少に伴う変形の増大」のバランスに起因すると言える。すなわち、他方が塑性化した直後は、他方の塑性化による変形の減少分が k_{hy} の減少に伴う変形の増加分を上回っているが、 k_{hy} のさらなる減少に伴い、前者と後者が均衡し、ついには逆転するためと考えられる。

これらの現象をより詳しく検討するために、図-13 に

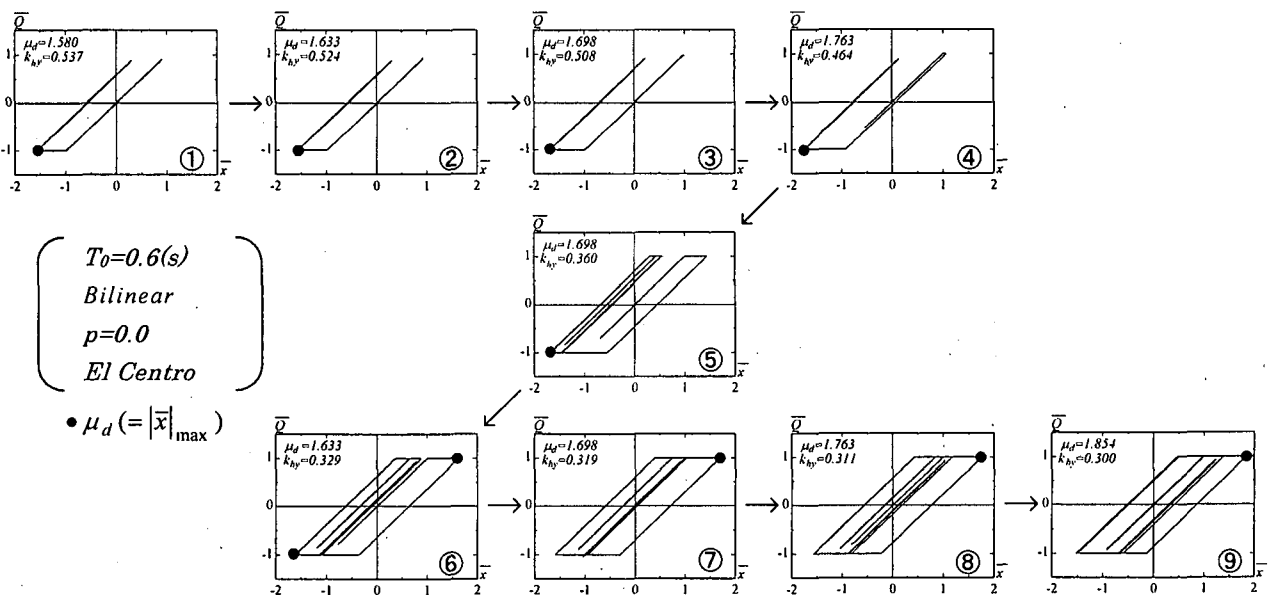


図-11 $k_{hy}-\mu_d$ 曲線反転部の着目点(①～⑨)における復元力-変位履歴曲線

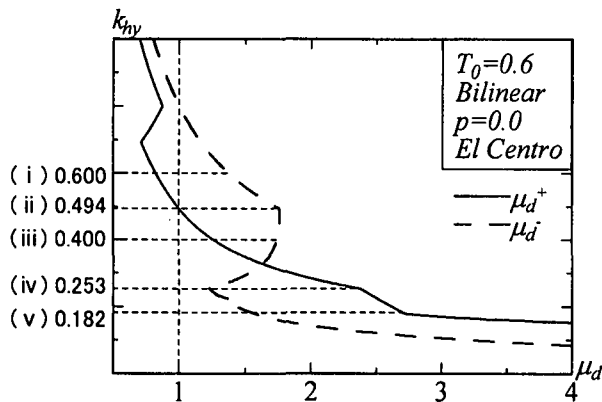


図-13 μ_d^+ および μ_d^- 曲線急変部付近の
着目点((i)~(v))

示した(i)~(v)の降伏震度 k_{hy} に対応する塑性率 $\bar{\mu}$ の時刻歴応答曲線を図-14に示す。ここに(ii)および(iv)は $k_{hy}-\mu_d$ 曲線の反転点に対応している。なお、図中の各記号ならびに El Centro 記録の加速度波形は同図右下部に示す通りである。図-14より、El Centro 記録の強震部は $t=2(s)$ 付近にあり、どの場合の最大応答もほぼその時刻で生じているのがわかる。また、片側のみで塑性化が進行している場合((i),(ii))は、振動中心が最大振幅発生側にかなり偏っている。さらに、正側の最大振幅(Δ)が増大するにつれて負側の最大振幅(∇)が徐々に減少している((ii) $\rightarrow$ (iv))が、(v)では再び増大しているのが分かる。ここで、(iv)では、 k_{hy} の減少に伴い、正側の降伏に先んじて負側で新たに降伏点に達するため、さらに k_{hy} が小さな(v)の場合には、負側の初期塑性化の影響でその後に生じる正側の最大振幅(Δ)の増加率が減少し、それによって再び負側の最大振幅(∇)が増加に

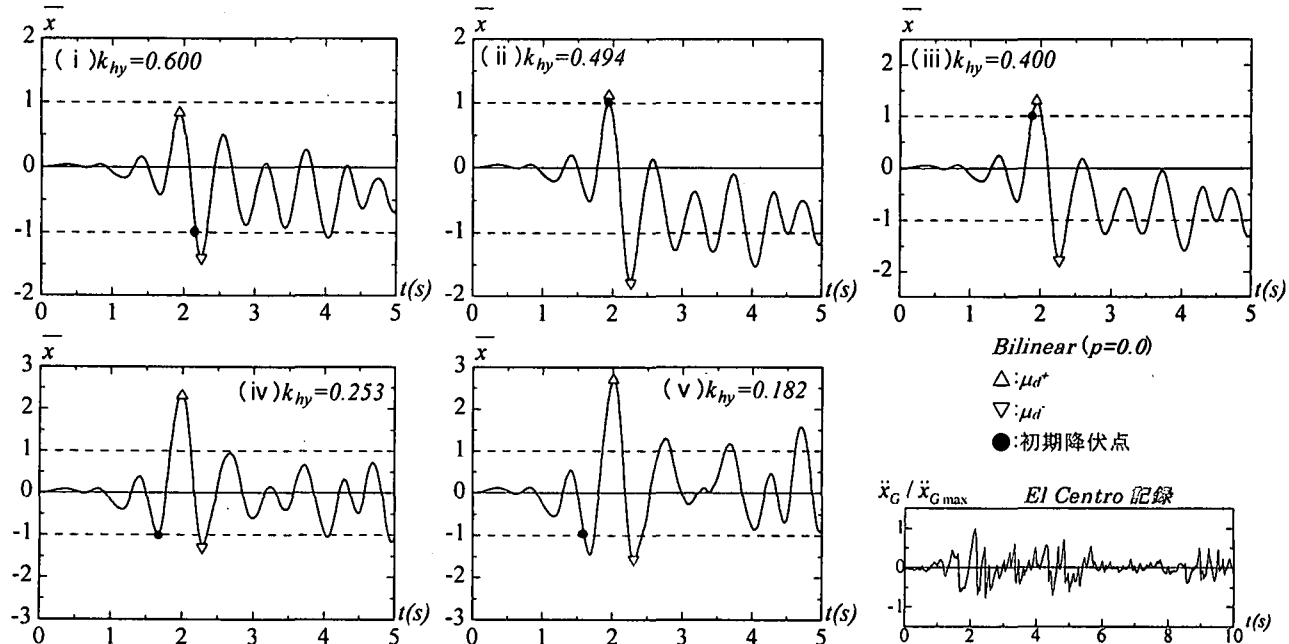


図-14 $k_{hy}-\mu_d^+$ および $k_{hy}-\mu_d^-$ 曲線急変部付近の着目点((i)~(v))における時刻歴応答曲線

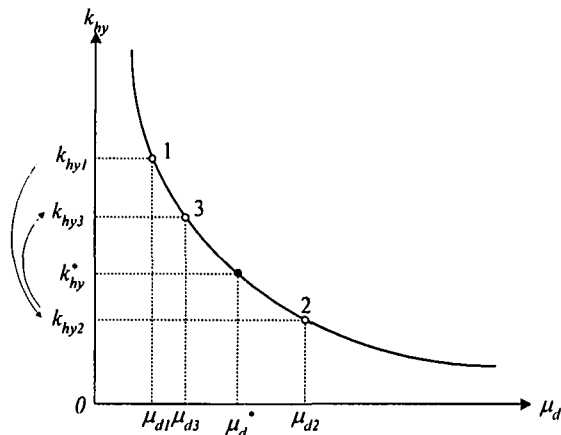


図-15 単純繰返し法の概要

転じたことがわかる。このような理由により、図-13において見られるような、 k_{hy} の減少に伴い、 $k_{hy}=0.253$ ((iv))で μ_d^- は増加に転じ、また μ_d^+ はその増加率が低減するという現象が生じると考えられる。

6. 所要降伏震度の算定法

本章では、任意の最大塑性率に対する所要降伏震度の算定方法として従来型の“単純繰返し法”と本研究で新たに開発した“割線法”の2つの方法を示し、その優劣を比較する。

6.1 単純繰返し法

$k_{hy}-\mu_d$ 曲線が基本的に右下がりである(すなわち一般には k_{hy} が減少すると μ_d が増大する)という特性を用いて、所要降伏震度 k_{hy}^* の上近似値 $k_{hyU}(>k_{hy}^*)$ と下近

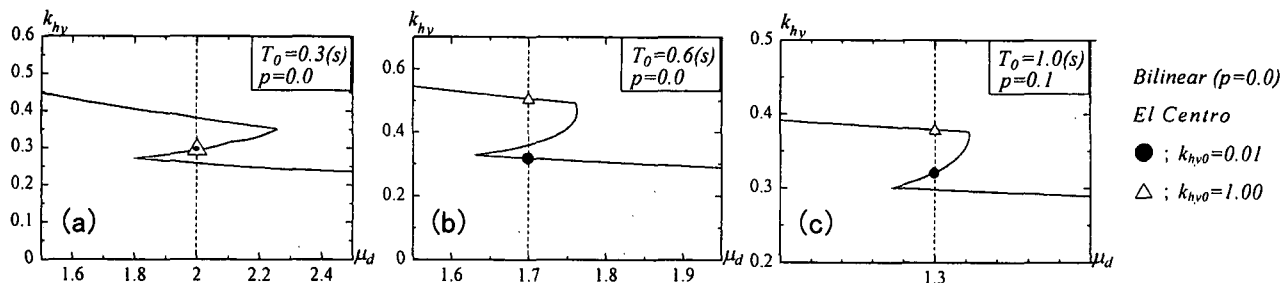


図-16 単純繰返し法による収束結果

似値 k_{hyL} ($< k_{hy}^*$) を徐々に近づけてゆく方法を、ここでは“単純繰返し法”と呼ぶことにする。図-15は、所定の最大塑性率 μ_d^* に対する所要降伏震度 k_{hy}^* を、単純繰返し法により求める際の収束計算のイメージを示したものである。単純繰返し法による $i+1$ 回目の降伏震度 $k_{hy,i+1}$ は式(11)により算定される。

$$k_{hy,i+1} = \frac{k_{hyU} + k_{hyL}}{2} \quad (11)$$

ここに、上近似値 k_{hyU} と下近似値 k_{hyL} は、 i 回目の最大塑性率の近似値 μ_{di} に応じて次のように置換される。

$$\text{if } \mu_{di} < \mu_d^* \text{ then } k_{hyU} = k_{hyi}$$

$$\text{if } \mu_{di} > \mu_d^* \text{ then } k_{hyL} = k_{hyi}$$

また、収束判定は式(12)により行った (ε : 収束判定誤差)。

$$\frac{|\mu_d^* - \mu_{di}|}{\mu_d^*} \leq \varepsilon = 10^{-3} \quad (12)$$

単純繰返し法は、図-15 のように k_{hy} と μ_d が 1 対 1 に対応している場合には、所定の最大塑性率 μ_d^* に対する所要降伏震度 k_{hy}^* を確実に算定し得る有効な手法であると思われる。ここでは、複数の解を有する場合の単純繰返し法の適用性を検討するために、 k_{hyU} ならびに k_{hyL} の初期値をそれぞれ 5.0 ならびに 0.0 とした場合の単純繰返し法による結果を図-16 に示す。同図中の ●

ならびに △ 印は、それぞれ所要降伏震度の初期値 $k_{hy0} = 0.01$ ならびに 1.00 の場合の収束解を示している。図-16(a) ($T_0=0.3(s)$, $\mu_d^*=2.0$) では初期値に依らず所要降伏震度の中間値 k_{hyint}^* に収束している。また同図(b) ($T_0=0.6(s)$, $\mu_d^*=1.7$) では、 $k_{hy0}=1.00$ の場合は k_{hymax}^* に、また $k_{hy0}=0.01$ の場合は k_{hymin}^* にそれぞれ収束している。さらに同図(c) ($T_0=1.0(s)$, $\mu_d^*=1.3$) では、 $k_{hy0}=1.00$ の場合は k_{hymax}^* に、 $k_{hy0}=0.01$ の場合は k_{hyint}^* にそれぞれ収束している。これらの図より、単純繰返し法では、降伏震度解が複数個存在する場合、繰返し計算の過程でたまたま上近似値 k_{hyU} と下近似値 k_{hyL} に挟まれた解に収束すると考えられ、一般にどの解に収束するかの特定は困難であり、また初期値 k_{hy0} による収束解の制御も難しいことがわかる。

6.2 割線法

本節では、所定の最大塑性率 μ_d^* に対する降伏震度解が複数個存在する場合にも、各解を選択的に効率よく算定し得る割線法について述べる。所要降伏震度スペクトルの作成に限定すれば、最大の降伏震度解 k_{hymax}^* が求めれば十分であるが、ここでは、各解の相違を定量的に把握することも重要であるとの認識から、最大値以外の解（最小値ならびに中間値）の算定法についても同様に検討した。以下に、 k_{hymin}^* , k_{hyint}^* ならびに k_{hyint}^* を算定するための反復計算法を順に示す。

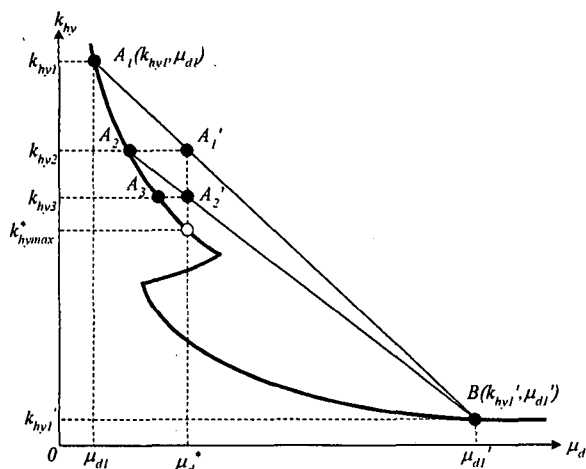


図-17 割線法による k_{hymax}^* の求め方

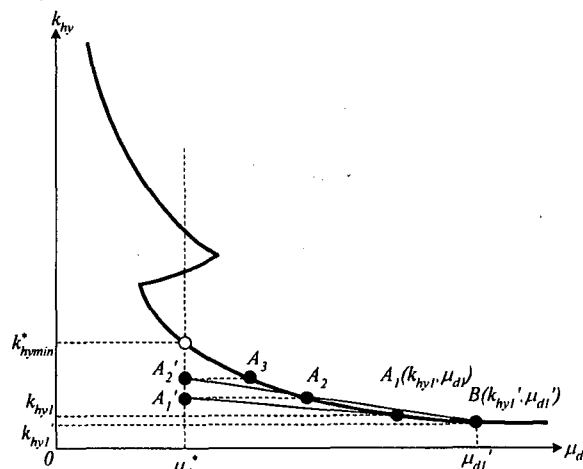


図-18 割線法による k_{hymin}^* の求め方

1) $k_{hy\max}^*$ の算定法

図-17のような $k_{hy}-\mu_d$ 曲線を想定し、 μ_d^* に対する降伏震度解の最大値 $k_{hy\max}^*$ を求める手順を以下 (①→③) に示す。

- ① 十分大きな降伏震度 k_{hy1} と十分小さな降伏震度 k_{hy1}^* を設定し、それらに対する最大塑性率 μ_{d1} (点 A_1) と μ_{d1}^* (点 B) をそれぞれ求める。あるいは、まず適当な μ_{d1} ならびに μ_{d1}^* を設定し、それに対する k_{hy1} ならびに k_{hy1}^* をそれぞれ求める。
- ② 点 A_1 と点 B を通る割線上の μ_d^* に対する降伏震度 k_{hy2} (点 A_1') を式(13)より求め、この k_{hy2} に対する最大塑性率 μ_{d2} (点 A_2) を算定する。

$$k_{hyi+1} = \frac{k_{hy1} - k_{hyi}}{\mu_{d1} - \mu_{di}} \mu_d^* + \frac{k_{hyi} \mu_{d1} - k_{hy1} \mu_{di}}{\mu_{d1} - \mu_{di}} \quad (13)$$

- ③ $\mu_{d2} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) ならば、 $k_{hy\max}^* = k_{hy2}$ として計算を打ち切る。 $\mu_{d2} \neq \mu_d^*$ ならば、新たに点 A_2 と点 B を通る割線に着目して、②～③の手順を $\mu_{di} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) となるまで繰り返す。

2) $k_{hy\min}^*$ の算定法

図-18 に示すような μ_d^* に対する降伏震度解の最小値 $k_{hy\min}^*$ を求める手順を以下 (①→③) に示す。

- ① 十分小さな降伏震度 k_{hy1} ならびに k_{hy1}^* を設定 ($k_{hy1} > k_{hy1}^*$) し、それらに対する最大塑性率 μ_{d1} (点 A_1) ならびに μ_{d1}^* (点 B) をそれぞれ求める。あるいは、まず適当な μ_{d1} ならびに μ_{d1}^* を設定し、それに対する k_{hy1} ならびに k_{hy1}^* をそれぞれ求める。
- ② 点 A_1 と点 B を通る割線上の μ_d^* に対する降伏震度 k_{hy2} (点 A_1') を式(13)より求め、この k_{hy2} に対する最大塑性率 μ_{d2} (点 A_2) を算定する。

$\mu_{d2} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) ならば、 $k_{hy\min}^* = k_{hy2}$ として計算を打ち切る。 $\mu_{d2} \neq \mu_d^*$ ならば、新たに点 A_2 と点 B を通る割線に着目して、②～③の手順を $\mu_{di} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) となるまで繰り返す。

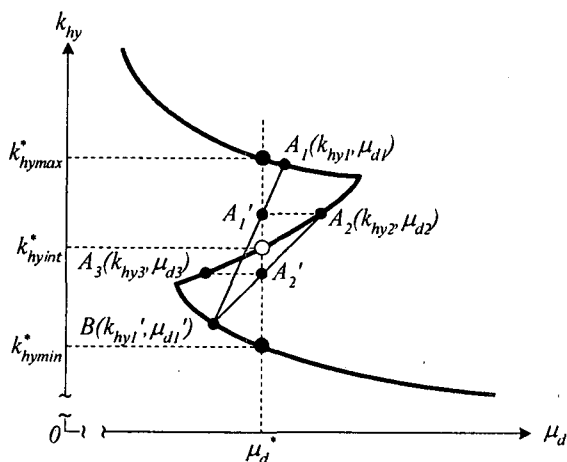


図-19 割線法による $k_{hy\min}^*$ の求め方

3) $k_{hy\min}^*$ の算定法

図-19 に示すような μ_d^* に対する降伏震度解の中間値 $k_{hy\min}^*$ を、既に求まっている $k_{hy\max}^*$ と $k_{hy\min}^*$ から求める手順を以下 (①→③) に示す。なお、 $k_{hy\max}^* \equiv k_{hy\min}^*$ ならば、単一解とみなし、以下の計算は行わない。

- ① $k_{hy\max}^*$ と $k_{hy\min}^*$ を微小増分 Δk_{hy} だけ式(14)のように攪乱する。

$$k_{hy1} = k_{hy\max}^* - \Delta k_{hy}, \quad k_{hy1}^* = k_{hy\min}^* + \Delta k_{hy} \quad (14)$$

これらの k_{hy1} ならびに k_{hy1}^* に対する最大塑性率 μ_{d1} (点 A_1) ならびに μ_{d1}^* (点 B) をそれぞれ求める。

- ② 点 A_1 と点 B を通る割線上の μ_d^* に対する降伏震度 k_{hy2} (点 A_1') を式(15)より求める。

$$k_{hyi+1} = \frac{k_{hyL} - k_{hyU}}{\mu_{dL} - \mu_{dU}} \mu_d^* + \frac{k_{hyU} \mu_{dL} - k_{hyL} \mu_{dU}}{\mu_{dL} - \mu_{dU}} \quad (15)$$

k_{hy2} (点 A_1') を求める際の式中の k_{hyU} , μ_{dU} ならびに k_{hyL} , μ_{dL} は、それぞれの初期値 (k_{hy1} , μ_{d1} ならびに k_{hy1}^* , μ_{d1}^*) である。ついで、この k_{hy2} に対する最大塑性率 μ_{d2} (点 A_2) を算定する。

- ③ $\mu_{d2} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) ならば、 $k_{hy\min}^* = k_{hy2}$ として計算を打ち切る。 $\mu_{d2} \neq \mu_d^*$ ならば、新たに点 A_2 と点 B を通る割線に着目して、②～③の手順を $\mu_{di} \equiv \mu_d^*$ (式(12)参照) となるまで繰り返す。なお、繰返し $i+1$ 回目のステップにおける k_{hyU} , μ_{dU} , k_{hyL} , μ_{dL} は次のようである。

$$\text{if } \mu_{di} > \mu_d^* \text{ then } k_{hyU} = k_{hyi} \text{ and } \mu_{dU} = \mu_{di}$$

$$\text{if } \mu_{di} \leq \mu_d^* \text{ then } k_{hyL} = k_{hyi} \text{ and } \mu_{dL} = \mu_{di}$$

以上 1)～3) のような割線法の適用例を図-20 に示す。

図中、上部が El Centro 記録、下部が Kobe 記録(1995 年兵庫県南部地震、神戸海洋気象台記録、NS 成分)に対するものである。なお、すべての適用例において、 $k_{hy\max}^*$ ならびに $k_{hy\min}^*$ の算出の際の、降伏震度 k_{hy1} および k_{hy1}^* の初期値としては、下記のような最大塑性率 μ_{d1} および μ_{d1}^* に対する値をそれぞれ用いた。

- ・ $k_{hy\max}^*$ 算定時の初期値: $\mu_{d1}=1 \rightarrow k_{hy1}$, $\mu_{d1}^*=15 \rightarrow k_{hy1}^*$
- ・ $k_{hy\min}^*$ 算定時の初期値: $\mu_{d1}=12 \rightarrow k_{hy1}$, $\mu_{d1}^*=15 \rightarrow k_{hy1}^*$

また、 $k_{hy\min}^*$ 算定時の初期値は $\Delta k_{hy}=0.001$ として求めた。

図-20 より、すべての場合において、 $k_{hy\max}^*$, $k_{hy\min}^*$ および $k_{hy\min}^*$ が精度良く求まっていることがわかる。また、 $k_{hy\max}^*$ および $k_{hy\min}^*$ の収束回数は 15～80 回程度、また $k_{hy\min}^*$ の収束回数は高々 10 回程度である。 $k_{hy\max}^*$, $k_{hy\min}^*$ 等の収束回数は主として初期値 μ_{d1} に左右され、一般にこれが大きいほど収束の確実性は増すが、繰返し回数は増大すると考えられる。なお、前出の図-8(b), (c) に示した全ての場合に本割線法を適用し、その妥当性を確認した。

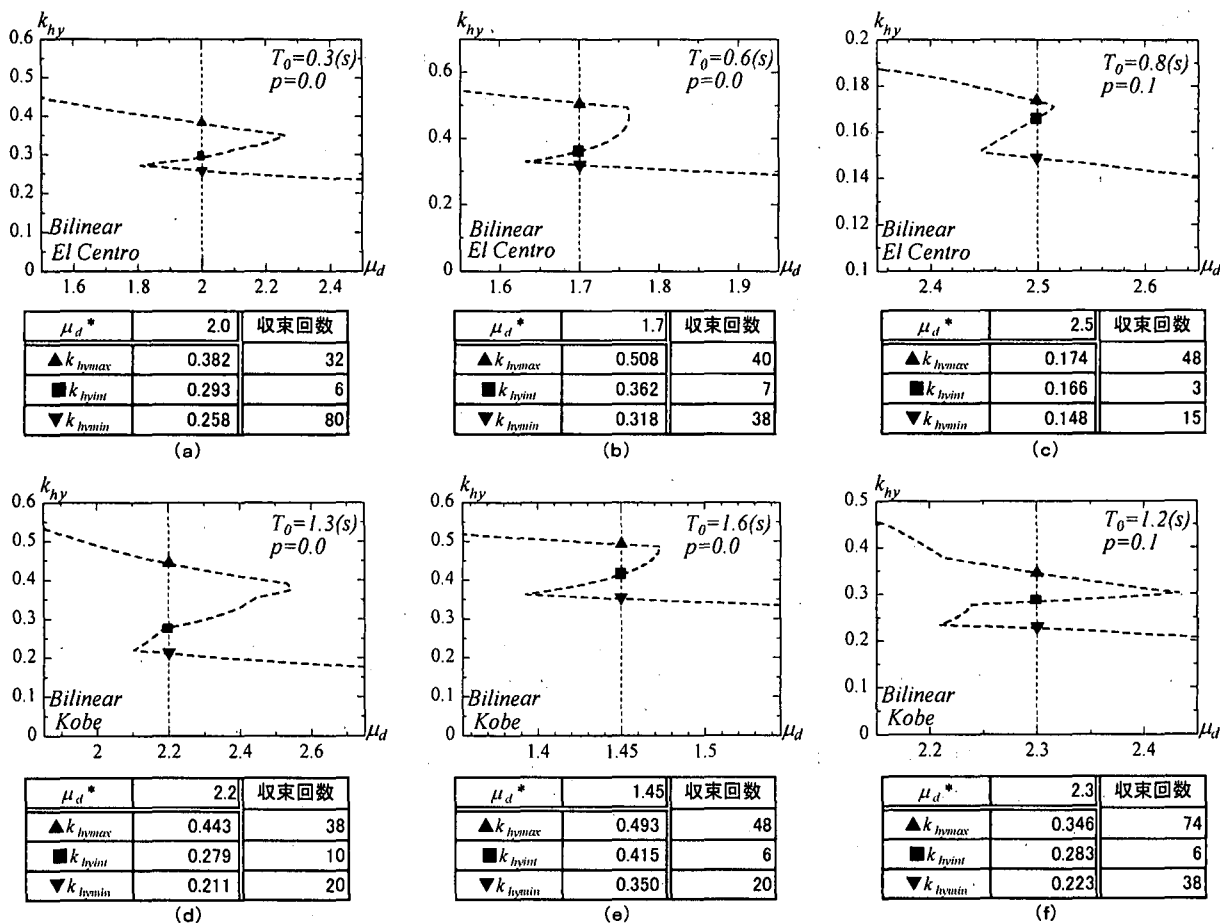


図-20 割線法による所要降伏震度の算定結果

7. 所要降伏震度スペクトルの比較

($k_{hy\max}^*$, $k_{hy\text{int}}^*$ および $k_{hy\min}^*$)

6.2 で示した割線法により算出した所要降伏震度スペクトルの一例を、図-21 に示す。同図(a)は El Centro 記録に対する所定の最大塑性率 $\mu_d^*=1.7$ の場合、また同図(b)は Kobe 記録に対する $\mu_d^*=2.2$ の場合である。いずれの場合も、いくつかの固有周期 T_0 の範囲で複数の所要降伏震度解が存在していることがわかる。同図(a)では固

有周期 $T_0=0.6(s)$ 付近、また同図(b)では $T_0=1.2(s)$ 付近において各解の差が比較的大きく、前者では $k_{hy\max}^*/k_{hy\min}^*$ ならびに $k_{hy\max}^*/k_{hy\text{int}}^*$ の最大値はそれぞれ約 1.6 ならびに約 1.4 であり、また後者では $k_{hy\max}^*/k_{hy\min}^*$ ならびに $k_{hy\max}^*/k_{hy\text{int}}^*$ の最大値はそれぞれ約 2.1 ならびに約 1.8 である。このことは、これらの固有周期帯における所要降伏震度として、仮に $k_{hy\text{int}}^*$ あるいは $k_{hy\min}^*$ 等が採用された場合、そのスペクトルはかなり危険側の評価を与えることを意味している。

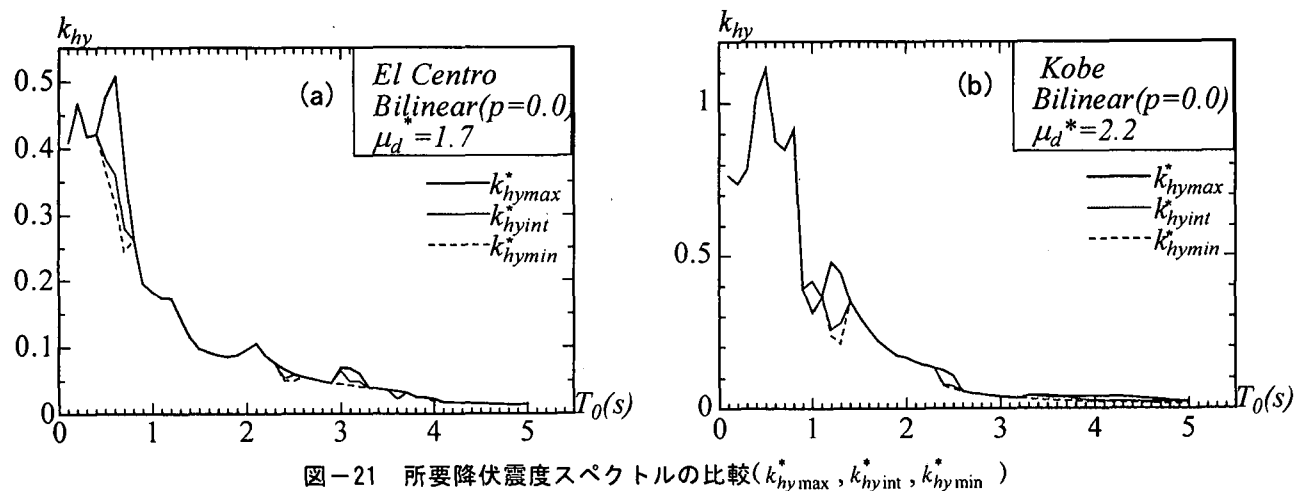


図-21 所要降伏震度スペクトルの比較($k_{hy\max}^*$, $k_{hy\text{int}}^*$, $k_{hy\min}^*$)

8. おわりに

本研究では、ある最大塑性率に対して複数個の降伏震度解が存在するメカニズムの解明と、すべての降伏震度解を選択的に精度よく算定する方法について検討した。

以下に本研究で得られた主な結論を列挙する。

- 1) ある最大塑性率に対して複数 (2~3 個) の降伏震度解が存在する直接的な理由は、降伏震度-最大塑性率曲線がその最大塑性率近辺で反転しているためである。
- 2) 複数の降伏震度解を有する最大塑性率は、ほとんどすべての固有周期において存在する。
- 3) 降伏震度-最大塑性率曲線が反転するのは、主として最大変位が小さい側の応答が弾性限界に達した点と両側の最大変位が等しくなる点である。
- 4) ある降伏震度において両側とも塑性化している場合でも、さらなる降伏震度の低減に伴い、より早期の繰返し時に、応答が弾性限界を超えるような場合には、その方向の最大塑性率は増加に転じ、反対側の最大塑性率の増分は低減する傾向を示す。
- 5) 単純繰返し法により算定できるのは、複数の降伏震度解の内 1 個のみであり、それがどの解であるかを特定することはできない。また、降伏震度解
- 6) の初期値による収束解の制御も困難である。
- 7) 本研究で提案した割線法はすべての所要降伏震度を確実に精度良く算定し得る実用的な方法である。

今後、Bilinear 型以外の復元力履歴特性を有する構造物に対しても同様に降伏震度-最大塑性率曲線を求め、ある最大塑性率に対して複数個の降伏震度解が存在する現象の有無を調べるとともに、本研究で導いた反復計算法(割線法)の適用性について検討する予定である。

参考文献

- 1) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，平成 8 年 3 月。
- 2) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，平成 14 年 3 月。
- 3) 柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，pp.129-135, 1981。
- 4) 西村昭彦，室野剛隆，齊藤正人：所要降伏震度スペクトルの作成と耐震設計への適用，第 3 回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp.43-48, 1999。
- 5) 吉田仁司，田村敬一，中尾吉宏：地震動特性を考慮した非線形応答の推定とその応用，第 5 回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp.1-6, 2002。
- 6) Velesos, A. S., and N. M. Newmark: Deformation spectra for elastic and elastoplastic systems subjected to ground shock and earthquake motions, Proc. 3WCEE, New Zealand, Vol. II, pp.663-680, 1965。
- 7) 伊藤彰浩，家村浩和，五十嵐晃：必要強度スペクトルに基づく弾塑性耐震設計法について，土木学会第 51 回年次学術講演会講演概要集，pp.514-515, 1996。
- 8) 山本浩一，本田利器，田村敬一，中尾吉宏：リダクションファクターによる弾塑性系の応答評価，第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集，pp.2335-2340, 1998。
- 9) 平沢高史，田村敬一，中尾吉宏：地震動の位相特性が 1 質点系弾塑性系応答値に及ぼす影響について，第 3 回地震時保有水平耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集，pp.95-98, 1999。
- 10) 成行義文，平尾潔，新川和之，竹園雅樹：Multi-linear 型 1 自由度系の地震応答解析における剛性変化時刻の一算定法，応用力学論文集，Vol.4, pp.503-514, 2001。

(2003 年 4 月 18 日受付)