

アンカー引抜時の地盤の変形挙動に関する弾塑性有限要素解析

Elastoplastic finite element analysis of ground deformation behavior due to uplifting of anchor

岡安崇史*, 橋口公一**, 尾崎利行***, 竹添 亮****

Takashi OKAYASU, Koichi HASHIGUCHI, Toshiyuki OZAKI and Ryo TAKEZOE

* 博士(農学), 九州大学大学院助教授, 農学研究院(〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 正会員, 工博・農博, 九州大学大学院教授, 農学研究院(〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

*** 正会員, 九州大学大学院生物資源環境科学府(九州電技開発株)(〒812-8581 福岡市東区箱崎 6-10-1)

**** 日産自動車株(〒104-8023 東京都中央区銀座 6-17-1)

Finite element method in which the subloading surface model falling within the unconventional plasticity was introduced is applied for analyzing anchor uplift problem in shallow sand layer. In order to clarify the features of the present finite element program the influences of material constant u controlling intensity of the plastic deformation inside the yield surface and the initial value of yield surface F_0 are examined choosing their values in several levels. The ultimate uplift resistance grows with increase of u and/or F_0 . Further, the inclination of shear band reduces with increasing of F_0 since the dilatancy gradually becomes large following the increase of F_0 . On the other hand, the present finite element method is evaluated by comparing with experimental data after Sakai and Tanaka (1998) and their numerical results. The present numerical results agree well with their experimental data. Especially, the progressive failure phenomena in the post-peak process of uplift resistance could be described appropriately in the present finite element simulations.

Keywords: elastoplastic finite element method, subloading surface model, unconventional plasticity, anchor uplift problem, progressive failure, shear band

キーワード: 下負荷面モデル, 弾塑性有限要素法, 非古典塑性論, アンカー引抜問題, 進行性破壊, せん断帯

1. 緒言

鉄塔, 橋梁, ビル等の基礎には強風時や地震時に非常に大きな引抜外力が作用するので, これらの力学設計には基礎周辺地盤の変形挙動については基礎の引抜抵抗について詳細な検討を要する. このような問題は一般にアンカー引抜問題と称され, 従前より様々な研究が実験, 理論両面から展開されている. しかしながら, 初期の研究の多くは, アンカー引抜時に観察されたせん断帯を直線, 円弧, 対数らせん等の関数で近似し, 安定解析に基づいて引抜抵抗を求めているため, 地盤の変形が議論できない, あるいは, アンカー直径と埋設深さの比が同一でもアンカー直径の増大とともに引抜抵抗が減少する, いわゆるスケール効果が表現できない等の限界が見られる¹⁻⁴⁾.

一方, 有限要素法(以下, FEM と略称)は, アンカー引抜抵抗ならびに地盤の変形挙動, すなわち, 地盤の進行性破壊についても解析し得るため, 近年広く活用されてい

る⁵⁻¹²⁾. 例えば, Rowe and Davis⁶⁾は Mohr-Coulomb の破壊基準に非関連流動則を導入した弾塑性モデルに基づく FEM 解析プログラムを用いて, 水平・鉛直方向に引抜かれるアンカーの抵抗を解析した. また, Tagaya et al.^{7,9)}は, Lade が提案した弾塑性モデルを用いて, アンカー引抜抵抗および地盤の変形挙動の FEM 解析を行い, その結果が遠心試験ならびに Meyerhof の理論解³⁾と一致することを示した. Tanaka and Sakai¹⁰⁾は種々の深さや密度の砂地盤を対象に, アンカー引抜試験を実施し, 地盤深さや密度の違いがアンカー引抜抵抗や地盤の破壊モードに著しい影響を及ぼすことを指摘した. また, Tanaka and Sakai¹¹⁾はアンカー引抜時に生ずるせん断帯の角度が要素試験で得られたダイレイタンシー角と一致することを示し, せん断帯発生初期の地盤の変形挙動を FEM 解析により明らかにした. さらに, Sakai and Tanaka¹²⁾は, 円型アンカーの直径を種々変えて引抜試験を行うとともに, これらの FEM 解析を実施して, その結果が試験結果と概ね一致することを示して

いる。しかしながら、これらの研究は極限反力、すなわち引抜抵抗のピーク値の予測を主な目的としており、せん断帯の発達については引抜抵抗の減少特性については十分な解析がなされていない。また、解析で用いられる構成モデルは、降伏面内部を純弾性域とする古典塑性論に基づいており、降伏面内部の応力速度に対して塑性変形を表現できない上、一般に過圧密状態の土の力学挙動表現のみを対象としているので、正規圧密状態の土には適用できない。

他方、橋口により提案された下負荷面モデル¹³⁻¹⁵⁾は、降伏面内部を純弾性域と仮定することを前提としない非古典塑性論¹⁶⁾に属し、関連流動則を採用するので、シンプルな構造を維持しつつ、連続性条件、滑らか条件、仕事率・剛性緩和等の力学的要求条件を満たす合理的な数学的基本構造を有している¹⁷⁾。Hashiguchi and Chen¹⁸⁾、Hashiguchi et al.¹⁹⁾は、本モデルが単調ならびに繰返し負荷を受ける正規圧密から過圧密状態わたる広範の土の力学挙動を現実的に表現し得ることを実証している。さらに、本モデルをFEMに導入することにより、様々な応力履歴を受ける土や地盤に対する諸境界値問題の具体的な解析も種々行われており、その妥当性も実証されている²⁰⁻²²⁾。

本論文では、下負荷面モデルに基づくFEM解析プログラムにより、まず、ケーススタディーとして下負荷面モデルの材料定数を種々の条件で与えて、アンカー引抜試験の数値シミュレーションを行い、下降伏状態における塑性変形の考慮と地盤密度の違いが地盤の変形挙動についてはアンカー引抜抵抗に及ぼす影響について論じる。さらに、Sakai and Tanaka¹²⁾によるアンカー引抜試験の実測値ならびにFEM解析結果との比較・照査を行って、解析結果の妥当性について検討する。

なお、本論文では、応力(速度)およびひずみ(速度)は引張を正とする。

2. 支配方程式

2.1 仮想仕事の原理

仮想仕事の原理の線形化方程式²²⁻²⁴⁾として次式を採用する。

$$\int_V \{ \dot{\boldsymbol{\sigma}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{L}^T \} : \delta \mathbf{L} dV = \int_V \dot{\boldsymbol{\pi}} \cdot \delta \mathbf{v} dV \quad (1)$$

ここに、 $\dot{\boldsymbol{\pi}}$ は次式で表される。

$$\dot{\boldsymbol{\pi}} = \dot{\mathbf{t}} + (\text{tr} \mathbf{D} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}) \mathbf{t} \quad (2)$$

$\boldsymbol{\sigma}$ および $\mathbf{t}$ は Cauchy 応力(真応力) および表面力を表し、 $(\dot{\bullet})$ は物質時間微分を表す。なお、 $(:)$ および $(\cdot)$ はそれぞれテンソルおよびベクトルの内積、 $\delta(\bullet)$ 、 $\text{tr}(\bullet)$ および $(\bullet)^T$ はそれぞれ仮想量、対角和および転置を示す。また、 $\mathbf{D} = (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2$: 速度勾配 $\mathbf{L}$ の対称部分) はひずみ速度を表し、さらに速度勾配 $\mathbf{L}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{L} = \text{grad } \mathbf{v} = \partial \mathbf{v} / \partial \mathbf{x} \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{x}$ および $\mathbf{v}$ は基準配置における物質点 $\mathbf{x}$ の現配置における位置ベクトルおよびその物質点での速度ベクトルを表す。

ルを表す。

客観性を有する応力速度として次式で表される Jaumann 速度を採用する。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{W} - \mathbf{W} \boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

ここに、 $(\dot{\bullet})$ は客観性をもつ共回転速度を表し、 $\mathbf{W} = (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)/2$: $\mathbf{L}$ の反対称部分) は連続体スピンを表す。

弾塑性構成式を次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ep} \mathbf{D} \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{C}^{ep}$ は後述する初期下負荷面モデルに基づく4階の弾塑性構成テンソルである。

2.1 下負荷面モデル

ひずみ速度 $\mathbf{D}$ は、弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^e$ と塑性ひずみ速度 $\mathbf{D}^p$ に加算的に分解されるとする。

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (6)$$

ここに、弾性ひずみ速度 $\mathbf{D}^e$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^e = \mathbf{E}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \quad (7)$$

また、4階のテンソル $\mathbf{E}$ は Hooke 型の次式で与えられるとする。

$$E_{ijkl} = (K - \frac{2}{3}G) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (8)$$

ここに、体積弾性係数 K およびせん断弾性係数 G は、一般に、応力および内部状態変数の関数であり、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ、すなわち、 $i = j$ に対し $\delta_{ij} = 1$ 、 $i \neq j$ に対し $\delta_{ij} = 0$ である。

次の降伏条件を仮定する。

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = F(H) \quad (9)$$

ここに、 f は $\boldsymbol{\sigma}$ の同次関数である。また、 H は等方硬・軟化変数を表し、その発展則は塑性ひずみ速度の同次線形関数で次式のように与えられるものとする。

$$\dot{H} = \text{tr} \{ \mathbf{f}_H(\boldsymbol{\sigma}, H) \mathbf{D}^p \} \quad (10)$$

ここに、 $\mathbf{f}_H$ は2階のテンソルである。

本モデルにおいては、降伏面内部での塑性変形を考慮するので、古典弾塑性論における降伏面を改めて正規降伏面と称することにする。いま、正規降伏面の内部に常に現応力点 $\boldsymbol{\sigma}$ を通り、応力空間の原点 $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$ に関して正規降伏面と相似形および相似の配置を保ちつつ膨張・収縮する下負荷面を導入する。さらに、正規降伏面に対する下負荷面の大きさの比、すなわち、これらの面の相似比を R により表す。変数 R は、正規降伏状態への接近の度合いと見なし得るので、これを“正規降伏比”と称する。以上により、下負荷面は次式で表される。

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = RF(H) \quad (11)$$

ここに、 $\boldsymbol{\sigma}_y (= \boldsymbol{\sigma} / R)$ は正規降伏面上の共役応力であり、外向き法線は下負荷面上の現応力 $\boldsymbol{\sigma}$ に関するものと一致する。

下負荷面式(11)の時間微分は次式で与えられる。

$$\text{tr} \left(\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \right) = \dot{R} F + R F' \dot{H} \quad (12)$$

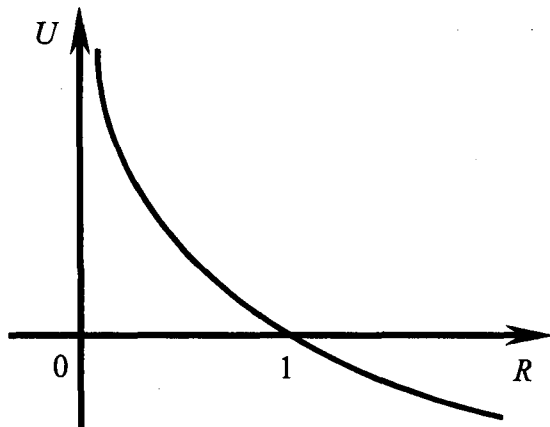


図-1 関数 U

塑性変形過程において、下負荷面は正規降伏面に漸近することを考慮して、 R の発展則を次式で与える。

$$\dot{R} = U \|\mathbf{D}^p\| \quad \text{for } \mathbf{D}^p \neq \mathbf{0} \quad (13)$$

ここに、 U は次の条件を満たす R の単調減少関数である (図-1参照)。

$$\begin{cases} U = +\infty & \text{for } R = 0, \\ U = 0 & \text{for } R = 1, \\ (U < 0 & \text{for } R > 1) \end{cases} \quad (14)$$

なお、式(14)を満たす関数 U として、次式を仮定する。

$$U = -u \ln R \quad (15)$$

ここに、 u は材料定数である。

式(13)を式(12)に代入することにより、下負荷面に拡張された適応条件式が次式で与えられる。

$$\text{tr} \left(\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \right) = U \|\mathbf{D}^p\| F + R F' \dot{H} \quad (16)$$

次の関連流動則を導入する。

$$\mathbf{D}^p = \lambda \mathbf{N} \quad (17)$$

ここに、 λ は正值の比例係数であり、適応条件式(16)に関連流動則(17)を代入して、 λ が次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{\text{tr}(\mathbf{N} \dot{\boldsymbol{\sigma}})}{M_p} \quad (18)$$

ここに、

$$M_p = \left(\frac{F'}{F} h + \frac{U}{R} \right) \text{tr}(\mathbf{N} \boldsymbol{\sigma}) \quad (19)$$

$$h \equiv \frac{\dot{H}}{\lambda} \quad (20)$$

なお、 h は $\boldsymbol{\sigma}$ 、 H および $\mathbf{N}$ の関数である。

塑性ひずみ速度は、式(17)および式(18)より、次式で表される。

$$\mathbf{D}^p = \frac{\text{tr}(\mathbf{N} \dot{\boldsymbol{\sigma}})}{M_p} \mathbf{N} \quad (21)$$

式(7)および(21)を式(6)に代入して、ひずみ速度 $\mathbf{D}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{E}^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\text{tr}(\mathbf{N} \dot{\boldsymbol{\sigma}})}{M_p} \mathbf{N} \quad (22)$$

関連流動則(17)における正值の比例係数をひずみ速度で表す場合、記号 λ を Λ に置き換えて、次式を得る。

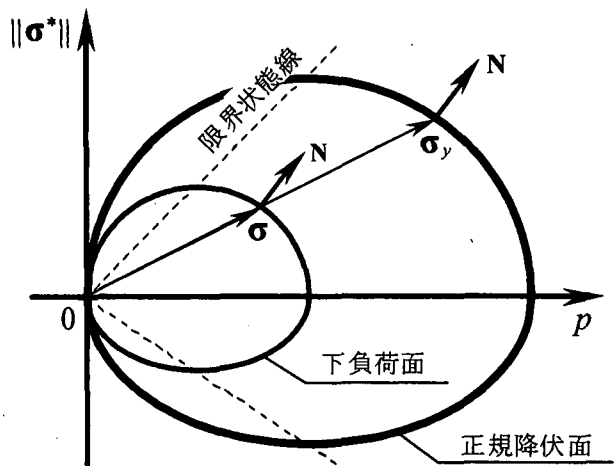


図-2 正規降伏面と下負荷面

$$\Lambda = \frac{\text{tr}(\mathbf{NED})}{M_p + \text{tr}(\mathbf{NEN})} \quad (23)$$

式(22)の逆表現は次式で与えられる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{ED} - \frac{\text{tr}(\mathbf{NED})}{M_p + \text{tr}(\mathbf{NEN})} \mathbf{EN} \quad (24)$$

負荷基準²⁵⁾は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{D}^p \neq \mathbf{0} : \text{tr}(\mathbf{NED}) > 0, \\ \mathbf{D}^p = \mathbf{0} : \text{tr}(\mathbf{NED}) \leq 0 \end{cases} \quad (25)$$

2.2 土への適用

土に対する負荷関数として次式を採用する。

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = p \left\{ 1 + \left(\frac{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|/p}{m} \right)^2 \right\} \quad (26)$$

ここに、

$$p \equiv -\sigma_m = -\frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{\sigma}^* \equiv \boldsymbol{\sigma} + p \mathbf{I} \quad (27)$$

$$m = \frac{2\sqrt{6} \sin \phi}{3 - \sin \phi \sin 3\theta_\sigma} \quad (28)$$

$$\sin 3\theta_\sigma \equiv -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \boldsymbol{\sigma}^{*3}}{\|\boldsymbol{\sigma}^*\|^3} \quad (29)$$

ϕ は材料定数を表す。また、 p - $\|\boldsymbol{\sigma}^*\|$ 平面における正規降伏面および下負荷面を模式的に図-2に示す。

等方硬・軟化関数 F を次式で与える。

$$F = F_0 \exp \left(\frac{H}{\rho - \gamma} \right) \quad (30)$$

ここに、 F_0 は初期の降伏面の大きさを表す。また、 ρ および γ はそれぞれ圧力 p と体積 v の両対数 ($\ln p - \ln v$) 線形関係における正規圧密線および膨潤線の勾配を示す。さらに、等方硬・軟化変数 H の発展則として次式を採用する。

$$\dot{H} = -D_v^p = -\text{tr} \mathbf{D}^p \quad (31)$$

また、 $\ln p - \ln v$ 線形関係より体積弾性係数 K を次式で与える。

$$K = \frac{p}{\gamma} \quad (32)$$

さらに,せん断弾性係数 G は式(32)とポアソン比 ν により次式で表される。

$$G = \frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tag{33}$$

2.3 要素試験のシミュレーション

下負荷面モデルの特徴を説明するために、排水三軸圧縮試験の数値シミュレーションを行う。図-3は下負荷面の発展速度を規定する材料定数 u の値を種々変化させて計算したものである。材料定数は表-1に示す通りであるが、初期値については、 $\sigma_0 = 100(\text{kPa})$ および $F_0 = 1500(\text{kPa})$ とした。本図から明らかなように、 u の増加とともに、式(21)における M_p が増大し D^p が小さくなるので、下降伏状態における塑性変形の発生が抑制され、ピーク応力が徐々に大きくなる。したがって、材料定数 u を適当に選択することにより、正規降伏面内部での塑性変形が調整され、ピーク応力が現実的に表現される。なお、 $u \rightarrow \infty$ において、正規降伏面内部は完全弾性域となるため、その内部では塑性変形が生じ得ない。つまり、本モデルは古典塑性論に属する修正 Cam-clay モデルに帰着する。本場合には非現実的に大きな限界応力が予測されているのがわかる。

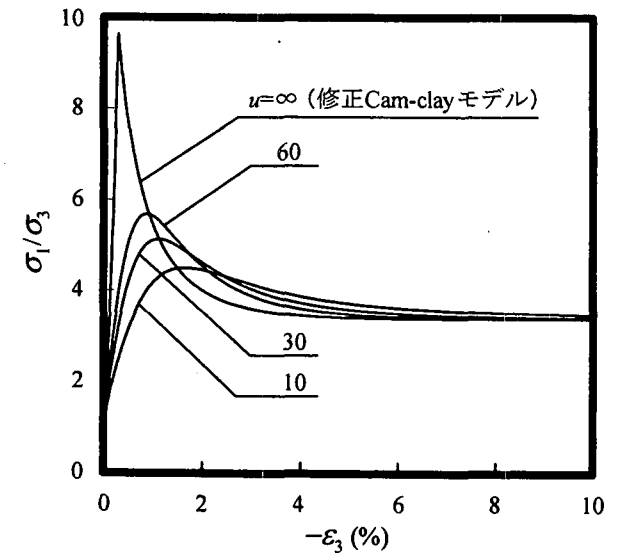


図-3 u の違いによる三軸圧縮試験の計算結果

表-1 地盤条件および下負荷面モデルの材料定数と初期値

(a) 地盤条件			
名称	値		
$\rho_g (\text{kN/m}^3)$	16.1		
K_0	1.0		

(b) 下負荷面モデルの材料定数および初期値			
名称	値	名称	値
$F_0 (\text{kPa})$	30.0	ρ	0.008
ν	0.3	γ	0.0008
$\phi (^{\circ})$	33.0	u	10.0

3. アンカー引抜問題の FEM 解析

3.1 地盤のモデル化

地盤のモデル化の違いが解析結果に及ぼす影響を調べるために、図-4に示されるように2種類のメッシュを用いてアンカー引抜問題の解析を行う。地盤はいずれも軸対称条件とし、アンカー以深の地盤をモデル化する Case-1 は節点数：2401、要素数：2300 で、アンカー以浅のみをモデル化する Case-2 は節点数：1225、要素数：1152 でそれぞれメッシュ分割した。要素には4節点アイソパラメトリック要素（完全積分）を用いている。ここで、境界条件は側面水平方向ならびに底面の水平および鉛直方向の変位を拘束した。さらに、アンカー引抜試験と同様に、アンカーに相当する節点に対して鉛直上向きに強制変位増分 Δu （図-4 (a)の拡大図参照）を与えて、アンカー引抜時の状況を再現した。表-1に地盤条件および下負荷面モデルに用いる材料定数と初期値を示す。また、地盤の初期応力は次式により与えられるものと仮定する。

$$\sigma_h = K_0 \sigma_v, \quad \sigma_v = \rho_g h \tag{34}$$

ここに、 σ_h および σ_v はそれぞれ水平応力および鉛直応力、 ρ_g は単位体積重量、 K_0 は静止土圧係数を表す。

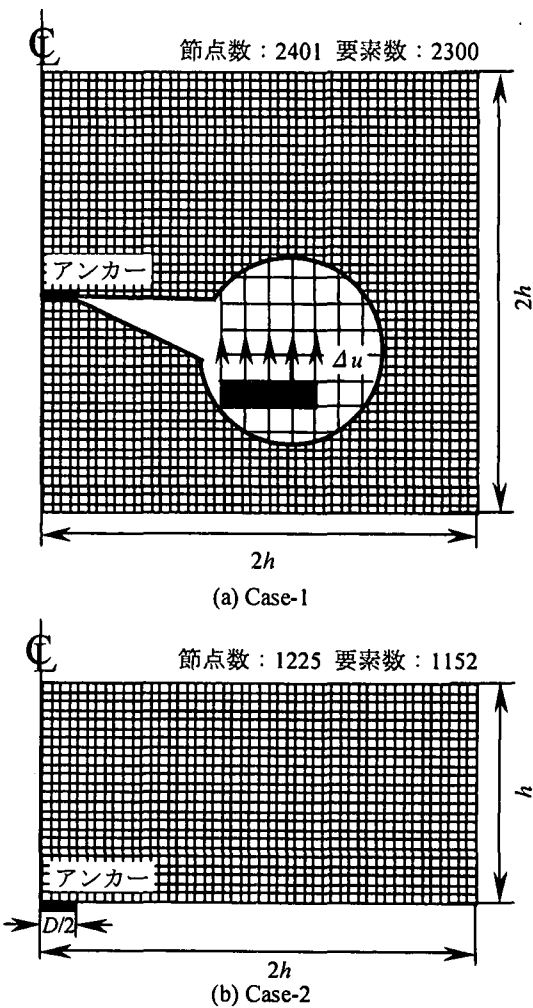


図-4 FEM解析用メッシュ

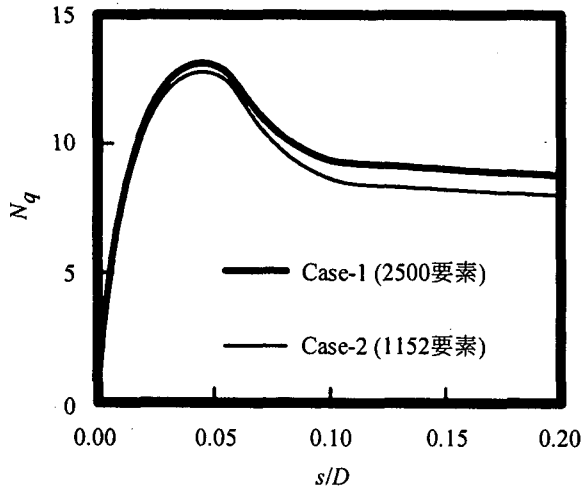


図-5 $s/D \sim N_q$ 関係

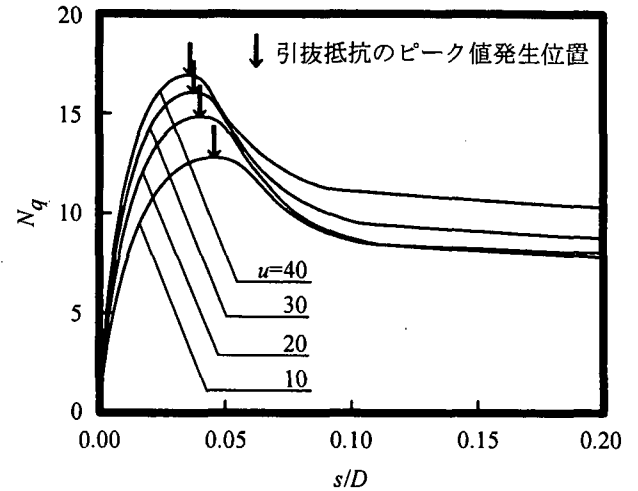
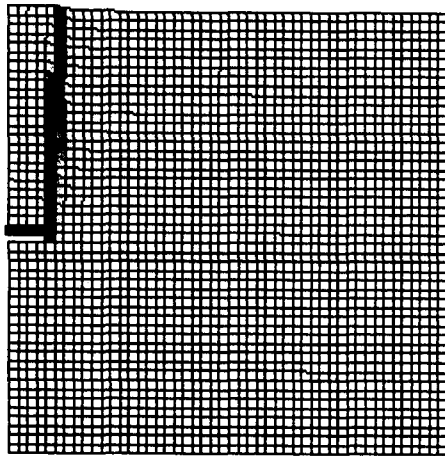
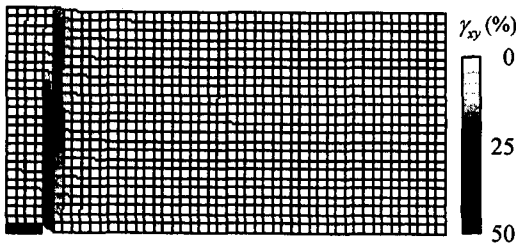


図-7 u の違いによる $s/D \sim N_q$ 関係



(a) Case-1



(b) Case-2

図-6 せん断ひずみ分布の比較

図-5にアンカー引抜時の無次元化変位 s/D ～無次元化引抜抵抗 $N_q (= q/(\rho_g h A))$ の関係を示す。ここに、 s はアンカー引抜変位、 D はアンカー直径、 q はアンカー引抜抵抗、 $A (= \pi(D/2)^2)$ はアンカー面積を表す。引抜抵抗 N_q は、アンカー引抜の開始と同時に増加し、一旦ピーク値を示した後、軟化して残留状態に移行する。 N_q がピーク値に達する以前の s/D と N_q の関係は、両 Case とも良く一致しており、メッシュ分割による差異はほとんど見られない。これに対して、残留状態については Case-1 の N_q が Case-2 のものに比べて、僅かに大きく見積もられているのがわかる。

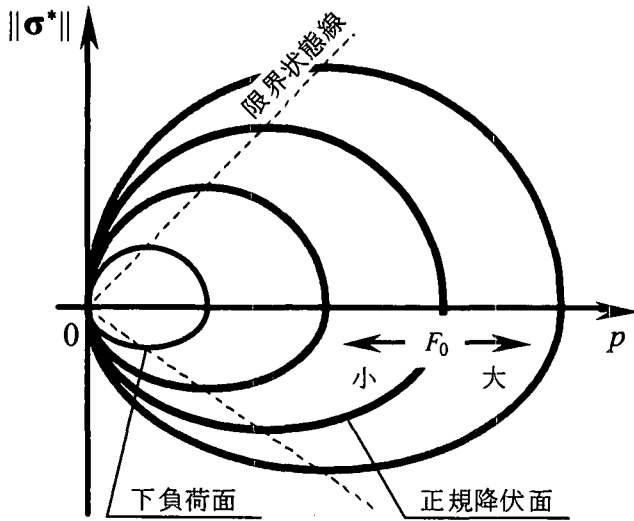
図-6に $s = 6\text{mm}$ における地盤内のせん断ひずみ分布を示す。本図からも明らかのように、アンカー右端部から発達したせん断帯の発生状況についても両 Case で僅かに差異は認められたものの全体的には概ね一致しており、アンカー以深に対する地盤のモデル化の有無によっては、引抜抵抗や地盤の変形挙動がさほど影響を受けないものと判断される。以上の結果を踏まえて、後述する全ての解析は、計算時間の面から経済的な Case-2 のメッシュを採用することにする。

3.2 ケーススタディー

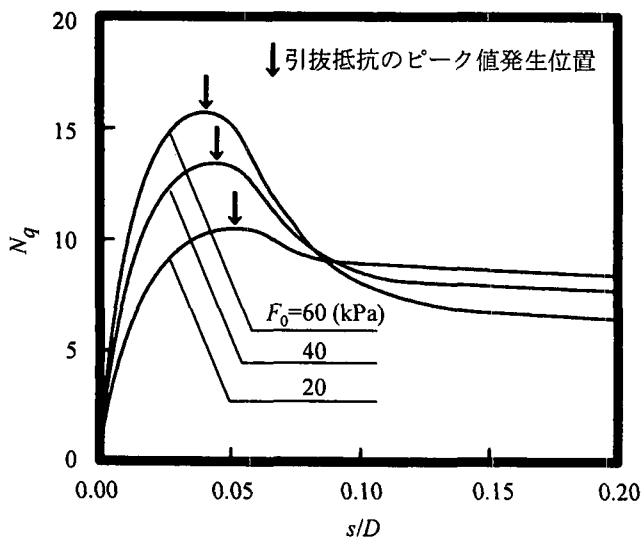
本節では、下負荷面モデルを導入した FEM 解析プログラムの予測性能を評価するために、ケーススタディーとして、下負荷面モデルに用いられる材料定数を種々の条件で与えてアンカー引抜試験の数値シミュレーションを行い、その際のアンカー引抜抵抗ならびに地盤の変形挙動について考察する。

まず、下降伏状態における塑性変形履歴がアンカー引抜抵抗に与える影響を検討する。ここでは、下負荷面の発達速度を規定する材料定数を $u = 10, 20, 30, 40$ の4水準に設定してアンカー引抜試験の解析を行い、引抜抵抗の変化からその影響を調べた。なお、 u 以外の材料定数ならびに初期値は表-1に示したものをを用いた。

図-7に u の違いによる $s/D \sim N_q$ 関係を示す。本図より、引抜抵抗 N_q は u の増加に伴って全体的に大きくなる傾向を示す。また、 N_q のピーク値発生時の引抜変位もそれに伴い徐々に小さくなっているのがわかる。これは図-3の結果と同様に、 u の増加とともに下降伏状態における塑性変形の発生が抑制され、地盤がより弾性的に変形するためである。また、 $u = 30$ および 40 の場合には残留状態における N_q も増大しており、下降伏状態における塑性変形の考慮は残留状態の引抜抵抗値にも影響を与えることがわかる。さらに、 $u \rightarrow \infty$ 、すなわち、修正 Cam-clay モデルを採用した場合には、非現実的に大きな引抜抵抗が予測され、不合理な結果を生ずることが予想されるが、下負



図－8 正規降伏面の大きさの初期値 F_0 の違いによる効果

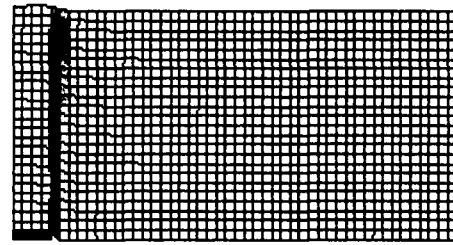


図－9 F_0 の違いによる $s/D \sim N_q$ 関係

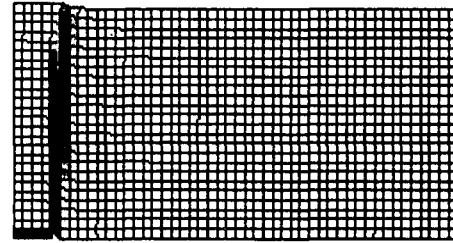
荷面モデルの採用により、修正 Cam-clay モデルと同形状の負荷関数を用いても、引抜抵抗をより現実的に予測可能であることがわかる。

次に、地盤密度の違いがアンカー引抜抵抗および地盤の変形挙動に与える影響について解析を行う。簡単のため、ここでは地盤密度の違いは正規降伏面の大きさの初期値 F_0 の違いにより表現されるものと仮定する。つまり、図－8に示されるように、密な地盤は降伏応力が大きいものとして F_0 を大きく与え、逆に緩い地盤は降伏応力が小さいものとして F_0 を小さく与えた。具体的には $F_0 = 20, 40, 60$ (kPa) の3水準により数値計算を行った。なお、 F_0 以外の材料定数については表－1のものを用いた。

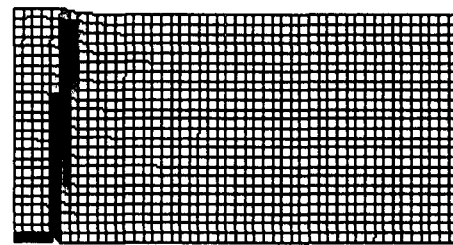
図－9に F_0 の違いによる $s/D \sim N_q$ 関係を示す。引抜抵抗 N_q は F_0 の増加とともに全体的に増大する傾向があり、特にピークの値に明瞭な違いが生じている。また、 N_q がピーク値に達した際のアンカー引抜変位は F_0 の増加に



(a) $F_0 = 20$ (kPa)



(b) $F_0 = 40$ (kPa)



(c) $F_0 = 60$ (kPa)

図－10 地盤内のせん断ひずみ分布の比較

伴い小さくなる。 $F_0 = 20, 40, 60$ (kPa) に対する地盤内のせん断ひずみ分布 ($s = 6\text{mm}$) を図－10に示す。 F_0 が大きい場合 (密な砂地盤) には、せん断帯内部でダイレイタンスによる体積膨張が生じるため、せん断帯の角度 (水平面からせん断帯までの角度) が減少している。また、 F_0 が小さい場合 (緩い砂地盤) には、せん断帯内部での体積膨張がほとんど発生しないので、アンカー右端部より垂直に発達したせん断帯が予測されている。これらの解析結果は Tanaka and Sakai¹⁰⁾が行ったアンカー引抜試験の実測結果とも一致している。

これに対して、既往の FEM 解析で広く採用されている Mohr-Coulomb モデルや Drucker-Prager モデル等は一般に密な土の変形挙動表現を対象にしているため、正規圧密土のような緩い土に対しては適用できない。そのため、Cam-clay 降伏面を導入することにより、その不備を修正した Cap モデル^{26,27)}が提案されているが、本モデルによれば、両降伏面を規定するための材料定数が別途必要になる上、一般に両降伏面の交点は特異点となり計算不能に陥るので、これを回避する特殊な数値計算処理が必要となる。一方、下負荷面モデルは修正 Cam-clay モデルで用いられる材料定数に加えて、下負荷面の発展速度を規定する材料定数 u を加えただけであるが、密度の異なる地盤の変形挙動についても解析可能である。

3.3 1g 場のアンカー引抜試験結果との比較

本節では、本研究で用いた FEM 解析プログラムの精度

表-2 解析条件

No.	D (cm)	h (cm)	h/D	実測値
1	3	3	1	無
2	5	5	1	有
3	10	10	1	有
4	20	20	1	有
5	3	6	2	有
6	5	10	2	有
7	10	20	2	有
8	20	40	2	無
9	3	9	3	有
10	5	15	3	有
11	10	30	3	有
12	20	60	3	無

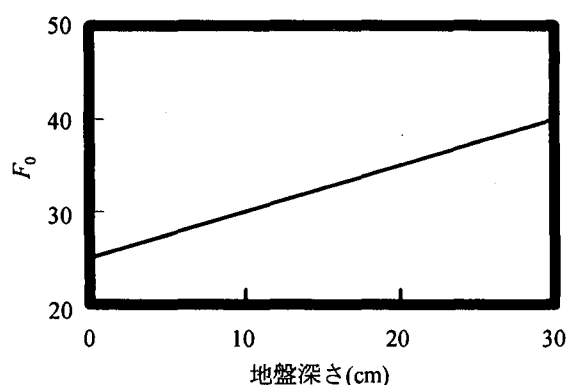


図-11 土層深さと F_0 の関係

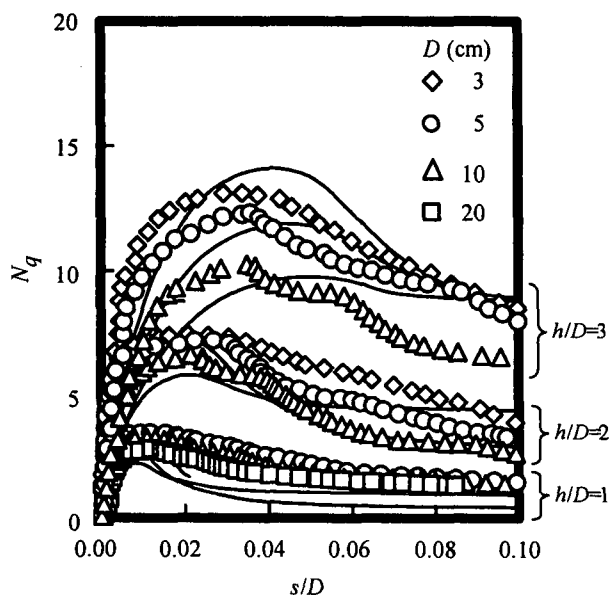


図-12 $s/D \sim N_q$ 関係

を評価するために、Sakai and Tanaka¹²⁾が行った 1g 場のアンカー引抜試験の実測結果および FEM 解析結果との比較・照査を行う。解析は表-2に示されるようにアンカー直径 D および地盤深さ h を種々変えて実施した。解析条件を表-2に示す。なお、ここでは地盤の密度が土被り圧

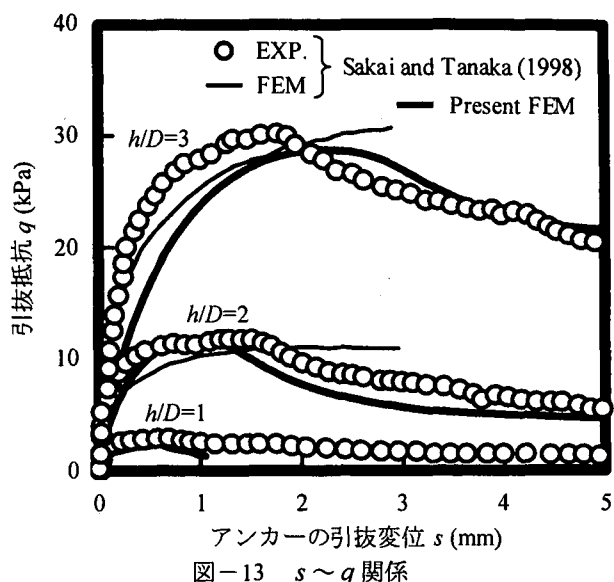


図-13 $s \sim q$ 関係

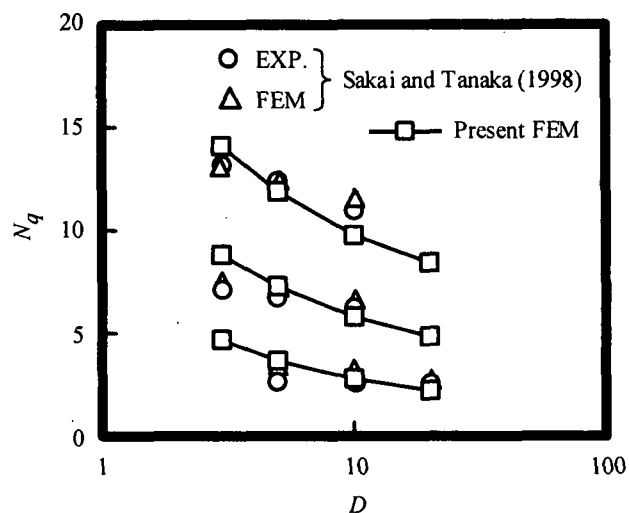


図-14 $N_q \sim D$ 関係

に応じて深度方向に変化していると仮定し、 F_0 は図-11のように深度方向に線形的に分布させている。

図-12に $h/D=1, 2$ および 3 における $s/D \sim N_q$ 関係を示す。実測結果からわかるように、引抜抵抗は h/D に関係なくピーク値に達した後、著しい軟化を生じて残留状態に移行している。さらに、アンカー直径 D の減少に伴ってピーク値が増大するスケール効果が認められる。支持力問題におけるスケール効果の原因は、①応力レベル効果と、②せん断帯の発生による地盤の進行性破壊モードの差異にあることが従前の研究²⁸⁾で明らかにされている。本 FEM 解析結果でも実測値との差異はあるものの、明瞭なスケール効果が認められる。さらに、図-15からわかるように、引抜抵抗がピーク値に達したと同時にせん断帯が発生している状況から判断して、引抜抵抗のピーク値のスケール効果は、主として上記①の応力レベル効果であることがわかる。なお、 $h/D=1$ ($D=3$ cm) および 2 ($D=5$ cm) の解析が途中でしか行えていないのは、地盤内の一部の要素が引張破壊したのが原因である。

図-13に Sakai and Tanaka による実測結果ならびに FEM

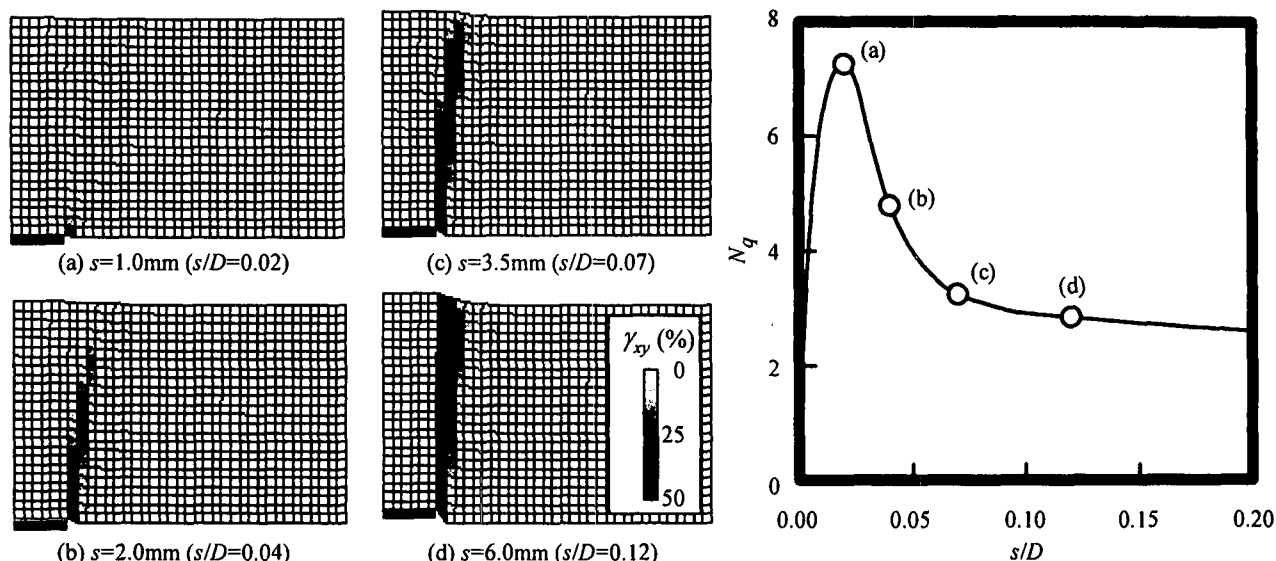


図-15 地盤内のせん断ひずみ分布の経時変化 ($D=5\text{cm}$, $h/D=2$)

解析結果との比較結果 ($D=5\text{cm}$) を示している。引抜抵抗 q ならびにそのピーク値発生時の引抜変位はともに h/D の増加とともに大きくなっている。Sakai and Tanaka の FEM 解析結果は q がピーク値に至るまでの傾向は実測値を再現しているものの、軟化挙動については全く表現されていない。一方、本 FEM 解析プログラムによる予測結果は引抜抵抗のピーク値について実測値との良い一致が認められるとともに、引抜抵抗の軟化特性も定性的ではあるが表現できているのがわかる。

図-14に3水準の h/D に対する $N_q \sim D$ 関係を示している。本図からも明らかのように、引抜抵抗 N_q はいずれの深さでもアンカー直径 D の減少に伴って大きくなる傾向が見られ、 D に対する明瞭なスケール効果が認められる。Sakai and Tanaka による FEM 解析結果は実測値と極めて良く一致しているが、図-13に示されるように本結果は引抜抵抗のピーク値をプロットしたものであり、引抜抵抗の減少過程や残留状態を適切に予測できているとは言えない。一方、下負荷面モデルに基づく FEM 解析結果と実測結果との比較においては、引抜抵抗のピーク値に両者に僅かな差異が認められるものの、本 FEM 解析では図-13に示されるように引抜抵抗が減少する過程についても定性的にその挙動を表現できおり、より現実的な解析が行えているものと考えられる。

図-15は $D=5\text{cm}$, $h/D=2$ の地盤内のせん断ひずみ分布の経時変化を示している。せん断帯は、引抜抵抗がピーク値を示す辺りからアンカー右端部より発達し (図(a))、引抜抵抗の減少とともに右斜め上方に対数線状に発達しているのがわかる (図(b), (c))。これらの図に示されているように、せん断帯が表層付近において湾曲するのは、ダイレイタンスに伴う体積膨張の程度が深度により異なることが原因として挙げられる。つまり、表層付近の地盤は超過圧密状態になっているため、ダイレイタンスによる体積膨張がより顕著化し、せん断帯の角度を減少させ

ていると考えられる。さらに、本 FEM 解析では、せん断帯が地盤表面に達した後も継続してアンカーの引抜きを行った結果、最初に形成されたせん断帯の左側に角度の高い新たなせん断帯が形成されているのが確認される (図(d))。これら FEM 解析で得られた地盤の変形挙動は、Vardoulakis et al.⁴⁾ や Tanaka and Sakai¹⁰⁾ が行った砂地盤におけるアンカー引抜試験で観察されたせん断帯の形成過程とも良く一致しており、本 FEM 解析プログラムの妥当性が一通り実証できたといえる。

4. 結言

本研究では、下負荷面モデルに基づく FEM 解析プログラムにより、アンカー引抜試験の数値シミュレーションを行い、ケーススタディーや実測結果との比較を通して、本 FEM 解析プログラムの予測性能ならびに予測精度を検討した。得られた結果は以下のとおりである。

- 1) 材料定数 u の増大により、下降伏状態における塑性変形の発生が抑制されるので、地盤の変形は弾性変形が支配的となり、アンカー引抜抵抗のピーク値が増大する。
- 2) 初期の正規降伏面の大きさ F_0 が増大すると、引抜抵抗が増大する。また、地盤の過圧密比は F_0 の増大とともに大きくなり、ダイレイタンスによる体積膨張も顕著となるので、せん断帯の発生角度が減少する。これらの特徴は地盤密度が異なるアンカー引抜試験において実際に観察される地盤の変形挙動と定性的に一致する。
- 3) FEM 解析により求められた引抜抵抗のピーク値は実測結果と良く一致する。また、軟化特性については定性的ではあるが実測結果を表現できている。
- 4) 実測結果と解析結果ともにアンカー直径の増大

に伴い、引抜抵抗が減少するスケール効果が確認される。

- 5) せん断帯は引抜抵抗がピーク値になる付近からアンカー右端部より発達し、引抜変位の増大とともに地盤表面に達する。下荷面モデルの特徴により、表層ほどダイレイタンスーによる体積膨張が顕著になるので、せん断帯が対数螺旋状に湾曲する。さらに、アンカーの引抜きを続けると、最初に形成されたせん断帯の左側にも角度の高い新たなせん断帯が形成され、徐々にせん断帯の幅が広がる。このような地盤の変形挙動は Vardoulakis et al.⁴⁾や Tanaka and Sakai¹⁰⁾がアンカー引抜試験で観察したせん断帯の形成パターンとも良く一致する。

しかしながら、本論文では、せん断帯発生後の解析結果に対するメッシュサイズ依存性について十分な検討は行っておらず、前述のスケール効果の要因②も含めて、せん断帯発生後の力学挙動を定量的に解析するまでには至っていない。従前より、本問題に対する解決法として、せん断帯を要素内に仮定するモデル^{11,29,31)}やひずみの高次勾配を導入する非局所理論^{32,34)}が提案されている。前者はせん断帯の幅、方向およびその発生時期の合理的な決定法が確立されていない点が、また、後者はせん断帯幅より十分に小さい有限要素によるメッシュ分割が必要であり、実用的規模の解析に適用し難い点が問題となっている。これらの今後の発展が切望されるところである。

参考文献

- 1) Matsuo, M.: Study on the uplift resistance of footing (I), Soils and Found., Vol. 7, No. 4, pp.1-37, 1967.
- 2) Matsuo, M.: Study on the uplift resistance of footing (II), Soils and Found., Vol. 8, No. 1, pp.18-48, 1968.
- 3) Meyerhof, G. G. and Adams, J. I.: The ultimate uplift capacity of foundations, Can. Geotech. J., Vol. 5, pp.225-244, 1968.
- 4) Vardoulakis, I., Graf, B. and Gudehus, G.: Trap-door problem with dry sand: a statical approach based upon model test kinematics, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol. 5, No. 1, pp.57-78, 1981.
- 5) Borst, R. D. and Vermeer, P. A.: Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis, Geotechnique, Vol. 34, No. 2, pp.199-210, 1984.
- 6) Sutherland, H. B.: Uplift resistance of soils, Geotechnique, Vol. 38, No. 4, pp.493-516, 1988.
- 7) Rowe, R. K. and Davis, E. H.: The behaviour of anchor plates in sand, Geotechnique, Vol. 32, pp.25-41, 1982.
- 8) Tagaya, K., Tanaka, A. and Aboshi, H.: Application of finite element method to pullout resistance of buried anchor, Soils and Found., Vol. 23, No. 3, pp.91-104, 1983.
- 9) Tagaya, K., Scott, R. F. and Aboshi, H.: Pullout resistance of buried anchor in sand, Soils and Found., Vol. 28, No. 3, pp.114-130, 1988.
- 10) Tanaka, T. and Sakai, T.: A trap-door problem in granular materials: model tests and finite element analyses, J. Irr. Eng. Rural. Plan., Vol. 11, pp.8-25, 1987.
- 11) Tanaka, T. and Sakai, T.: Progressive failure and scale effect of trap-door problems with granular materials, Soils and Found., Vol. 33, No. 1, pp. 11-22, 1993.
- 12) Sakai, T. and Tanaka, T.: Scale effect of a shallow circular anchor in dense sand, Soils and Found., Vol. 38, No. 2, pp. 93-99, 1998.
- 13) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elastoplastic constitutive laws of granular materials, Constitutive Equations of Soils, (Proc. 9th ICSMFE, Special Session 9, Tokyo) JSSMFE, pp.73-82, 1977.
- 14) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, J. Appl. Mech. (ASME), Vol.47, pp.266-272, 1980.
- 15) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, Int. J. Solids Struct., Vol.25, pp.917-945, 1989.
- 16) Drucker, D. C.: Conventional and unconventional plastic response and representation, Appl. Mech. Rev. (ASME) Vol.41, pp.151-167, 1988.
- 17) Hashiguchi, K.: Fundamentals in constitutive equation: continuity and smoothness conditions and loading criterion, Soils and Found., Vol. 40, No. 3, pp. 155-161, 2000.
- 18) Hashiguchi, K. and Chen, Z.-P.: Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol.22, pp.197-227, 1998.
- 19) Hashiguchi, K., Saitoh, K., Okayasu, T. and Tsutsumi, S.: Evaluation of typical conventional and unconventional plasticity models for prediction of softening behaviour of soils, Geotechnique, Vol. 52, No. 8, pp.561-578, 2002.
- 20) 野田利弘, 高稲敏浩, 浅岡顕: 水～土連成計算による土留めに作用する力の時間依存性挙動の解析, 土木学会論文集, 617, 125-138, 1999.
- 21) Okayasu, T., Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.: Deformation behavior of shallow sand foundation beneath footing subjected to cyclic load, Proc. Int. Symp. Plasticity 2000, pp. 309-311, 2000.
- 22) Okayasu, T. and Hashiguchi, K.: Time-dependent elastoplastic constitutive equation of soils and its application to fem implementation, Lowland Tech. Int. Vol. 3, No. 2, pp.58-73, 2001.
- 23) Yatomi, C., Tashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formulation by a non-coaxial cam-clay model, Soils and Found., Vol. 29, No. 3, pp.41-53, 1989.
- 24) Asaoka, A., Nakano, M., and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state. Soils and Found., Vol. 34, No. 1, pp.91-105, 1994.

- 25) Hashiguchi, K.: On the loading criterion, *Int. J. Plasticity*, Vol.10, pp.871-878, 1994.
- 26) Khosla, V.K. and Wu, T.H.: Stress-strain behavior of sand, *J. Geotech. Eng. Div. (ASCE)* Vol.102, No. GT4, pp.303-321, 1976.
- 27) Boussine, L., Chaaba, A. and De Saxce, G.: Softening in stress-strain curve for Drucker-Prager non-associated plasticity, *Int. J. Plasticity* Vol.17, pp.21-46, 2001.
- 28) 酒井俊典, 田中忠次: 模型実験による進行性破壊とスケール効果の検討—砂地盤におけるトラップドア問題の研究 (I) —, *農土論集*, Vol. 147, pp. 15-26, 1990.
- 29) Pietruszczak, S. and Mroz, Z.: Finite element analysis of deformation of strain-softening materials, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* Vol. 17, pp.327-334, 1981.
- 30) Borja, R.I.: A finite element model for strain localization analysis of strongly discontinuous fields based on standard Galerkin approximation, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 190, pp.1529-1549, 2000.
- 31) 杉本環, 鱈洋一, 矢富盟祥: 経路不変積分用いた強不連続解析の精度検証に関する研究, *応用力学論文集*, Vol. 3, pp.351-362, 2000.
- 32) Aifantis, E.C., On the microstructural origin certain inelastic models, *J. Eng. Mater. Tech. (ASME)*, Vol.106, pp.326-330, 1984.
- 33) Vardoulakis, I. and Frantziskonis, G., Micro-structure in kinematic-hardening plasticity. *Eur. J. Mech. A/Solids*, Vol.11, No. 4, pp.467-486, 1992.
- 34) Hashiguchi, Khojastehpour, M. and Sakajo, S.: Extended gradient plasticity by the subloading surface model with tangential plasticity, *J. Appl. Mech.*, 2003, submitted.

(2003 年 4 月 18 日 受付)