

樹木群を有する開水路湾曲部流れの3次元数値計算

Three-Dimensional Numerical Calculation of Curved Open-Channel Flow with Vegetation

富永晃宏*・中村尚子**・青木健太郎***

Akihiro TOMINAGA, Naoko NAKAMURA and Kentaro AOKI

*工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科（〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町）

**名古屋工業大学大学院 工学研究科社会開発工学専攻（〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町）

***工修 日本建設コンサルタント（株）（〒105-0004 東京都港区新橋6-17-19）

Vegetation in a curved river influences the secondary and primary flow structures by providing form resistance to flow and by changing a pressure field. In this study, three-dimensional numerical calculations were conducted and compared with the experimental results for curved open channels with submerged and no submerged tree models located along the outer bank. A simple numerical model was employed to reproduce the effects of vegetation on the generation of the secondary flow. The characteristic patterns of secondary flow are well predicted by this model even in curved open channels with vegetation, though the outer-bank vortex cannot be reproduced. The calculated primary-velocity structures also agree with the experimental results in reasonable accuracy.

Key Words: curved open channel, vegetation, secondary flow, 3-D flow structures,
3-D numerical calculation

1. 序論

樹木群を有する河道内では、樹木群自体の形状抵抗により樹木群内に死水域とみなせる程の低速域が存在するとともに、樹木群内外の相互作用による活発な運動量輸送に伴い横断方向主流速に多大な影響を与え、上流に水位上昇をもたらす。また、河道湾曲部では、直流してきた流水の集中や主流上下層間の遠心力差および流水抵抗の不均一性によって強い2次流が発生し、掃流砂が内岸側に移送されることによって、外岸で洗掘、内岸で堆積という湾曲部特有の河床形状を形成する。今後の湾曲部流れの河道設計において、流れ構造や河床変動を把握し制御することは大変重要であり、数多くの研究がなされている。例えば、2次流制御による湾曲部外岸の洗掘軽減対策として、Odgaard and Kennedy¹⁾によるアイオワベーン工や関根・吉川²⁾による外岸への桟粗度の設置等が検討されている。これらは、湾曲部特有の2次流とは逆回転の2次流を強制的に発生させて、横断方向の輸送効果を軽減しようとするものである。湾曲部流れにおいて、樹木群は一種の透過型水制のような役割を果たし、自然的要素の強い環境支援構造物として流れ構造や河床変動の制御に利用できる。湾曲部に樹木群が存在する場合、設置範囲に応じて2次流は樹木群を除く範囲に縮

小され、主流速は横断方向せん断流と湾曲に伴う遠心力と圧力勾配の効果が混在した複雑な流れになる³⁾。また、外岸部に水没した樹木群が存在する場合、2次流の影響により河床変動の抑制を期待できる^{4),5)}。これらの配置位置や形状、密生度などは条件設定が複雑であるため実験には限度があり数値シミュレーションが有効な手段となる。富永ら³⁾、富永・青木⁵⁾は2次流の水深平均の数値計算によって河道湾曲部における樹木群の影響を再現し、良好な結果を得ているが、2次流による分散項の評価が複雑で汎用性に乏しいという問題がある。湾曲流れの3次元数値計算については乱流モデルを用いたいくつかの研究がある^{6),7),8)}。湾曲部の樹木群の影響を検討した例としては、清水、辻本が乱流モデルによって一様湾曲水路外岸樹木群の影響を検討した例がある⁹⁾。

そこで本研究では、2次流を予測できるモデルとして、比較的簡易なゼロ方程式モデルを用いた3次元の数値計算法を用いて、湾曲部樹木群が2次流と主流速構造に及ぼす影響を検討した。比較対象として、湾曲部における樹木群の平面配置が流れ構造に及ぼす影響、また3次元性の強い水没型の樹木群の影響を検討した固定床実験の結果を用いて、3次元の数値計算法の適用性について検討した。

2. 実験方法

実験水路は水路幅 $B=90\text{cm}$, 深さ 30cm , 全長 17.2m の長方形断面水路で, その平面形は図-1に示すように上流端から 10.8m に位置に湾曲角 60° の単一湾曲部を設置し, その下流に 4.5m の直線部を接続させたものである. 湾曲部の中心曲率半径は $R=2.7\text{m}$, 曲率半径・水路幅比 $R/B=3.0$, 河床勾配は $1/2000$ である.

樹木群を模擬した円柱粗度としては, 直径 5mm , 長さ 18cm の木材の棒を用い, 流下方向, 横断方向に 5cm 間隔で格子状に配置し, 円柱横断方向に 5 列, 幅 22.5cm にわたる帶状設置を基本とした.

円柱粗度は, 湾曲入口 $\theta=0^\circ$ から湾曲出口 $\theta=60^\circ$ の外岸側配置を基本として, 高さが水深の $1/4$, $1/2$, $3/4$ の水没型の 3 ケース, 及び円柱粗度を設置していないケースについて実験を行った. また, 非水没型のケースでは, 内岸側配置, 中央配置, 外岸側配置とし, 流下方向設置位置を湾曲部上流 90cm から湾曲部下流 90cm まで一様に設置し実験を行った. 実験条件, 円柱群配置位置を表-1 および図-2 に示す. 湾曲入口より 90cm 上流において水深 15cm となるように下流の堰を調整し, 水深 h は各実験における上流 90cm の水深の平均値である.

流速計測には 3 成分電磁流速計(東京計測製)を用いた. 計測断面は湾曲入口の $\theta=0^\circ$, 湾曲部では湾曲角 $\theta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, 湾曲出口の $\theta=60^\circ$, 湾曲下流直線部では湾曲出口から下流 45cm または下流 135cm の断面において行った.

3. 湾曲部流れの3次元数値計算方法

3-1. 基礎方程式

湾曲部に配置された円柱群効果の重要な点として, 形状抵抗の増大による水位上昇や平面流構造変

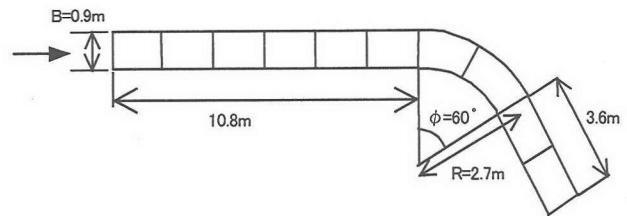


図-1 実験水路平面図

表-1 実験条件

ケース名	円柱高さ (cm)	水深h (cm)	流量Q (lit/s)
Vh-04	0	15.9	37.2
Vh-14	3.75	14.9	44.6
Vh-24	7.5	15.1	34.7
Vh-34	11.25	14.9	44.7
V-2	18	15.0	34.0
V-3	18	15.0	34.0
V-4	18	15.0	34.0

化への影響がある. 円柱群高さの違いが流れ構造に及ぼす効果や円柱群の平面配置の影響を予測する手段として形状抵抗を考慮した 3 次元数値解析による検討を行った. 基礎式として曲線座標系におけるレイノルズ方程式を用いる.

$$\begin{aligned} & \frac{R}{R+y} \frac{\partial UU}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} + \frac{2UV}{R+y} \\ & = -g \frac{R}{R+y} \frac{\partial H}{\partial x} - F_x + \frac{1}{\rho} \frac{R}{R+y} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{R}{R+y} \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial VV}{\partial y} + \frac{\partial WV}{\partial z} - \frac{(U^2 - V^2)}{R+y} \\ & = -g \frac{\partial H}{\partial y} - F_y + \frac{1}{\rho} \frac{R}{R+y} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

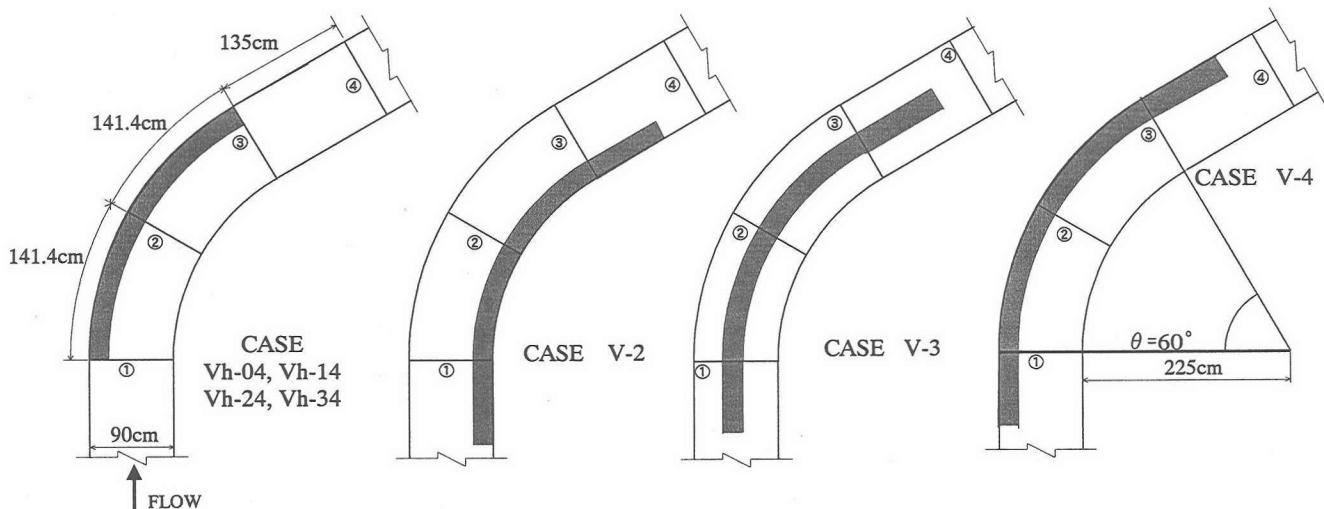


図-2 円柱群配置位置

$$\frac{R}{R+y} \frac{\partial UW}{\partial x} + \frac{\partial VW}{\partial y} + \frac{\partial WW}{\partial z} + \frac{VW}{R+y} = -g \frac{\partial H}{\partial z} - F_z + \frac{1}{\rho} \frac{R}{R+y} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{R}{R+y} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{V}{R+y} = 0 \quad (4)$$

ここに, R は水路内岸の曲率半径であり, U, V, W はそれぞれの流下方向 x , 横断方向 y ($y=0$ が内岸) 及び鉛直方向 z の平均流速, H は水位, ρ は水の密度, g は重力加速度である. F_x, F_y, F_z は円柱群の形状抵抗による流下方向, 横断方向及び鉛直方向の抗力を表し, 次式で与えた.

$$F_x = \frac{1}{2} C_D \lambda U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (5)$$

$$F_y = \frac{1}{2} C_D \lambda V \sqrt{U^2 + V^2} \quad (6)$$

C_D は円柱群の形状抵抗係数, λ は円柱群密度パラメーターである. ここで, W は他の流速に比べて非常に小さいことより $F_z=0$ とした. また, $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ はレイノルズ応力の成分であり渦動粘性モデルを用いて次式で表す:

$$\frac{\tau_{xx}}{\rho} = 2\nu_t \left(\frac{R}{R+y} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{R+y} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\tau_{yy}}{\rho} = 2\nu_t \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\tau_{zz}}{\rho} = 2\nu_t \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{U}{R+y} + \frac{R}{R+y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\tau_{yz}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{R}{R+y} \frac{\partial W}{\partial x} \right) \quad (12)$$

ν_t は渦動粘性係数である. ここではゼロ方程式モデルで表し, 対数則分布を仮定して図-3より次式のように与えた.

$$0 \leq \frac{z}{h} \leq 0.8 : \nu_t = \kappa U_z z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad (13)$$

$$0.8 \leq \frac{z}{h} : \nu_t = 0.16 \kappa U_z h \quad (14)$$

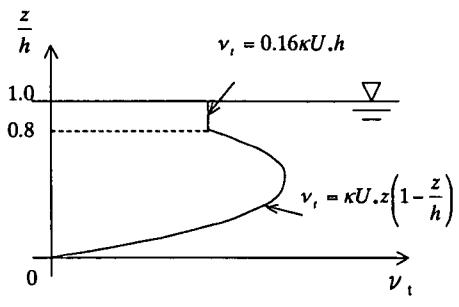


図-3 渦動粘性係数 ν_t の分布

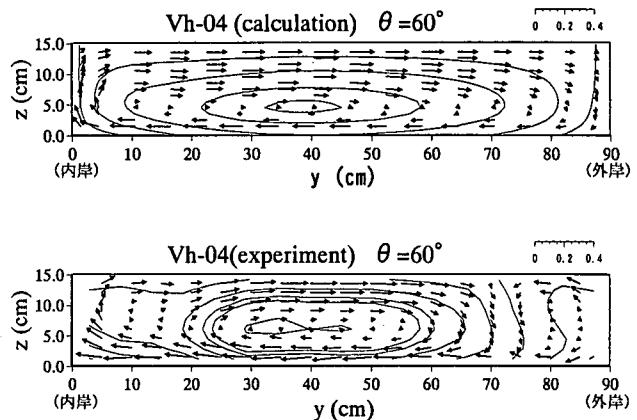


図-4 2次流ベクトル図

ただし, U_z は摩擦速度, h は水深, κ はカルマン定数である. 2次流の計算を安定させるため $z/h > 0.8$ において ν_t を一定としている. これらは清水ら¹⁰⁾による解析とほぼ同様であるが, 渦動粘性係数の設定が異なっている.

ここでは2次流及び主流速分布構造に及ぼす樹木群配置の結果に重点を置いており, それを調べるには水深の変化の影響は小さいと考え, 座標系を固定し, 水深の変化を考慮していない. これらの式は有限体積法により離散化され, SIMPLE法によって解かれた. 計算区間は湾曲上流直線部3m, 湾曲部2.8m, 下流直線部4.2mとし, 計算格子数は, 流下方向に100点, 横断方向に37点, 鉛直方向に19点とした.

3-2. 境界条件

壁面の境界条件としては, 壁面に垂直な流速はゼロで, 平行な流速は壁法則によって与えた. 壁面に最近点の壁からの距離とその点の流速を用いて対数則から摩擦速度を算出するものである. 圧力補正值については壁面境界で勾配がゼロとなるように設定する.

入口の境界条件としては, 流量 Q を与え, U を流量が一致するように対数則分布で与え $V=0, W=0$ とする. 開水路の上流端では一般に背水によって水深は固定されないが, 今回は水深を変化させず圧力変化のみを考慮した.

4. 計算結果と実験結果の比較

4-1. 長方形断面水路の湾曲部流れの計算

以上の式を用いて, 円柱粗度を設置しないケース(Vh-04)における流れ構造について計算結果と実験結果の比較をした. 図-4は湾曲出口における2次流ベクトル図を示したものである. 流束は最上流断面の断面平均主流速で無次元化している. 計算結果では水面付近の流速が過大評価されており, 断面の

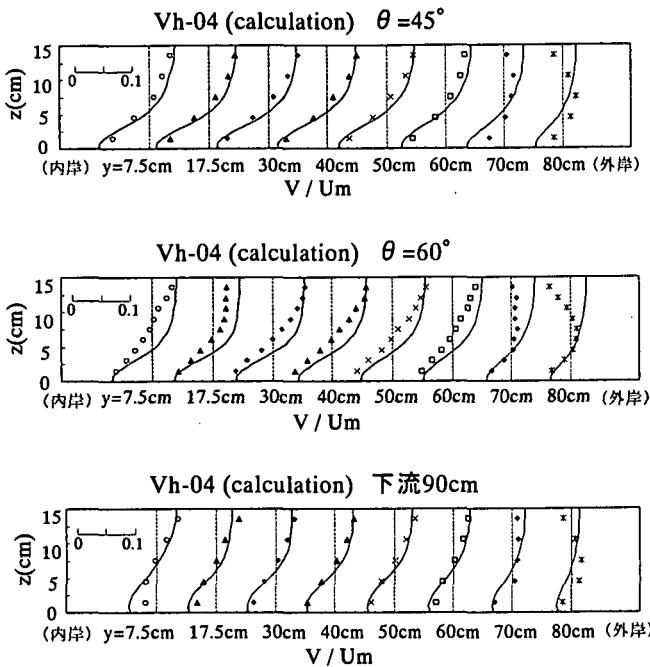


図-5 横断方向流速 V の鉛直分布

中心部においても強い外岸方向流速が生じている為、渦の中心が実験値よりも低い傾向がみられる。また、実験値では $y=70\text{cm}$ の下降流から外岸側にかけて逆回転の外岸渦が生じているが、計算値では断面全体に発達した2次流がみられる。代数応力モデルを用いた杉山らの計算⁸⁾では、この外岸渦が再現されたが、今回のモデルではこれが再現できない。これには第2種の2次流が関係している可能性が推測されるが、メッシュサイズに関する依存性も残されており、更に検討を要する。

図-5は湾曲角 $\theta = 45^\circ$, 60° 及び下流 90cm における横断方向流速の鉛直分布を示している。実線は計算値、点は実験値を表している。実験ではどの断面においても外岸水面付近に外岸渦が生じているため逆流となっているが、計算では外岸渦が再現できず、特に $\theta = 60^\circ$ では著しく差がみられる。 $\theta = 60^\circ$ 以外の断面では、外岸の逆流を除いて実験値と一致しており良好に再現されている。 $\theta = 60^\circ$ では底面付近の内岸方向流速が弱く、水面付近の外岸方向流速が強い傾向にあり、2次流による横断方向の輸送効果に違いがある。

図-6は主流速の水深平均流速の横断分布について計算結果と実験結果を比較したものである。湾曲部流れでは遠心力と釣り合う水面勾配により、まず内岸で加速され、流下するに従い2次流による運動量輸送も加わって内岸の減速と外岸の加速が生じる。計算では湾曲内上流の内岸側の加速や高速域の移動が再現されているが、壁近傍で過大評価され水路中央では過小評価される傾向がある。特に湾曲出口から下流直線部にかけての計算値と実験値の

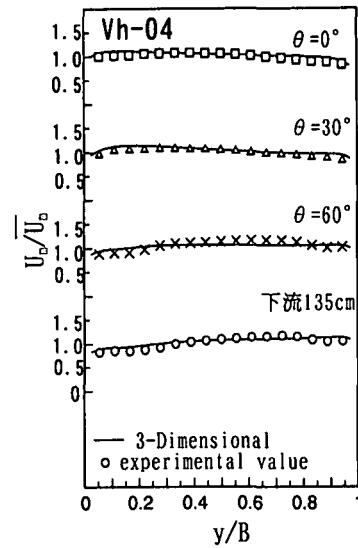


図-6 水深平均流速

流速差は、 $\theta = 60^\circ$ における2次流の発達過程の相違に影響していると考えられる。

4-2. 円柱粗度高さ変化の影響

水没型円柱群の高さ変化が流れ構造に与える影響について、3次元数値計算の再現性を検討する。図-7(a),(b),(c)は、円柱粗度高さが水深の $1/4$, $1/2$, $3/4$ のケースの湾曲角 $\theta = 30^\circ$ 及び湾曲出口 $\theta = 60^\circ$ における計算結果と実験結果の2次流ベクトル図を示したものである。全体的に本計算の特徴として $\theta = 60^\circ$ における2次流の渦の中心が低く、水面・底面付近の流速が過大評価される傾向がある。

円柱粗度高さが水深の $1/4$ のケース(Vh-14)では、断面全体の2次流が生じており実験値でみられる下降流や外岸渦が存在していない。これは円柱群を設置しない場合と同様の結果であり、乱流モデルおよび計算精度の検討が必要である。また、計算値の渦の中心位置が実験値より内岸側に移動している。円柱粗度高さが水深の $1/2$ のケース(Vh-24)は、実験値では円柱群上部に高速域が侵入し、ここで2次流速度が大きくなっている点について、計算値でも同様な傾向が認められるが、ケース Vh-14 と同様に渦中心位置は内岸よりに移動している。また計算において主流域では円柱群内を含めた断面全体の2次流が発生しており実験結果と一致している。円柱粗度高さが水深の $3/4$ のケース(Vh-34)は、計算値において円柱群内と主流域での二重渦構造がみられ再現性が良好である。円柱群内いずれのケースにおいても2次流の発達段階で、円柱粗度境界付近を中心として円柱群上方を乗り越えて2次流が生じている。

図-8(a),(b)は、実験結果と計算結果による2次

流強度の流下方向分布であり、2次流の発達・減衰過程を表す。2次流強度は底面最近点と水面最近点の横断方向流速差の1/2の最大値 V_{Smax} とする。全体的に計算値の方が2次流が強い傾向にあるが、発達・減衰過程は類似しており、2次流強度は円柱粗度を設置しない場合よりも設置した場合の方が強い傾向がみられる。

ケースVh-04について、実験値は湾曲内では2次流の発達がみられ $\theta=60^\circ$ で最大となるが、計算値では $\theta=45^\circ$ で最大となり湾曲出口で減衰している。ケースVh-14については計算と実験の一一致が良好であり、 $\theta=45^\circ$ で最大になり以降減衰する傾向がみられる。ケースVh-24は実験値では $\theta=$

45° で最大となり $\theta=60^\circ$ は急激に減少しているのに対し、計算値では $\theta=60^\circ$ まで2次流の発達がみられる。これは、以前の実験において湾曲出口で最大となる結果がでており、実験上の誤差とも考えられる。ケースVh-34では計算値の方が過大評価されているが、 $\theta=60^\circ$ で最大になり同様な発達・減衰過程がみられる。2次流強度の発達・減衰過程は円柱粗度の2次流への影響があり、円柱群内の渦動粘性係数の与え方を検討する必要がある。

図-9は、各ケースにおける主流速の水深平均流速の横断分布について計算結果と実験結果を比較したものである。いずれのケースも計算結果は実験値をよく再現しているといえる。ただし、円柱粗度

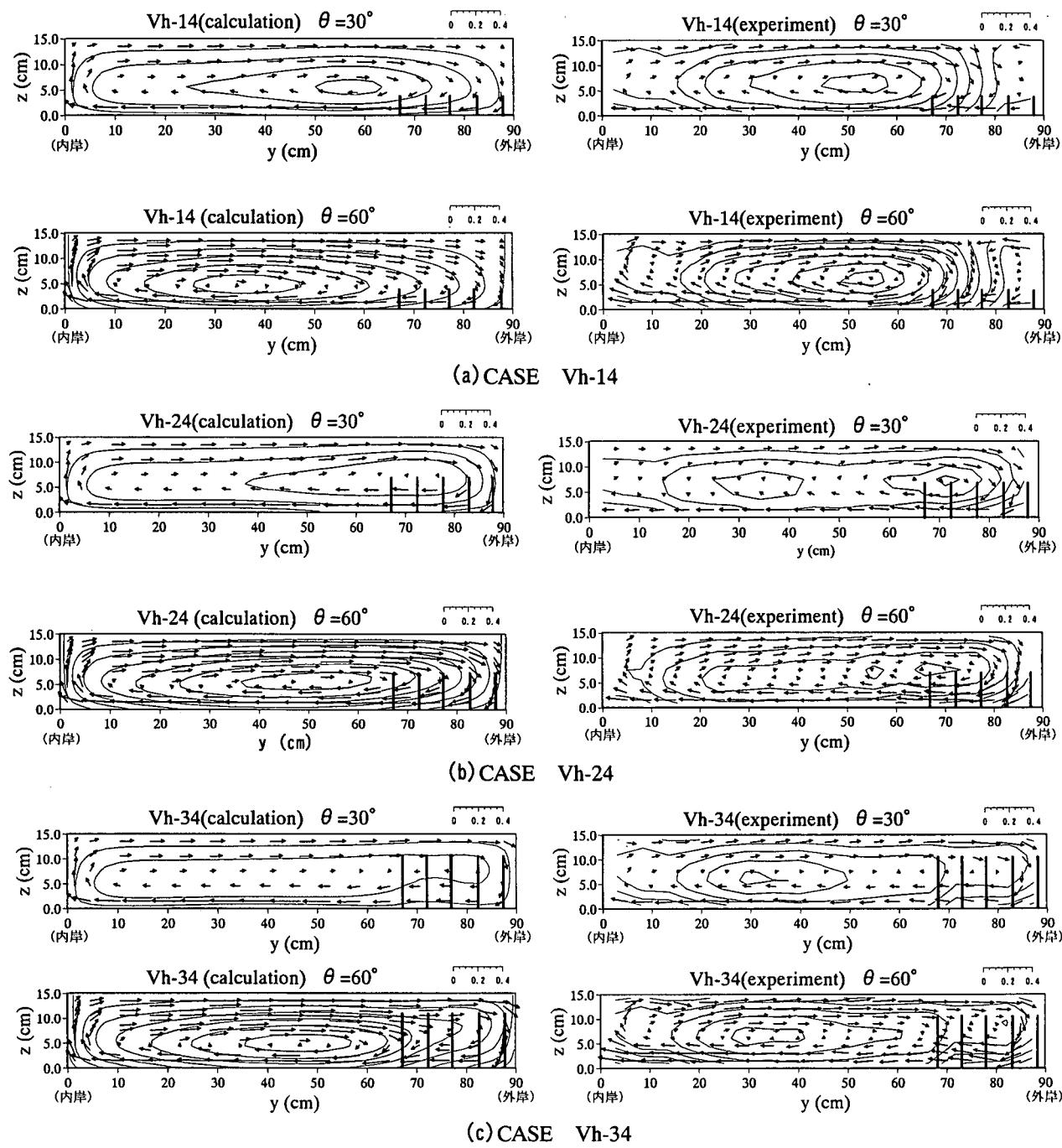
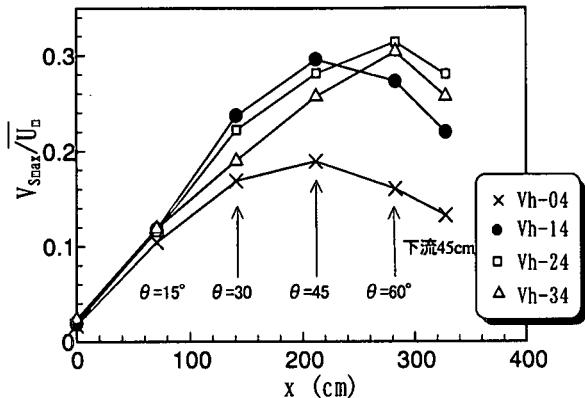
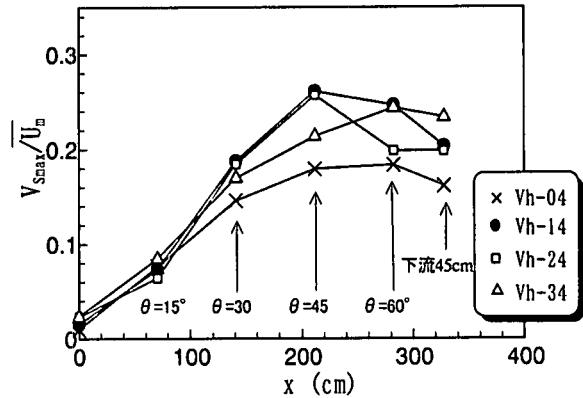


図-7 2次流ベクトル図



(a) 計算結果



(b) 実験結果

図-8 2次流強度の流下方向分布

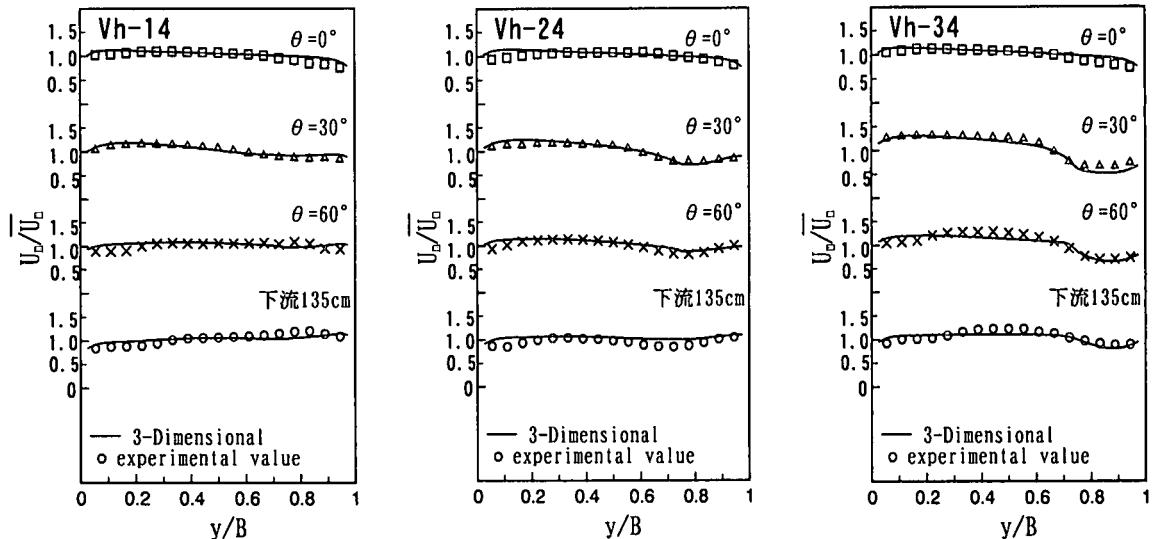


図-9 水深平均流速横断分布

を設置しないケース(Vh-04)と同様に、どのケースをみても内岸側の流速が下流になるにつれて過大評価されている。外岸側については、円柱群による減速が円柱粗度が高くなるにつれて過大になる傾向がある。また円柱群境界付近のせん断層は計算ではやや外岸よりに現れる傾向があり、特に円柱粗度が水深の $1/2$ のケース(Vh-24)の湾曲出口から下流においてずれが大きい。また下流直線部において実験値は波状の分布特性を示すが、計算値はより一様な分布となっている。

図-10は、円柱粗度が水深の $3/4$ のケース(Vh-34)の平均主流速 U の構造について、最上流断面の断面平均流速で無次元化した主流速コンター図を用いて計算結果と実験結果を比較したものである。水没型円柱群を有する湾曲部流れでは、流速のせん断層が円柱群内に侵入し、横断方向流速が円柱群を乗り越えて断面全体の2次流を形成する。 $\theta = 30^\circ$ では円柱群上方を乗り越えた2次流が下降流となり外岸壁近傍のせん断層を円柱群内に押し下げている。計算値における円柱群側部のせん断層は底面から水面まで斜めに発生し、高速域は内岸よ

りの水面付近に位置し実験値を良好に再現している。 $\theta = 60^\circ$ では外岸壁近傍の加速に伴い円柱群内の流速も加速され計算と実験の一一致は有効である。しかし、高速域の位置が実験では外岸よりに移動しているが、計算では内岸の底面よりに移動する傾向がある。下流直線部においても円柱群の影響が残っており斜めのせん断層がみられる。計算では内岸側の底面付近の減速が過小評価されているが、高速域の位置が計算でも外岸よりに移動しており実験値を良好に再現している。

4-3. 円柱粗度平面配置の影響

円柱粗度平面配置が流れ構造に与える影響について計算し、実験結果と比較した。図-11は、円柱群が内岸側、水路中央部、外岸側に設置されたケースの湾曲出口における計算結果と実験結果の2次流ベクトル図である。内岸側に円柱粗度を設置したケース(V-2)では、計算において円柱群外の主流域全体に2次流が発生する点は実験と一致するが本計算法の限界として外岸渦が再現されない。水路中央部に円柱粗度を設置したケース(V-3)では、円

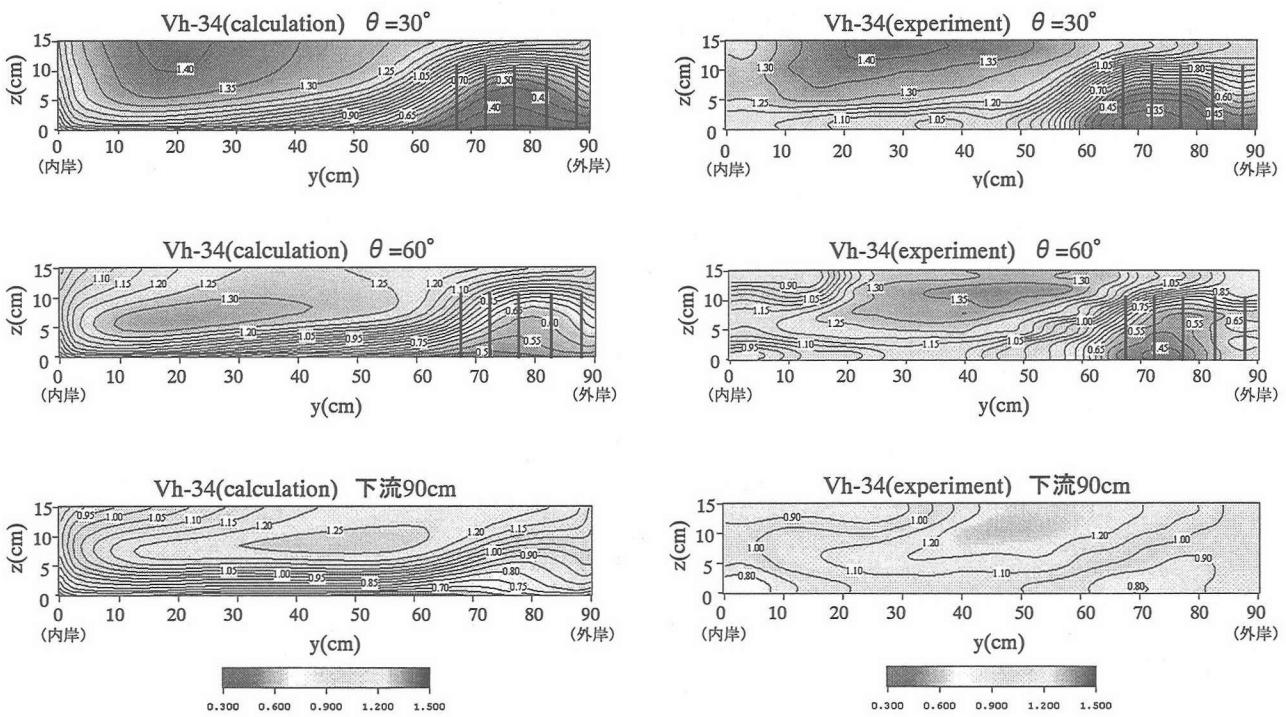


図-10 主流速の横断面コンター図

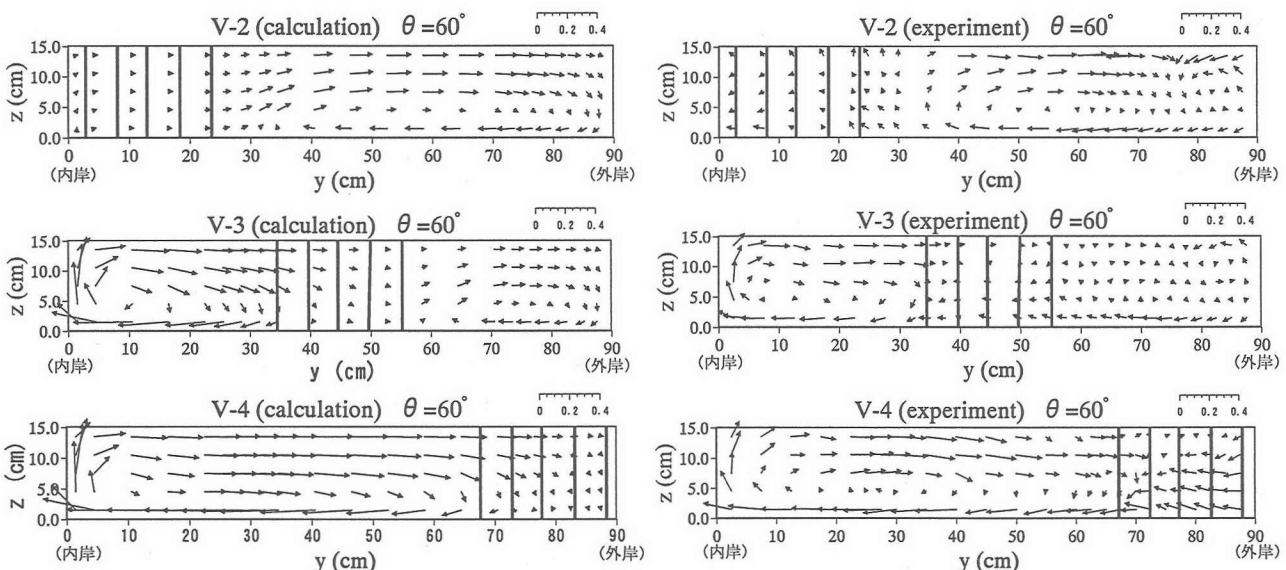


図-11 2次流ベクトル図

柱群内外両岸側に2次流構造がみられる点は実験と一致している。特に内岸に発生する2次流の方が強く再現性が良好である。しかし、計算値では水面付近で円柱群に入り込む流れがやや過大評価されている。外岸の渦は円柱群内流速方向に同様な傾向があり良好に再現されている。外岸側に円柱粗度を設置したケース(V-4)では、円柱群外で2次流構造がみられるが、円柱群内に入り込む流れが強く円柱群境界付近に生じる下降流が認められない。これらは本計算が定常計算であるため円柱粗度境界部における水平混合の効果が再現されないことが原因していると考えられる。しかし、円柱粗度を有する

湾曲流れの特徴である円柱粗度配置により2次流が移動する傾向が計算で良好に再現されることがわかった。

図-12は各ケースにおける主流速の水深平均流速の横断分布について計算結果と実験結果を比較したものである。円柱粗度が内岸に設置されたケース(V-2)では、円柱群内で減速域がみられ円柱群境界に存在するせん断層の位置もほとんど一致しておりよく再現されているといえる。特に外岸側にみられる高速域はどの断面においても一致している。円柱粗度が水路中央部に設置されたケース(V-3)では、内岸側の高速域の傾向がよく再現され

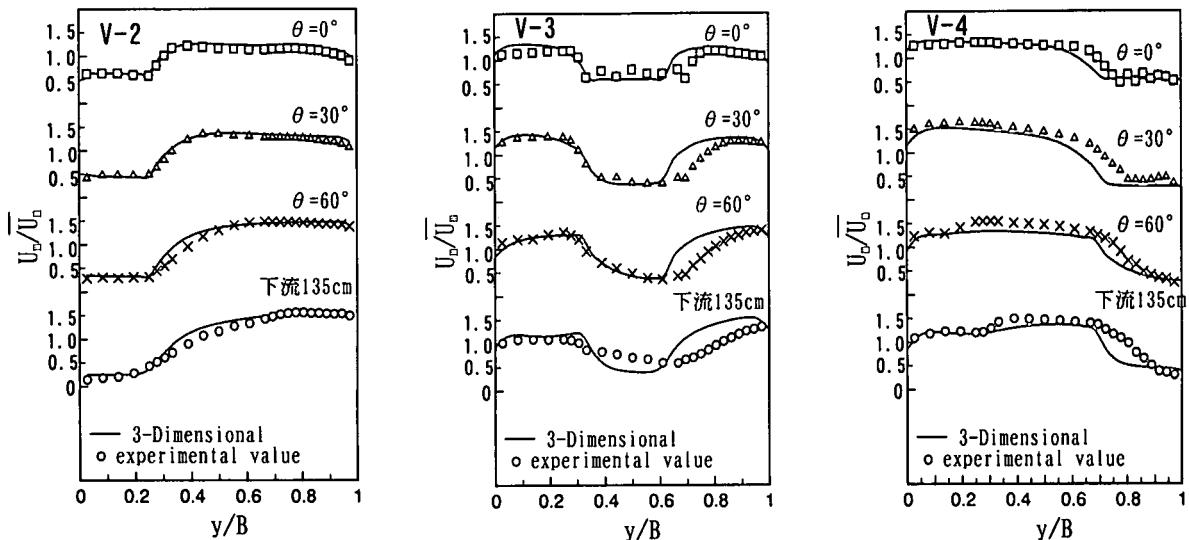


図-12 水深平均流速

ている。外岸側では円柱群内のみ減速され円柱群外側で急激に加速され実験値を大きく上回っている。また、下流において実験値では円柱群内の減速効果の影響が弱いが、計算値では円柱群背後に過大な低速域になっており流速の回復が遅くなっている。円柱粗度が外岸に設置されたケース(V-4)では、内岸側の高速域の傾向は実験値をよく再現しているが、円柱群によるせん断層が内岸よりに現れている。下流直線部ではケースV-3と同様に低速域が生じており、円柱群背後の抵抗の検討が十分ではない。全体として内岸に設置された円柱粗度の影響について良好に再現されているが、外岸に設置された円柱粗度の影響は過大に評価され、実験値よりせん断層が内岸寄りになり低速域が広くなる傾向がある。

5. 結論

湾曲部に存在する樹木群の影響に関する3次元数値計算法の適用可能性について、円柱粗度を用いた固定床による実験との比較により検討した。水没型円柱群の高さを変化させた場合、円柱群の2次流構造に及ぼす影響が本数値計算によって良好に再現された。実験でみられた二重渦構造は計算によつても確認された。主流速分布についても計算値と実験値の一一致は良好であったが、湾曲部の下流領域での適合性が若干低くなった。円柱群配置位置を横断方向に変化させた場合、円柱粗度配置により湾曲渦が移動する傾向がよく再現された。主流速構造は内岸に設置された円柱粗度の影響については再現性が良好であったが、外岸のケースではせん断層の位置にずれがみられた。以上より、有限体積法とSIMPLE法を用いた3次元数値計算のよって円柱群配置や高さ変化に応じ、流れ構造を予測できることを示した。しかし、外岸渦の発生や円柱粗度抵抗

の影響に違いがあり、今後は乱流モデルについて検討するとともに、移動座標系を取り入れ、水深変化と河床変動の計算を可能にする必要がある。

参考文献

- Odgaard,,A.J. and Kennedy,J.F. : River-bend bank protection by submerged vanes, J. Hydr. Eng., ASCE,109(8),pp.1161-1173, 1983.
- 関根, 吉川 : 斜め桟粗度による河川湾曲部の二次流制御に関する研究, 土木学会論文集, No.558 / II-38, pp.61-70, 1997
- 富永, 長尾, 木村 : 開水路湾曲部における運動量輸送に及ぼす河道内樹木群の効果, 応用力学論文集, 第2巻, pp.637-644, 1999.
- 富永, 青木, 木村 : 円柱粗度による湾曲河床変動の制御に関する実験的研究, 水工学論文集, 第45巻, pp.769-774, 2001.
- 富永, 青木 : 円柱粗度を有する開水路湾曲部の流れと河床変動の2次元数値解析, 応用力学論文集, 第4巻, pp.557-564, 2001.
- 池田俊介, 田中昌広, 千代田将明 : 空気蛇行流の乱流特性に関する研究, 土木学会論文集, 第351号, pp.77-86, 1984
- Leschziner,M.and.Rodi,W. : Calculation of strongly curved open channel, J.Hydraulics Div., ASCE, vol.105,No.HY10,pp.1297-1314, 1979
- 杉山均, 秋山光康, 龜澤正之 : 曲がり開水路乱流の構造解析と二次流流れ遷移に関する研究, 土木学会論文集, 第572号 / II-40, pp.11-21, 1997
- 清水・辻本 : 樹木群による河道湾曲流れの制御に関する数値計算, 第3回河道の水理と河川環境に関するシンポジウム論文集, pp.31-36, 1997.
- Shimizu,Y.et al. : Three-Dimensional Computation of Flow and Bed Deformation, J. Hydraulic Engineering, vol.116, No.9, pp.1090-1108, 1989.

(2002年4月19日 受付)