

# 直接基礎の支持力特性に境界条件が及ぼす影響

Effects of boundary conditions onto characteristics of bearing capacity of spread foundations

佐藤友亮\*・大友俊\*\*・岩熊哲夫\*\*\*

Yusuke SATO, Syun OTOMO and Tetsuo IWAKUMA

\*学生会員 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

\*\*学生会員 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

\*\*\*正会員 PhD 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

Although many experimental researches have been carried out to examine bearing capacity of spread foundations, numerical analyses result in poor predictions of localized deformation patterns and their developments, except a few studies with softening effects or a double-slip theory. We here use the double-slip theory to simulate numerically developments of the deformation localization under spread foundations. A main focus is put on effects from the boundary conditions under the footing as well as a nearby slope. Some of the numerical results show patterns of localized deformations in good agreement with the experimental observations.

**Key Words :** boundary condition, double-slip model, slope, spread foundation

## 1. はじめに

直接基礎下地盤の挙動は非常に強い非線形性を示し、その最終的な崩壊に至るまでには、すべり線等の局所変形が徐々に発展するといった進行性破壊現象が生じていることがわかっている。そこで遠心載荷や大型試験も含め、数多くの実験的研究が実施されている。例えば文献<sup>1),2),3),4),5)</sup>では 1g 場の模型実験と遠心載荷の結果が示されているが、その荷重変位関係ではいずれもピーク後に一旦は軟化を示した後は硬化している。また文献<sup>6)</sup>では砂が密な場合とゆるい場合の比較を示している。比較的ゆるい砂地盤の場合の抵抗履歴でのピーク後にはほぼ一定に近い強度を保持するのに対し、密詰め砂ではピーク後に急な軟化を示している。さらに文献<sup>7)</sup>では 1g 場での載荷面（直接基礎下面）の摩擦の影響を調べており、粗い載荷面の場合には龍岡らの実験と同様に軟化後の硬化を示すが、滑らかな面の場合には軟化が継続しているように見える。このように、境界条件や砂地盤そのものの状態が挙動に及ぼす影響は非常に大きく、かなり強度の非線形性を有していることが明らかである。同時に、実験において観察されるすべり線そのものの可視化技術も進められており、従来の目視や X 線に加えて、例えば文献<sup>8)</sup>では変位計測を基にかなり明瞭なすべり線のパターンを測定できるようになっている。

一方設計という観点からは、以上のような大変形挙動を数値的に追跡する必要がある、そういった研究もある程度行われてきている。例えば大型実験との比較もしている文献<sup>3),4),5)</sup>では、種々の構成則を組み合わせて 10 種類を越える構成モデルを用いた数値解析結果を示している。そこでは、非関連流れ則を含まない場合には実験

のような荷重変位曲線をうまく予測できないことを示している。また、非関連流れ則にした上でさらに、軟化のモデルや特殊な局所変形帯の導入といった人為的なテクニックを用いない限り、ピーク後の軟化やその後の硬化を追跡できないことも示されている。しかし、そのような種々の人為的な要素を導入したとしても、数値的に得られる地盤内のひずみ分布はどちらかと言うと拡散的であり、すべり線場理論等の古典論で求められるような局所化された変形パターンは、直接基礎直下のくさび部分の一部分を除いて明確には求められていない。

これに対し我々の提案したモデル<sup>9)</sup>で非関連流れ則を用いず、関連流れ則を適用した場合、非共軸項と微視的な 2 重すべりメカニズムを加えることにより、そのすべり線の形成と発達を実験の観察と比較的に良く合うことを示すことができていた。ただし、このモデルの場合は引張りにも抵抗できるため、ピーク後の大きな軟化を未だ予測できていない。これについては現在検討中である。

そこで本論文では、偏心載荷下の挙動や載荷面の状態・左右非対称な地盤での挙動を含め、いくつかの境界条件が挙動や支持力に及ぼす影響を数値的に調べることにする。以上の載荷条件の実験的研究は盛んに行われてきてはいるが、数値的に局所化した変形帯を明確に予測した研究は少ない。ここで用いる構成則は、上述のようにやや剛な挙動を予測するものの、局所変形の発達パターンをよく予測できているモデル<sup>9)</sup>を用いる。

## 2. 構成モデル

文献<sup>9)</sup>で提案された構成モデルを用いるが、既に文献<sup>10)</sup>等でもその定式化については示されているため、

ここではその基本的な式を列挙するに留める。弾性部分は一般化された Hooke の法則に従うものとする。塑性の基本的な部分は  $J_2$  流れ則に非共軸項を加えたものとし、大変形時のいわゆる局所変形を現実的なレベルで予測できるように改良したものである。このままでは物体中に不連続面が発生して支配方程式が非楕円型になるので、その発生した不連続面を「微視すべり」と捉え、基本的な塑性部分にさらに、式 (8) や (9) でモデル化した「二重すべりメカニズム」を重ね合わせることにする。このメカニズムの導入で、有限要素解析でのメッシュ依存性が無くなる。後述の式 (6) でわかるように、物体内のある部分のせん断剛性が非共軸塑性の影響で急に小さくなると、ある一部分のみに変形が集中し始める。これが有限要素解析でのメッシュ依存性を発生させている。この挙動に対して、後述の式 (9) で示した「二重すべりメカニズム」がブレーキをかける作用をし、メッシュ依存性を緩和させている。

構成則を nominal 応力速度  $\dot{n}$  と速度勾配で

$$\dot{n}_{ij} = F_{ijkl} v_{k,l} \quad (1)$$

と表すことにする。ここで  $v$  は速度ベクトルであり、通常の総和規約が成立するものとする。また添え字中のコンマは、その次の指標の座標に関する微分を表す。ここで仮定しようとするモデルでは、変形速度  $d$  を

$$d_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) = D_{ij} + d_{ij}^m, \quad (2a)$$

$$D_{ij} \equiv d_{ij}^e + d_{ij}^p \quad (2b)$$

の 3 つの成分の重ね合わせで与えられるものとする。ここに上添え字  $e$  は弾性成分を、 $p$  は塑性成分を、最後の  $m$  の添え字は後述の「微視すべり」に関連した二重すべりメカニズムによる変形速度成分を表す。スピンについても式 (2b) と同様の分解をして、二重すべりによるスピンを除いた成分を

$$W_{ij} \equiv w_{ij}^e + w_{ij}^p \quad (3)$$

と表すことにする。

このそれぞれの成分に文献<sup>9)</sup>で提案するような構成関係を仮定することによって、接線剛性  $F$  が

$$F_{ijkl} = C_{ijkl} + \sigma_{ij} \delta_{kl} \quad (4)$$

$$- \frac{1}{2} (\delta_{ik} \sigma_{lj} + \delta_{il} \sigma_{kj}) + \frac{1}{2} (\delta_{jk} \sigma_{li} - \delta_{jl} \sigma_{ki})$$

$$- \chi (C_{ijmn} p_{mn}^\alpha + q_{im}^\alpha \sigma_{mj} + q_{jm}^\alpha \sigma_{mi}) M^{\alpha\beta} p_{pq}^\beta C_{pqkl}$$

と求められる。3 行目の  $\chi$  は、後述の「微視すべり」が発生しない状態では零であり、「微視すべり」発生後 1 になるスイッチである。また上添え字の  $\alpha, \beta$  はすべり系を区別する番号であり、この式では載荷状態になったすべり系に対して総和規約を適用する。ここに

$$C_{ijkl} \equiv \left\{ \bar{\mu} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \left( \kappa - \frac{2}{3} \bar{\mu} \right) \delta_{ij} \delta_{kl} \right\} \quad (5)$$

$$+ (\mu - \bar{\mu}) \frac{1}{\sigma^2} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} - \frac{(\mu \sigma'_{ij} / \bar{\sigma}) (\mu \sigma'_{kl} / \bar{\sigma})}{H + \mu}$$

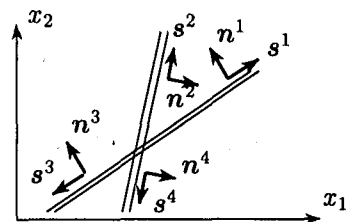


図-1 二重すべりモデルの幾何

と置いた。この  $C$  の一行目が主に弾性部分に相当し、二行目第二項が塑性部分に相当する。 $\sigma$  は Cauchy 応力、 $\sigma'$  はその偏差成分、 $\delta_{ij}$  は Kronecker のデルタ、 $\mu$  と  $\kappa$  はそれぞれせん断弾性係数と体積弾性係数であり、 $H$  は後で定義するひずみ硬化係数である。また  $\bar{\mu}$  と相当応力  $\bar{\sigma}$  は

$$\bar{\mu} \equiv \left( \frac{1}{\mu} + 2A \right)^{-1}, \quad \bar{\sigma}^2 = J_2 \equiv \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \quad (6)$$

と定義した。 $A$  が非共軸成分を代表する材料パラメータで、 $\bar{\mu}$  は見かけ上の接線せん断係数に相当することから、非共軸項が材料のせん断抵抗を下げる役目を果たしていることがわかる。

式 (4) の最後の項は、次の不連続条件<sup>11)</sup>

$$\det |n_i F_{ijkl}(\chi = 0) n_l| = 0; \quad n_k n_k = 1 \quad (7)$$

を満足した段階で初めて加わる成分で、Asaro の二重すべり理論<sup>12)</sup>に基づく非弾性成分である。 $\chi = 0$  のままで非共軸項を含んだ弾塑性体は、ある変形状態に至った時点で式 (7) を満足する単位法線ベクトル  $n$  の存在が可能になり、物体中に平面ひずみ状態で最多 2 方向の法線ベクトル  $n^\alpha = n$  を持つ不連続すべり線が存在し得る。ここではこの不連続すべり線を「微視すべり線 (図-1)」と呼ぶ。この 2 方向の各すべり線上にお互いが相反するそれぞれ 2 方向の、合計 4 方向のすべりメカニズムが最多で可能になる。そのすべりの 4 方向を  $s^\alpha, \alpha = 1, 2, 3, 4$  で表す。この法線ベクトル  $n^\alpha$  は材料固有の特性ではなく、応力状態で決まるものであることに注意する。

これを用いて式 (4) に現れる記号で未定義のものは

$$p_{ij}^\alpha \equiv \frac{1}{2} (s_i^\alpha n_j^\alpha + s_j^\alpha n_i^\alpha), \quad q_{ij}^\alpha \equiv \frac{1}{2} (s_i^\alpha n_j^\alpha - s_j^\alpha n_i^\alpha),$$

$$N^{\alpha\beta} \equiv K \delta^{\alpha\beta} + p_{ij}^\beta C_{ijkl} p_{kl}^\alpha \quad (8)$$

と定義され  $M^{\alpha\beta}$  は  $N^{\alpha\beta}$  の逆行列である。 $\delta^{\alpha\beta}$  も Kronecker のデルタであり、この式では  $\alpha$  についての総和は取らない。 $K$  は「微視すべり線」上の抵抗パラメータで、 $\alpha$  番目のすべり線上でのせん断抵抗  $\tau^\alpha$  に対して Schmid 則の発展則

$$\dot{\tau}^\alpha = \dot{\sigma}_{ij} p_{ij}^\alpha = K \dot{\gamma}^\alpha \quad (9)$$

が成立すると仮定する。ここでは構成則そのものに軟化

を組み込むのは望ましくないと考え、数値解析では硬化係数  $H$  だけではなくすべり抵抗係数  $K$  も正の定数で仮定する。ちなみにここに現れる応力速度  $\dot{\sigma}$  は、「微視すべり」が発生しない状態で定義される Jaumann 応力速度で、式 (3) のスピン成分を用いて

$$\dot{\sigma}_{ij} \equiv \dot{\sigma}_{ij} - W_{ik} \sigma_{kj} - W_{jk} \sigma_{ki}, \quad (10)$$

で定義されていることに注意する。式 (9) の  $\dot{\gamma}^\alpha$  が実際のすべり変形速度量で、これより変形速度の式 (2) の三番目の成分が

$$d_{ij}^m = p_{ij}^\alpha \dot{\gamma}^\alpha \quad (11)$$

と算定される。この式では載荷状態になったすべり線上での量についてのみ  $\alpha$  の総和を取る。この式 (8) ~ (11) が「二重すべりメカニズム」の部分である。なお式 (11) で明らかなように、有限要素内に実際にすべり面が生じているのではなく、無数のすべり面が均等に分布して要素内の平均的な塑性変形を生じさせると捉えられていることに注意する。

式 (5) からわかるように、降伏関数は von Mises 流に

$$f \equiv \bar{\sigma} - F(\bar{\epsilon}^p) \quad (12)$$

で定義した。ここに  $\bar{\epsilon}^p$  は相当塑性ひずみで

$$\bar{\epsilon}^p \equiv \int_0^t (2 d_{ij}^p d_{ij}^p)^{1/2} dt \quad (13)$$

と定義した。プライムは偏差成分を表し、積分は履歴に沿って累積することを意味する。これより、式 (5) の硬化係数は  $H \equiv \partial F / \partial \bar{\epsilon}^p$  で定義される。この  $f$  を用いて、状態の載荷・除荷が

$$\text{載荷} \quad \text{if} \quad f = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} \geq 0, \quad (14)$$

$$\text{除荷} \quad \text{if} \quad f = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} < 0$$

で判定される。また、二重すべり線上での載荷も

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}^\alpha &= 0 \quad (\chi = 0) \quad \text{if} \quad \dot{\sigma}_{ij} p_{ij}^\alpha < K \dot{\gamma}^\alpha, \\ \dot{\gamma}^\alpha &\geq 0 \quad (\chi = 1) \quad \text{if} \quad \dot{\sigma}_{ij} p_{ij}^\alpha = K \dot{\gamma}^\alpha \end{aligned} \quad (15)$$

で判定される。以下、結果の考察における非弾性変形の尺度として

$$\bar{\epsilon}^r \equiv \int_0^t (2 d_{ij}^r d_{ij}^r)^{1/2} dt \quad (16)$$

で定義される「相当非可逆ひずみ」を用いる。ここに、 $d_{ij}^r$  は塑性成分と「微視すべり」成分の和で

$$d_{ij}^r \equiv d_{ij}^p + d_{ij}^m, \quad (17)$$

で定義した成分の偏差成分である。

### 3. 載荷板下面の条件が及ぼす影響

#### 3.1 対象の有限要素分割と境界条件

本論文では平面ひずみ状態で解析を行い、要素は前節の支配方程式の弱形式に基づいた標準的な定式化で得

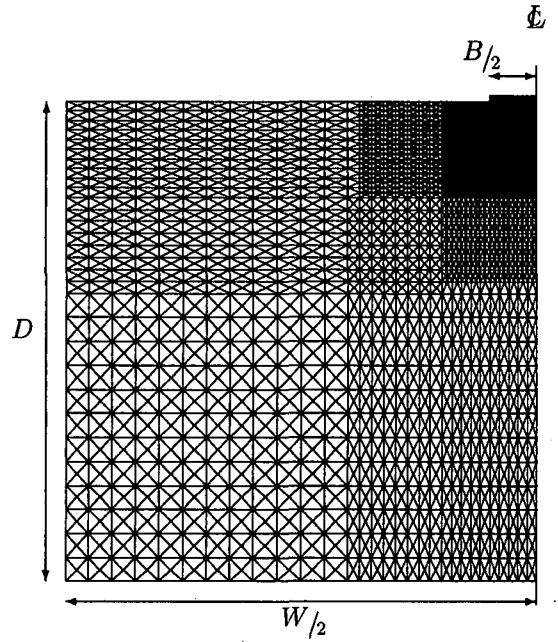


図-2 解析対象の有限要素分割 (左半分のみを表示)

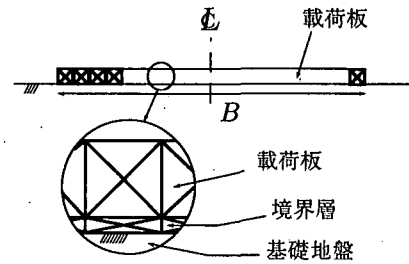


図-3 載荷板部分の要素分割

られる定ひずみ速度三角形要素である。解析対象は図-2の領域とした。この領域の大きさは文献<sup>10)</sup>による推奨に従い、 $W/2$ ,  $D$  共に載荷板幅  $B$  の5倍とした。載荷板幅は  $B = 20 \text{ cm}$  とした。境界条件は、底辺を鉛直・水平の両方向に固定し、左右側辺は水平方向のみ固定とした。載荷板を図のように地盤の上部に設置し、それと地盤の接触部分については、剛結する場合と、図-3のように載荷板下面に境界層を配置する場合を検討し、載荷板下の摩擦の影響を調べる。この載荷板及び境界層の設定は後述するが、境界層の厚さは載荷板の厚さの  $1/10$  にした。数値的な工夫の設定については元の文献<sup>9)</sup>を参照して欲しいが、構成モデルが増分線形型で与えられているため、繰り返し計算を用いずに、できるだけ小さいステップでの単純な増分累積手法で有限要素の定式化をしている。

#### 3.2 材料定数と各パラメータ

ここで用いている構成モデルは前述のように引張りに抵抗するため、必ずしも要素試験の挙動をうまくは表現できていない。しかし文献<sup>9)</sup>でも示したように、主に圧縮領域が広がっている場合の変形の局所化パターンを比

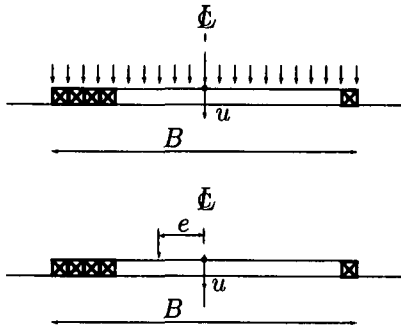


図-4 荷重パターン — 上図：対称，下図：偏心

較的に良く予測できていることから，本論文でもそこで用いたパラメータの値を用い，比較した豊浦砂の実験の巨視的な挙動と少なくともオーダー的には近い挙動予測ができるように設定した．したがって文献<sup>9)</sup>から弾性部分は

$$E = 100 \text{ MN/m}^2, \quad \nu = 0.3 \quad (18)$$

とする．また初期降伏せん断ひずみ  $\gamma_0$  を

$$\gamma_0 \equiv \frac{\tau_0}{\mu} = 0.0025 \quad (19)$$

と設定する．ここに  $\tau_0 \equiv F(0)$  は初期降伏せん断応力である．また，後に用いる地盤材料の単位体積重量は  $\gamma = 19.6 \text{ kN/m}^3$  とする．その他の塑性成分の材料パラメータも文献<sup>9)</sup>と同様， $H/\mu = 0.001$ ， $\bar{\mu}/\mu = 0.003$ ， $K/\mu = 0.00001$  と正の定数とした．

### 3.3 荷重板の設定

荷重板は図-3に示したように，剛結の場合は基礎地盤の表面上に直接，境界層を導入する場合はその境界層の上部に， $4 \times 20 = 80$  個の要素を一層置いてモデル化した．荷重板は十分に剛で降伏しないように，せん断弾性係数は地盤のその  $5 \times 10^4$  倍とし，初期降伏応力は地盤のその  $10^4$  倍とした．

荷重方法は変位制御で行い，図-4にあるように対称と非対称の2種類を与える．与える強制変位増分ステップ  $\Delta u$  は，文献<sup>9)</sup>の結果と比較して十分な精度が得られる比較的大きな値として  $0.05 \text{ mm}$  と設定した．対称荷重の場合には図-4の上図のように，荷重板上面の全節点に一樣に鉛直下向きの強制変位を与える．このとき，数値計算上の微小な誤差から地盤の変形が非対称になることがあるので，それを抑制するために荷重板中央の1節点のみを水平方向に固定した．非対称荷重の場合は図-4の下図に示したように，荷重板中央から左方に距離  $e$  だけ離れたある1節点だけに鉛直下向きの強制変位を与える．偏心率は  $\psi \equiv e/B$  で表す．

### 3.4 境界層の設定

図-3の境界層のせん断弾性係数は，地盤のせん断弾性係数に対する比  $\eta$  で  $1/10$ ， $1/100$ ， $7/1000$  の3種類に

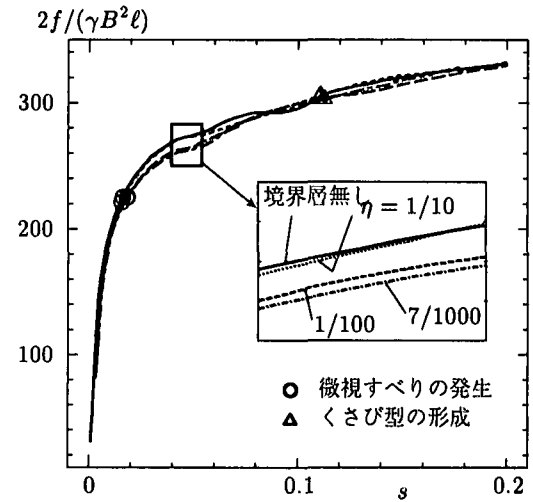


図-5 対称荷重の荷重変位曲線

設定した．本解析では，境界層のせん断弾性係数を過剰に小さくすると要素がつぶれるため，このせん断弾性係数の設定では試行錯誤を行い，安定して数値解析ができる最も小さい値の  $7/1000$  までについて報告する．また初期せん断降伏応力は地盤のその  $10^3$  倍として降伏しないようにした．

### 3.5 対称荷重

図-5には，境界面要素を設けない場合と，各せん断剛性比  $\eta$  の境界層を導入した場合の荷重変位曲線を示した．縦軸は Terzaghi の定義による支持力係数に合わせて，押し込み板の鉛直反力の総和  $f$  を荷重板の幅  $B$  および奥行き  $\ell = 1$  で除し，それを単位体積重量  $\gamma$  で除した無次元量<sup>1)</sup>とした．また対称荷重の場合の横軸は，荷重板表面の節点鉛直変位の平均値  $u$  を荷重板幅  $B$  で無次元化した相対沈下量  $s \equiv -u/B$  である．履歴曲線上の○印は，どこかひとつの要素で初めて式(7)が成立して「微視すべり」が滑動した状態を示しており，△印は荷重板両端から伸びた「巨視的な局所変形の帯（後述）」がくさび型を形成した状態を示している．図から明らかなように，それぞれの巨視的な抵抗挙動はほとんど同じになっており，荷重板下の境界層の影響は非常に小さいことがわかる．また構成モデルの特性から，実験のような大きな軟化挙動は予測できていない．

次に図-6には，境界層が無く荷重板が地盤に剛結されている場合の沈下量  $s = 0.19$  での変形図と式(16)の相当非可逆ひずみのコンター図を示した．上の変形図中の黒い部分は，式(7)が成立して「微視すべり」が滑動した要素の範囲を表している．また網掛けの部分は，

<sup>1)</sup> 自重を考慮しない平面ひずみ解析では通常弾性係数等で無次元化するため，この Terzaghi の定義を用いると荷重板幅  $B$  で割り過ぎになる．そのため自動的に  $B$  による寸法効果があるような解が得られてしまう<sup>10)</sup>が，ここでは他との比較のために敢えてその定義のままを使用した．

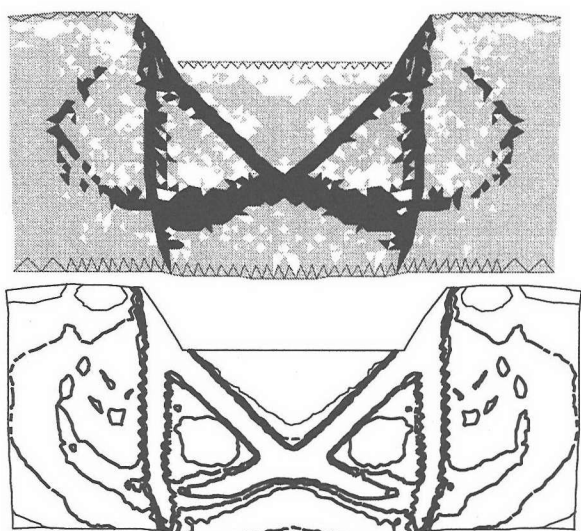
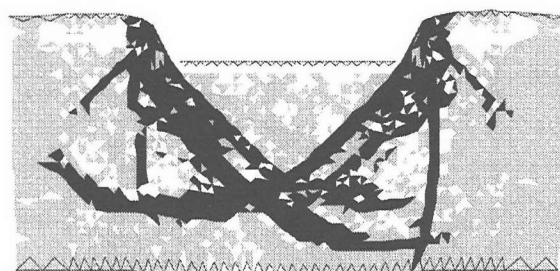


図-6 境界が剛結され対称荷荷の場合： $s = 0.19$

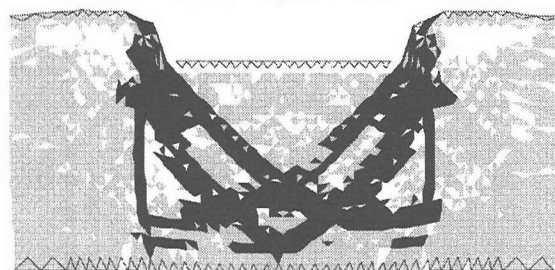
「微視すべり」発生前の塑性状態にある要素の範囲である。白い部分は除荷された部分も含めて弾性状態にある領域を示す。コンター図の太い線は240%の非可逆ひずみレベルであり、その他の線はそれ以下を50%ずつで区切ったレベルである。このコンター図のパターンと変形図の黒い部分の帯のパターンがほぼ一致していることから、変形図の黒い領域は大変形が集中している部分と捉えてよい。したがって以後、この黒い部分を「巨視的な変形局所帯」と呼ぶことにする。この局所帯は古典的なすべり線によく似ており、実験でも観察されるくさびとその先に伸びる円弧状のすべり帯にもよく似ている。

一方、図-7は境界層が存在する場合の同様の変形図である。境界層が無い場合の変形図-6と比べ、境界層が柔らかくなるにつれて「ハ」の字方向の帯が不明瞭になる。また、 $\eta = 1/10, 1/100$ 程度の柔らかさの場合にはくさび状のパターンが少し複雑になり、直線的なくさびに加えて円弧状の発達も同時に見られる。これは、荷重板の両端からの大変形の発達に境界層の柔らかさが及ぼす影響のためと推測される。そのため、帯の幅もやや広がっている。しかし、境界層のせん断剛性が最も小さい $\eta = 7/1000$ の場合には、荷重板下の摩擦が減少するために荷重板両端での複雑な大変形の発達が遅れ、パターンとしては図-6と同じものが若干深い位置に、かつ幅を若干広くして移動しただけの様相を示した。

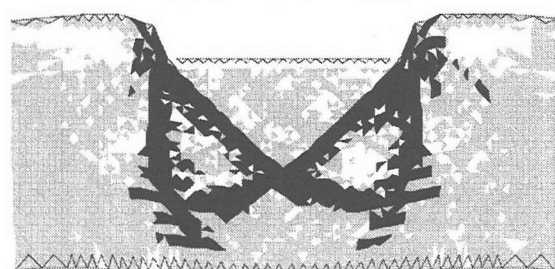
また、例えば要素内の「微視すべり」の方向、すなわち式(8)の $s$ の向きは境界層の柔らかさによって異なっていた。例えば、荷重板両端付近に最初に「微視すべり」が現れた要素内で、図-1に示した4つの $s$ のうちの荷重状態になった $s$ の方向が水平 $x_1$ 軸方向となす角度は、境界層が無い場合は142度、せん断剛性比 $\eta = 1/10$ の場合は147度、 $1/100$ の場合は150度、



(a)  $\eta = 1/10$  の場合



(b)  $\eta = 1/100$  の場合



(c)  $\eta = 7/1000$  の場合

図-7 柔な境界層が存在する対称荷荷の場合： $s = 0.19$

$7/1000$ の場合は152度となっていた。境界層が柔らかくなるにつれて荷重板直下の地盤への力の作用が小さくなり、この局所的な応力状態の違いから「微視すべり」が浅い方向になったと考えられる。その応力状態の差で、地盤内部の拘束状態が異なり、場合によっては円弧すべり状の局所帯が卓越したと考えられる。

### 3.6 非対称荷荷

#### (1) 比較的小さい偏心の場合

偏心度が $\psi = 0.05$ と比較的小さい場合の非対称荷荷下の荷重変位曲線を図-8に示した。横軸は荷重板中央節点の鉛直変位を $B$ で除した沈下量である。比較のために、破線で対称荷荷の場合で境界層が存在しない場合の結果を示してある。この場合も、この巨視的な挙動に対する境界層の剛性の影響は非常に小さい。ただし、最初に「微視すべり」が発生するレベルである○印の位置は、対称荷荷のときに比べるとややばらついている。また対称荷荷の場合に比べてこの曲線群の傾きはすべて小さくなっており、変形が進んだ状態での抵抗剛性は小さ

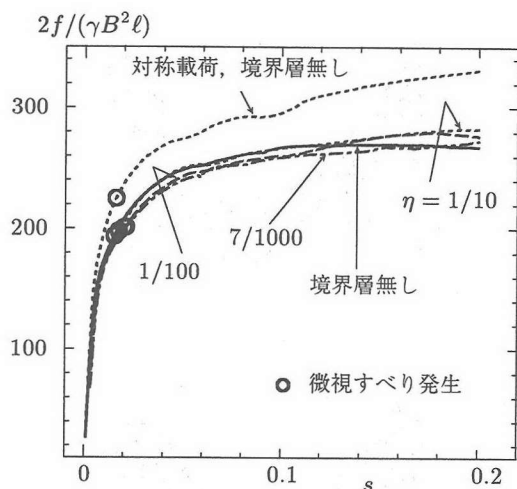


図-8 偏心率  $\psi = 0.05$  の場合の荷重変位曲線

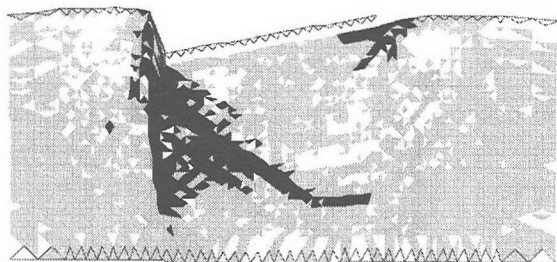
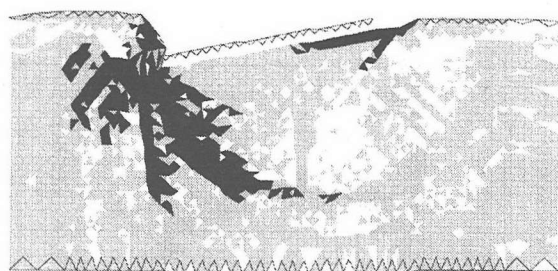


図-9 境界が剛結され偏心率  $\psi = 0.05$  の載荷:  $s = 0.19$

くなっている。

そこで地盤内部の変形挙動を対称載荷の場合と比較するために、図-9には境界層を設けない場合の、沈下量  $s = 0.19$  における変形図を示した。比較的小さい偏心であるにも拘わらず、載荷板はかなり傾いている。また変形局所帯は偏心した側だけに極端に偏っている上に、くさび状の直線的な帯の発達ではなく、やや丸みを帯びた円弧すべりにも似た帯の発達が見られる。また載荷板端部の押し込みの影響で、端からの鉛直下向きの局所変形帯がかなり顕著になっている。

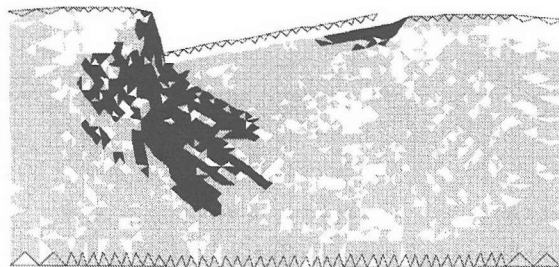
一方、3種類の境界層のせん断剛性比  $\eta$  の場合のそれぞれの変形図と式 (16) の相当非可逆ひずみのコンター図を図-10に示した。この場合も、左端部直下より外側への変形局所帯の発達が、境界層が柔らかくなるにつれて不明瞭になり、端部からのくさび及び円弧状の変形局所帯の数が増える傾向を示しているように見える。さて図-11は、人工軟岩を  $\psi = 0.3$  と大きく偏心した載荷実験での観察<sup>13)</sup>をスケッチしたものである。偏心率が異なっているが、図-10の(a)の黒い帯と(b)のコンター図のパターンに非常によく似たすべり線が観察されている。定性的には本解析が実際の局所変形の発達をよく予測していると期待できる。



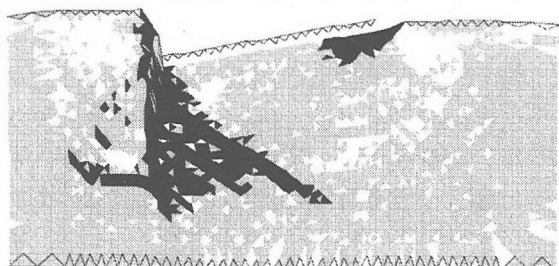
(a)  $\eta = 1/10$  の場合



(b)  $\eta = 1/10$  の場合



(c)  $\eta = 1/100$  の場合



(d)  $\eta = 7/1000$  の場合

図-10 柔な境界層がある場合で偏心率  $\psi = 0.05$  の載荷:  $s = 0.19$

## (2) 大きな偏心載荷の場合

偏心率が  $\psi = 0.2$  と大きくなった場合の荷重変位曲線を図-12に示した。比較のために、偏心率が0.05の場合の結果も破線で示してある。この程度の偏心がある場合には、境界層が無いかせん断剛性比が1/10の場合の2つの場合と、それより小さい剛性比の2つの場合とで、巨視的な挙動の傾向が異なっている。前者の場合には、小さい偏心の  $\eta = 0.05$  の場合とほぼ同様の挙動を変形が小さい範囲では示すが、あるレベルで突然軟化を示す。境界層が無い場合にはその後やや硬化するが、せん断剛性比が1/10の場合には、ほぼ横ばいの抵抗挙動を示している。これに対し後者の、せん断剛性比が  $\eta =$

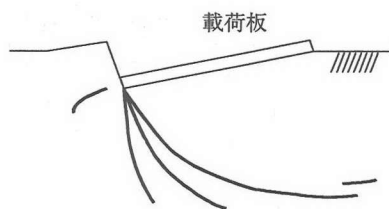


図-11 人工軟岩でのすべり線<sup>13)</sup>のスケッチ

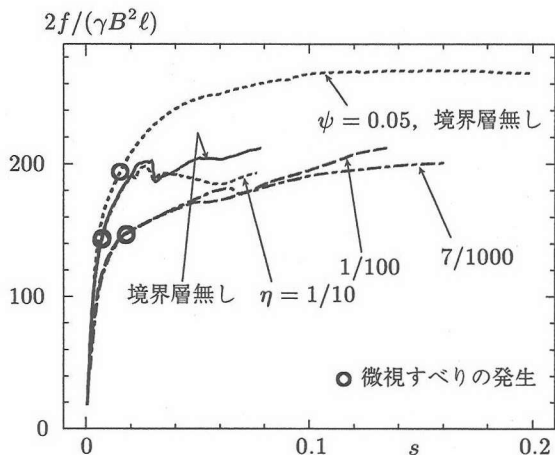


図-12 偏心率  $\psi = 0.2$  の場合の荷重変位曲線

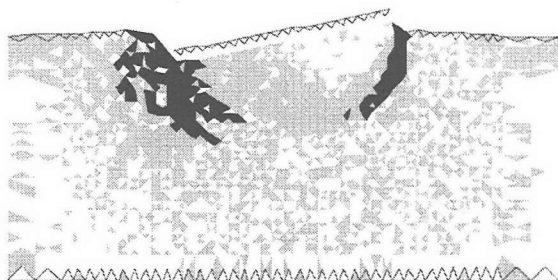
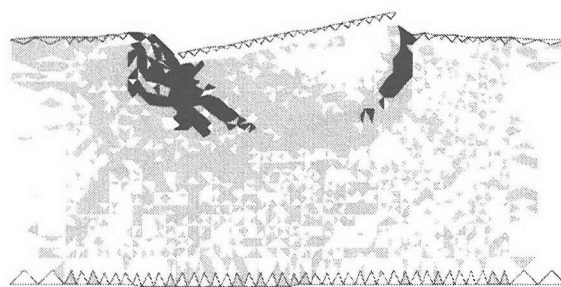


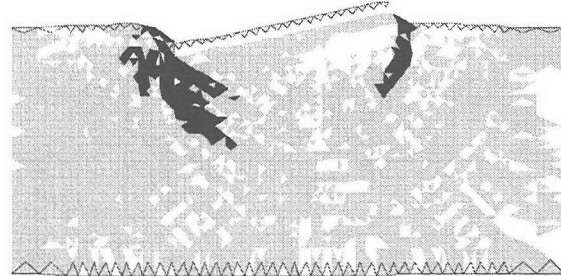
図-13 境界が剛結され偏心率  $\psi = 0.2$  の载荷:  $s = 0.03$

1/100, 7/1000 の場合には, 変形の比較的早い段階から抵抗勾配が小さくなり, 相対沈下量が 0.05 付近で小さな軟化を示すものの, 比較的小さい勾配ながらもその後は硬化していく。いずれの場合も, その軟化直前のピーク時には, 载荷板左端周辺の相当ひずみが大きくなっており, したがってそこに圧縮の変形が局所化している。偏心率が増したことで载荷板が水平に変位し易く, その影響で载荷板左端付近の大変形の発達が比較的大きくなっていると考えられる。

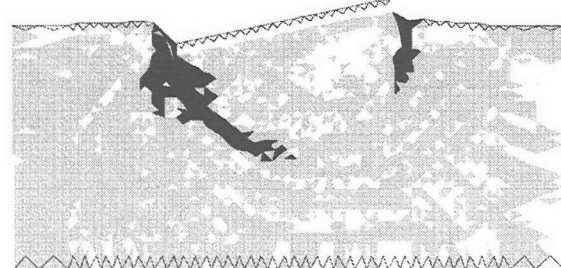
そこで地盤内部の変形状態を比較するため, まず境界層が無い場合の変形図を図-13 に示した。これは载荷板左端に変形が集中した後, 図-12 に示したように一旦軟化し, それが硬化に転じた状態である。この状態にな



(a)  $\eta = 1/10$  の場合で  $s = 0.03$



(b)  $\eta = 1/100$  の場合で  $s = 0.19$



(c)  $\eta = 7/1000$  の場合で  $s = 0.19$

図-14 柔な境界層がある場合で偏心率  $\psi = 0.2$  の载荷

ると, 载荷板右端の大変形帯も発達しているが, 図から明らかなように载荷板は右側で盛り上がり, 右端には引張りの変形集中が生じていることがわかる。なお「引張り」と称しているのは, 要素の平均応力が正になっていることを意味している。したがって, 軟化後の硬化には少なからずこの引張りの局所変形の発達が影響を及ぼしていると考えられ, 実際の地盤では生じない現象になってしまった。

一方, 境界層がある場合の変形図を図-14 に示した。境界層のせん断剛性比が 1/10 の場合は境界層が無い場合と同じ相対沈下量  $s = 0.03$  での状態で, それ以外はさらに変形が進んだ  $s = 0.19$  での状態である。これはこの四者がほぼ同じ荷重レベルになるように選んだ組み合わせである。この図を比較すると, 境界層があってもあまり柔でない 1/10 の場合は, 剛結された場合と同様, 载荷板右端での引張りによる局所変形帯が比較的大きく発達している。それに対し, 柔らかい境界層の場合の図-14 の (b), (c) の図では, 载荷板右端での引張りの局所変形帯の発達が比較的小さく, 同時に左端からの円

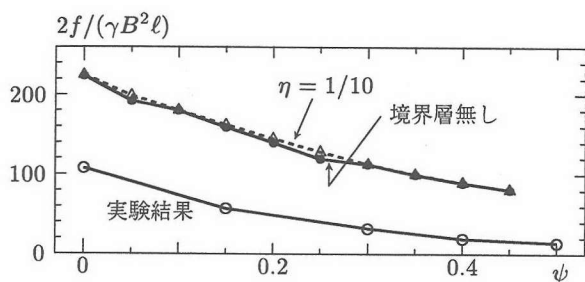


図-15 偏心度と支持力の関係

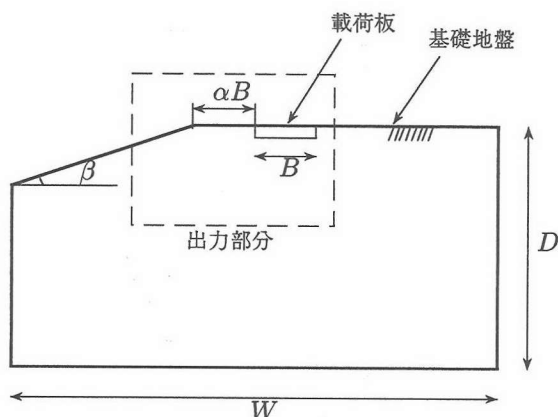
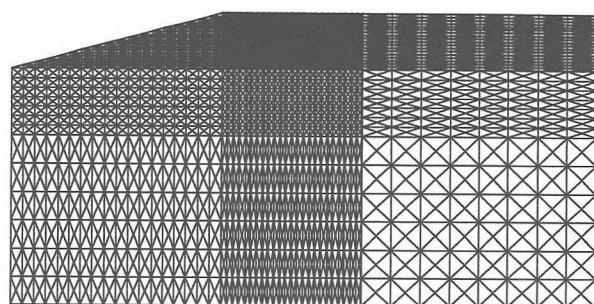


図-16 傾斜地盤付近の解析対象領域の概略図

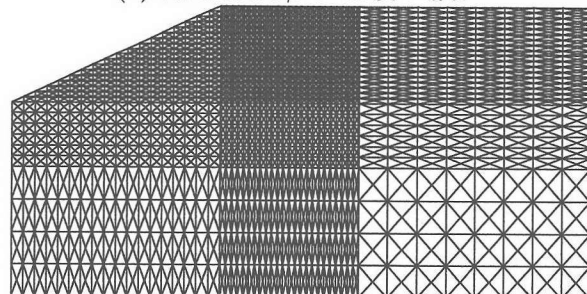
弧すべり線のような局所変形帯の発達が顕著になっている。載荷板下の摩擦抵抗が小さい設定になるにつれて、偏心の影響が強くなり、偏心した側つまり左側での局所変形が卓越し、それが円弧状のすべり線に発達したと考えられる。特に図-14の(c)の状態は、載荷面をやや緩くした状態で偏心載荷を行った実験<sup>14)</sup>と同様の傾向を示している。また、図-13と図-14の(a)では、引張りが生じているものの、半円に近い円弧すべり変形の集中が顕著になり、対称載荷や比較的小さい偏心の  $\psi = 0.05$  の場合と比較して、除荷域（白い領域）の面積が大きくなっており、円弧すべり形状の変形の局所化はその局所化の度合いが高いことが予想される。

### 3.7 偏心度が支持力に及ぼす影響

以上の結果から支持力について考察したいが、残念ながら荷重変位曲線からも明らかなように、その抵抗特性には一時的なピークはあるものの、いわゆる最高荷重に相当する量を定義することはできない。そこで、比較のためのひとつの指標として、対象領域のどこかに初めて「微視すべり」が発生した時点での荷重、すなわち荷重変位曲線の○印の荷重レベルを各偏心度に対してまとめたのが図-15である。図の横軸に偏心度  $\psi$  を、縦軸に上述のようにして求めた荷重レベルを取った。黒丸の実線は境界層が無い場合の結果であり、△印の破線が境界



(a) 斜面傾斜角  $\beta$  が 15 度の場合



(b) 斜面傾斜角  $\beta$  が 25 度の場合

図-17 解析対象領域の要素分割

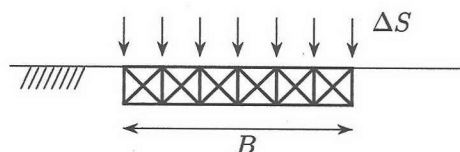


図-18 載荷板の設定と強制変位の条件

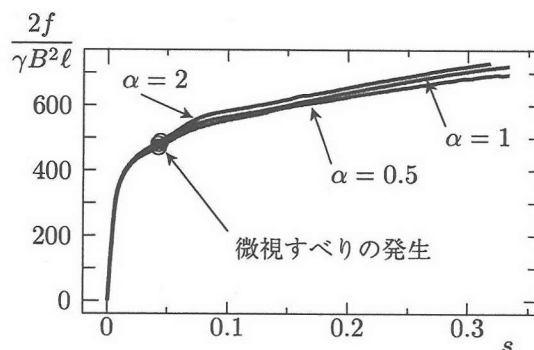


図-19 斜面傾斜角が 15 度の場合の荷重変位曲線

層のせん断剛性比が  $\eta = 1/10$  の場合の結果である。容易に予想できるように、偏心度の増加に伴って支持力が減少している。比較のために示した実験値（○印の実線）は文献<sup>15)</sup>の実験結果である。本論文での材料パラメータの設定でも述べたように、ここでは他の文献<sup>5)</sup>に合わせた材料の設定をしているため、この図の比較でも縦軸の値が全く異なっている。ただし偏心に伴う支持力

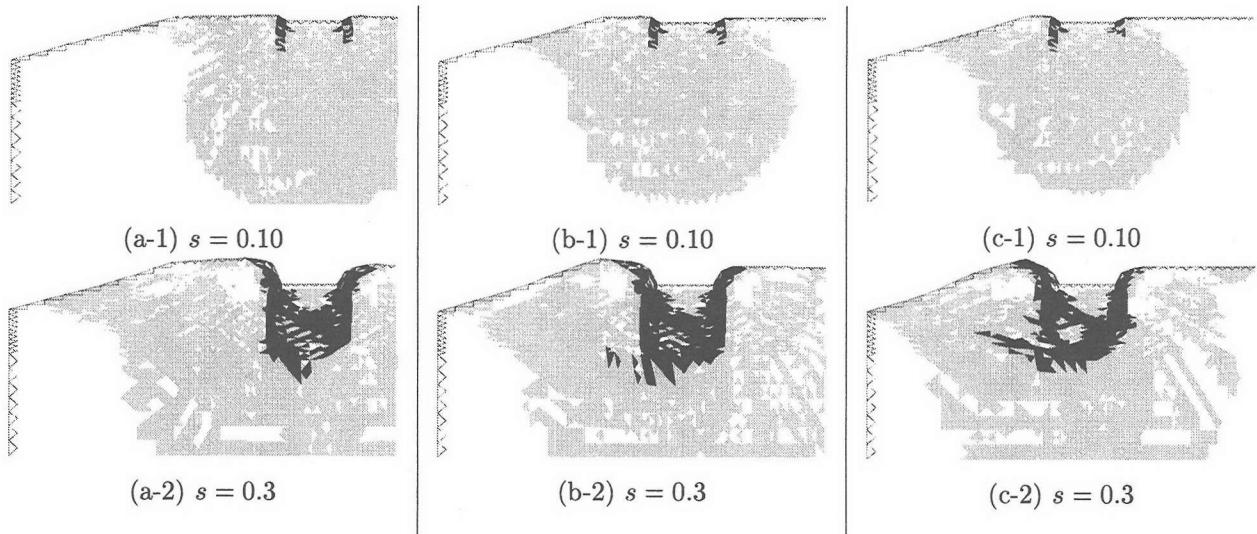


図-20-a 斜面から遠い  $\alpha = 2$  の場合

図-20-b  $\alpha = 1$  の場合

図-20-c 斜面に近い  $\alpha = 0.5$  の場合

図-20 斜面傾斜角が15度の場合の各変形状態

の低下傾向は定性的によく合っている。

#### 4. 近傍に存在する傾斜の影響

##### 4.1 対象の有限要素分割と境界条件

図-16に示したような傾斜が直接基礎の近傍にある場合の支持力については、実験的研究がいくつか実行されている。本解析で用いているコードでは自重の影響を考慮できないので、この斜面状の自由表面の存在による「幾何学的な拘束<sup>2)</sup>」が支持力や変形に及ぼす影響を検討し、実験と比較してみる。解析対象の寸法は文献<sup>1)</sup>と対応させ、 $D = 100 \text{ mm}$ ,  $W = 200 \text{ mm}$ ,  $B = 12 \text{ mm}$ と設定した。境界条件は、底辺を鉛直・水平両方向に固定し、左右側辺は水平方向のみ固定した。また、載荷板端から傾斜肩までの基礎前面余裕幅  $\alpha \times B$  は  $\alpha = 0.5, 1, 2$  の3種類を検討し、斜面傾斜角  $\beta$  は15度の場合と25度の場合を対象とする。図-17に、斜面傾斜角が15度の場合と25度の場合の要素分割図を示した。

##### 4.2 載荷板の設定

載荷板は簡単のために図-18のように、地盤表面近くの一部の  $4 \times 6 = 24$  個の要素とした。この場合も載荷板は前節と同様の剛で降伏しないものとして設定するため、そのせん断弾性係数と初期降伏応力を地盤のその  $10^3$  倍とした。載荷は載荷板表面のすべての節点を均等に強制変位させる対称載荷とし、前節のような境界層は配置していない。

##### 4.3 解析結果

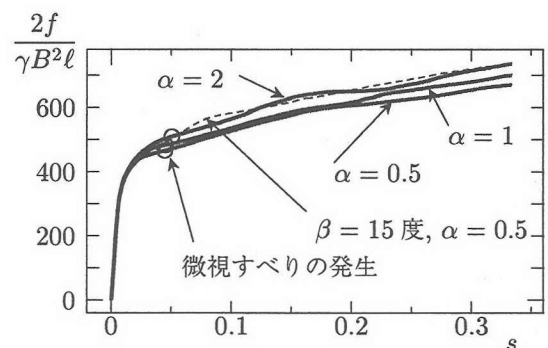


図-21 斜面傾斜角が25度の場合の荷重変位曲線

##### (1) 15度の傾斜斜面の場合

斜面傾斜角  $\beta$  が15度の場合の荷重変位曲線を、前節と同じ量を軸にとって図-19に示した。基礎前面余裕幅  $\alpha$  が大きくなり傾斜から直接基礎が遠い程支持力が高い傾向はあるが差は非常に小さい。そこで、沈下量  $s = 0.1, 0.3$  における地盤の変形図を図-20に示した。黒い部分や網掛け部分の意味は前節と同様であり、以後の描画範囲は図-16の破線で囲まれた斜面上部領域（出力部分）である。図-20-aは基礎前面余裕幅が一番大きい場合の結果で、上の図(a-1)が相対沈下量が0.1のときであり、下が0.3のときである。この場合には局所変形帯の発達とはほぼ同時に載荷板両端から始まり、その後もほぼ対称の発達をしている。前節の水平地盤の場合とはほぼ同様の特性ではあるが、やや斜面の自由表面の影響が現れている。文献<sup>1)</sup>でも  $\alpha = 2$  程度では非対称挙動が明確には観察されないと報告されており、本結果はそれをある程度裏付けることができた。

これに対し図-20-bは、もう少し斜面に基礎が近づいた  $\alpha = 1$  の場合の挙動である。これも変形が小さいうち

<sup>2)</sup> この用語は我々のオリジナルではなく、学科内での研究発表会で渦岡良介氏が用いたもので、非常に適した単語と考えたため使用している。

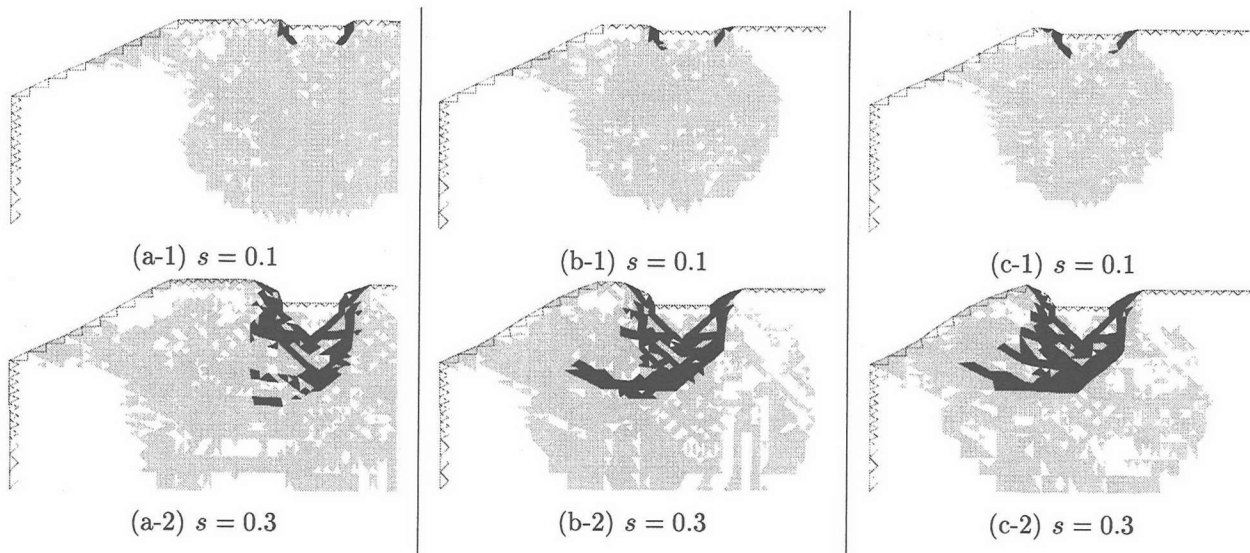


図-22-a 斜面から遠い  $\alpha = 2$  の場合

図-22-b  $\alpha = 1$  の場合

図-22-c 斜面に近い  $\alpha = 0.5$  の場合

図-22 斜面傾斜角が 25 度の場合の各変形状態

はほぼ対称に局所変形帯が生じているが、沈下量が  $s = 0.3$  になった段階ではくさび状の帯が斜めになり、前節の偏心載荷の場合のパターンの傾向を示すようになっていく。さらに基礎が斜面に近づいた  $\alpha = 0.5$  の場合の図が図-20-c である。ここまで基礎前面余裕幅が小さくなると、初期の段階から変形が偏りを示す。変形が大きくなった段階では、斜面の円弧すべりの小規模なパターンの局所変形が発生している。これが巨視的な支持力を若干ではあるが下げる効果を出していると考えられる。実験<sup>1)</sup>では強制変位の与え方が異なるために直接の比較はできないが、実測された変形はまず斜面側の載荷板端の沈下が発生し、その後は斜面と反対側の載荷板端の沈下が卓越すると報告している。本数値解の場合には、水平のままの載荷なので載荷板の回転は無いが、載荷板そのものが載荷するに従って斜面側に水平移動しており、斜面側のみかけ上の抵抗（幾何学的拘束）が小さいという点で実験観察と同じ力学特性を示している。

## (2) 25 度の傾斜斜面の場合

斜面傾斜角が 25 度の場合の荷重変位曲線を図-21 に示した。傾斜角が 15 度の場合と同様に、基礎前面余裕幅  $\alpha$  の減少に伴ってその抵抗係数が柔になる挙動を示している。また 15 度の傾斜の場合よりも比較的その余裕幅の影響が大きい。つまり、25 度という急な傾斜角の影響で、若干ではあるが変形のし易さが影響を受け易くなっている。また同図には、傾斜角が 15 度の場合で最も荷重レベルが低い  $\alpha = 0.5$  の挙動を破線で示したが、それと比較しても明らかなように、若干ではあるが急傾斜による支持力の低下を示している。

前節と同様、相対沈下量が  $s = 0.1, 0.3$  のときの地盤内の変形図を図-22 に示した。図-22-a は基礎が斜面から最も離れた場合であるが、初期にはほぼ対称に発達し

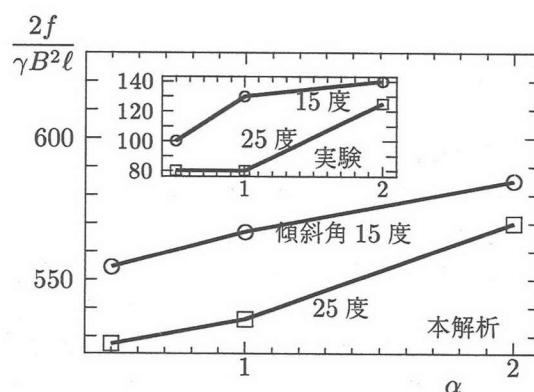


図-23 支持力係数と前面余裕幅  $\alpha$  及び傾斜角との関係

た局所変形帯が、変形が進むにつれて非対称になり、さらに円弧状の帯も複数発達している。すなわち同じ沈下レベルでありながら、急な斜面の影響で非対称な変形が助長され、また抵抗の弱い円弧状の変形帯の発達が生じてしまっている。これに対し、図-22-b はもう少し基礎が斜面に近づいた場合の変形図で、円弧すべり帯がかなり明確になっている。さらに近づいて  $\alpha = 0.5$  の場合の変形図が図-22-c である。斜面の存在による「幾何学的な拘束」の低下により、非対称変形の発達と、円弧すべり状の局所変形帯の複数の発達が見られる。

## (3) 支持力と基礎前面余裕幅の関係

ここでの数値結果でも荷重変位曲線にピークが存在せず硬化を続けており、明確な支持力を定義することができない。そこで、荷重変位曲線の勾配が比較的低くなった時点での荷重レベル同士を比べることにより、支持力に及ぼす基礎前面余裕幅と傾斜角の影響を検討する。傾斜角が 15 度の場合に、荷重変位曲線の勾配が一時的

ではあるが小さくなるのが沈下量でほぼ  $s = 0.1$  の付近であったため、傾斜角が 25 度の場合も同じ沈下量になったときの荷重変位曲線の縦軸の値を支持力に準ずる値として求めた。その値を縦軸に取り、横軸に基礎前面余裕幅係数  $\alpha$  を取ったものが図-23 である。このプロットは実験<sup>1)</sup>に対応させたものであるが、余裕幅の減少による支持力の低下が明確である。図中のインセットは文献<sup>1)</sup>の実験結果であり、地盤材料が本解析のそれとは異なるため縦軸のオーダは異なっているが、その支持力特性の定性的な傾向は本数値解析が良く予測している。

## 5. おわりに

直接基礎の支持力問題に対し、載荷板下の境界層の剛性の影響と、基礎付近の傾斜の影響について数値的に解析してみた。その結果、以下のような知見が得られた。

- 載荷板下面の境界層の剛性を变化させ、基礎下面の摩擦の影響をシミュレートしてみたが、対称載荷の場合には巨視的な荷重変位挙動にはほとんど影響を及ぼさない。
- しかし、地盤内の変形特性はその境界層の影響を大きく受け、特に円弧すべり状の局所変形帯の発生がやや剛な境界層の場合に現れることを示した。
- 非対称載荷の場合は境界層が巨視的な荷重変位挙動にある程度顕著な影響を及ぼし、境界層の剛性が弱い程支持力も低下することを示した。また局所変形パターンも実験観察のそれによく似ていた。
- 偏心量と支持力の関係は、定性的には実験をよく予測しているが、本材料モデルが引張りに抵抗できることが特に偏心量が大きい場合に悪影響を与えることも明らかになり、今後の課題としたい。
- 傾斜地盤付近の対称載荷の場合には、傾斜地盤角が大きい程、また基礎前面余裕幅が小さい程支持力が低いことを示すことができた。
- 基礎前面余裕幅が支持力に与える影響も実験結果を定性的にはよく示すことができた。

## 参考文献

- 1) 岡原美知夫, 高木章次, 木村嘉富, 森浩樹, 浅井健一, 渡会正晃, 井上昭生, 龍田昌毅: 剛体基礎の支持力に関する実験的研究, 土木研究所資料第 3087 号, 1992.
- 2) 森浩樹, 岡原美知夫, 高木章次, 小幡宏, 小池信一, 龍田昌毅, 龍岡文夫, 森本励, 山田勝彦: 砂地盤上の浅い基礎の大型支持力実験(その 1)— 実験概要及び荷重沈下特

性 —, 土木学会第 44 回年次学術講演会概要集, III-364, pp.802-803, 1989.

- 3) 森本励, 龍岡文夫, 岡原美知夫, 小幡宏, 高木章次, 森浩樹, 小池信一, 龍田昌毅, 山田勝彦: 砂地盤上の浅い基礎の大型支持力実験(その 2)— 破壊形態および既存の実験結果との比較 —, 土木学会第 44 回年次学術講演会概要集, III-365, pp.804-805, 1989
- 4) 龍田昌毅, 龍岡文夫, 谷和夫, 森本励, 岡原美知夫, 森浩樹, 高木章次, 小幡宏, 小池信一, 山田勝彦: 砂地盤上の浅い基礎の大型支持力実験(その 3)— 破壊形態および既存の実験結果との比較 —, 土木学会第 44 回年次学術講演会概要集, III-366, pp.806-807, 1989.
- 5) Siddiquee, M.S.A., Tanaka, T., Tatsuoka, F., Tani, K. and Morimoto, T.: Numerical simulation of bearing capacity characteristics of strip footing on sand, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.4, pp.93-109, 1999.
- 6) 木村孟, 斎藤邦夫, 日下部治, 司代明: 砂地盤の支持力ならびに変形性状に対する異方性の影響について, 土木学会論文報告集, No.319, pp.105-113, 1982.
- 7) 木村孟, 藤井齊昭, 斎藤邦夫, 日下部治: 砂中の浅基礎の支持力に関する研究, 土木学会論文報告集, No.319, pp.97-104, 1982.
- 8) (財) 災害科学研究所 徳島大学工学部建設工学科: 画像解析による地盤の変位場解析の模型実験への適用に関する研究, 西松建設(株) 受託研究平成 13 年度報告書, 2002.
- 9) 白戸真大, 岩熊哲夫: 微視すべりを組み込んだ構成モデルとその大変形問題への応用, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.257-268, 1998.
- 10) 寺沢直樹, 岩熊哲夫, 後藤文彦, 白戸真大: 地盤の不安定問題における変形局所化の数値予測, 応用力学論文集, Vol.3, pp.283-294, 2000.
- 11) Hill, R. and Hutchinson, J.W: Bifurcation phenomena in the plain tension test, *Int. J. Mech. and. Phys. Solids*, Vol.23, pp.421-127, 1998.
- 12) Asaro, R, J.: Micromechanics of Crystals and Polycrystals, *Advances in Appl. mech.*, Vol.23, pp.1-115, 1983.
- 13) 堀井秀之, 富沢慶子, 金子岳夫, 西上裕之: 人工軟岩の平面ひずみ圧縮試験と支持力試験における変形局所化の計測, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム論文集, 土質工学会, pp.25-30, 1994.
- 14) 北詰昌樹, 池田朋広: 載荷試験における載荷点の拘束条件の影響, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.3, pp.187-195, 1993.
- 15) 宮浦征宏, 飯田和弘, 川村志麻, 三浦清一, 木幡行宏: 載荷条件の相違による構造物・地盤系の支持力特性の変化, 地盤工学会北海道支部技術報告集, 第 40 号, 2000.

(2003 年 4 月 18 日受付)