

弾－熱粘塑性構成式を用いた熱－水－土連成有限要素法と飽和粘土の変形解析

Thermo-hydro-mechanically Coupled Finite Element Method
Using an Elasto-thermo-viscoplastic Model and Deformation Analysis of Clay

岡二三生*・肥後陽介**・金榮錫**・井村雄一***・木元小百合****

Fusao OKA, Yosuke HIGO, YoungSeok KIM, Yuichi IMURA and Sayuri KIMOTO

* フェロー 工博 京都大学大学院 教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

** 学生会員 工修 京都大学大学院 学生 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

*** 学生会員 元京都大学 学生 工学部地球工学科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

**** 正会員 工博 京都大学大学院 助手 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

It is well known that viscosity of water-saturated clay is affected by temperature variation as well as strain rate. In addition, the conservation of energy during deformation should be considered since the plastic stress power changes the temperature of soil. In this paper, thermo-hydro-mechanically coupled finite element method using an elasto-thermo-viscoplastic constitutive model for clay is newly developed. And then, a series of strain localization analysis under undrained plane strain conditions and thermal consolidation mainly due to heat-generated pore water pressure are simulated by thermo-hydro-mechanically coupled finite element method.

Key Words: thermo-hydro-mechanically coupled FEM, elasto-thermo-viscoplastic model, temperature, deformation analysis

1. はじめに

粘土の粘性挙動はひずみ速度のみならず温度に依存することが知られている。Boudali ら¹⁾ は自然粘土の種々の実験結果からこのことを示した。また、地盤材料は塑性変形に伴って外力によって塑性仕事をされる。この塑性仕事はエネルギー保存則により内部エネルギーの増加につながり、材料の温度が上昇すると考えられる。Vardoulakis²⁾ は熱－水－土連成解析により地すべりの解析を行い、非常に大きく速い変形を起こすすべり面内において、塑性仕事により温度が顕著に上昇することを示した。Oka ら^{3),4)} は弾粘塑性構成式を用いた水－土連成有限要素法により粘性土のひずみの局所化解析を行い、せん断帯発生シミュレーションを行っているが、粘性の温度依存性を考慮した解析は行っていない。以上のことから、粘性土の変形解析を行うにあたって、エネルギー保存則を支配方程式として塑性仕事による温度変化を計算し、その温度変化が粘性に与える影響を考慮することが本来必要であると考えられる。熱を連成させた解析法は、弾塑性体や熱移動、浸透問題など

を対象に開発されてきているが^{2),5)}、粘土の解析では、粘塑性とのカップリングが重要である。

近年温度変化が粘土の力学挙動に及ぼす影響は、地球環境問題やエネルギー問題などに関連して重要とされ、種々の研究が行われている。例えば、透水性および膨潤性が低い材料が要求される高レベル放射性廃棄物の緩衝材や埋戻し材として、ベントナイト粘土などが有力とされており透水性、膨潤性が研究されている⁶⁾。廃棄物や高圧線が熱を発する場合があり、粘性土の温度を変化させる。これに起因した透水係数の変化、体積変化、温度圧密 (thermal consolidation) についての研究も行われている⁷⁾。また、地すべりなどの高ひずみ速度問題では、すべり面で発生した熱による温度変化が無視できず、これに起因して間隙水圧の上昇と内部摩擦角の減少が起こるとされている²⁾。一方、エネルギー問題としては、メタンハイドレート含有地盤での熱によるハイドレート分解などが、変形特性に大きく影響を及ぼすと考えられ、ハイドレート層内外部地盤での温度変化の制御が必要である。こういった観点からも、温度変化を考慮した解析法を確立しておくことは重要である。

そこで本研究では、まず Yashima ら⁸⁾ の温度依存性粘塑性理論と Kimoto ら^{9),10)} の弾粘塑性構成式から弾-熱粘塑性構成式を誘導する。そして、Oka ら^{3),4)} の水-土連成有限要素法に新たにエネルギー保存則を加える事により、塑性仕事や熱収支による温度変化を計算し、その温度変化が粘性に与える影響を考慮した解析が可能な、熱-水-土連成有限要素法を確立する。それから、この解析法の応用例として平面ひずみ圧縮試験および温度圧密 (thermal consolidation) のシミュレーションを行う。温度圧密は温度変化に伴う体積変化であるが、Campanella and Mitchell¹¹⁾、Delage ら⁷⁾、Baldi ら¹²⁾ などが実験的にメカニズムを解明しモデル化も行っている。

2. 弾-熱粘塑性構成式

粘土の粘性挙動はひずみ速度のみならず温度に依存することが知られている。Leroueil ら¹³⁾ は自然粘土の 1 次元定ひずみ速度圧密試験 (CRS) から、粘土にはユニークな有効応力-ひずみ-ひずみ速度関係があると結論づけた。さらに、Boudali ら¹⁾ は異なる温度で CRS を行うことにより、粘性土はひずみ速度依存性と似通った温度依存性を持つとし、Leroueil ら¹³⁾ のモデルに温度効果を加え一般化した。これらのデータに基づき Yashima ら⁸⁾ は、足立・岡¹⁴⁾ による Perzyna¹⁵⁾ の超過応力型粘塑性理論と Cam-Clay¹⁶⁾ タイプの降伏関数を用いて導かれた、正規圧密粘土の弾粘塑性構成式の粘塑性パラメータを温度依存性に拡張することにより、弾-熱粘塑性構成式を提案した。一方、Kimoto ら^{9),10)} は、粘土の材料不安定性を内部構造の変化と捉えて、足立・岡モデル¹⁴⁾ に基づく、内部構造変化を考慮した飽和粘土の弾粘塑性構成式を導いた。

本研究では、粘性が温度に依存することから、モデルとして弾粘塑性構成式を用いること、及び Leroueil ら¹³⁾ のデータが構造の発達した鋭敏な粘土を対象としていることに注目し、Kimoto ら^{9),10)} の内部構造変化を考慮した飽和粘土の弾粘塑性構成式を Yashima ら⁸⁾ の理論に基づき温度依存性構成式へと拡張したものを用いた。

2.1 内部構造変化を考慮した飽和粘土の弾粘塑性構成式

(1) 過圧密境界面

過圧密境界面 $f_b = 0$ を仮定することにより、正規圧密・過圧密粘土の双方の挙動を表現できるモデルに拡張

する。過圧密境界面はポテンシャル関数のダイレイタンシー係数 $\bar{M}^*$ を制御するもので、以下のように与えられる。

$$f_b = \bar{\eta}^* + M_m^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mb}} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\eta}^*$ は相対応力比¹⁷⁾ で、以下のように定義される。

$$\bar{\eta}^* = \left\{ \left(\eta_{ij}^* - \eta_{ij(0)}^* \right) \left(\eta_{ij}^* - \eta_{ij(0)}^* \right) \right\}^{1/2} \quad (2)$$

$$\eta_{ij}^* = \frac{S_{ij}}{\sigma'_m}, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma'_m \delta_{ij}, \quad \sigma'_m = \frac{1}{3} \sigma'_{kk}$$

ここで、 σ'_{ij} は Terzaghi の有効応力テンソル、 η_{ij}^* は応力比テンソル、 S_{ij} は偏差応力テンソル、 σ'_m は平均有効応力、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ、下添え字の (0) は圧密終了後、すなわち変形前の状態を表す。 M_m^* は変相応力比、 σ'_{mb} は過圧密境界面の大きさを決定する。

(2) 内部構造の変化^{9),10)}

従来、過圧密境界面の硬化則は粘塑性体積ひずみ ε_v^{vp} を硬化パラメータとして、以下のように与えられていた。

$$\sigma'_{mb} = \sigma'_{mbi} \exp \left(\frac{1+e}{\lambda-\kappa} \varepsilon_v^{vp} \right) \quad (3)$$

λ , κ はそれぞれ圧縮指数、膨潤指数で、 e は間隙比、 σ'_{mbi} は σ_{mb} の初期値で、初期圧密応力と同値である。

ここで、内部構造の劣化を表現するために、粘塑性ひずみをパラメータとする軟化則を新たに定義した。

$$\sigma'_{ma} = \sigma'_{maf} + (\sigma'_{mai} - \sigma'_{maf}) \exp(-\beta z) \quad (4)$$

σ'_{mai} , σ'_{maf} はそれぞれ σ'_{ma} の初期値と収束値である。 z は粘塑性ストレッチングテンソル D_{ij}^{vp} の第二不変量の蓄積量である。

$$z = \int_0^t \dot{z} dt, \quad \dot{z} = (D_{ij}^{vp} D_{ij}^{vp})^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

σ'_{ma} を式 (3) に適用すると、 σ'_{mb} は粘塑性体積ひずみ ε_v^{vp} による硬化則と、内部構造変化による軟化則により、次のように定義される。

$$\sigma'_{mb} = \sigma'_{ma} \exp \left(\frac{1+e}{\lambda-\kappa} \varepsilon_v^{vp} \right) \quad (6)$$

β は式 (4) において σ'_{ma} の減少していく速度を表し、内部構造の劣化の速度を表すパラメータである。また、初期状態では $z = 0$ なので、 $\sigma'_{ma} = \sigma'_{mai} = \sigma'_{mbi}$ となるため、内部構造の変化を表す独立なパラメータは β と σ'_{maf} の 2 つである。

今、 σ'_{maf} と σ'_{mai} の比を n で定義すると、

$$n = \sigma'_{maf} / \sigma'_{mai} \quad (7)$$

n は初期状態でその土が持つ内部構造の程度を表す。 $0 < n \leq 1$ で $n = 1$ は内部構造を全く持たないことを示す。さらに、式 (4) より σ'_{ma} と σ'_{mai} の比は以下のようになり、

$$\sigma'_{ma}/\sigma'_{mai} = n + (1 - n) \exp(-\beta z) \quad (8)$$

粘塑性ひずみが発生していない $z = 0$ の初期状態で 1、 z が十分に大きくなるとこの量は n に近づき、内部構造変化による軟化は収束する。

(3) 静的降伏関数

足立・岡¹⁴⁾ は、粘土の完全な平衡状態を静的状態と定義し、Cam-Clay¹⁶⁾ タイプの静的降伏関数を仮定した。

$$f_y = \bar{\eta}^* + \bar{M}^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{my}(s)} = 0 \quad (9)$$

$\sigma'_{my}(s)$ は静的状態における平均有効応力の値で、 $f_y = 0$ は無限時間の圧密を経て粘塑性ひずみが生じない状態を表す。この静的降伏曲面についても、過圧密境界面と同様の硬化-軟化則、式 (3)、(8) を $\sigma'_{my}(s)$ に適用することにより、内部構造変化を表現する。

$$\sigma'_{my}(s) = \{n + (1 - n) \exp(-\beta z)\} \sigma'_{myi}(s) \exp\left(\frac{1 + e}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^{vp}\right) \quad (10)$$

ここで、 $\sigma'_{myi}(s)$ は静的硬化パラメータ $\sigma'_{my}(s)$ の初期値である。

(4) 粘塑性ポテンシャル関数

塑性ポテンシャル関数 f_p は以下のように定義する。

$$f_p = \bar{\eta}^* + \bar{M}^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mp}} = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\bar{M}^*$ は正規圧密領域と過圧密領域で異なる値となる。

$$\bar{M}^* = \begin{cases} M_m^* & : f_b \geq 0 \\ -\frac{\sqrt{\eta_{ij}^* \eta_{ij}^*}}{\ln(\sigma'_m/\sigma'_{mc})} & : f_b < 0 \end{cases} \quad (12)$$

σ'_{mc} は σ'_m 軸と過圧密境界面の交点での平均有効応力の値である。

$$\sigma'_{mc} = \sigma'_{mb} \exp \frac{\sqrt{\eta_{ij}^*(0) \eta_{ij}^*(0)}}{M_m^*} \quad (13)$$

等方圧密の場合は σ'_{mc} と σ'_{mb} は等しい。

正規圧密領域および過圧密領域における $\eta_{ij}^*(0) = 0$ 時の過圧密境界面 f_b 、静的降伏関数 f_y 、粘塑性ポテンシャル関数 f_p を $\sigma'_m - \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$ 平面上にそれぞれ図-1、図-2 に示した。 σ'_{mb} と $\sigma'_{my}(s)$ は粘塑性ひずみの増加にしたがって減少する。超過応力型の足立・岡モデルでは、現

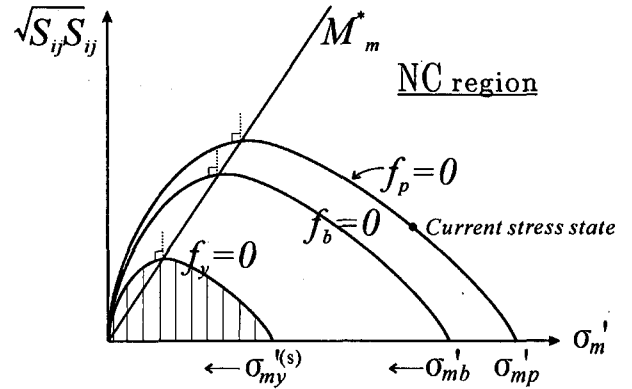


図-1 正規圧密領域における静的降伏関数、過圧密境界面、および粘塑性ポテンシャル関数 (Kimoto ら⁹⁾)

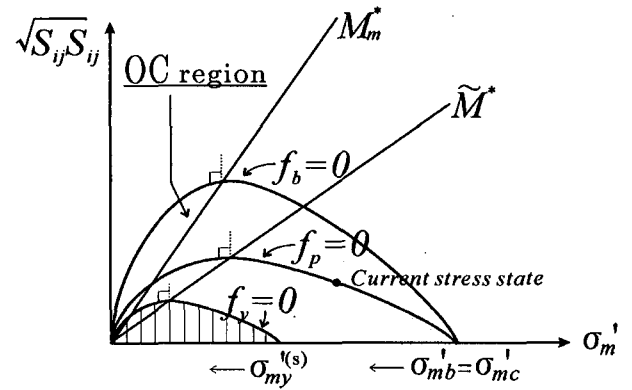


図-2 過圧密領域における静的降伏関数、過圧密境界面、および粘塑性ポテンシャル関数 (Kimoto ら⁹⁾)

在の応力状態と静的状態の差がひずみの大きさを決定するため、静的降伏曲面が縮小すると粘塑性ひずみの発生量が増加し、内部構造の変化による変形の進行が表現される。また、静的降伏関数も粘塑性ポテンシャル関数も過圧密状態から正規圧密状態へスムーズに移行できることから、正規圧密から様々な過圧密状態までを連続的にモデル化することができる。

(5) 粘塑性流れ則

粘塑性ストレッチングテンソル D_{ij}^{vp} は Perzyna¹⁵⁾ の超過応力型粘塑性理論に基づき次のように与えられる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \langle \Phi_1(f_y) \rangle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (14)$$

$$\langle \Phi_1(f_y) \rangle = \begin{cases} \Phi_1(f_y) & ; f_y > 0 \\ 0 & ; f_y \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

Φ_1 はひずみ速度依存性を表現する関数である。ひずみ速度の異なる三軸圧縮試験結果から足立・岡¹⁴⁾ はひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{11}$ と同じ有効応力での応力比 q/σ'_m の間に、

$$\Delta \ln \dot{\varepsilon}_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} m' \Delta(q/\sigma'_m) \quad (16)$$

の関係があるとした。ここで、 m' は粘塑性パラメータである。この実験結果から関数 Φ_1 は以下のように決定

される。

$$\begin{aligned}\gamma\Phi_1(f_y) &= C'\sigma'_m \exp \left\{ m' \left(\bar{\eta}^* + \tilde{M}^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{my}} \right) \right\} \\ &= C'\sigma'_m \exp \left\{ m' \left(\bar{\eta}^* + \tilde{M}^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mb}} \right) \right\} \quad (17)\end{aligned}$$

$$C = C' \exp \left(m' \tilde{M}^* \ln \frac{\sigma'_{mai}}{\sigma'_{myi}} \right) \quad (18)$$

ここで、式(6)、式(8)、式(10)を用いた。また、 C は粘塑性パラメータで、式(18)のように定義しなおす。

(6) 弾性ストレッチング

全ストレッチングテンソル D_{ij} は弾性ストレッチング D_{ij}^e と粘塑性ストレッチング D_{ij}^{vp} の和と仮定する。

$$D_{ij} = D_{ij}^e + D_{ij}^{vp} \quad (19)$$

弾性ストレッチングテンソル D_{ij}^e は Hooke の等方弾性体理論により以下のように定義される。

$$D_{ij}^e = \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \frac{\kappa}{3(1+e)} \frac{\dot{\sigma}'_m}{\sigma'_m} \delta_{ij} \quad (20)$$

ここで、 G はせん断弾性係数である。

2.2 温度依存性粘塑性モデルへの拡張

Boudali ら¹⁾ は異なるひずみ速度と温度での CRS 試験 (ひずみ速度一定圧密試験) 結果をまとめた。温度一定条件下ではひずみ速度が小さいほど鉛直有効応力が小さく、一方、同じひずみ速度において温度が高いほど与えられたひずみでの鉛直有効応力が小さくなるというものであり、この結果から Leroueil ら¹³⁾ がひずみ速度について導いた関係式を温度について拡張し、以下のように示した。

$$\sigma'_p = f(\dot{\epsilon}_1, \theta) \quad (21)$$

$$\sigma'_0/\sigma'_p(\dot{\epsilon}_1, \theta) = g(\dot{\epsilon}_1) \quad (22)$$

ここで、 σ'_p は圧密降伏応力、 ϵ_1 はひずみ、 $\dot{\epsilon}_1$ はひずみ速度、 θ は温度、 σ'_0 は鉛直有効応力である。式(21)はひずみ速度、および温度依存性を表し、式(22)は圧密降伏応力で正規化するとユニークな一本の線となることを表す式である。前節で示した弾粘塑性構成式に粘土の温度依存性を Yashima ら⁸⁾ の手法に習い導入する。なお構成式の粘塑性パラメータは m' と C である。

式(21)について Boudali ら¹⁾ は圧密降伏応力 σ'_p と温度 θ の間に線形関係を仮定したが、Yashima ら⁸⁾ は、これを見直し $\log \sigma'_p - \log \theta$ 関係が線形であるとした。

$$\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{pr}} = \left[\frac{\theta_r}{\theta} \right]^\alpha \quad (23)$$

ここで、 σ'_{pr} は基準温度 θ_r での σ'_p の値であり、 α は $\log \sigma'_p - \log \theta$ の傾きである。また、ひずみ速度と圧密降伏応力の間にも対数スケールの線形関係がある。

$$\Delta \ln \dot{\epsilon}_1 = m' \Delta \ln \sigma'_p \quad (24)$$

m' は式(16)と同様の粘塑性パラメータである。Boudali ら¹⁾ の実験結果から、温度によらず式(24)の関係があることが示されており、 m' は温度に依存しない。

今、正規圧密粘土の一次元圧密過程で応力比が一定で、圧密降伏応力 σ'_p が硬化パラメータの初期値 $\sigma'_{myi}^{(s)}$ に一致する場合、粘塑性パラメータ $C(\theta)$ は式(18)より以下のように書ける。

$$C(\theta) = C' \exp \left\{ m' \tilde{M}^* \left(-\ln \left[\frac{\sigma'_p}{\sigma'_0} \right] \right) \right\} \quad (25)$$

これに式(23)を適用する。

$$C(\theta) = C(\theta_r) \exp \left\{ m' \tilde{M}^* \left(-\ln \left[\frac{\theta_r}{\theta} \right]^\alpha \right) \right\} \quad (26)$$

$$C(\theta_r) = C' \exp \left\{ m' \tilde{M}^* \left(-\ln \left[\frac{\sigma'_{pr}}{\sigma'_0} \right] \right) \right\} \quad (27)$$

ここで、 σ'_0 は初期圧密圧力である。式(26)より粘塑性パラメータ C の温度依存性は以下のように表される。

$$\frac{C(\theta)}{C(\theta_r)} = \left[\frac{\theta}{\theta_r} \right]^\beta, \quad \beta = \alpha m' \tilde{M}^* \quad (28)$$

ダイレイタンシー係数 $\tilde{M}^*$ は過圧密領域において応力比の関数であるが、ここでは熱粘塑性パラメータ β を独立に定数のパラメータとして同定する。ただし、本研究の場合は正規圧密粘土を扱うので $\tilde{M}^* = M_m^*$ (定数) である。

以上より、式(17)の粘塑性パラメータに式(28)を代入し、粘塑性流れ則式(14)に適用することで、弾-熱粘塑性構成式が誘導された。

3. 熱-水-土連成有限要素法

粘土などの地盤材料が塑性変形を起こし応力を変化させると塑性仕事が発生する。現在まで、筆者らは地盤材料の変形問題を水-土連成問題として取り扱ってきたが(参考文献^{3),4)}等)、本来この塑性仕事はエネルギー保存則により考慮されるべきである。特に、粘性や透水係数は温度に依存する^{7),8)}ため本研究のように粘土を対象とした解析では、温度の影響を考慮することが興味深い。また、水、土、空気の三相系を考えるような場合は熱の影響が無視できないと考えられる。

そこで本研究では、現在まで行ってきた水-土連成有限要素法に、新たにエネルギー保存則を支配方程式として定式化し、熱-水-土連成有限要素法を開発した。支配方程式は、全体相のつりあい式、流体相の支配方程式、エネルギー保存則であり、これらを有限変形理論に基づき、有効 Cauchy 応力を用いた Updated-Lagrangian 法により定式化する。以下に定式化の詳細を示すが、全体相のつりあい式、流体相の支配方程式に関しては省略し、Oka ら^{3),4)}を参照されたい。

3.1 全体相のつりあい式

固体・液体全体相のつりあい式の弱形式は、物体力は十分に小さいという仮定のもと、以下のように与えられる。

$$\int_V S_{ji,j} \delta v_i dV = 0 \quad (29)$$

ここで、 δv_i は仮想変位速度ベクトル、 $_{,i}$ は座標による微分を表す。 S_{ij} は公称応力テンソルであり、公称応力速度 $\dot{S}$ および有効公称応力速度 $\dot{S}'$ は直接表記で以下のように定義される。

$$\dot{S} = \dot{T} + \text{tr} L T - T L^T \quad (30)$$

$$\dot{S}' = \dot{T}' + \text{tr} L T' - T' L^T \quad (31)$$

T は Cauchy 応力テンソル、 $T' = T - u_w I$ は有効 Cauchy 応力テンソル、 u_w は間隙水圧、 L は速度勾配テンソル、文字の上についているドットは時間微分を表し、 tr はトレース、 I は二階の単位テンソルである。

3.2 流体相の支配方程式

流体相の支配方程式には Biot's の二相混合体理論に基づき以下を用いる。

$$\frac{k}{\gamma_w} u_{w,ii} + D_{ii} = 0 \quad (32)$$

ここで、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積重量、 D_{ij} はストレッチングテンソルである。

3.3 エネルギー保存則

熱力学の第一法則であるエネルギー保存則は次のように表せる。

$$\rho \dot{e} = T'_{ij} D_{ij} - h_{i,i} \quad (33)$$

$\dot{e}$ は内部エネルギー密度の時間的変化、 T'_{ij} は有効 Cauchy 応力テンソルである。 h_i は熱流束密度ベクトル

であり、本研究では Cattaneo の式¹⁸⁾を用いて以下のように一般化した。

$$h_i + \tau \dot{h}_i = -k_\theta \theta_{,i} \quad (34)$$

ここで、 k_θ は熱伝導率、 θ は温度、 τ は熱流束パラメータであり、熱流束の定常状態への緩和時間と見なすことができる¹⁹⁾。この τ が 0 という特別な場合、Fourier の熱伝導の法則となる。

Vardoulakis²⁰⁾ は弾性ストレッチングテンソル D_{ij}^e と内部エネルギー密度 $\dot{e}$ の構成関係を次のように仮定している。

$$\rho \dot{e} = \rho c \dot{\theta} + T'_{ij} D_{ij}^e \quad (35)$$

ここで、 ρ は土の密度、 c は比熱である。

以上の式 (35), (33), (19) より、エネルギー保存則は粘塑性ストレッチングテンソル D_{ij}^{vp} を用いて以下のように表される。

$$\rho c \dot{\theta} = T'_{ij} D_{ij}^{vp} - h_{i,i} \quad (36)$$

これに境界条件を考慮し、任意の試験関数 $\hat{\theta}$ を用いて弱形式を書き下すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \int_V (\rho c \dot{\theta} - T'_{ij} D_{ij}^{vp} + h_{i,i}) \hat{\theta} dV \\ + \lambda \int_\Gamma \hat{\theta} (h_i - \bar{h}_i) n_i d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、 $\bar{h}_i$ は境界上の既知の熱流束である。 λ は任意なので $\lambda = -1$ とし、Gauss の発散定理を用いて変形する。

$$\begin{aligned} \int_V (\rho c \dot{\theta} - T'_{ij} D_{ij}^{vp}) \hat{\theta} dV - \int_V h_i \hat{\theta}_{,i} dV \\ + \int_\Gamma \hat{\theta} \bar{h}_i n_i d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

これに形状関数 $[N_h]$ を用いて温度を離散化する。

$$\{\theta\} = [N_h] \{\theta^*\} \quad (39)$$

$$\{\theta_{,i}\} = [N_{h,i}] \{\theta^*\} = [B_h] \{\theta^*\} \quad (40)$$

上付きの $\{*\}$ は、節点に離散化されたことを示す。

ここで、温度の時間微分 $\{\dot{\theta}\}$ と式 (34) 中の $\{\dot{h}_i\}$ に前進差分を用い、式 (38) を変形し、試験関数の任意性から両辺を $\{\hat{\theta}^*\}^T$ で除すことで、以下のような式を得る。

$$([K_{T1}] + [K_{T2}]) \{\theta^*\}_{t+\Delta t} = \{F_T\} - \{H\} \quad (41)$$

以下に各マトリクス、ベクトルを示す。下添えの $t+\Delta t$ は未知数、 t は 1 ステップ前の値を表す。

$$[K_{T1}] = \rho c \int_V [N_h]^T [N_h] dV \quad (42)$$

$$[K_{T2}] = \frac{(\Delta t)^2}{\tau + \Delta t} \int_V k_\theta [B_h]^T [B_h] dV \quad (43)$$

$$\{F_T\} = [K_{T1}] \{\theta^*\}_t + \Delta t \int_V [N_h]^T T'_{ij} D^{vp}_{ij} dV \\ + \Delta t \int_V \frac{\tau}{\tau + \Delta t} [B_h]^T \{h_i\}_t dV \quad (44)$$

$$\{H\} = \Delta t \int_\Gamma [N_h]^T \{\bar{h}_i\} \{n_i\} d\Gamma \quad (45)$$

以上より、未知数に変位速度 v_i 、間隙水圧 u_w 、温度 θ を持つ熱-水-土連成有限要素法が定式化された。変位速度には 2×2 の積分点を持つ 8 節点アイソパラメトリック要素 (低減積分)、間隙水圧と温度には 2×2 の積分点を持つ 4 節点アイソパラメトリック要素 (完全積分) を用いる。このような積分法を用いることより、各要素において、有効応力、間隙水圧、ひずみが同じ積分点で計算される。

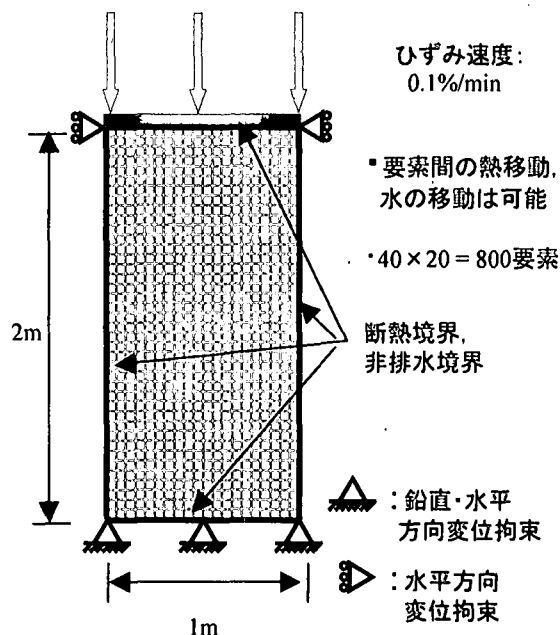


図-3 供試体寸法および境界条件
(ひずみの局所化解析)

表-1 解析に用いたパラメータ

圧縮指数	λ	0.172
膨潤指数	κ	0.054
初期間隙比	e_0	0.72
初期圧密応力	σ_{me}	392 (kPa)
先行圧密応力	σ'_{mbi}	392 (kPa)
静止土圧係数	K_0	1.0
粘塑性パラメータ	m'	21.5
粘塑性パラメータ	$C(\theta_r)$	$4.5 \times 10^{-8} (1/s)$
変相応力比	M_m^*	1.05
せん断弾性係数	G	5500 (kPa)
透水係数	k	$1.54 \times 10^{-8} (m/s)$
基準温度	θ_r	20.0 (°C)
密度	ρ	$1.96 \times 10^3 (kg/m^3)$
比熱容量	c	0.87 (J/kg · °C)
熱伝導率	k_θ	0.14 (W/m · °C)
熱流束パラメータ	τ	0.0 (s)
熱粘塑性パラメータ	α	0.15
内部構造パラメータ	σ'_{maf}	350 (kPa)
内部構造パラメータ	β	10

4. 温度変化を考慮した飽和粘土の変形解析

本研究で新たに開発した、熱-水-土連成有限要素法を用いて温度変化を考慮した飽和正規圧密粘土の変形解析を行った。応用例として取り上げたのはひずみの局所化解析と温度圧密 (thermal consolidation) のシミュレーションである。表-1 に解析に用いた飽和正規圧密粘土のパラメータを示す。これらは Oka ら⁴⁾ や Yashima ら⁸⁾ が用いた粘性土のパラメータや一般的な

地盤材料のデータをもとにして決定したものであるが、比熱容量 c については温度変化を顕著とするため通常より小さい値を用いた。ここで、熱流束パラメータ τ についてであるが、高速地すべりのような温度変化の激しい場合は重要となる。しかし、今回の解析のように比較的ゆっくりしたひずみ速度の場合では、このパラメータの影響は少ないと考え $\tau = 0.0 (s)$ とし、熱伝導の非線形性を考慮しなかった (式 (34))。なお、 τ が熱伝導速度を緩和することは理論的にわかっており¹⁹⁾、本解析法においても τ が正の値をとる場合、熱伝導が遅くなることを確認している。

4.1 ひずみの局所化解析

飽和正規圧密粘土の平面ひずみ圧縮試験をひずみ制御でシミュレートした。図-3 に供試体寸法および境界条件を示す。境界全体は非排水境界かつ断熱境界とし、ひずみの局所化のトリガーとして供試体上下端面の変位を固定した。なお、ひずみ速度は 0.1 (%/min) である。

(1) せん断変形による温度変化

新たに開発した熱-水-土連成解析法を用いた、初期温度 20 °C の粘土のひずみの局所化解析結果を示す。図-4 は変形図および粘塑性偏差ひずみの第二不変量蓄積量 γ^p 、温度変化 $\Delta\theta$ 、間隙水圧 u_w 、平均有効応力 σ'_m の分布図 (軸ひずみ 8% 時) を示したものである。なお γ^p は以下のように定義される。

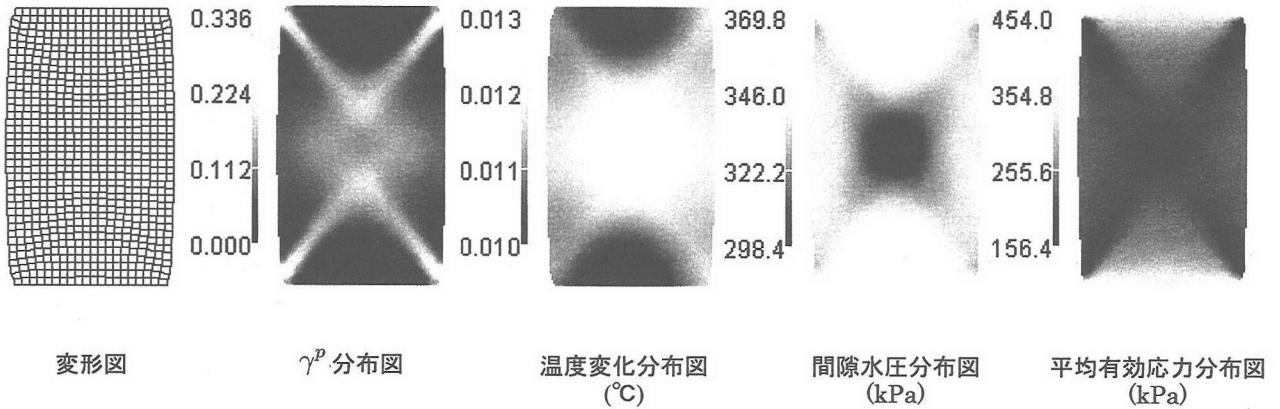


図-4 初期温度 20 °C のひずみの局所化解析結果 (軸ひずみ 8%時)

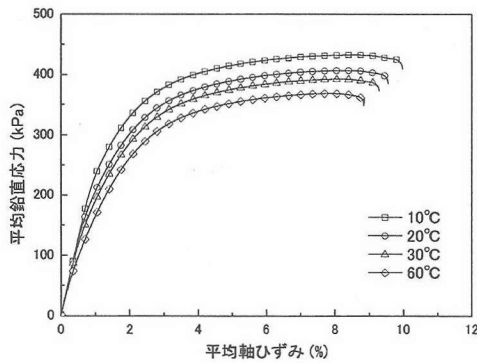


図-5 初期温度の異なるひずみの局所化解析の
応力～ひずみ関係

$$\gamma^p = \int d\gamma^p, \quad d\gamma^p = \sqrt{de_{ij}^{vp} de_{ij}^{vp}} \quad (46)$$

$$de_{ij}^{vp} = de_{ij}^{vp} - \frac{1}{3} de_{kk}^{vp} \delta_{ij} \quad (47)$$

ここで、 de_{ij}^{vp} は粘塑性ひずみ増分である。これらの図を見ると、供試体上下端面からせん断ひずみが局所化し、正規圧密粘土の負のダイレイタンシー特性による平均有効応力の減少が見られ、せん断帯が明確に発生していることがわかる。そして、そのせん断帯内部で温度が上昇しており、せん断帯が交わる供試体中央部で最大の温度変化を示している。

Vardoulakis²⁾ は非常に変形速度の速い地すべりを例にとり、すべり面内で大きな温度変化が生じることを示した。しかし、本研究で扱った材料およびひずみ速度の場合は、温度上昇は最大で 0.013 °C と小さかった。

(2) 初期温度の異なるひずみの局所化解析

続いて初期温度が 10 °C、30 °C、60 °C と異なるひずみの局所化解析を行った。図-5 に示すのは応力～ひずみ関係である。初期温度が高いほどピーク応力が小さ

くなっており、温度依存性が明確に現れている。

それぞれの初期温度について、 γ^p の軸ひずみ 8% 時の分布図を図-6 に示す。 γ^p の分布図を見ると、初期温度の高いものほど値が大きく、変形がより進んでいることがわかる。一方、変形モードはいずれも似たモードとなり初期温度にほとんど影響されなかった。

4.2 温度圧密のシミュレーション

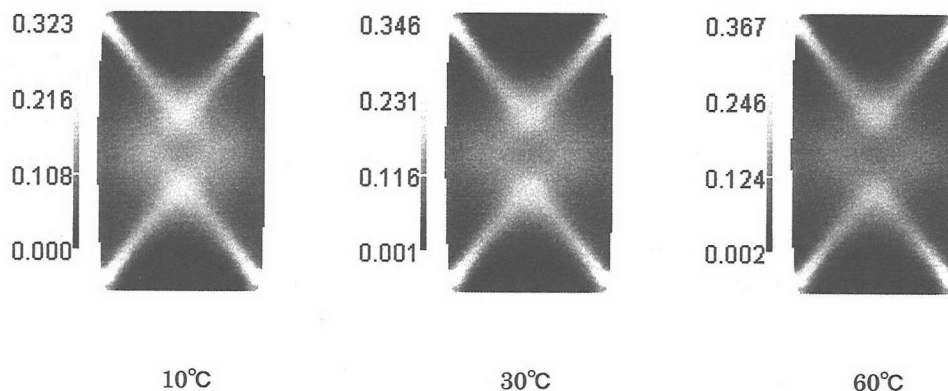
粘土の温度が上昇すると、粒子および間隙水が体積膨張を起こすが、その膨張量と同じだけ体積変化ができないため間隙水圧が発生し、その間隙水圧の消散により圧密する。これを温度圧密 (thermal consolidation) と呼ぶ。温度圧密現象のメカニズムは Campanella and Mitchell¹¹⁾、Delage ら⁷⁾、Baldi ら¹²⁾ などによって実験的に解明されており、モデル化もされている。ここでは、Campanella and Mitchell のモデルにならない温度上昇による間隙水圧の発生を模擬することにより、温度圧密のシミュレーションを行った。

Campanella and Mitchell は温度上昇 $\Delta\theta$ による間隙水圧の発生 Δu_w を以下のようにモデル化した。

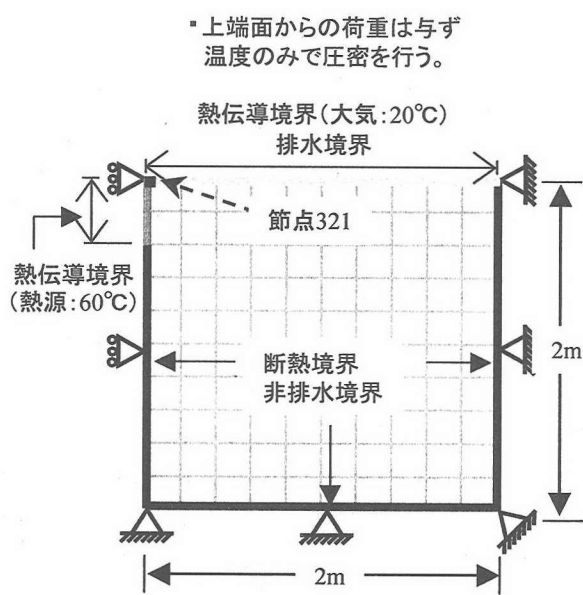
$$\Delta u_w = \frac{n\Delta\theta(\alpha_s - \alpha_w) + \alpha_{st}\Delta\theta}{m_v} \quad (48)$$

ここで、 n は間隙率、 m_v は体積圧縮係数、 α_s は温度変化による粘土粒子の体積膨張係数、 α_{st} は温度圧密パラメータで応力を再配分させるために骨格構造が変化する時の物理化学的係数であるとしている。本解析ではそれぞれ $\alpha_s = 0.35 \times 10^{-4} (1/^\circ\text{C})$ 、 $\alpha_{st} = -0.50 \times 10^{-4} (1/^\circ\text{C})$ とした。また、 α_w は水の体積膨張係数であり温度に依存するため、Baldi ら¹²⁾ の実験式を用いた。

一方、圧密問題を考える上で透水係数の温度依存性も考慮する必要がある。温度による透水係数の変化は汚染



図－6 初期温度の異なるひずみの局所化解析の γ^p 分布図 (軸ひずみ 8%時)



図－7 供試体寸法および境界条件
(温度圧密シミュレーション)

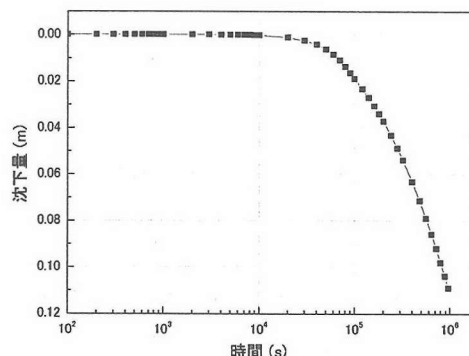
物質の伝播などに関連しても重要な問題である²¹⁾。透水係数 k の温度依存性については Yashima ら⁸⁾ にならい、以下のように仮定した。

$$k = \frac{K\gamma_w(\theta)}{\mu(\theta)} \quad (49)$$

ここで、 K は温度、間隙流体の性質に依存しない材料固有の透水係数である。水の単位体積重量 γ_w も温度に依存するが無視できるほど小さいので一定と仮定した。水の粘性 $\mu(\theta)$ は温度により顕著に変化し、これに起因して透水係数も変化する。 $\mu(\theta)$ の温度依存性には実験式を用いた⁷⁾。

図－7 に供試体寸法と境界条件を示す。供試体の上端

面は大気にさらされているものとし、排水境界 $u_w = 0$ (kPa) および、熱伝導境界 $\theta = 20^\circ\text{C}$ とした。他は非排水境界および断熱境界であるが、供試体の左上に熱源として熱伝導境界を仮定した。なお、図中に 60°C とあるが、熱源は初期 $t=0$ (s) の 20°C から漸増的に上昇させ、 $t=80000$ (s) ≈ 22.2 (hour) で 60°C に達するものとした。解析は $t=320000$ (s) までは $\Delta t = 10$ (s)、それ以降は $\Delta t = 20$ (s) とし、 $t=960000$ (s) ≈ 11.1 (day) まで行った。



図－8 節点 321 の沈下曲線

図－8 は節点 321 (図－7 参照) の沈下曲線である。沈下は熱源温度上昇中の 10000 (s) あたりからはじまり、 960000 (s) の最終的な状態において 10.9 (cm) となるが、沈下はまだ終わっていないと予測できる。 5000 (s)、 20000 (s)、 100000 (s)、 960000 (s) 時の変形図を図－9、温度分布を図－10 に、間隙水圧分布を図－11 に示す。これらの図から温度上昇に伴う間隙水圧の発生と水圧の消散による沈下が再現されていることがわかる。分布図について見ると、温度は時間を追うごとに熱源付近から上昇し始め、熱源の上昇が終わった 100000 (s) からはほぼ定常状態となり、 60°C の熱源と 20°C の大気との間でグ

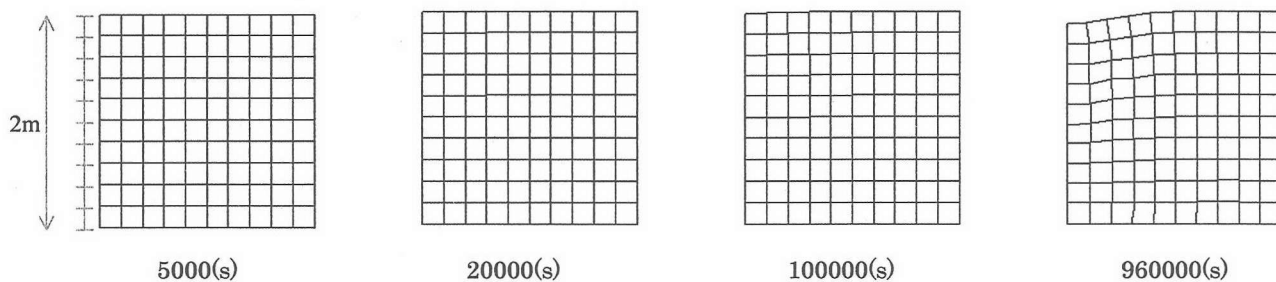


図-9 温度圧密シミュレーションの変形図

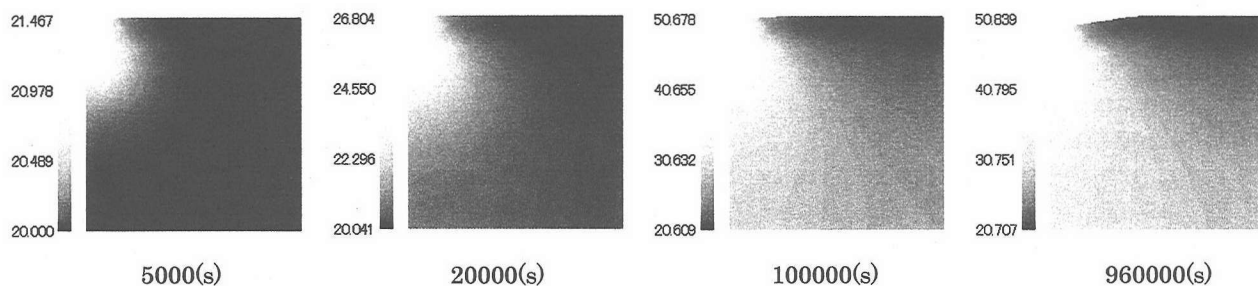


図-10 温度圧密シミュレーションの温度分布図 (単位: $^{\circ}\text{C}$)

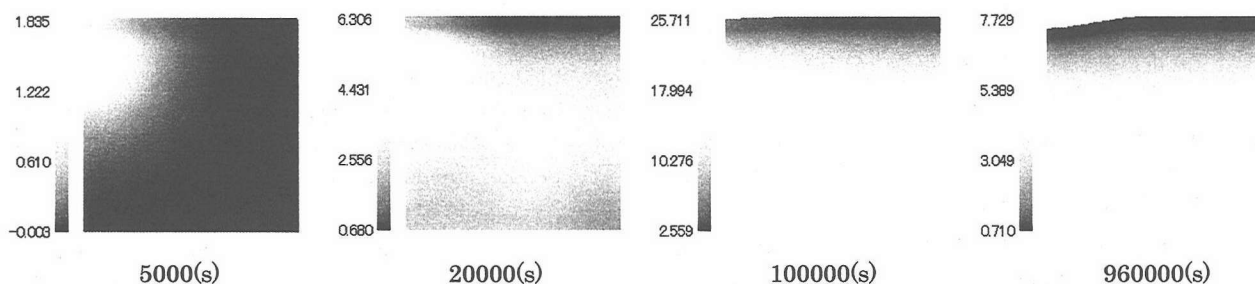


図-11 温度圧密シミュレーションの間隙水圧分布図 (単位: kPa)

ラディエーションを描くように分布している。温度の上昇に対応して、間隙水圧が発生している様子が図-11からわかる。5000(s)の図を見ると、温度と同様に熱源を中心に放射状に間隙水圧が分布しているが、20000(s)から温度が定常状態に至る100000(s)になると分布が変わり、排水境界を仮定した供試体上端面から下方向に分布する。最終的な960000(s)になっても間隙水圧は消散しきっていない。

5. 結論

粘性は温度に依存することと、地盤材料が塑性変形を起こした時に外力から塑性仕事をなされることから、粘性土の変形解析を行うにあたって、温度変化を考慮する

べきである。この考えのもとに、まず粘性土の温度依存性を考慮した弾-熱粘塑性構成式を誘導した。さらに、従来行ってきた水-土連成有限要素法に、新たにエネルギー保存則を支配方程式として加えることにより、変位、間隙水圧、温度を未知数に持つ、弾-熱粘塑性構成式を用いた熱-水-土連成有限要素法を開発した。この解析法により、塑性仕事による供試体の温度変化と、それに起因する粘性の温度依存性を考慮したひずみの局所化解析、および温度変化による圧密現象のシミュレーションが可能となった。

参考文献

- 1) Boudali, M., Leroueil, S. and Srinvasa Murthy, B.R.: Viscous behaviour of natural clays, *Proc. 13th Int. Conf. on SMFE*, New Delhi, India, pp.411-416, 1994.

- 2) Vardoulakis, I.: Dynamic thermo-poro-mechanical analysis of catastrophic landslides, *Géotechnique*, Vol.52, No.3, pp.157-171, 2002.
- 3) Oka, F., Yashima, A., Sawada, K. and Aifantis E.C.: Instability of gradient-dependent elastoviscoplastic model for clay and strain localization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.183, pp.67-86, 2000.
- 4) Oka, F., Higo, Y. and Kimoto, S.: Effect of dilatancy on the strain localization of water-saturated elastoviscoplastic soil, *Int. J. Solids and Structures*, Vol.39, pp.3625-3647, 2002.
- 5) 小林晃, 大西有三: 岩盤の応力 - 浸透 - 熱移動連成挙動における材料物性の非線形性の影響について, 土木学会論文集, No.376/III-6, pp.101-110, 1986.
- 6) 小峰秀雄, 緒方信英: ベントナイト緩衝材・埋め戻し材の透水特性と簡易評価法の提案, 土木学会論文集, No.708/III-59, 133-144, 2002.
- 7) Delage, P., Sultan, N., and Cui, Y. J.: On the thermal consolidation of Boom clay, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.37, pp.343-354, 2000.
- 8) Yashima, A., Leroueil, S., Oka, F. and Guntoro, I.: Modelling temperature and strain rate dependent behavior of clays: one dimensional consolidation, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.2, 1998.
- 9) Kimoto, S., Oka, F. and Higo, Y.: Strain localization analysis of elasto-viscoplastic soil considering structural degradation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*(to be submitted).
- 10) 木元小百合, 岡二三生: 粘性土の内部構造劣化による圧密中の不安定挙動と圧縮帯の形成, 第38回地盤工学研究会発表会講演集, 2003.
- 11) Campanella, R.G., Mitchell, J.K.: Influence of temperature variations on soil behavior, *ASCE J. of SMFE*, Vol.94, No.3, pp.709-734, 1968.
- 12) Baldi, G., Hueckel, T. and Pellegrini, R.: Thermal volume change of the mineral-water system in low-porosity clay soils, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.25, pp.807-825, 1988.
- 13) Leroueil, S., Kabbaj, M., Tavenas, F. and Bouchard, R.: Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays, *Géotechnique*, Vol.35, No.2, pp.159-180, 1985.
- 14) Adachi, T. and Oka, F.: Constitutive equations for normally consolidated clay based on elastoviscoplasticity, *Soils and Foundations*, Vol.22, No.4, pp.57-70, 1982.
- 15) Perzyna, P.: The constitutive equation for work hardening and rate sensitive plastic materials, *Proc. of Vibrational Problems*, Warsaw, Vol.4, No.3, pp.281-290, 1963.
- 16) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in state wetter than critical, *Géotechnique*, Vol.13, No.3, pp.221-240, 1963.
- 17) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, *Proc. Speciality Session 9, 9th ICSMFE*, Tokyo, pp.229-238, 1977.
- 18) Müller, I. and Ruggeri, T.: *Rational Extended Thermodynamics second edition*, pp.9-14, 1998.
- 19) 杉山 勝: 「拡張された熱力学」とは何か, 数理科学, No.470, pp.36-42, 2002.
- 20) Vardoulakis, I.: Thermo-hydro-mechanically coupled deformations of earth materials: Steady shear and thermal run-away, TC34 of ISSMGE, *International Workshop on Deformation of Earth Materials*, Sendai, Japan, pp.73-84, 2001.
- 21) Schrefler, B.A.: F.E. in environmental engineering: coupled thermo-hydro-mechanical processes in porous media including pollutant transport, *Archieve of Computational Methods in Engineering*, Vol 2, 3, pp.1-54, 1995.

(2003年4月18日受付)