

不飽和土の変形挙動のモデル化

Modeling of Shear Deformation for Unsaturated Sandy Soil

荒木 功平*・酒匂 一成*・北村 良介***

Kohei Araki, Kazunari Sako, and Ryosuke Kitamura

* 学生員 鹿児島大学大学院理工学研究科情報システム工学専攻

** 正会員 鹿児島大学工学部海洋土木工学科教授

Kitamura has proposed a numerical model for compression and shear deformation behavior of particulate material such as sandy soil based on the probabilistic and mechanical consideration on the scale of particle size. In the previous model the surface tension which generates the suction of unsaturated soil was not taken account of when the inter-particle force was estimated.

In this paper the method to estimate the inter-particle force is reviewed and modified for unsaturated sandy soil where the suction is taken account. Then the numerical experiment is carried out for shear deformation of unsaturated sandy soil.

Key Words: Stress-strain relation, Unsaturated soil, Suction

1. はじめに

「土」は古くから河川堤防、道路盛土、ダムなど、種々の土構造物の材料として利用され、人間生活と密接に関連してきている。これらの土構造物の設計・施工に際し、従来の土木技術者にとっては、それらのものが破壊するかどうかということが重要な問題であり、変形についてはあまり興味が向けられてはいなかったようである。地盤工学におけるこれらの問題と電子計算機の普及による有限要素解析 (FEM) などの急速な進歩は、土の構成関係、特に応力～ひずみ関係の解明を現在の土質力学における重要な課題の一つとした。

このような事情を背景に、1960 年前後より、土の構成関係の解明を目的とした、理論的、実験的研究が数多く行われてきている。これらの研究は、大別すれば二つに分けられる。一つは現象論的あるいは巨視的アプローチといわれるものであり、弾塑性理論などを用いて土の構成関係を明らかにしていこうとするものである。もう一つは物性論的あるいは微視的アプローチといわれるものであり、粒子や間隙物質の運動を解明することにより、それらの集合体である土の構成関係を明らかにしようとするものである。物性論的アプローチは Rowe¹⁾、村山²⁾、最上³⁾らによって始められ、以後数多くの研究がなされてきている。北村⁴⁾は物性論的立場に立ち、マルコフ過程を導入し、砂質土のような粒状体のせん断挙動の解析をおこなってきた。

土質工学において、圧縮、圧密、せん断、透水問題は最も基本的な問題であり、地盤材料の外作用に対する応答は、圧縮、圧密、せん断および透水現象が複雑に絡みあって生じている。ところが、従来の土質力学では、これらの現象を個別的な独立した現象として理論的な取扱いがなされてきており、改善の余地が残されている。

一方、北村⁴⁾は土粒子レベルでの力学的・確率論的考察より砂質土の圧縮・せん断挙動に対する数値力学モデルを導いてきている。本モデルでは粒子間力を評価するに際して不飽和土に生じるサクションを考慮していなかった。本論文では北村が導いた圧縮・せん断モデルの中の粒子間力をレビューし、不飽和土の変形挙動に関する数値力学モデルを確立するための第一段階としてサクションを考慮した粒子間力に関する考察を行っている。

2. モデルの概要

北村の圧縮・せん断モデルは、不規則な形状・寸法の粒子からなる粒状体の三次元の応力場における応力～ひずみ関係を解析するものである。このモデルでは状態変数として粒子接点角 η を用いている。ここで粒子接点角とは、図-1 に示すように粒子接点における接平面の法線ベクトルが直交座標軸となす角である。北村の圧縮・せん断モデルのフローを図-2 に示している。この変形過程での粒子の挙動は、初期粒子接点角分布をもつ粒子接平面が、せん断の推移とともに潜在すべり面に平行になる

ように指向するという仮説を導入して、北村の圧縮・せん断モデルの基礎方程式の係数 (drift vector と diffusion tensor) を決定している。北村の圧縮・せん断モデルの場合は、パラメータには応力の変化を用い、また状態の遷移過程には剛体粒子の可逆と非可逆の移動の可能性を定めるポテンシャル障壁の概念を導入している。さらに、ポテンシャル障壁をこえた粒子のうちいくらかは他の径路に落ち込み、落ち込んだ粒子のいくらかは側方径路へ割り込むとしている。このような不連続運動の生起確率はマルコフ過程とは独立に求め、マルコフ過程と連立させて応力～ひずみ関係を導いてきている。粒子接点力の外力による変化が求められると、統計的考察にもとづいて巨視的な物理量であるひずみが求まる。本モデルの基礎方程式は、式(1)のように表される。図-1における粒子接点角 η は、3つの基準座標軸 X_1, X_2, X_3 と粒子接平面の法線ベクトルのなす角 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ を表すが、一般的には、2つの接点角が決まれば残りの1つは規定できる。したがって、3次元モデルでは β_1, β_2 の2変数が必要であるが、式(4)を満足する必要がある。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial s} \omega(\eta, s) \\ &= -\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial \beta_i} \{A_i(\eta, s) \cdot \omega(\eta, s)\} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial \beta_i^2} \{B_{ii}(\eta, s) \cdot \omega(\eta, s)\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & A_i(\eta, s) \\ &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (\beta_{i,s+\Delta} - \beta_{i,s}) \cdot P(\eta_s, \eta_{s+\Delta}) d\beta_1 d\beta_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & B_{ii}(\eta, s) \\ &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (\beta_{i,s+\Delta} - \beta_{i,s})^2 \cdot P(\eta_s, \eta_{s+\Delta}) d\beta_1 d\beta_2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$|\beta_1| \geq \left| \beta_2 - \frac{\pi}{2} \right| \quad (4)$$

s : 応力状態を表す。

$\omega(\eta, s)$: 応力状態変化に伴う接点角分布を与える確率密度関数,

$A_i(\eta, s)$: 接点角変化量の平均 (drift vector),

$B_{ii}(\eta, s)$: 接点角変化量の二乗平均 (diffusion tensor),

Δ : s の増分

$\beta_{i,s}$: s における X_i 軸に対する接点角

$\beta_{i,s+\Delta}$: $s+\Delta$ における X_i 軸に対する接点角

$P(\eta_s, \eta_{s+\Delta})$: 接点角変化の遷移確率。

η_s : s における接点角

$\eta_{s+\Delta}$: $s+\Delta$ における接点角

ここで、応力状態 s には、せん断過程ではせん断垂直応力比 τ/σ_N を、圧縮過程では、平均有効応力 σ_m をとる。式(1), (2), (3)は粒子接点角についての式であり、圧縮過程、せん断過程とも表すことができる。

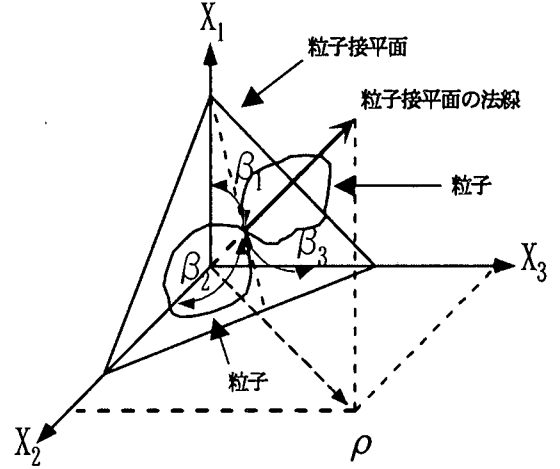


図-1 接平面と粒子間力

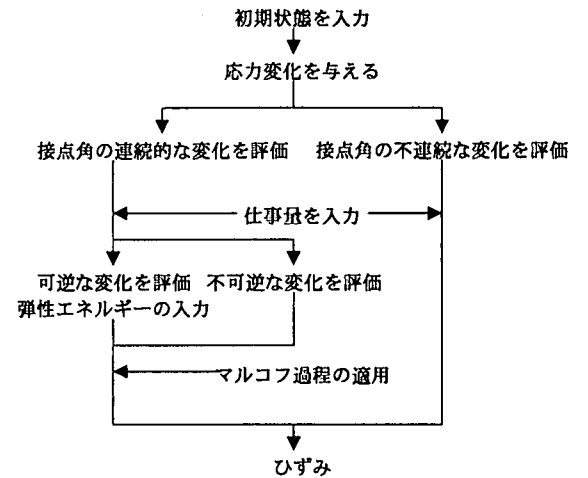


図-2 北村の圧縮・せん断モデルのフロー

3. エネルギー曲面

粒状体の応力～ひずみ関係を求めるためには、粒状体になされた仕事量を既知量とする必要がある。圧縮・せん断過程ともに仕事量と合応力の間には模式的に図-3に示されるように、圧縮とせん断で傾きの異なる線形関係があることが圧縮・せん断試験によって明らかにされている⁴⁾。式(5)～(8)は圧縮過程、せん断過程における仕事量 W ～ 合応力 ($\sigma_m^2 + \tau_{\alpha}^2$) 関係、弾性エネルギー W_e ～ 合応力関係を表したものである。

$$\log_{10} W = a_c + d_c \cdot \log_{10} (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2) \quad (5)$$

$$\log_{10} W = a_s + d_s \cdot \log_{10} (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2) \quad (6)$$

$$\log_{10} W_e = a_{ce} + d_{ce} \cdot \log_{10} (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2) \quad (7)$$

$$\log_{10} W_e = a_{se} + d_{se} \cdot \log_{10} (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2) \quad (8)$$

ここで、図-3 に示すように a_c , a_s , a_{ce} , a_{se} は圧縮過程、せん断過程における直線の縦軸切片を表し、 d_c , d_s , d_{ce} , d_{se} ($d_c < d_s$, $d_{ce} < d_{se}$) はせん断過程、圧縮過程における直線の傾きを表している。図-3 は等方圧縮を含む応力比一定圧縮では、応力比に依存せず、1本の直線をたどり、せん断へ移行すると別の直線へと移行することを示している。

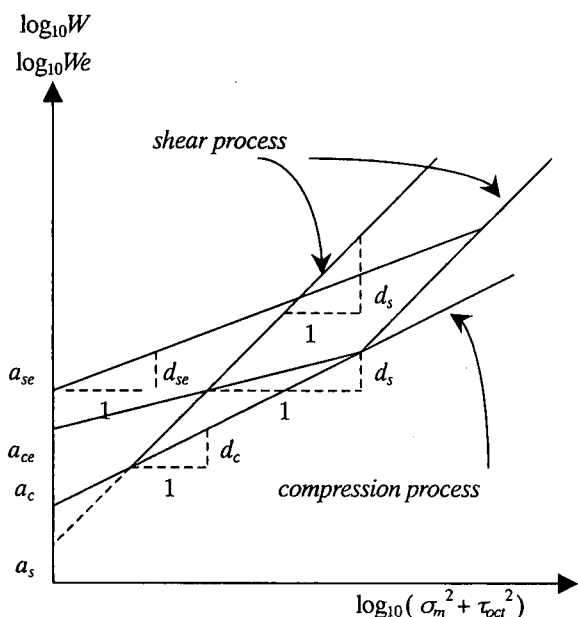
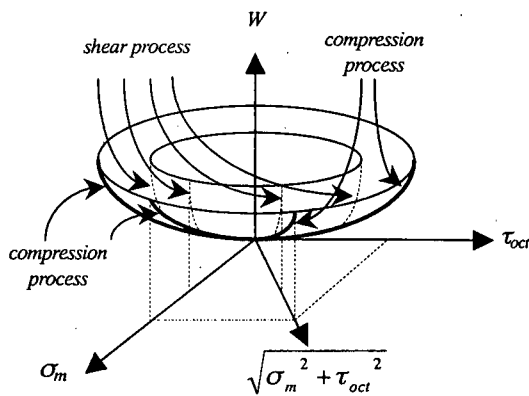


図-3 $\log_{10} W \sim \log_{10} (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2)$ 関係の模式図

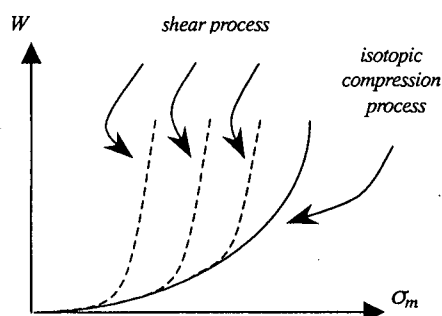
図-4 (a) は $W \sim \sigma_m \sim \tau_{oct}$ 空間に描かれたエネルギー曲面を示し、図-4 (b) は等方圧縮・せん断、図-4 (c) は応力比一定圧縮・せん断における仕事量～応力関係を表している。 $W \sim \sigma_m \sim \tau_{oct}$ 空間では、応力比が一定の圧縮曲面が最も外側にあり、その内側に相似なせん断曲面が重なって存在していることを示している。この曲面は塑性論における塑性ポテンシャル曲面に対応しているものと考えられる。

式(5)～(8)は、図-4(a)に示す $W \sim \sigma_m \sim \tau_{oct}$ 空間を2次元へ投影するための1つの表現法であり、式中のパラメータを決めるためには、少なくとも一つの供試体

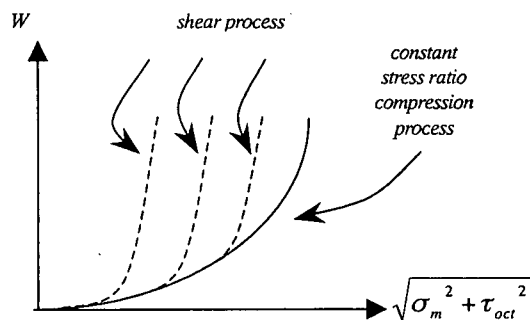
による圧縮・せん断試験をおこなう必要がある。



(a) エネルギー曲面



(b) $W \sim \sigma_m$ 関係 (等方圧縮)



(c) $W \sim (\sigma_m^2 + \tau_{oct}^2)$ 関係 (応力比一定)

図-4 $W \sim \sigma_m \sim \tau_{oct}$ 空間の模式図

ただし、 d_c は圧縮時の応力比には依存せず、初期間隙比に依存し、 d_s は拘束圧に依存せず初期間隙比に依存するものと考えられる。ここで、参考文献⁴⁾をもとに、仕事量パラメータ $d_c \sim$ 初期間隙比 e_0 関係を図-5 に、仕事量パラメータ $d_s \sim$ 初期間隙比 e_0 関係を図-6 に示す。これらの係数が地盤材料の物理特性と一義的に関連づけられれば、北村の圧縮・せん断モデルにとって有用なものとなる。

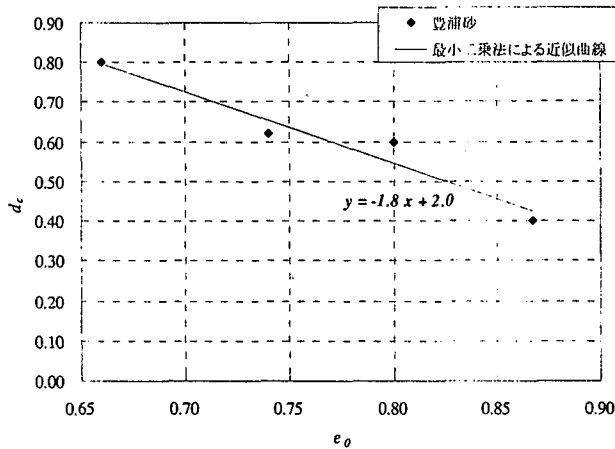


図-5 仕事量パラメータ d_c ～ 初期間隙比 e_0 関係

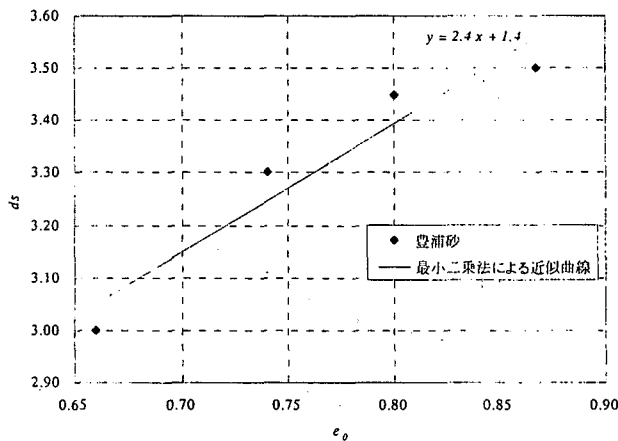


図-6 仕事量パラメータ d_s ～ 初期間隙比 e_0 関係

4. 粒子の不連続な運動

一般の粒状体は形状、大きさの不規則な粒子の集合体であり、数個程度の粒子よりなる構造が壊れたり形成されたりする現象（北村はこのような現象を落ち込み、割り込みと称している⁴⁾）が複雑に絡み合っせん断中の体積変化となるものと考えられる。

北村らはこのような粒子の不連続な運動を評価するための実験的な考察を行い、落ち込みと仕事量関係を圧縮・せん断の各過程において、2つの傾きの異なる直線で表せるとし、式(9)～式(12)を導いてきている⁴⁾。式(9)～式(12)により表される関係を図-7に示している。落ち込み率 R_i を、傾きが S および 0 の直線により表し、2つの直線の交点を (W_0, C) とおいており、今後これらのパラメータの物理的な意味を明らかにし、規定するために、種々の試験条件でのデータの蓄積が必要である。

i. 圧縮過程

$0 < W < W_0$ のとき、

$$R_i = S \cdot (W_0 - W) + C \quad (9)$$

$W > W_0$ のとき、

$$R_i = C \quad (\text{一定}) \quad (10)$$

ii. せん断過程

$0 < W < W_0$ のとき、

$$R_i = C \quad (\text{一定}) \quad (11)$$

$W > W_0$ のとき、

$$\log_{10} R_i = S \cdot (\log_{10} W_0 - \log_{10} W) + \log_{10} C \quad (12)$$

式(12)は次式に書き換えられる。

$$R_i = C \left(\frac{W}{W_0} \right)^S \quad (13)$$

R_i : 落ち込み率

S, W_0, C : 図-7中におけるパラメータ

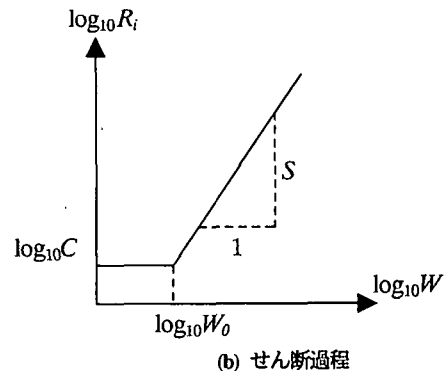
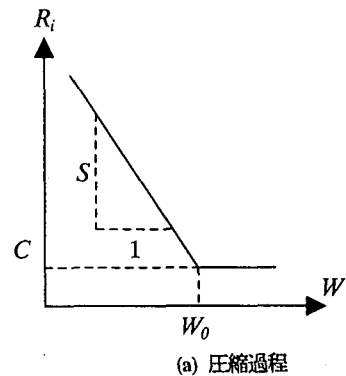


図-7 落ち込み率 ～ 仕事量関係

5. 毛管圧力と結合力

自然斜面，切土斜面，盛土斜面などの降雨に伴う崩壊機構を明らかにするためには，不飽和土に生じるサクシオンを考慮した応力～ひずみ関係の考察が必要である。そこで，北村の圧縮・せん断モデルにサクシオンを取り入れる手法を考える。

不飽和粒状体の内部では，土粒子間にある空気と水の境界にメニスカスが形成される。そして，間隙水圧 u_w が間隙空気圧 u_a より小さくなっている。

不飽和状態にある土粒子間には，図-8 (a) に示すように接平面上の半径 r' の円周部分に表面張力 T_s が働いており，斜線部分に，サクシオン s_u が働いている。そのときの合力を F_i とする。

$$F_i = 2\pi r' T_s + \pi r'^2 S_u \tag{14}$$

土粒子（粒径 D ）により形成されるメニスカスは図-8 (b) なる幾何学的関係から，メニスカスの曲率半径 r を用いて r' が求まる。また， r は式(16)により定義される⁹⁾ ことから， F_i は式(17)により求めることができる。

$$r' = \sqrt{(r + D/2)^2 - (D/2)^2} - r \tag{15}$$

$$r = 2T_s / s_u \tag{16}$$

$$F_i = \frac{2T_s \cdot \pi \left(\sqrt{2T_s + s_u \bar{D}} - \sqrt{2T_s} \right) \sqrt{2T_s + s_u \bar{D}}}{s_u} \tag{17}$$

ここで， $\bar{D}$ は平均粒径を表しており，球形の粒子を平均的な粒子と考え， F_i を用いてポテンシャル障壁の統計的な高さを求めることができる。

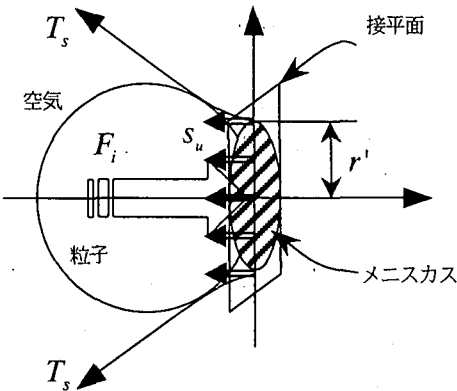


図-8 (a) 土粒子とメニスカスによる接平面

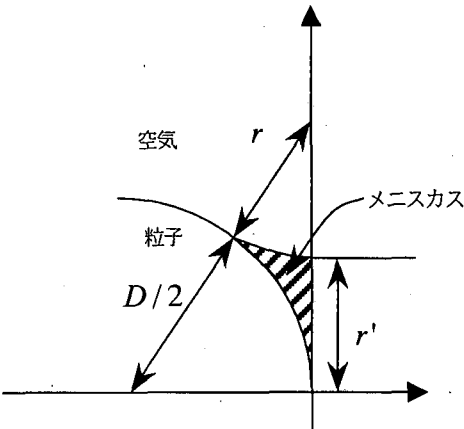


図-8 (b) 土粒子とメニスカスの幾何学的関係

6. ポテンシャル障壁への影響

式(17)によってメニスカスによる粒子間力を算出することができると，北村の圧縮・せん断モデルにおけるポテンシャル障壁の概念の中に式(17)を取り込むことができる。具体的にその手順を示す。

メニスカスによる粒子間力を F_i とし，土粒子の自重による粒子間力 F との関係を図-9 に示す。ただし，図-9 は F および F_i により表される平面において，粒子接平面との関係を示している。ここで，この F_i は接平面に対して垂直に働くことから，接平面の法線と粒子間力 F のなす角 φ が $0 < \varphi < \arctan \mu$ (μ は粒子間摩擦係数) のとき，接点角を変化させようとする力 T は次式に改められる。

$$T = \mu \cdot (F \cos \varphi + F_i) \tag{18}$$

北村は粒子が潜在すべり面に沿って移行する際に行う仕事量をポテンシャル障壁の最小値とすることでまた状態の遷移過程には剛体粒子の可逆と非可逆の移動の可能性を評価している。

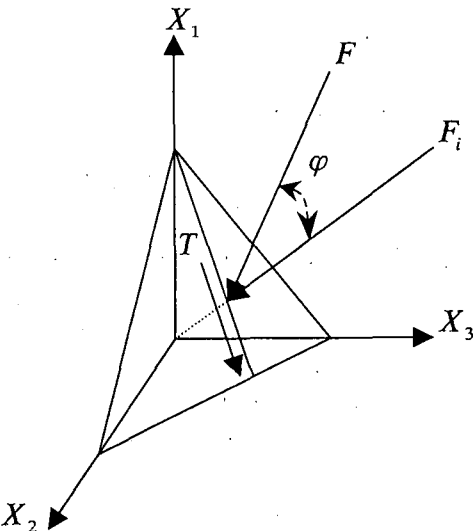


図-9 接平面と粒子間力

図-10 には、平均的な粒子 (平均粒径 $\bar{D}$ をもつ粒子) が移動した際における粒子接点角と粒子の移動距離、粒子接平面の法線との関係を示している。接点角 η をもつ粒子が接点角を変化させようとする力 T によりなされる仕事量は、図-10から粒子の接点角の変化量 δ_η における平均 $\overline{\delta_\eta}$ をもとに算出されるものとしている。

よって、この時のポテンシャル障壁の高さ $X_{\eta,1}$ の値は、次のように算出される。

$0 < \varphi < \arctan \mu$ のとき、

$$X_{\eta,1} = T \cdot \overline{\delta_\eta} \cdot \frac{\bar{D}}{2} \quad (19)$$

$\overline{\delta_\eta}$: 接点角 η における接点角変化量の平均

次に、接点角の変化量 δ_η について考える。潜在すべり面として、ここでは、松岡・中井が提案している空間モービライズド面 (略して SMP⁶⁾) を採用している。つまり、この潜在すべり面に沿うように粒子接平面は移行すると想定する。よって、主応力により決まる SMP と粒子接平面を結びつけ、接点角の変化量 δ_η の平均値 $\overline{\delta_\eta}$ は SMP より求められるものとした⁴⁾。

$$\overline{\delta_\eta} = \arccos \left\{ \sum_{i=1}^3 \cos \phi_{mo,i,s} \cdot \cos \phi_{mo,i,s+\Delta s} \right\} \quad (20)$$

$$\cos \phi_{mo,i} = \sqrt{\frac{I_3}{\sigma_i \cdot I_2}} \quad (21)$$

$\phi_{mo,i}$: 空間活動面の法線が基準座標軸 X_i となす角

I_i : 応力の i 次不変量

$$(I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, I_2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1, I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3)$$

また、 φ における範囲は、粒子の移動の可逆な変化、不可逆な変化の境界値を決定する。北村は、ここで示された状態の遷移過程の可能性を定める概念をポテンシャル障壁と称している。このことから、図-2のフローの仕事量とポテンシャル障壁とを結びつけることができ、本モデルに取り入れることができる。

表-1 には粒状体の初期状態を示している。また、表-1 の値を用い算出した s_u の変化に対するメニスカスによる粒子間力 F_i を図-11 に示す。

図-11 よりメニスカスによる粒子間力 F_i は s_u

$=0.1 \sim 1000 \text{ kPa}$ の範囲にあるとき変化が大きく、 $s_u = 0.1 \text{ kPa}$ 以下、 $s_u = 1000 \text{ kPa}$ 以上では F_i にほとんど変化がみられないことがわかる。また、傾きは $s_u = 10 \text{ kPa}$ 付近が最も大きい。

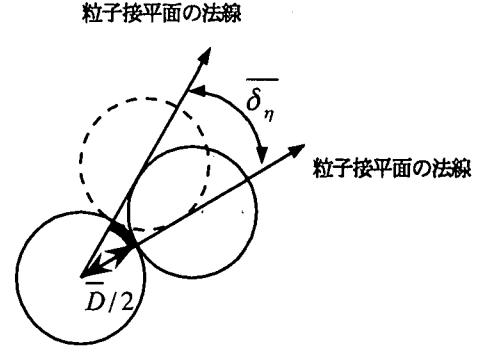


図-10 接点角変化量に基づく仕事量

表-1 数値計算に用いた初期条件

側圧	体積	間隙比	粒径平均	粒子間摩擦係数	表面張力
σ_3'	V	e	D	μ	T_s
(kPa)	(cm^3)		(cm)		(kN/m)
196	218.8	0.77	0.0208	0.3	7.35E-05

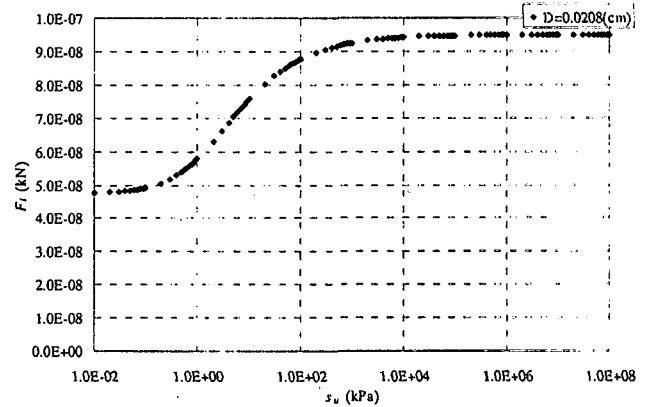


図-11 s_u の変化に対する F_i の変化

7. 不飽和土における有効応力

Bishop⁷⁾ は、パラメータ χ ($0 \leq \chi \leq 1$, 飽和状態では $\chi=1$) を取り入れた有効応力式 (22) を定義している。また、式 (23) は式 (22) を変形したものである。

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w) \quad (22)$$

$$\sigma' = \sigma - u_w - (1 - \chi)s_u \quad (23)$$

本論文では、不飽和土における有効応力は飽和土における有効応力から $(1-\chi)s_u$ をひくことで算出されるものとした。

図-12 は、式(23)により表される有効応力の変化がモール・クーロンの破壊規準式にどのように影響を与えるかを考察したものである。縦軸に有効せん断応力、横軸に有効応力をとっている。図中 c_1' を飽和時の粘着成分とし、 c_2' を不飽和土の粘着成分とする。不飽和土における有効応力は飽和土における有効応力から $(1-\chi)s_u$ をひくことで左側に移動することを図-12 は示しており、粘着成分が c_1' から c_2' に増加することを表したものである。このことから算出される粘着成分増分 $\Delta c'$ は、次式で求められる。

$$\Delta c' = (1-\chi)s_u \tan \phi' \tag{24}$$

ϕ' ：有効内部摩擦角

次に、図-13 に仕事量パラメータ a_s ～ 側圧関係、図-14 ～ 図-16 に落ち込み率パラメータ C, S, W_0 ～ 側圧関係を示す。

これらの図から、仕事量パラメータ a_s および落ち込みを表すパラメータ C, S, W_0 が側圧に依存することがわかる。すなわち、拘束圧の変化は、仕事量および粒子の不連続な運動に影響を与えるものと考えられる。そこで、飽和土と不飽和土との粒状体の状態の違いを考慮する際には、北村の圧縮・せん断モデルに拘束圧の変化を取り入れる必要があるといえる。本論文においては、式(23)において、 $\sigma-u_w$ が一定の状態から $(1-\chi)s_u$ をひくことによる拘束圧 σ_3 の変化を考慮するものとした。ただし、図-13～図-16 に示した近似曲線の式を用いて、拘束圧 σ_3' に対する a_s および C, S, W_0 を算出することにする。

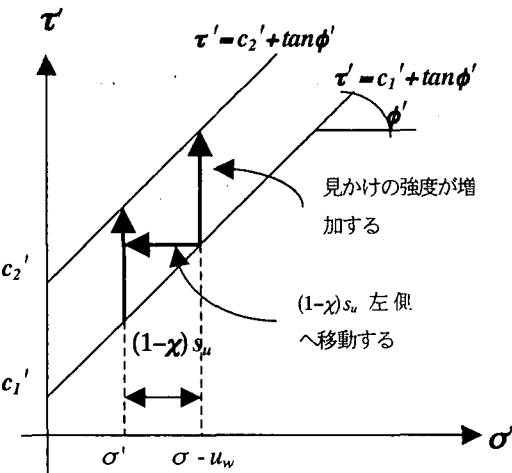


図-12 破壊規準線の移動による強度増加

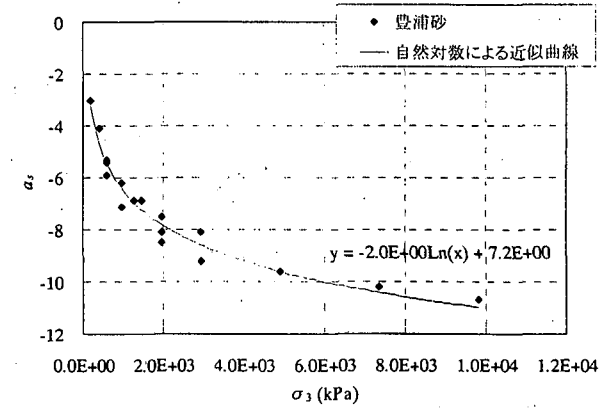


図-13 仕事量パラメータ a_s ～ 側圧 σ_3 関係

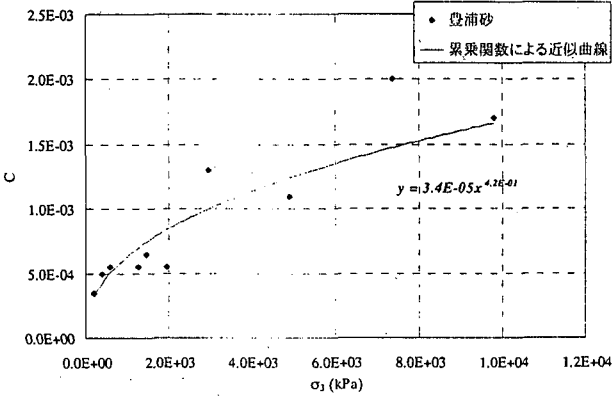


図-14 落ち込み率パラメータ C ～側圧 σ_3 関係

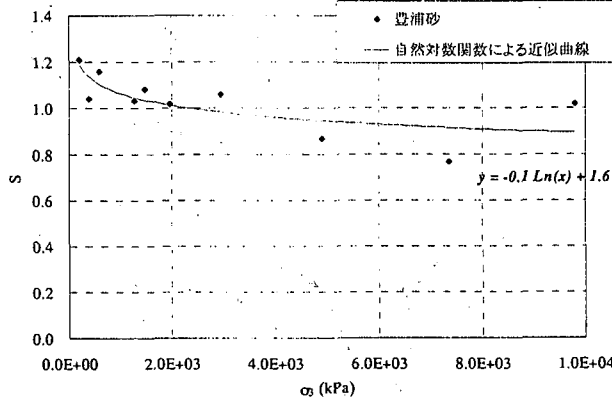


図-15 落ち込み率パラメータ S ～側圧 σ_3 関係

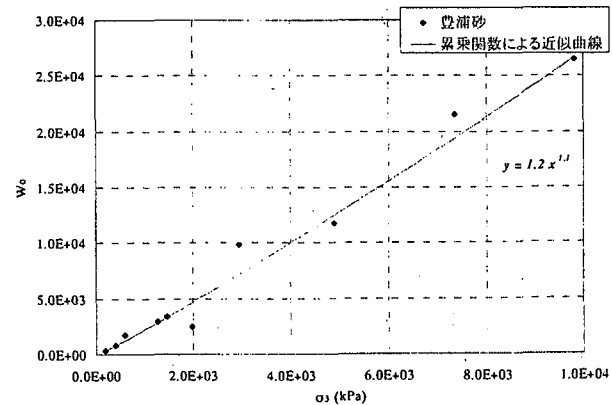


図-16 落ち込み率パラメータ W_0 ～側圧 σ_3 関係

8. 数値計算

以上の想定されたサクシジョンの影響による拘束圧の変化、および北村研究室で行った飽和土における三軸試験結果⁴⁾をもとに、サクシジョンが0kPa、100kPaにおける各パラメータの変化を表-2に示している。表-2の数値を用いて、不飽和土における応力比 $\sim$ ひずみ曲線を本モデルにより算出し、図-17に示す。また、サクシジョンが0kPa、100kPaについて、それぞれ飽和土、不飽和土に対応するものと想定している。ただし、想定した飽和土、不飽和土における χ は1.0を用いたが、式(23)を用いたために、飽和土におけるサクシジョンの影響はないが、不飽和土においては飽和土の有効応力からサクシジョンの値をひいた値を有効応力とするものとした。

図-17より、サクシジョンを考慮することにより応力比 $\sim$ ひずみ関係に影響があらわれることがわかる。本モデルにより、サクシジョンの違いによる応力 $\sim$ ひずみ関係を評価することができることを示している。

表-2 数値計算に用いたパラメータ

分類	せん断過程		
	s_u	0.00E+00	1.00E+02
サクシジョン(kPa)	χ	1.00E+00	0.00E+00
Bishopの χ	a_s	-3.22E+00	-1.86E+00
粒状体になされる仕事を評価	d_s	3.32E+00	3.32E+00
	a_{se}	-4.10E+00	-4.10E+00
接点角の可逆な変化を評価	d_{re}	1.60E+00	1.60E+00
	C	3.20E-04	2.40E-04
接点角の消滅・発生を評価	S	1.19E+00	1.24E+00
	W_θ	3.76E+02	1.73E+02

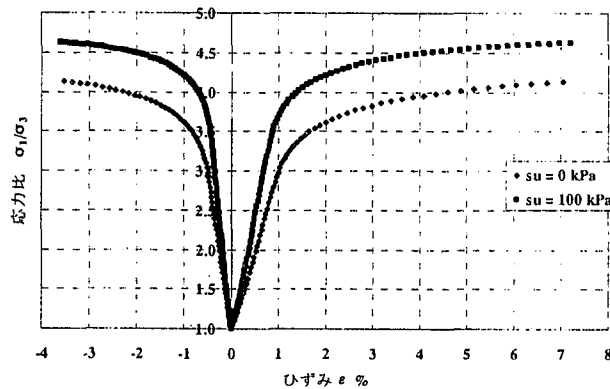


図-17 s_u の変化に対する応力 $\sim$ ひずみ関係

9. おわりに

本論文では、不飽和土の圧縮・せん断挙動の数値力学モデルを確立するための第一段階として北村の圧縮・せん断モデルにサクシジョンを考慮した粒子間力を取り入れる手法について考察した。接点角の連続的な変化を評価する際には、粒子の移動の可逆、非可逆な変化を定めるポテンシャル障壁において、土粒子間の接点力を導入す

ることを考えた。また、北村の圧縮・せん断モデルではこのポテンシャル障壁の概念の他に、仕事量および接点角の不連続な変化を評価する落ち込み・割り込みの概念を用いているが、それらを表すパラメータについて、北村研究室で行った飽和土における三軸試験結果から傾向を予測し、拘束圧に影響されるであろうことを述べた。さらに、飽和土の実験データから不飽和土における挙動を予測する際に、Bishopの提案した有効応力式を変形し、拘束圧の影響を考慮することにより、仕事量パラメータおよび落ち込みを表すパラメータの変化を予測し、応力 $\sim$ ひずみ関係に与える影響を算出した。

今後応力 $\sim$ ひずみ関係から、変形とせん断強度との関連をあきらかにする必要がある。また、仕事量パラメータや落ち込みを表すパラメータが地盤材料の物理特性と一義的に関連づけられれば、北村の圧縮・せん断モデルにとって有用なものとなる。

本研究に対して科研費(地域連携: No.12792009, 基盤(B): No.13450196)の援助を受けた。ここに謝意を表します。

【参考文献】

1) Rowe, P.W.: The Stress-dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Royal Soc., Vol.269, pp.500-527, 1962.
2) Murayama, S.: A Theoretical Consideration on a Behavior of Sand, Proc. IUTAM Sympo. on Rheology and Soil Mechanics, pp.146-157, 1964.
3) Mogami, T.: A Statistical Approach to the Mechanics of Granular Materials, S&F, Vol.5, No.2, pp.26-36, 1965.
4) 北村良介: マルコフ過程を用いた粒状体の力学モデル, 科研費報告書(課題番号: 60550355), 1987.3
5) 石原研而: 土質力学, p35, 丸善株式会社
6) (社)土質工学会: 粒状体の力学, pp.95-103, pp.166-172, 1993.7
7) Bishop, A. W.: The measurement of pore pressure in triaxial test, Conf. pore pressure and suction in soils, pp.38-46, 1960.

(2003年4月18日受付)