

ボクセルモデルと界面要素を用いた 局所的非均質構造に対するグローバル・ローカル解析

Global-local analysis with interface element using voxel model for local heterogeneous structures

石井建樹*・寺田賢二郎**・京谷孝史***・山岸道弘****・岸野佑次†

Tateki ISHII, Kenjiro TERADA, Takashi KYOYA, Michihiro YAMAGISHI, Yuji KISHINO

*学生会員 工修 東北大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

**正会員 Ph.D. 東北大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

***正会員 工博 東北大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

****工修 日産自動車株式会社 第二車両開発部車体構造グループ (〒 243-0192 神奈川県厚木市岡津古久 560-2)

†フェロー 工博 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

We propose a global-local computational method for simulating the phenomena of global objects with local heterogeneous structures. This method is based on a nonlocal voxel FEM combined with interface elements. The voxel FEM is used to achieve high accuracy of the numerical result for local structures, whereas the interface elements are introduced to glue independently modeled finite element subdomains since the nodes of voxel mesh and the standard finite element mesh do not coincide along their common interface. The performance of the proposed method is well demonstrated by representative numerical examples.

Key Words : Global-local analysis, Local heterogeneous structures, Voxel element, Interface element, Lagrange multiplier, Non-local voxel finite element method

1. はじめに

一般的な構造体内部に存在する局所的な非均質構造は、しばしば全体構造の安定性や力学応答を支配する。例えば、コンクリート構造物、岩盤などでは、局所的に生じたクラック、ボイドなどの発生を起点として最終的に広範囲に及ぶ破壊に至る。そのため、局所的な非均質構造の挙動を精緻に評価し、その大域的挙動への影響を正確に把握することは重要な課題である。

局所的に複雑な構造を持つ複合構造体を対象とした問題に対してより精度の高い解を得るためには、大自由度化が一つの解決策ではあるが、一般の計算機環境をもってしても困難は多い。このため、局所的な非均質構造を有する複合構造体を対象として破壊挙動を含む強い非線形性までも考慮しなければならない場合、高精度かつ効率的な解析を実現するには従来の方法論だけでは限界がある。

著者らは、均質化法に基づいて任意の非均質材料についてその力学挙動の評価を可能にする一般化マルチスケール解析手法を開発し報告してきた^{1),2)}。この均質化マルチスケール解析法のように、解析手法を巨視的(マクロ)および微視的(ミクロ)な視点の両方から捉え、マクロ要素の材料特性にミクロ構造特性を反映できれば、複合材料に対するより高精度な解を効率的に得ることが可能であろう。しかしながら、均質化法ではあくまで「材料特性」という言葉の中に押し込められる程度の微視構造に適用可能であり、比較的大きくかつ局所的な非均質構造には適用できないとされる。

これに対し、局所的に非均質なあるいは局所的に高いひずみ勾配を生じる問題について、粗い(グローバル)メッシュと細かい(ローカル)メッシュを重ね合わせ

るグローバル・ローカル有限要素法が開発されており、重合メッシュ法として理論的にも整備されている^{3),4)}。この手法は、グローバルの解とローカルの解の重ね合わせとして近似解を求め、ローカルの構造には近似的に仮定された境界条件が付加される。また、ローカルメッシュは必ずしもグローバルメッシュの要素端(辺)と一致していなくてもよいことが特徴に挙げられる。

この重合メッシュ法を単なる細分割手法としてではなく、局所的に存在する非均質構造へのマルチスケール解析法として用いた例も報告されている⁵⁾。しかし、上述のような境界条件ではローカルの構造への制約が強すぎるため、局所的な非弾性力学応答の誤差が大域的な挙動の精度に大きく影響することが懸念される。また、重合メッシュ法によって局所的な非均質構造に起因して広範囲に及ぶ破壊挙動を追跡するには、アルゴリズム上の困難が予想される⁶⁾。

そこで本論文では、従来法の問題点を解決すべく、ボクセルモデル⁷⁾⁻⁹⁾と界面要素¹⁰⁾⁻¹³⁾を用いたグローバル・ローカル解析法を提案する。提案する手法は以下に示す3つの特徴を有する。

- 対象とする構造体を局所的非均質構造が関与する領域(局所領域)とその他の大域的な領域(大域的領域)とに分割することで、各領域に異なる有限要素モデルの適用を可能にする。
- 局所領域にボクセルモデルを適用することで、非均質構造が有する複雑な幾何学的形状の解析への取り込みや破壊進展解析を容易にする。
- 界面要素を導入し Lagrange 未定乗数を用いることで、空間分解能の異なる領域を結合する。

以下では、2つの領域に分割された線形弾性体の境界値問題と対応する変分方程式を与え、解くべき離散化

方程式を導出する。また同時に、非局所型ボクセル有限要素法および界面要素における Lagrange 未定乗数の算出方法にふれ、ボクセルモデルと界面要素を用いたグローバル・ローカル解析法を提案する。次に、簡単な数値解析例により提案手法の精度検証および重合メッシュ法と比較検討を行い、手法の適用性や優位性について検証する。最後に、非局所型ボクセル解析にエレメント除去技術¹⁴⁾を導入して、局所的な非均質構造に起因する亀裂進展や損傷進展問題に適用することで解析手法としての性能を例証する。

2. ボクセルモデルと界面要素を用いたグローバル・ローカル解析手法

2.1 局所的な非均質構造を有する構造体のつり合い問題

(1) 問題設定

図-1(a)に示すような静的つり合い問題を考える。今、この構造体は、大域的な n 次元領域 $\Omega \in \mathcal{R}^n$ 内に局所的に非均質構造 χ を有する。全体構造から見たときその非均質構造の寸法は小さいものの、その非均質性は全体構造の力学挙動への影響が無視できない。

構造体が局所的に非均質構造を有するときの問題点は、全体構造における変形のスケールと非均質構造周辺での変形のスケールが大きく異なることにある。そこで、本研究では図-1(b)のように局所的な非均質構造を取り囲む領域を局所領域 Ω^- とし、構造体全体を大域的な領域（グローバル領域） Ω^+ と局所領域（ローカル領域） Ω^- とに領域分割する。これらの領域毎に独立して空間分割（有限要素分割）を行い、領域間に Lagrange 未定乗数を定義する界面要素 Γ_c を導入することで大域的領域と局所領域を結合する（図-1(c)）。

図-1(b)の静的つり合い問題は以下のような方程式群によって記述される。

(つり合い式)

$$\nabla \cdot \sigma^\pm + f^\pm = 0 \quad \text{in } \Omega^\pm, \quad (1)$$

$$\begin{cases} u = \hat{u} & \text{on } \Gamma_u \\ \sigma n = \hat{t} & \text{on } \Gamma_t \end{cases} \quad (2)$$

(変位ひずみ関係式)

$$\varepsilon^\pm = \frac{1}{2} \{ \nabla u^\pm + (\nabla u^\pm)^T \} \quad \text{in } \Omega^\pm \quad (3)$$

(応力ひずみ関係式)

$$\sigma^\pm = C^\pm : \varepsilon^\pm \quad \text{in } \Omega^\pm \quad (4)$$

ここで、 $(\cdot)^\pm$ はそれぞれの領域 Ω^+, Ω^- 内で定義される物理量であり、 $\sigma, \varepsilon, u, f, C$ はそれぞれ Cauchy 応力、微小ひずみ、変位、物体力、弾性テンソルであることを示している。

さらに、領域分割に伴い領域間境界 $\Gamma^+ \cap \Gamma^-$ において、次の連続条件を満足させる必要がある。

$$\begin{aligned} u^+ - u^- &= 0 & \text{on } \Gamma^+ \cap \Gamma^- \\ t^+ + t^- &= 0 & \text{on } \Gamma^+ \cap \Gamma^- \end{aligned} \quad (5)$$

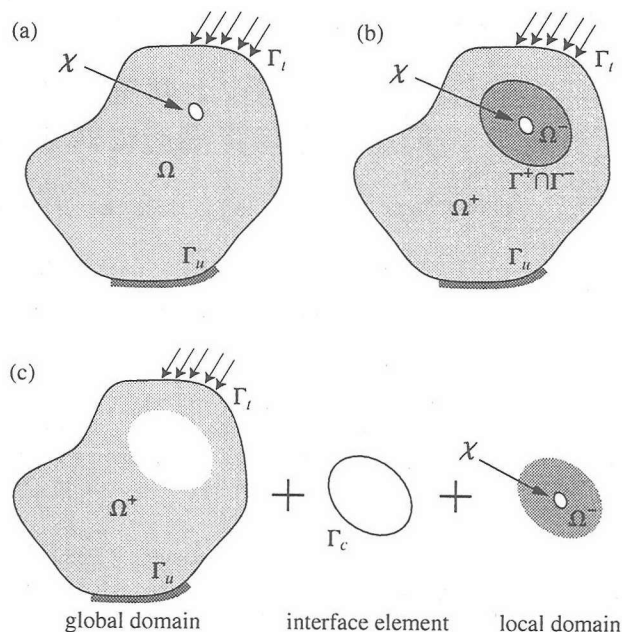


図-1 局所的な非均質構造を有する構造体とその領域分割

(2) 支配方程式の弱形式化

上記の方程式 (1) から (5) によって記述される境界値問題は、制約条件 (5) を伴い各領域 $\Omega^\pm$ での全ポテンシャルエネルギー $\Pi^\pm$ を最小化する問題と等価であり、構造全体では次の汎関数の停留点を求める問題となる。

$$\begin{aligned} J(u^\pm, \lambda) = & \Pi^+ + \Pi^- - \int_{\Gamma_u} \lambda \cdot (u - \hat{u}) d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_c} \lambda \cdot (u^+ - u^-) d\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

したがって、汎関数 (6) の停留条件 $\delta J(u^\pm, \lambda) = 0$ から、次のつり合い方程式の弱形式を得る。

$$\begin{aligned} \delta J_{u^\pm} = & \int_{\Omega^\pm} \nabla \delta u^\pm : (C^\pm : \nabla u^\pm) d\Omega \\ & - \int_{\Omega^\pm} \delta u^\pm \cdot f^\pm d\Omega - \int_{\Gamma_t^\pm} \delta u^\pm \cdot \hat{t}^\pm d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_u^\pm} \delta u^\pm \cdot \lambda d\Gamma \mp \int_{\Gamma_c} \delta u^\pm \cdot \lambda d\Gamma = 0, \\ & \forall \delta u \in \mathcal{V} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\delta J_\lambda = \int_{\Gamma_u} \delta \lambda \cdot (u - \hat{u}) d\Gamma + \int_{\Gamma_c} \delta \lambda \cdot (u^+ - u^-) d\Gamma = 0 \quad (8)$$

ここで、解 $u = (u^+, u^-)$ を探すべき試行関数の空間、および試験関数 v の空間はそれぞれ、

$$\mathcal{U} = \{u \in \{H^1(\Omega)\}^n, u = \hat{u} \text{ on } \Gamma_u\}$$

$$\mathcal{V} = \{v \in \{H^1(\Omega)\}^n, v = 0 \text{ on } \Gamma_u\}$$

で与えられる。

また、この停留解において Lagrange 未定乗数 λ は境界での表面力という物理的な意味を持ち、次式を満足

する。

$$\lambda = t^+ \quad \text{on } \Gamma_u^+ \quad (9)$$

$$\lambda = t^+ = -t^- \quad \text{on } \Gamma_c \quad (10)$$

2.2 非局所型ボクセル有限要素法の導入

本手法の目的は、全体構造に付与される境界条件により局所的な非均質構造がどのように挙動し、それによって逆に全体構造がどのような応答を示すかを詳細に再現することである。そのためには、複雑な非均質構造が有する幾何学形状を解析に取り込むための手法が必要不可欠である。この手法として、デジタル画像の基本単位である画素（ピクセルまたはボクセル）を利用したイメージベースモデリングと有限要素法とを融合したボクセル有限要素法^{7)~9)}を用いる。この手法は、画像を構成する各画素を有限要素法の1要素と見なし画素値によって材料を判別することによって、複雑な非均質構造の解析モデルを自動的に生成することが出来る。しかし、ボクセル有限要素法は迅速かつ確実に解析モデルが生成できるという利点の反面、解析自由度の膨大化や実際の物理境界に適合しないメッシュによる応力振動などの欠点が指摘されている。

そこで、本論文では領域 Ω^- にのみ非局所型ボクセル有限要素法⁹⁾を採用する。非局所型ボクセル有限要素法は、積分平均化理論^{15)~17)}を導入したボクセル有限要素法であり、積分平均化理論に基づく重み付き平均

$$\bar{\varepsilon}(x) = \int_{\Omega} \alpha(x, \xi) \varepsilon(\xi) d\xi \quad (11)$$

$$\bar{\sigma} = C : \bar{\varepsilon} \quad (12)$$

によって非局所ひずみ $\bar{\varepsilon}$ ・非局所応力 $\bar{\sigma}$ を算出し、その値を要素値とするものである。このように非局所型ボクセル有限要素法の「非局所」とは「重み付き平均」を意味する手法上の言葉であり、解析対象における「局所」とは関連性はない。なお本研究では、Bell-shaped 関数を用いた非局所重み関数 α を採用した。

$$\alpha(x, \xi) = \frac{\alpha_0(|x - \xi|)}{\int_{\Omega} \alpha_0(|x - \xi|) d\xi} \quad (13)$$

$$\alpha_0(r) = \begin{cases} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 & \text{if } 0 \leq r \leq R \\ 0 & \text{if } R \leq r \end{cases} \quad (14)$$

ここで R は非局所影響半径である。

この非局所型ボクセル有限要素法では、材料界面における応力振動が効果的に遁滅され、界面剥離破壊に起因するような破壊現象をシミュレートする際にも有効である⁹⁾。以降、本論文における応力は断りのない限り非局所応力 $\bar{\sigma}$ を表すものとする。

2.3 大域的領域と局所領域の結合

局所領域での構造の力学挙動を表現するボクセル要素に比べ、大域的領域での要素は全体構造の力学挙動を表現できる程度の空間分解能を有していればよく、局所領域のそれより大きなサイズになる。そのため、本研究では、これらの領域 Ω^+ および Ω^- で独立に生成さ

れた適合しない要素を Lagrange 未定乗数法を用いて結合する。

(1) 離散化方程式

以下、平面問題 ($n = 2$) に限定しつり合い式の弱形式 (7),(8) から離散化方程式を導く。領域 Ω^+ および Ω^- において各要素 $\Omega_e^{\pm}$ を $n_{node}^{\pm}$ 節点要素とし、一般的な形状関数 $N_{e,\alpha}^{\pm}$ ($\alpha = 1, \dots, n_{node}^{\pm}$) を導入すると、各要素 $\Omega_e^{\pm}$ 内での変位は節点変位ベクトル $\mathbf{d}_e^{\pm}$ を用いて

$$\mathbf{u}^{\pm}|_{\Omega_e^{\pm}} \simeq \mathbf{N}_e^{\pm} \mathbf{d}_e^{\pm} \quad \text{in } \Omega_e^{\pm};$$

$$\mathbf{N}_e^{\pm} = \begin{bmatrix} N_{e,1}^{\pm} & 0 & \dots & N_{e,n_{node}^{\pm}}^{\pm} & 0 \\ 0 & N_{e,1}^{\pm} & \dots & 0 & N_{e,n_{node}^{\pm}}^{\pm} \end{bmatrix} \quad (15)$$

のように近似される。

また、本研究ではボクセル要素の界面に接する面に対応する界面要素 Γ_c^e における Lagrange 未定乗数は一定の値（ベクトル）で近似することにした。

$$\lambda \simeq \Lambda^e \quad \text{on } \Gamma_c^e \quad (16)$$

これらをつり合い式の弱形式 (7),(8) に代入することで、最終的には次式に示す系全体の離散化方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^+ & \mathbf{0} & \mathbf{Q}^+ \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^- & \mathbf{Q}^- \\ (\mathbf{Q}^+)^T & (\mathbf{Q}^-)^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}^+ \\ \mathbf{d}^- \\ \Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^+ \\ \mathbf{F}^- \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}^{\pm} = \int_{\Omega^{\pm}} \mathbf{B}^{\pm T} \mathbf{C} \mathbf{B}^{\pm} d\Omega, \quad \mathbf{Q}^{\pm} = \int_{\Gamma_c^{\pm}} \mathbf{N}^{\pm T} d\Gamma \quad (17)$$

$$\mathbf{B}^{\pm} = \partial \mathbf{N}^{\pm}; \quad \partial = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix}^T$$

ここで、 $\mathbf{F}^{\pm}$ は節点荷重ベクトルであり、 $\mathbf{C}$ は弾性テンソル $\mathbf{C}$ をマトリクス表記したものである。

この式 (17) を解くにあたって、本研究では、Lagrange 未定乗数を導入した鞍点型の最適問題の解を求めるために Augment Lagrangian 法 (ALM) を適用した。ALM については文献¹⁸⁾に詳しいのでここでは割愛する。ALM による繰り返し計算を行うことにより、すべての連結面での相対変位がゼロになる収束解（変位および Lagrange 未定乗数）が求められ、この収束解は離散化方程式 (17) を満足する解となる。

3. 解析手法の検証

3.1 解析条件

解析対象として、図-2 に示すような中央に1つの円形介在物が含まれている供試体を考える。介在物の弾性係数 E_i は母材の弾性係数 E_m に対して20倍とする。この解析対象に対して提案する手法の解析モデルを図-3 に示す。3つのモデルでは局所領域の大きさを変え、それぞれ図に示すようにピクセル数 50×50 , 100×50 , 150×50 のボクセル要素に分割した（順に、model A, model B, model C）。また、ALM で用いるペナルティ係数を E_m の $1/10$ とした。

これらの解析モデルに対して平面応力条件下の変位制御による x 軸方向引張試験を行った。なお、図-4 のように供試体全体を 250×50 のボクセル要素に分割したモデルを参照モデルとして準備した。

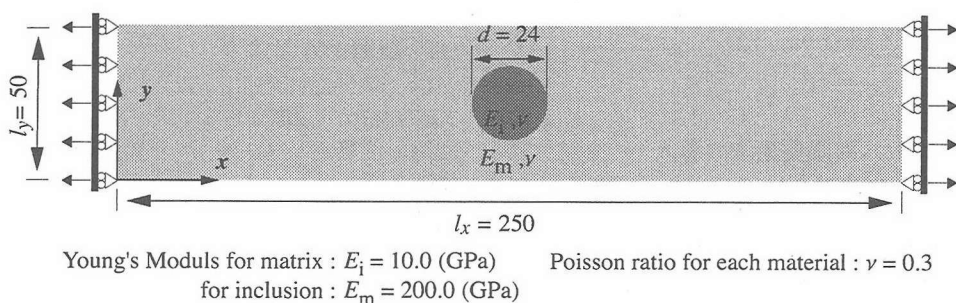


図-2 解析対象

3.2 解析結果

表-1 に参照モデルおよび本手法の解析モデルの見かけの剛性値 (= 軸方向荷重 / 軸ひずみ) を示す。介在物がない均質材料での見かけの剛性値は 10.0GPa であった。表より、提案した手法によればいずれの解析モデルも参照解との誤差が 0.9% 以下に抑えられており、線形問題における大域的な変形能については精度よく評価しうることがわかる。

次に、大域的な非線形挙動と密接に関与すると考えられる局所領域における挙動について検討するために、各解析モデルの変形および von-Mises 応力分布を図-5 に示した。局所領域を比較的広く設けた model B, model C では参照モデルと似通った滑らかな分布図が得られているが、model A では局所領域と大域的領域とで応力分布が急変している。これは非均質構造の影響が局所領域内にとどまらず、局所領域内の挙動が領域分割に伴う境界に依存していることを示している。本手法では、ALM によって結合する要素間の相対変位をゼロにする操作を行っているため、2つの領域間境界における局所領域内の要素は大域的領域の要素の変形能に収束する。したがって、局所領域を非均質構造の影響範囲よりも大きく設定する必要があるといえる。

図-6 および図-7 には、局所領域における von-Mises 応力の誤差を示す。ここで、誤差は参照モデルの von-Mises 応力を基準とし、各要素 e 毎に

$$\text{誤差} = \frac{S^e - S_{\text{ref}}^e}{S_{\text{ref}}^e} \times 100(\%) \quad (18)$$

と求めた。ここで、 S^e , S_{ref}^e は本手法の解析モデルおよび参照モデルのある要素中心における von-Mises 応力である。図-6 は、その誤差の局所領域における最大値をプロットしたものである。同図から、円形介在物に対して局所領域が大きくなるにつれて誤差は小さくなり、円形介在物近傍の挙動が局所領域の大きさに極めて敏感に影響を受けることが伺える。図-7 では、model A においては領域境界付近と介在物近傍で誤差が顕著であるが、model B では介在物近傍での誤差はそれほど顕著ではなくなっている。さらに、局所領域を最も大きく設けた model C に至っては、局所領域内ほとんどの領域で誤差が 0.05% 未満であり、参照モデルと極めて近い力学挙動が得られている。

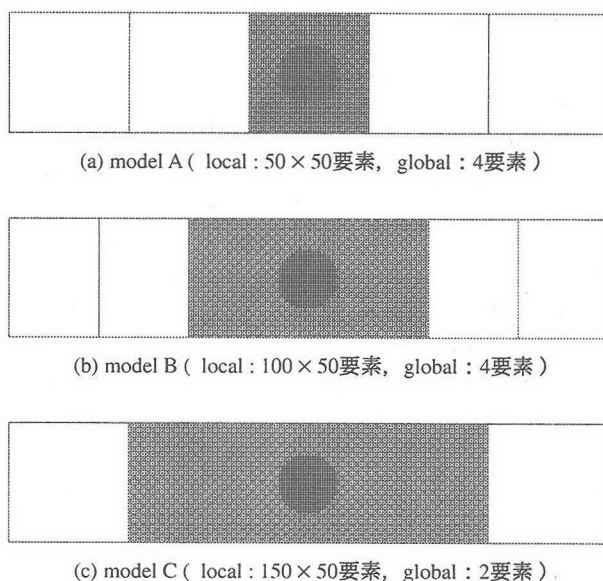


図-3 解析モデル

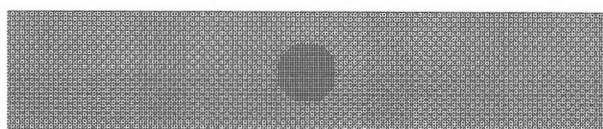


図-4 参照モデル (250 × 50 要素)

表-1 提案手法のマクロ挙動 (見かけの剛性値 : GPa)

model A	model B	model C	Reference model
10.556	10.617	10.527	10.527

以上の結果より、非均質構造の影響を適切に見極めて局所領域を大きめに設定すれば、局所的に非均質構造を有するような構造体の力学挙動を解析する上で有効な手法であることが示された。

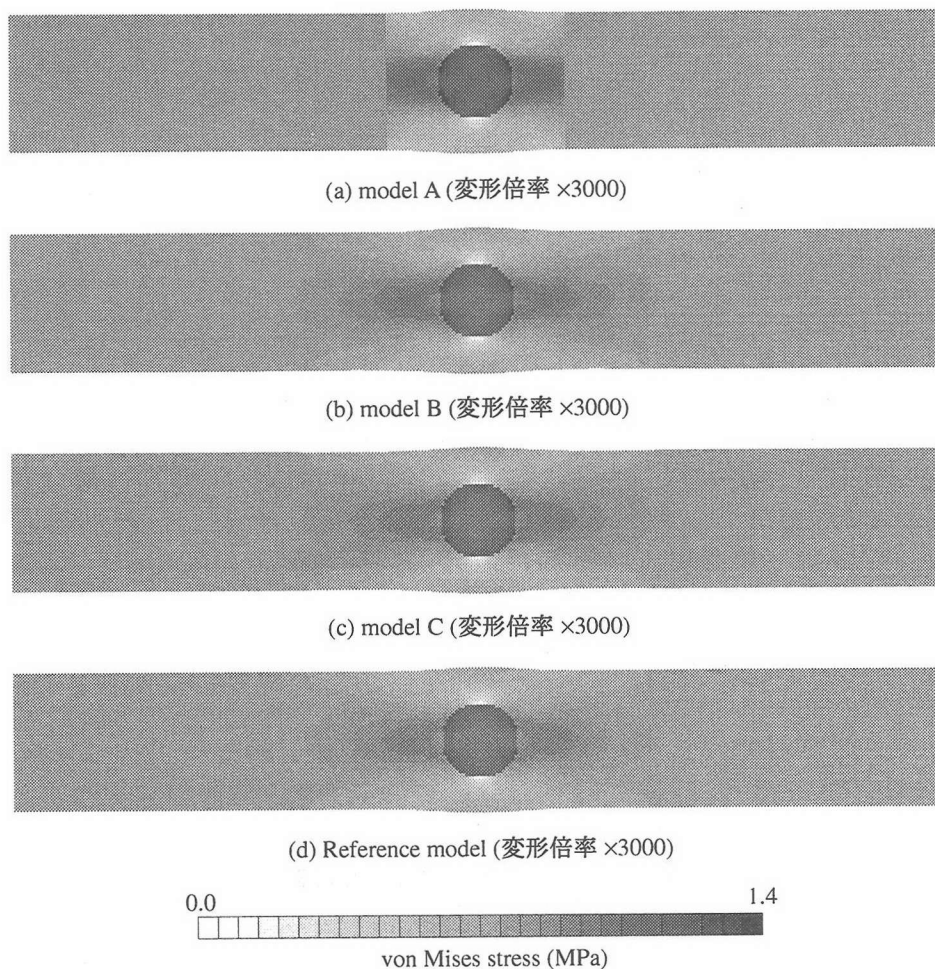


図-5 von-Mises 応力分布 (提案手法)

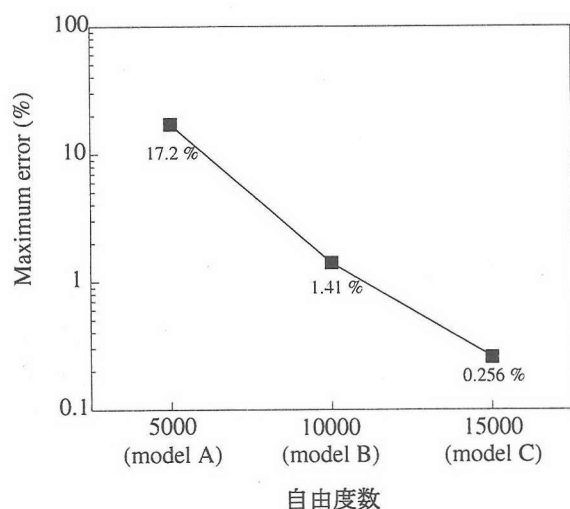


図-6 局所領域内での von-Mises 応力の最大誤差 (提案手法)

3.3 重合メッシュ法³⁾⁻⁶⁾との比較

(1) 重合メッシュ法・問題設定

重合メッシュ法はグローバルメッシュとローカルメッシュの2つの独立なメッシュを用い、ローカルメッシュ

をグローバルメッシュ上に任意に重ね合わせるという手法である。重合メッシュ法では、グローバルメッシュの荷重点変位にローカルメッシュで表現される局所的非均質性の影響が表れる。このことを利用して、ローカルメッシュをグローバルメッシュよりも細分割することで局所的非均質構造を扱おうとするマルチスケール解析法⁵⁾も提案されている。

図-2の解析対象に重合メッシュ法を適用して同様の試験を行い、提案手法と比較する。解析モデルは図-8に示すローカルメッシュ 50×50 要素および 100×50 要素をグローバルメッシュに重ね合わせる2つのモデル(重合メッシュモデルI, 重合メッシュモデルII)について検討する。

(2) 解析結果

表-2に重合メッシュモデルにおける見かけの剛性値(=軸方向荷重/軸ひずみ)を示す。重合メッシュ法ではローカルメッシュの局所変位に対する境界条件が斉次となっているため局所的非均質性はグローバルメッシュに直接反映されず、全体構造としての挙動の再現は一般には保証されない。しかし表では、わずかながら参照モデルよりも硬い剛性値を示しているものの、参照モデルとほぼ等しいマクロ挙動が得られている。

次に、各重合メッシュモデルの変形および von-Mises

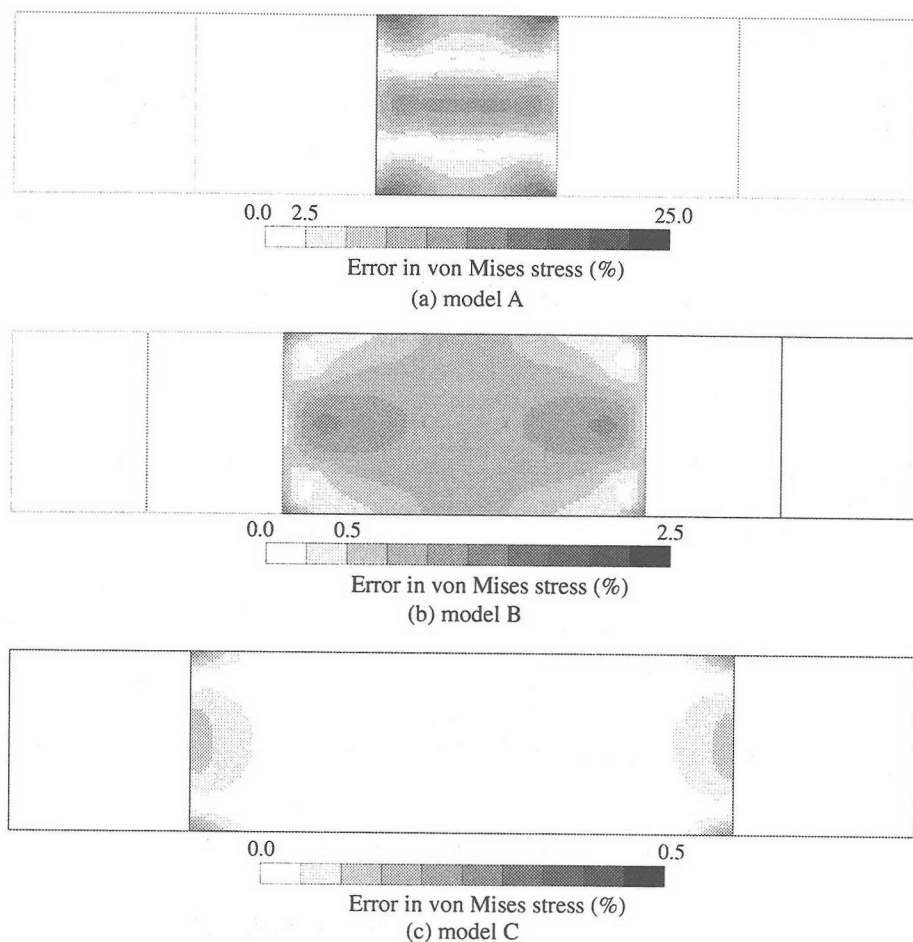
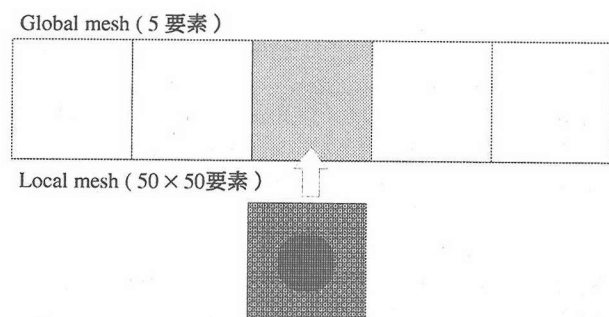
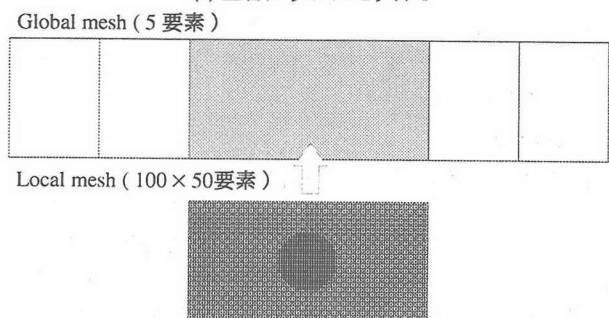


図-7 von-Mises 応力の誤差分布 (提案手法)



(a) 重合メッシュモデル I



(b) 重合メッシュモデル II

図-8 重合メッシュモデル

表-2 重合メッシュモデルのマクロ挙動 (見かけの剛性値 : GPa)

モデル I	モデル II	Reference model
10.578	10.593	10.527

応力分布を図-9に示す。重合メッシュ法ではローカルメッシュの境界において局所変位 $u^L = 0$ とする強い制約が与えられているために、y 方向の境界面は自由境界であるにもかかわらずグローバルメッシュの変形挙動に強制された変形が得られる。そのため参照モデルと比べて介在物周辺に高い応力が分布している。これは、重合メッシュ法ではローカルメッシュに対してあまり大きなサイズのグローバルメッシュを用いることが出来ない可能性も示唆している。

図-10および図-11に重合メッシュモデルおよび提案手法のモデルにおけるローカル領域(局所領域)での von-Mises 応力の誤差を示す。ここでの誤差の算出に用いた応力には、提案手法および重合メッシュ法ともに局所応力 σ を用いている。ここでもローカルメッシュに対する強い制約のために、重合メッシュ法では提案した手法と比較して極めて大きな誤差を生じている。

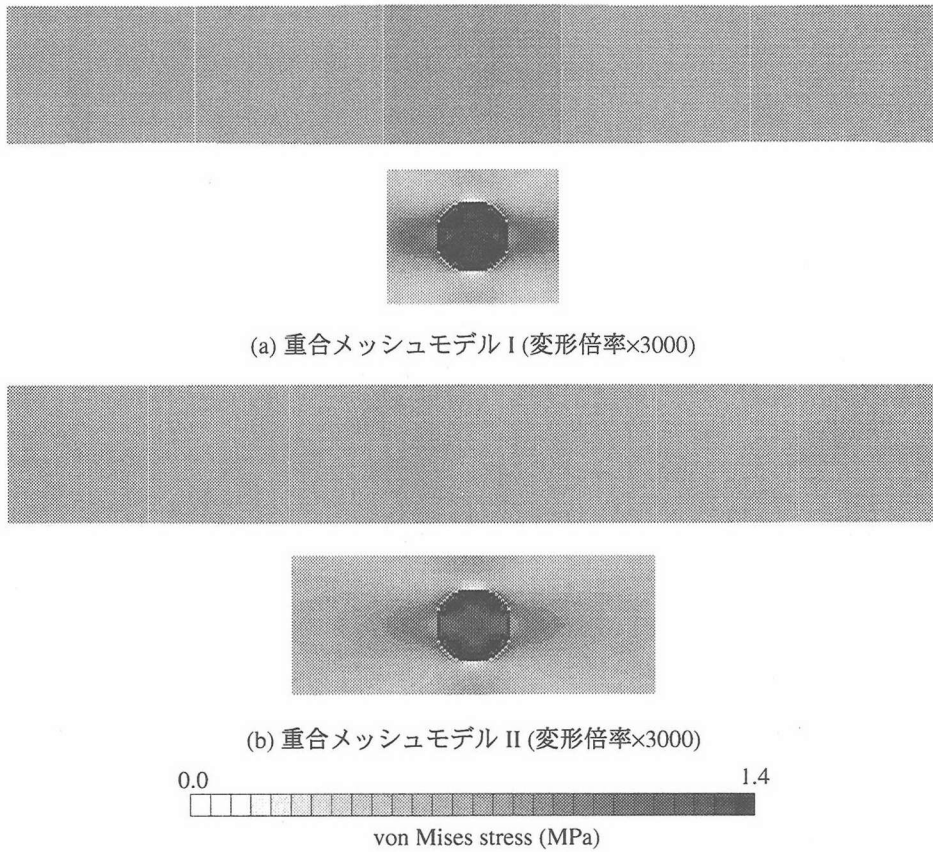


図-9 von-Mises 応力分布 (重合メッシュモデル)

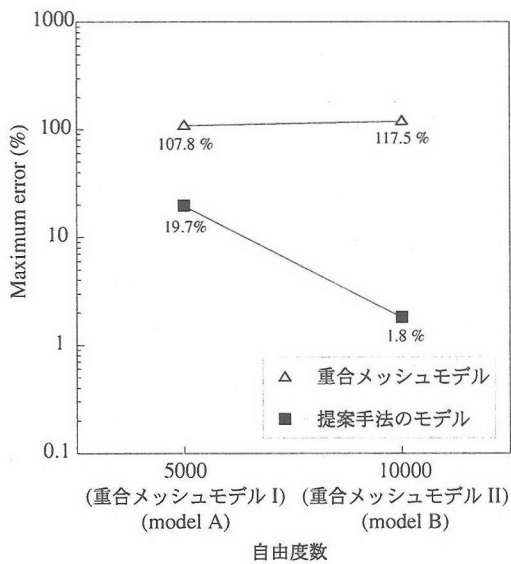


図-10 ローカル領域内での von-Mises 応力の最大誤差 (重合メッシュモデル)

以上のように、重合メッシュ法ではローカルメッシュに対してあまり大きなサイズのグローバルメッシュを用いることができず、グローバルメッシュの境界条件を反映したローカルメッシュ本来の挙動が得られない。一方、提案手法によれば Lagrange 未定乗数により全体

構造の境界条件を反映した局所領域内部の挙動を得ることが可能であり、今回のような解析例題に対しては重合メッシュ法と比べて有効な手法であると言える。

4. 破壊挙動解析への適用

ここでは、図-3 に示す解析モデルを用いて破壊挙動解析を行い、局所的な亀裂進展や損傷進展問題に対する提案した手法の有効性を例証する。

4.1 不連続面の表現およびその発生基準

(1) 不連続面の表現法

本研究では、すべての領域が微小かつ定形要素で分割される非局所型ボクセル有限要素法との親和性や計算効率の面を考慮して、不連続面の簡易的な表現技法としてエレメント除去技術 (element vanish technique)¹⁴⁾を用いることとする。この技術は、ある破壊基準を満たした要素の剛性を徐々に劣化させる、または剛性を消失させることで応力の伝達を遮り不連続面を表現するものであり、下式に示す一種の損傷モデルとして見なされる。

$$\sigma = (1 - \omega)C : \varepsilon \quad (19)$$

ここで、 ω は応力評価点での応力状態により 0 から 1 のスカラー値で材料の損傷度合いを表す損傷パラメータである。

通常の損傷モデルでは、損傷パラメータに指数関数

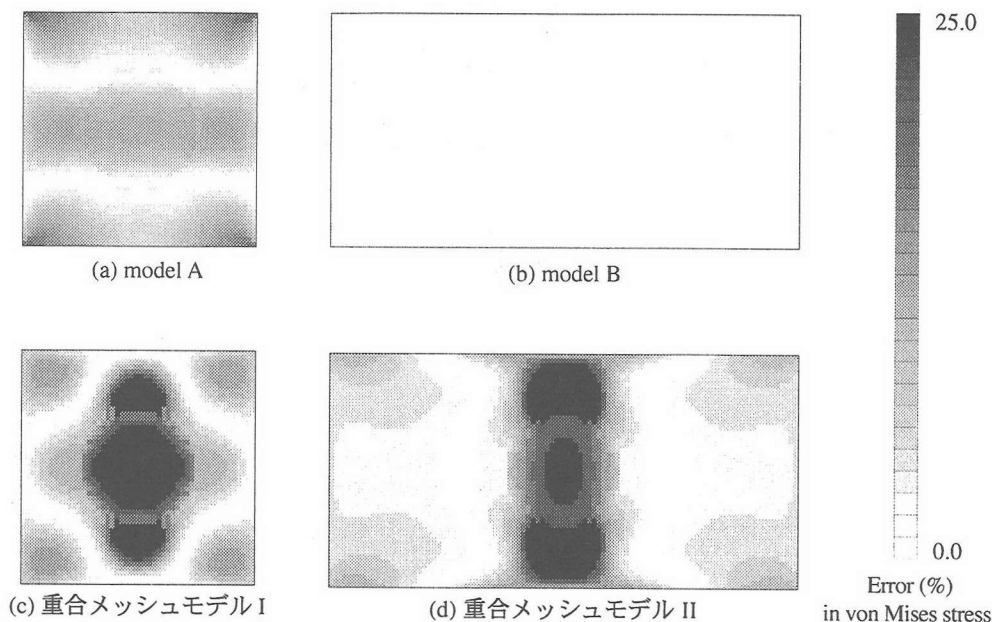


図-11 von-Mises 応力の誤差分布 (重合メッシュモデル)

を与えることにより、巨視的な軟化挙動を表現するモデルが大半を占めているが、ここでは破壊後には完全に脆性挙動を示すモデルを採用することにする。すなわち、破壊基準を満たした要素は瞬時に損傷パラメータを1とし、要素剛性を消失させることで不連続面を表現する。

(2) 不連続変形発生基準

母材および介在物に対する基準 母材および介在物の破壊基準としては、引張り破壊のみを考慮する古典的な Rankine 破壊基準を採用する。ただし、提案手法では非局所ひずみより算出される応力を参照する。

材料界面に対する基準 例えばコンクリート材料では、骨材界面に遷移帯と呼ばれる弱層が形成されており、まずはじめにこの領域に微細なひび割れが生じることが経験的に知られている。そこで、母材-介在物間に1要素分だけ界面要素を設け、他の領域とは異なる破壊基準を設定した。

界面剥離破壊は界面要素における応力ベクトルの材料界面に対する法線方向成分に起因して発生するものとした。また、材料界面まで進展してきた不連続面を滑らかに次の領域へと伝達させるためにも、母材と同一の主応力による破壊基準も併せて設定した。すなわち、界面要素は両者の一方の破壊基準に達したときに破壊が生じるものと仮定している。

なお、各材料の破壊強度は材料界面が母材強度の1/3、介在物は母材強度の25/3の強度に設定した。

4.2 解析結果

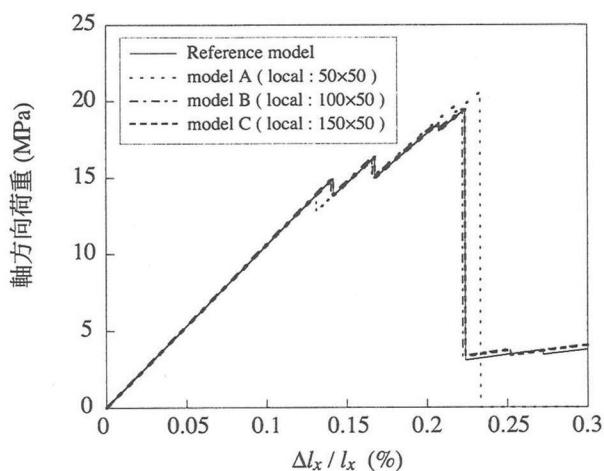
図-12に亀裂進展に伴う載荷曲線と要素除去数を示し、図-13に参照モデル、図-14には model B および model C による不連続面進展の解析結果を示す。図-12より、局所領域での誤差が大きい model A では初期の破壊が他の解析モデルに比べ早く発生するなど、参照

モデルの破壊挙動を再現出来なかった。一方、誤差が極めて小さい model C では、参照モデルとほぼ等しい挙動が得られた。さらに、前節の線形解析では、model C と比べて参照モデルとの誤差が大きかった model B でも、破壊挙動は参照モデルのそれとほぼ一致している。図-13、14でも、両モデルが各載荷状態においてほぼ参照モデルと等しい不連続面の進展を再現できている。ここでの結果は局所領域における非線形挙動の解析精度が大域的な力学応答に大きく影響することを示すもので、前節の結果と合わせて本手法の破壊挙動を含む非線形挙動を解析する手法としての優位性が示された。

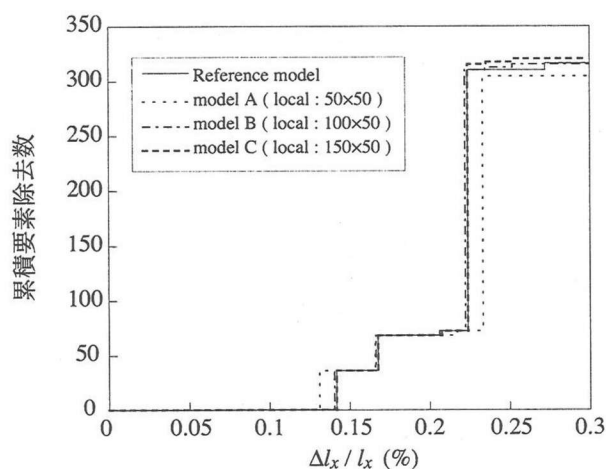
ただし、ここで用いた3つのモデルのうち model A のみが参照解を再現できないということは、前節で示唆した大域的な応答に対する局所非弾性挙動の影響範囲の存在を意味する。実際、前節の線形解析で得られた von-Mises 応力で1.5%の誤差(界面近傍)に抑えられた model B 程度の領域サイズがあれば、本節の非線形解析でもある程度正確に現象を再現できているものと判断される。しかしながら、より一般的かつ定量的な影響範囲の決定法については今後の課題としたい。

5. おわりに

本研究では、構造体内部に局所的にのみ存在する非均質構造の力学的挙動を再現し、局所非均質構造に起因する破壊現象を追跡するための手法として、ボクセルモデルと界面要素を組み合わせたグローバル・ローカル解析法を提案した。簡単な数値解析例により、提案手法の検証および重合メッシュ法と比較検討を行い、局所的に存在する非均質構造の解析への適用性を示すことができた。さらに、エレメント除去技術を導入した解析例により、全体構造の境界条件を反映した局所



(a) 載荷曲線



(b) 累積要素除去数

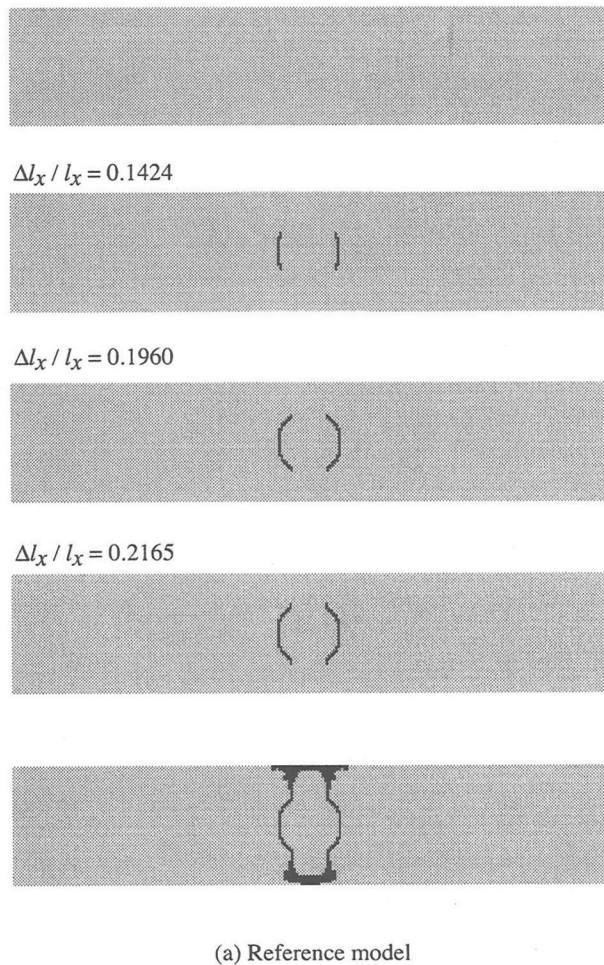
図-12 載荷曲線と累積要素除去数

領域の挙動を得ることができる本手法の破壊挙動を含む非線形挙動を解析する手法としての優位性を示すことが出来た。

今後、課題として以下のような項目が挙げられる。

- 今回示した解析例は簡易な一例であり、今後、様々なケーススタディを行い提案手法の有効性をより明らかにしていく。
- 局所領域の設定に際して、非均質構造の適切な影響範囲を選定する方法を確立していく。
- mortar element などの信頼性の高い界面要素を導入することで、より信頼性および有効性の高い解析手法として整備する。
- 局所的な亀裂進展から全体構造における亀裂進展までを追跡するために、亀裂進展に伴い局所領域を拡張する手法を確立する。
- 実際の構造物へ適用するために、3次元問題へ拡張する。

これらの項目を完備し、広範囲に及ぶ破壊現象を追跡できる実用的なグローバル・ローカル解析法としての整備を目指す。

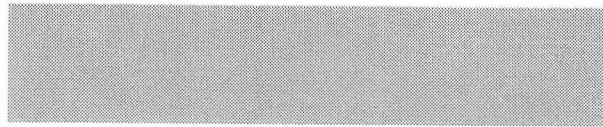


(a) Reference model

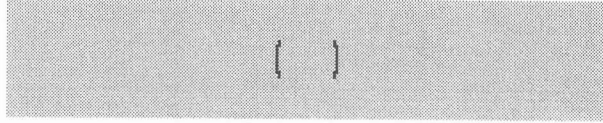
図-13 不連続面進展解析結果 (参照モデル)

参考文献

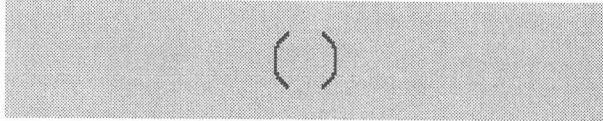
- 1) Terada, K. and Kikuchi, N.: A class of general algorithms for multi-scale analysis of heterogeneous media, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 190, pp. 5427-5464, 2001.
- 2) Kyoya, T., Terada, K. and Kawamoto, T.: Multi-scale limit load analysis for discontinuous rock mass based on the homogenization method, *International Journal for Numerical and analytical Method in Geomechanics*, 23, pp.995-1019, 1999.
- 3) Belytschko, T., Fish, J. and Bayliss, A.: The Spectral overlay on finite elements for problems with high gradients, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 81, pp. 71-89, 1990.
- 4) Fish, J. and Markolefas, S., Adaptive s-method for liner elastostatics, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 104, pp. 363-396, 1993.
- 5) 高野直樹, 座古勝, 奥野義紘: 重合メッシュ法による多孔質セラミックス接合体の応力解析, 計算工学講演会論文集, 7, pp.521-524, 2002.
- 6) 岡田裕, 遠藤明香, 菊池正紀: 重合メッシュ法による破壊力学解析に関する考察, 計算工学講演会論文集, 7, pp.517-520, 2002.
- 7) Hollister, S.J. and Kikuchi, N.: Homogenization theory and digital imaging:a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue, *Biotechnology and Bioengineering*, Vol.43-7, pp.586-597, 1994.



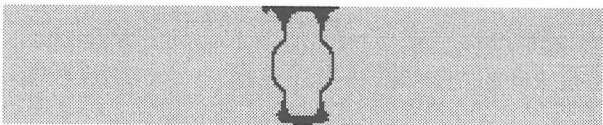
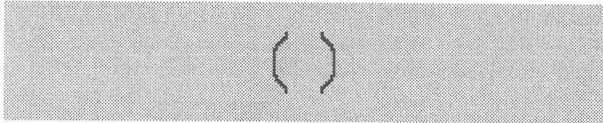
$\Delta l_x / l_x = 0.1420 (\%)$



$\Delta l_x / l_x = 0.1952 (\%)$



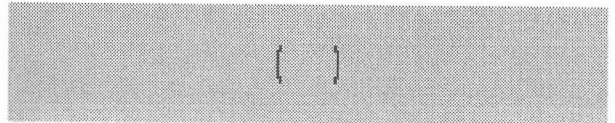
$\Delta l_x / l_x = 0.2152 (\%)$



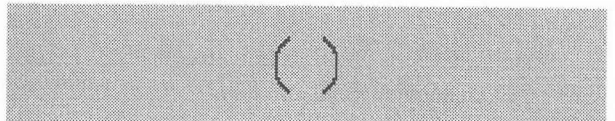
(a) model B (local : 100×50, global : 4 elements)



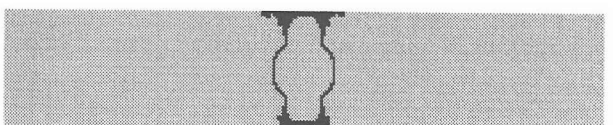
$\Delta l_x / l_x = 0.1424 (\%)$



$\Delta l_x / l_x = 0.1960 (\%)$



$\Delta l_x / l_x = 0.2160 (\%)$



(b) model C (local : 150×50, global : 2 elements)

図-14 不連続面進展解析結果 (提案手法)

- 8) Terada, K., Miura, T. and Kikuchi, N.: Digital image-based modeling applied to the homogenization analysis of composite materials, *Comput. Mech.*, Vol.20, pp.331–346, 1997.
- 9) 浅井光輝, 山岸道弘, 寺田賢二郎, 永井学志: 非局所型ボクセル有限要素法の開発とその破壊挙動解析への適用, 投稿中
- 10) Aminpour, M.A., Ransom, J.B. and McCleary, S. L.: A coupled analysis method for structures with independently modelled finite element subdomains, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38, pp. 3695–3718, 1995.
- 11) Weiyuan, Z., Tianchi, Q. and Xiaodong, K.: Three-dimensional FEM interface coupled method and its engineering application, *Finite Elements in Analysis and Design*, 37, pp. 739–748, 2001.
- 12) Pantano, A., Averill, R.C.: A penalty-based finite element interface technology, *Comput. Struct.*, 80, pp. 1725–1748, 2002.
- 13) Kim, H.G.: Interface element method (IEM) for a partitioned system with non-matching interfaces, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 191, pp. 3165–3194, 2002.
- 14) Mahishi, J.M. and Adams, D.F.: Micromechanical Predictions of Crack Initiation, Propagation and Crack Growth Resistance in Boron/Aluminum Composites, *Journal of Composite Materials*, Vol.16, pp.457–469, 1982.
- 15) Bažant, Z.P. and Pijaudier-Cabot, G.: Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol.55, pp.287–293, 1988.
- 16) Bažant, Z. P. and Lin, F.-B.: Nonlocal yield limit degradation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.26, pp.1805–1823, 1988.
- 17) Bažant, Z.P. and Lin, F.B.: Nonlocal smeardcracking model for concrete fracture: *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.114, pp.2493–2510, 1998.
- 18) Laursen, T.A.: *Computational Contact and Impact Mechanics*: Springer-Verlag, 2002.

(2003 年 4 月 18 日 受付)