

海面水温場の時空間変動からの平面2次元流速場の逆推定法

An Inverse Method for Estimating Advective Surface Velocities from Sequential SST Data

泉宮尊司*, 高島卓也**

Takashi IZUMIYA and Takuya TAKASHIMA

*正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科 (〒950-2181 新潟市五十嵐2の町 8050)

* 工修 株式会社ホクコン (〒918-8152 福井市今市町 66-20-2)

An inverse method is developed to estimate advective surface velocities from sequential sea surface temperature (SST) data. The present method employ an advective diffusion equation of SST and the functionals in terms of advective diffusion equation and spatial curvatures of velocity components of u and v to estimate 2-D surface velocities from sequential SST data. The functionals with the spatial curvatures play an important role as a stabilizer and can detect small scale SST variations so that inverted velocity fields include the velocity components of the same scale. The numerical simulations show that inverted velocity components agree well with the target velocities when the SST data contains small scale variations.

Key words: inverse analysis, surface velocity, advective diffusion equation, extended Bayesian method

1. はじめに

広範囲の海洋で海表面流速場を精度良く推定することは、重油汚染物質などの海洋拡散や漂着地域を予測する上で極めて重要なことである。しかしながら、海表面流速場は、海上風速、海面高度や海水温・密度などの分布によって日々変化するため、それを精度よく予測することはデータ不足もありかなり難しい。近年の人工衛星からのリモートセンシング技術の向上に伴って、海面高度や水温などの海洋の状態に関する比較的精度の高いデータを得ることが可能となってきた¹⁾。特に、赤外線映像による精度の高い海表面温度のデータを用いて、その時空間変動から直接的に海表面流速を推定する方法が試みられている (Emelly et al.²⁾, 坂井・水鳥³⁾)。これらの研究で用いられている方法は、連続した2つの画像データの特定小領域の相関をとり、その相関の高い地点より移動ベクトルを求めて流速を推定する方法である。しかしながら、この相関法では特徴的なパターンを手がかりに流速を推定するために、空間分解能を小さく取るとは難しく、また回転流成分が存在する場合には誤差が生じることが考えられる。

一方、海面水温場の移流方程式を用いた流速場の逆推定法は、Kelly⁴⁾等により用いられているが、逆推定された流速場は等温線に平行な流速成分の推定精度は極めて低く、十分な精度をもっているとは言い難い。これは、一般に等温線や等濃度線に平行な流速成分が温度や濃度等のスカラー場の変化にほとんど寄与しないためである。

そこで本研究では、小規模な温度変動場 (微細構造) を加えた平面2次元温度分布データから、移流拡散方程式を用いて、微細構造の移流を考慮して平面2次元流速場を逆推定する方法を開発する。また、移流拡散方程式を用いた場合の適切化パラメータの算定方法に関して、ABIC基準 (Akaike's Bayesian Information Criterion) による最適値の計算手法について検討する。さらに、温度場の微細構造の寿命時間が逆推定で得られる流速場の精度に与える影響について、数値シミュレーション法を用いて検証する。

2. 平面2次元流速場の逆推定法

2.1 移流拡散方程式に基づいた逆推定法

本研究では、平面2次元流速場を取扱うことにする。水温や濃度などのスカラー量の保存則は、一般に以下に示す2次元移流拡散方程式で表される。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} = k_x \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (1)$$

ここに、 ψ は温度または濃度等のスカラー量、 k_x および k_y はそれぞれ x および y 方向の拡散係数、 u および v は x および y 方向の流速成分である。

温度場の時空間変動データから平面2次元流速場 (u, v) を推定する方法は、式 (1) の関係を対象領域内で可能な限り満たし、しかも解の一意性が満たされるように汎関数の定式化を行わなければならない。これまでによく用

いられてきた方法は、水平発散、相対渦度等の絶対値およびエネルギーを最小化する拘束条件を付加して逆解析を行う方法である。しかしながら、これらの方法でも等温線に平行な流速成分をうまく抽出することは困難である。まずこのことを示すために、汎関数を以下のように定義してみる。

$$J = \int_A \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} - k_x \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right\}^2 dA \\ + \alpha^2 \int_A \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dA \\ + \beta^2 \int_A \Delta x \Delta y \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dA \\ + \gamma^2 \int_A (u^2 + v^2) dA \quad (2)$$

ここに、 A は計算領域、 Δx および Δy は計算メッシュサイズ、 α 、 β および γ はそれぞれ水平発散、渦度およびエネルギーに関する重み係数である。ここで、流速 $u = (u, v)$ を等温線あるいは等濃度線に平行な流速成分と直行する流速成分を以下のように表すことにする。

$$u = \lambda_1 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \lambda_2 \left(-\frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \\ = \left(\lambda_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial \psi}{\partial y}, \lambda_1 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (3)$$

ここに、 λ_1 および λ_2 は比例係数である。ここで、上式を式 (2) に代入すると、

$$J = \int_A \left\{ \psi_t + \lambda_1 (\psi_x^2 + \psi_y^2) - k_x \psi_{xx} - k_y \psi_{yy} \right\}^2 dA \\ + \alpha^2 \Delta x \Delta y \int_A \left\{ \lambda_1 (\psi_{xx} + \psi_{yy}) \right\}^2 dA \\ + \beta^2 \Delta x \Delta y \int_A \left\{ \lambda_2 (\psi_{xx} + \psi_{yy}) \right\}^2 dA \\ + \gamma^2 \int_A \{ (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) (\psi_x^2 + \psi_y^2) \} dA \quad (4)$$

を得る。上式を λ_2 で偏微分をとり、極値条件よりその値を 0 とおくと、 $\lambda_2 = 0$ が得られる。すなわち、式 (2) の汎関数を用いる場合には、等温度線や等濃度線に平行な流れ成分は見出せないことが分る。

そこで、本研究では Tikhonov の安定化汎関数として^{5),6)} 関数曲率を採用し、次式で表される汎関数 J を用いる。

$$J = \int_A \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} - k_x \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right\}^2 dA \\ + w^2 \int_A \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (\Delta y)^2 \right\}^2 dA \\ + w^2 \int_A \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} (\Delta x)^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} (\Delta y)^2 \right\}^2 dA \quad (5)$$

ここに、右辺第 2 項、第 3 項は流速成分 u および v が滑らかで安定な推定値となるようにするための安定化汎関数で、 w はその重み係数で適切化パラメタと呼ばれている。

移流拡散方程式を用いた流速場の推定法は、この汎関数 J を極小化する u および v を求める方法であり、滑らかさの指標である曲率を用いていることにより、後述するようにやや微細な構造も捕えることができる利点がある。上式を離散化表示すると、次式のようになる。

$$J_D = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{i,j} + u_{i,j} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{i,j} \right. \\ \left. + v_{i,j} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_{i,j} - k_x \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{i,j} - k_y \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{i,j} \right\}^2 \\ + w^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j})^2 \\ + w^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 4v_{i,j})^2 \quad (6)$$

上式を用いて、 $\partial J_D / \partial u_{i,j} = 0$ 、および $\partial J_D / \partial v_{i,j} = 0$ として、 $2N^2$ 個もの連立方程式を解くことは非常に困難である。そこで、汎関数 J が極値をとるような u および v を直接求めるよりも、変分法を用いて Euler-Lagrange 方程式より u および v を算定する方法を採用することにした。そこで、汎関数式 (5) を次式のように表し、

$$J = \int_A F(u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{yy}, \\ v, v_x, v_y, v_{xx}, v_{yy}, k_x, k_y) dA \quad (7)$$

u および v に関する Euler-Lagrange 方程式を求めると、

$$F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_y} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_{u_{xx}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} F_{u_{yy}} = 0 \quad (8)$$

$$F_v - \frac{\partial}{\partial x} F_{v_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{v_y} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_{v_{xx}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} F_{v_{yy}} = 0 \quad (9)$$

となる。式 (5) の関係を上式に代入すると、 u および v に関する連立偏微分方程式

$$w^2 (\Delta s)^4 \nabla^4 u + \psi_x^2 u + \psi_x \psi_y v \\ = -\psi_x \{ \psi_t - k_x \psi_{xx} - k_y \psi_{yy} \} \quad (10)$$

$$w^2 (\Delta s)^4 \nabla^4 v + \psi_x \psi_y u + \psi_y^2 v \\ = -\psi_y \{ \psi_t - k_x \psi_{xx} - k_y \psi_{yy} \} \quad (11)$$

を得る。ここに、 $\Delta s = \Delta x = \Delta y$ であり、 ∇ はハミルトンの演算子ナブラである。

式 (10) および式 (11) において、各式の左辺第 1 項はそれぞれ流速 u および v の 4 階の偏微分で表されており、薄板のたわみ方程式と同型の方程式となっていることが分る。また、これらの項は、滑らかな逆推定値を与えるだけでなく、等温度線に平行な流速成分をも抽出できる可能性がある。すなわち、2 階偏微分演算子は画像解析でエッジの検出にも用いられているように、高波数の空間変動に対して検出能力が高いため、微細な温度構造の追跡に役立つと予想される。この連立偏微分方程式の数値計算は、SOR 法を用いて行っている。

2.2 ベイズモデルに基づいたパラメタの推定法

式 (5) における適切化パラメタ w の最適値を推定するため、本研究では、赤池により導入されたベイズモデルを用いている。ここでは、赤池により導入されたベイズモデルについて Akaike(1980)^{7),8)} および坂本 (1985)⁹⁾ に従って概説した後に、2 次元流速場推定における適用例を紹介する。

ここで、次式で表される回帰モデルについて考える。

$$z = \mathbf{x}^t \boldsymbol{\theta} + \varepsilon \quad (12)$$

ここに、 z は目的変数、 $\mathbf{x}$ は説明変数のベクトル、 $\boldsymbol{\theta}$ は未知の係数ベクトル、 ε は平均 0、未知の分散 σ^2 の正規分布に従うものであり、 t は転置を表す。 n 組のデータ $(z_i, \mathbf{x}_i)$ 、($i = 1, \dots, n$) が与えられたとき、 n が $\boldsymbol{\theta}$ の次数に比べて小さい場合、 $\boldsymbol{\theta}$ の最尤推定量は、 $\boldsymbol{\theta}$ がある既知の値 $\boldsymbol{\theta}_0$ に近い、あるいは適当な行列 $\mathbf{D}$ に対して $\|\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0)\|^2$ が小さいと仮定すると、1 つの自然な推定法として、

$$\|z - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}\|^2 + w^2 \|\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0)\|^2 \quad (13)$$

を最小にする $\boldsymbol{\theta}$ をその推定量とする方法が考えられる。ここに、 $\|\cdot\|$ はユークリッド・ノルム、 $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)^t$ 、 $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)^t$ である。しかしながら、この方法では $\boldsymbol{\theta}$ の推定値はパラメタ w の値に依存し、 w の大小によって異なる $\boldsymbol{\theta}$ が得られる。そこで、式 (13) の最小化は、

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|z - \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}\|^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{w^2}{2\sigma^2} \|\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0)\|^2 \right\} \quad (14)$$

の最大化と同等であり、式 (13) の第 1 項は、データが与えられたときの、 $\boldsymbol{\theta}$ と σ^2 の尤度 $L(z|\boldsymbol{\theta}, \sigma^2)$ に比例し、第 2 項は適当な規準化の下ではパラメタ $\boldsymbol{\theta}$ の事前分布 $p(\boldsymbol{\theta}|w^2, \sigma^2)$ であると仮定することができる。したがっ

て、ベイズの定理より、 $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布は $\boldsymbol{\theta}$ で規定されるモデルの尤度と $\boldsymbol{\theta}$ の事前分布の積に比例することから、式 (12) の最小化による $\boldsymbol{\theta}$ の推定量は、 $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布の最頻値を推定量とすることに等しい。重み係数 w^2 の選択については、 w^2 を $\boldsymbol{\theta}$ の事前分布を規定するハイパー・パラメタであるとみなし、ベイズモデルの尤度の最大化によって決定することにした。ABIC は

$$ABIC = -2 \log \int L(z|\boldsymbol{\theta}, \sigma^2) p(\boldsymbol{\theta}|w^2, \sigma^2) d\boldsymbol{\theta} \quad (15)$$

と表されるので、この ABIC の最小化によって、 w^2 および σ^2 を決定することができる。

本研究では、式 (6) の右辺第 1 項を汎関数 J_D を解く際の誤差項とみなすと、尤度 $L(u, v; \sigma^2)$ および事前分布 $p(u, v|w^2, \sigma^2)$ は、

$$\begin{aligned} L(u, v; \sigma^2) &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{N^2}{2}} \\ &\cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{i,j} + u_{i,j} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{i,j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + v_{i,j} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_{i,j} - k_x \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{i,j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - k_y \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{i,j} \right\}^2 \right] \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{\frac{N^2}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{D}\mathbf{X} + \mathbf{B}\|^2 \right] \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(u, v|w^2, \sigma^2) &= \left(\frac{w^2}{2\pi\sigma^2} \right)^{N^2} \\ &\cdot \exp \left[-\frac{w^2}{2\sigma^2} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2u_{i,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 2u_{i,j})^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (v_{i+1,j} + v_{i-1,j} - 2v_{i,j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 2v_{i,j})^2 \right\} \right] \\ &= \left(\frac{w^2}{2\pi\sigma^2} \right)^{N^2} \exp \left[-\frac{w^2}{2\sigma^2} \|\mathbf{D}_{uv}\mathbf{X}\|^2 \right] \quad (17) \end{aligned}$$

と表せる。ここに、 $\mathbf{X}$ は $1 \times 2N^2$ のベクトル、 $\mathbf{D}$ は式 (6) の右辺第 1 項に関する $N^2 \times 2N^2$ の作用行列、 $\mathbf{B}$ は ψ_t および拡散項を要素とする $N^2 \times 1$ 行列、 $\mathbf{D}_{uv}$ は式 (6) の右辺第 2 項に関する $2N^2 \times 2N^2$ の作用行列であり、それぞれ以下のように表される。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

$$= (u_{(1,1)}, \dots, u_{(N,N)}, v_{(1,1)}, \dots, v_{(N,N)})^t$$

$$D = \begin{pmatrix} \psi_{x(1,1)} & \dots & 0 & \psi_{y(1,1)} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \psi_{x(n,n)} & 0 & \dots & \psi_{y(n,n)} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \psi_{t(1,1)} - k_x \psi_{xx(1,1)} - k_y \psi_{yy(1,1)} \\ \vdots \\ \psi_{t(N,N)} - k_x \psi_{xx(N,N)} - k_y \psi_{yy(N,N)} \end{pmatrix}$$

$$D_{uv} = \begin{pmatrix} D_u & 0 \\ 0 & D_v \end{pmatrix}$$

$$D_u = D_v = \begin{pmatrix} C & E & 0 & \dots & 0 \\ E & C & E & \ddots & \vdots \\ 0 & E & C & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & E \\ 0 & \dots & 0 & E & C \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & -4 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

式(14)および式(15)を用いれば、最終的に ABIC は、橋本^{10),11)}が示しているものと同様に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{ABIC} &= N^2 \log(2\pi\hat{\sigma}^2) - 2N^2 \log(w^2) + N^2 \\ &\quad + \log \{ \det(D^t D + w^2 D_{uv}^t D_{uv}) \} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N^2} (\|DX + B\|^2 + w^2 \|D_{uv} X\|^2) \quad (20)$$

また、上式中の行列式の値はガウスの消去法を用いて対角化し、その乗積を計算して対数を取り、アンダーフローが生じないようにして計算を行った。

ABIC を最小化する w を用いて式(10)および式(11)を解けば、 u および v の最適な推定値が求められる。しかしながら、それらを解析的に解を得ることは困難である。そこで、まず適当な w の値を与えて式(10)および式(11)より与えられた w に対応する u および v を計算し、その結果を用いて式(19)および式(20)より ABIC を計算する。そして、 w の値を種々に変えて、最小の ABIC を与える w を最適な w として採用することにした。

2.3 平面 2 次元温度分布データの作成法

海面水温分布データは、 $20 \times 20 \text{ km}^2$ の領域を対象に、種々の関数形を与えて作成した。また、一般に海洋における海表面の水温場は、杉森¹⁾が示しているように、様々な渦スケールに起因した中小規模の水温変化が見出されている。本研究では、中規模計算領域を対象に、水温変化の微細な構造を取り入れることにした。温度場の微細構造に関しては、まず寿命時間が十分に長い微細構造を取り入れるために、Gauss 分布に従うノイズに、 3×3 の平滑化フィルタをかけたものを使用した。さらに、より現実に近い乱流モデルを作成するために、次式で示される 1 次マルコフ過程で発生させた乱れを微細構造に加えている。

$$u'(t + \Delta t) = \rho u'(t) + \varepsilon_i \quad (21)$$

ここに、 u' は乱流流速成分、 ε_i は白色雑音 (white noise) であり、 t は時間、 Δt は時間間隔である。また、式(21)の 1 次マルコフ過程に従う乱れの自己相関係数は $R(\tau) = e^{-\alpha\tau}$ と表されることから、 α と式(21)の ρ との関係は次式で与えられる。

$$\rho = 1 - \alpha\Delta t \quad (22)$$

ここに、 α は相関の減衰率である。さらに、微細構造の寿命時間を τ_0 とすると、 α との関係は次式となる。

$$\tau_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{\Delta t}{1 - \rho} \quad (23)$$

上式より、 τ_0 は α に逆比例して小さくなり、 ρ の値が 1 に近いほど寿命時間 τ_0 が長くなることが分かる。基本となる流速場は、連続式を満たす流れを与えたものを対象に、1 時間後と 2 時間後の温度データを作成した。温度データは、 $\Delta x = \Delta y = 500 \text{ m}$ ごとに計算し、平面 2 次元で $20 \times 20 \text{ km}^2$ のデータを作成した。

3. 平面 2 次元流速場の逆推定結果と考察

ここでは、海洋の海面水温の時空間変動から表面流速を逆推定することを想定して計算を行っている。海洋に

おける移流拡散現象に関しては、Kelly⁴⁾によると拡散項は移流項より少なくとも1オーダー小さくなり、比較的短い時間内では、水平拡散は移流に関して無視できるとされている。そこで本推定法では、拡散項は移流項に対して十分に小さいものとみなし、便宜上 $k_x = k_y = 0$ として温度場の算定を行っている。

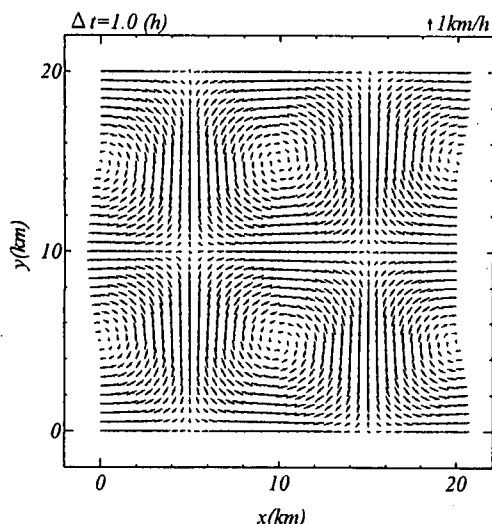


図-1 真の流速場 (微細構造なし)

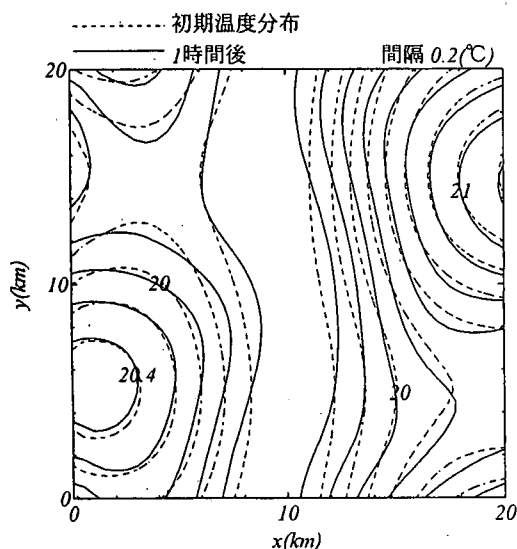


図-2 温度分布の変化 (微細構造なし)

3.1 微細構造を持たない温度分布の場合

真の流速場として、図-1に示すように種々の方向の流速パターンが現われるように設定している。流速は、時速に換算して矢印で示されており、時計回りと反時計回りの流れが再現されている。この流れの空間スケールは約10kmであり、やや大きいスケールで変動している。図-2は、図-1で示した流速場を与えた時の微細構造を

持たない温度分布の変化を示している。初期温度分布は破線で、1時間後のそれは実曲線で示されている。両図をよく見ると、等温線に平行に流れる場合には、等温線の変化は殆どなく、また逆にそれに直行する流速成分が大きい所では、等温線がやや大きく変化している。

図-3は、係数 w の値による ABIC の値の変化を示したものである。この図より、 $w = 0.017$ 付近で明確な極小値を示していることが分る。図-2に示す2つの時間の温度分布データを用いて、流速場を逆推定した結果を図-4に示す。図-4より、等温線に平行に流れる領域では、流速場の推定精度が極めて低いことが分かる。すなわち、安定化汎関数として関数曲率を用いても、流れ場の空間スケールが大きい場合には、等温線に平行な流れ成分はどうしても上手く逆推定できないことが分る。

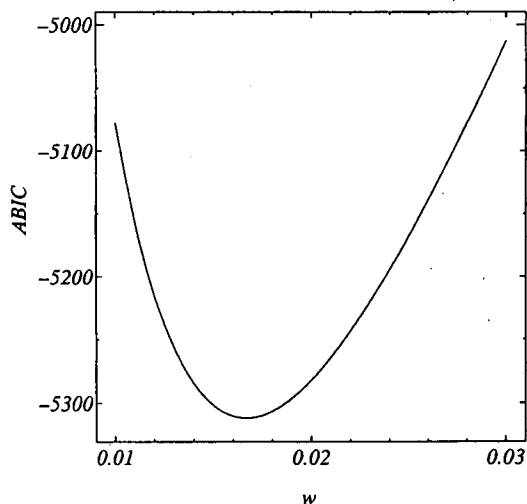


図-3 w の値による ABIC の変化

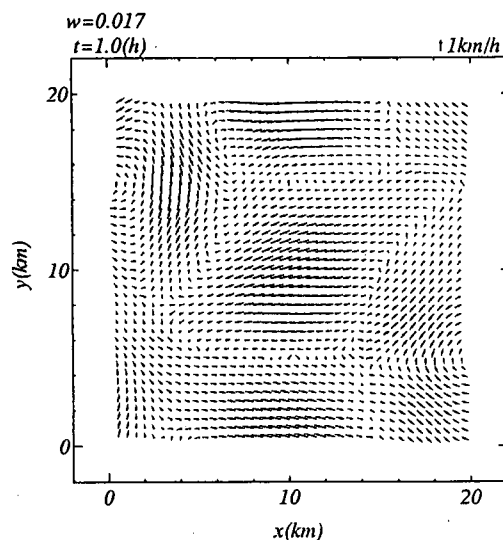


図-4 流速場の逆推定結果 (微細構造なし)

3.2 微細構造の寿命時間が十分に長い場合

図-1 に示した流速場に、寿命時間が十分に長い乱流成分を加えた流速場における温度分布の変化を図-5 に示す。図-2 の温度分布と比べると、図-5 の方が等温線にギザギザが際立っており、乱流成分による微細構造の変動の影響が現れている。これらの温度データを用いて、前節と同様に最適な w を用いて流速場を逆推定した。

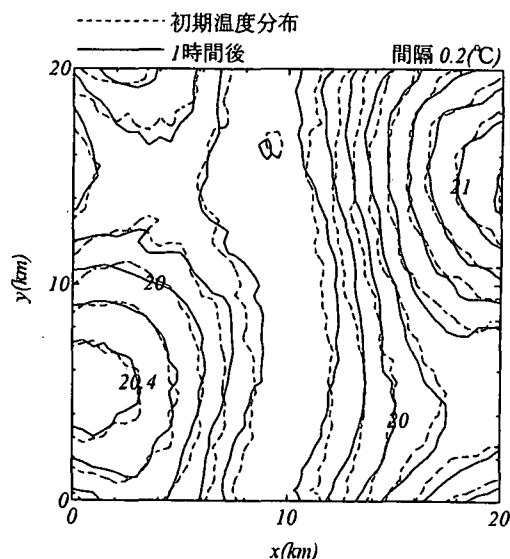


図-5 微細構造の寿命が十分長い場合の温度分布の変化

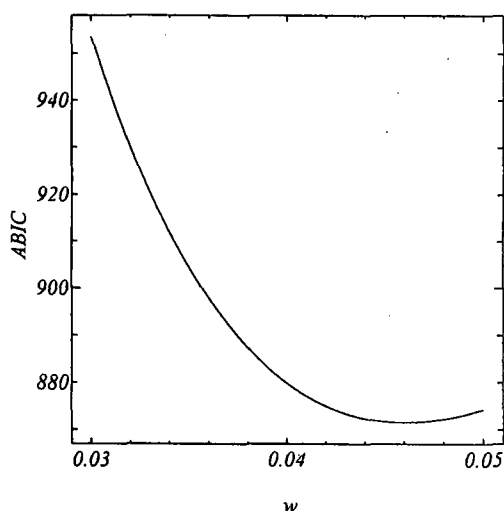


図-6 w による ABIC の値の変化
(微細構造の寿命が十分長い場合)

図-6 は、初期値と 1 時間後のデータを用いた時の適切化パラメタ w の値による ABIC の値の変化を示したものである。この図より、微細構造がない場合と比べてやや大きい $w = 0.046$ において、ABIC が最小となつて

いることが分かる。また、1 時間と 2 時間後のデータを用いた場合、 $w = 0.039$ で ABIC が最小となった。

ABIC 最小化法により求められた w の最適値を用いて流速場を逆推定した結果を、図-7 に示す。この流速の逆推定に用いられたデータは、初期値および 1 時間後の水温データである。この図に示されているように、微細な構造が存在する場合には、図-2 に示されている厳密な流速場に近い流れが再現されている。特に、流速場が等温線に沿って流れている領域では、微細構造を持たない温度場より逆推定された流速場に比べ、推定精度が格段に高くなっていることが分かる。このことは、式 (5) の右辺第 2 項以下の曲率を用いた安定化汎関数を用いることによって、 3×3 ピクセルスケールの微細温度変化を有効に捕えて、流速場の逆推定に反映できている証でもある。図には示していないが、2 時間後の温度分布データより逆推定された流速場は、1 時間後のものに比べるとやや推定精度が劣るものの、等温線に平行な流れを精度良く逆推定出来ており、真の流速場を十分に再現しているといえる。これはコヒーレントな性質を持つ微細構造の移流を逆推定の際にほぼ正確に考慮されているためであると考えられる。

適切化パラメタ w に関しては、数値シミュレーション結果より ABIC 最小化による最適な w の値と同じオーダー以下であれば、ほぼ同じような流速場が推定され得ることが分かった。また、微細構造を持たない温度データより推定した重み係数 w の最適値は $w = 0.017$ であり、温度分布が滑らかなほど、重み係数 w の最適値は小さくなる傾向にあると言える。

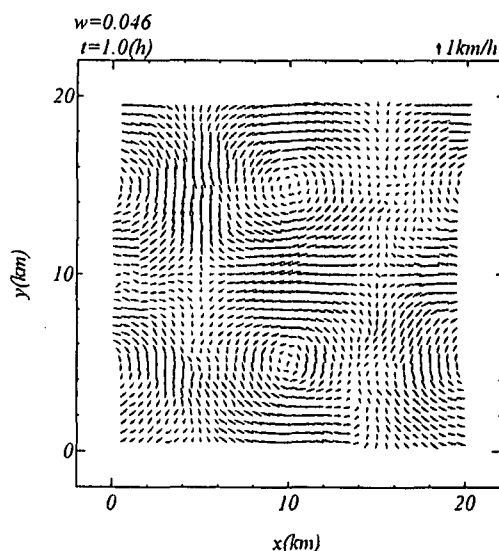


図-7 微細構造の移流を利用して逆推定された流速場 (1 時間後)

3.3 微細構造の寿命時間が短い場合

ここでは、微細構造の寿命時間が $\tau_0 = 10 \text{ h}$ ($\alpha = 0.1 \text{ h}^{-1}$) と比較的短い場合の流速場の逆推定について検討する。図-8は、微細構造に対する1時間後の乱流成分を示している。乱れ発生において、白色雑音 ε_i の大きさは、平均的な流速場の最大値の4分の1程度に設定している。温度場の微細構造は、図-8に示すような乱れを伴いながら、図-9に示す合成流速により移流することになる。図-10には、その流れによる1時間後の温度分布の変化を示している。等温線の変動は、寿命が長い場合と比較して、より不規則な変動が現われている。

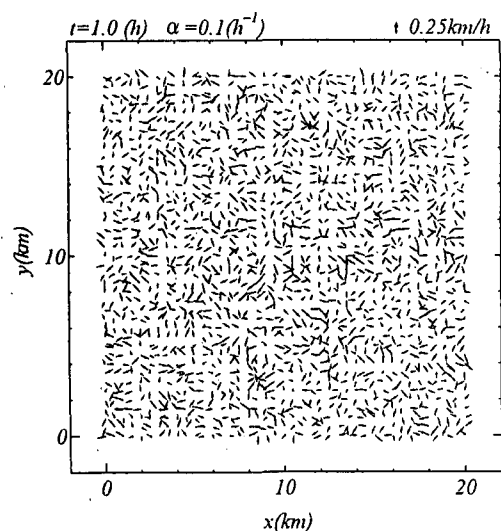


図-8 1時間後の乱れ流速成分

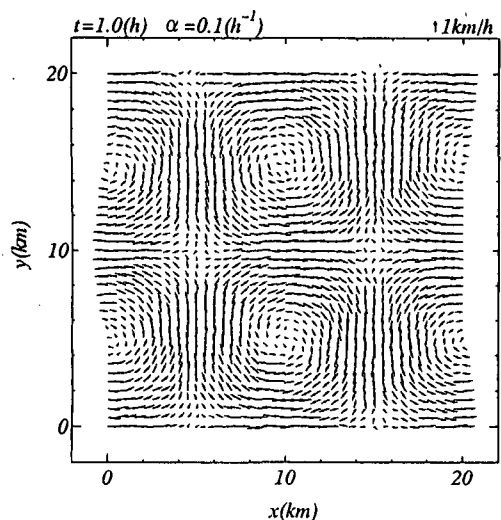


図-9 乱れ成分を含む流速場

この温度場のデータを用いて逆推定された流速場を、図-11に示す。1時間ごとの温度分布の変化は、乱れ成

分の影響により大きくなるために、微細構造の寿命時間が十分に長い場合に比べ、流速場の推定精度はやや劣る。図-12は、2時間後の逆推定された流速場を示しているが、時間が経過するほど、流速場の推定精度が低下していることが分る。乱れの影響は、 α および ε_i の値が大きいほど顕著に現れる傾向にあることが確認された。

ABIC 最小化法を用いて重み係数 w について検討した結果、その最適値は1時間後および2時間後のデータを用いた場合、それぞれ $w = 0.043$ および $w = 0.039$ となった。微細構造の寿命時間が十分長い場合と同様に、重み係数 w の値を0.05程度以下に設定することで、ほぼ同精度の逆推定結果が得られることが分かった。

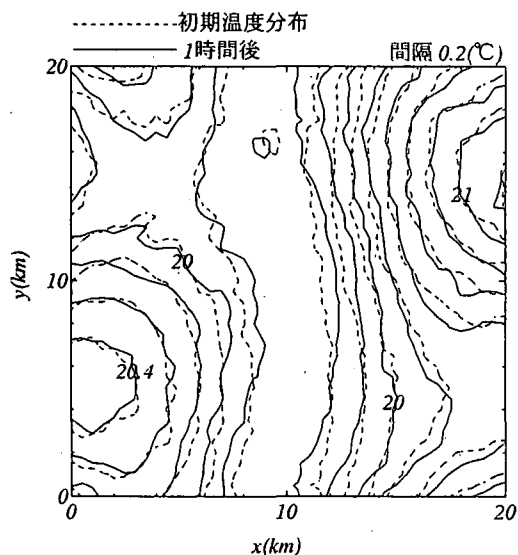


図-10 1時間後の温度分布 ($\tau_0 = 10 \text{ h}$)

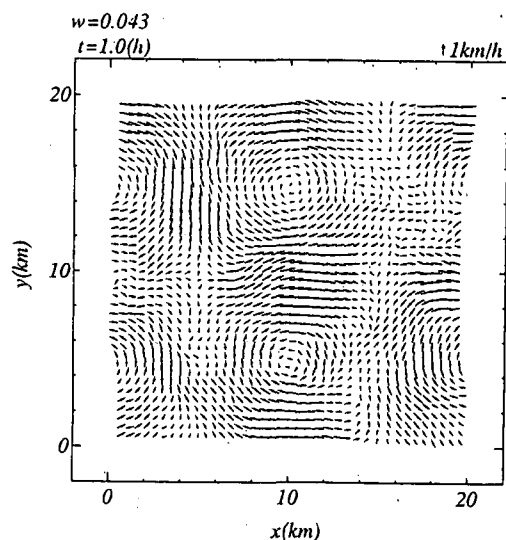


図-11 逆推定された流速場 (1時間後, $\tau_0 = 10 \text{ h}$)

4. 結 論

本研究では、2次元移流拡散方程式を用いて、作成した温度場の時空間変動から平面2次元流速場の逆推定を行う方法を開発し、数値シミュレーションによりその精度を検証した結果、以下のことが明かとなった。

(1) 移流拡散方程式を用いる方法で、発散や渦度の絶対値およびエネルギーを最小とする拘束条件では、等温線に平行な流速成分を推定することは出来ないことが理論的に示された。

(2) 本研究では、安定化汎関数に関数曲率を用いているが、温度場の空間変動が差分メッシュ間隔よりかなり大きいと、等温線に平行な流速成分は余りよく再現されないが、空間差分メッシュの3倍程度の微細な温度構造があれば、その成分もかなりの精度で逆推定できることが分った。

(3) 微細構造を与えた温度場の時空間変動データから、本手法により等温線に平行な流速成分を推定することができた。また、コヒーレントな微細構造の寿命時間や変形過程について検討した結果、時間間隔に対して微細構造の寿命時間が十分に長い場合には、流速場の推定精度がかなり高いことが分かった。

(4) 温度場の微細構造の寿命時間が短く、そのコヒーレンスが多少下がった場合でも、関数曲率を安定化汎関数として用いたことにより、解は一意的に定まり、流速場の推定精度も余り大きくは低下しないことが分かった。

(5) ABIC 最小化法を用いることにより、適切化パラメータ w の最適値を推定することが出来た。また、このパラメータ w の値を最適値と同程度のオーダーである 0.05 以下に設定することで、ABIC 基準を用いたものと同程度の逆推定結果が得られることが明かとなった。

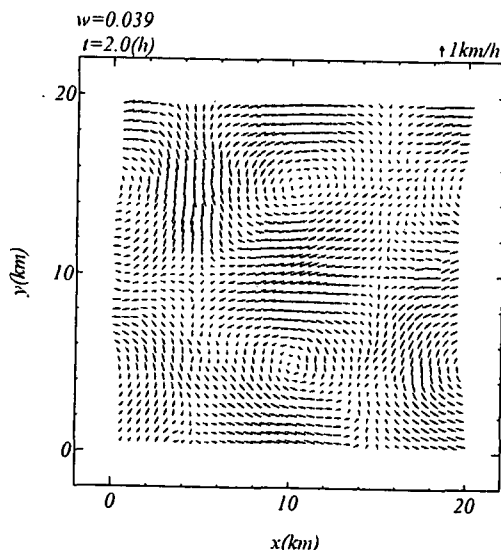


図-12 逆推定された流速場 (2時間後, $\tau_0 = 10h$)

参考文献

- 1) 杉森康宏：海洋のリモートセンシング, 275p., 1982.
- 2) Emery, W.J., A.C. Thomas, W.R. Crawford, and D.L. Mackas : An Objective Method for Computing Advective Surface Velocities from Sequential Infrared Satellite Images, Journal of Geophysical Research, Vol.91, pp.12,865-12,878, 1986.
- 3) 坂井伸一, 水島雅文：NOAA / AVHRR データによる広域流動推定手法の適用性, 海岸工学論文集, Vol. 39, pp.925-929, 1992.
- 4) Kelly, K.A : An Inverse Model for Near-Surface Velocity from Infrared Images, Journal of Physical Oceanography, pp.1845-1864, 1989.
- 5) 久保司郎：逆問題, 計算力学と CAE シリーズ, 培風館, p246.
- 6) 田辺國士：不適切問題への統計的アプローチ, 数理科学, No. 153, pp. 60-64, 1976
- 7) Akaike, H. : Likelihood and the Bays procedure, Bayesian Statistics, University Pressm Valencia, pp. 143-166, 1980.
- 8) Akaike, H. : Seasonal adjustment by a Bayesian proceure, J. Time Series Analysis, Vol. 1 pp.1-13, 1980.
- 9) 坂本慶行：カテゴリカルデータのモデル分析, 共立出版, pp.6-15, 1985.
- 10) 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 港湾技術研究所報告, 26 巻, 2 号, pp.97-125, 1987.
- 11) 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた海洋波浪の非線型核関数の数値的推定, 港湾技術研究所報告, 29 巻, 3 号, pp.27-56, 1990.

(2003 年 4 月 18 日 受付)