

粗面段落ち流れの PIV 計測と乱流モデルによる数値計算

PIV Measurement and Turbulence Calculations of Open-Channel Flow over
a Backward Facing Step with Rough Bed

藤田一郎*・中山昭彦**・丸山達弥***・高橋香織****

Ichiro FUJITA, Akihiko NAKAYAMA, Tatsuya MARUYAMA and Kaori TAKAHASHI

*正会員 学術博 神戸大学助教授 神戸大学都市安全研究センター(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

*** 修士 (工) 三井造船(株) (〒104-8439 東京都中央区築地 5-6-4)

**** 富士通エフ・アイ・ビー(株) (〒135-0064 東京都江東区青木 2-45)

Turbulent open-channel flows over a backward step with smooth walls and rough walls have been investigated both experimentally and numerically. Measurements were conducted using a PIV system mainly composed of a high-speed video camera. Experimental results show that the roughness increases the turbulence and mixing downstream of the step and shortens the recirculation region. The low-Reynolds number $k-\omega$ turbulence model does reproduce these trends fairly well by incorporating the roughness effects in the boundary value of the specific energy dissipation.

Key Words : Backstep flow, Low Reynolds number turbulence model, PIV, Rough wall turbulence

1. 緒言

近年せん断乱流の直接シミュレーションデータが得られ、緻密な乱流モデルの検証が行われるようになった結果、モデルのいろいろな改良や新しい提案がなされている。実験では得られない統計量や壁面近傍の精度の高いデータにより、低レイノルズ数領域を巧く予測するモデルの提案が多くなされている。これらは単に単純な流れを忠実に予測するのみならず、壁面近傍を精度良く再現することにより、壁法則などの相似則が成り立たない複雑な流れを計算できるものである。しかしこういった新しい低レイノルズ数モデルは滑面流れで検証されているのみなので、粗面境界の流れには全く適用できない。河川工学の実際の場面で重要となるのは、側壁や底面に粗さがある場合がほとんどであるため、粗面流に適応可能な乱流モデルの開発は不可欠で、これまで二、三のモデルは提案されている(Patel and Yoon¹⁾, Zhan et al.²⁾)。しかしながら、例えば、乱流モデルの性能比較のためにベンチマークテストとしてよく利用される滑面段落ち流れ(バックステップ流れ)に対応する粗面段落ち流れのデータは全く皆無と言ってよいのが現状である。そこで、本研究では既往の粗面乱流モデルのパフォーマンスを実験値と比較検討するために、まず、滑面あるいは粗面よりなる開水路段落ち流れの高精度な計測を行った。計測には高速度ビデオカメラを主体とする PIV 画像計測システムを用い、1 ケース当たり約 12 万枚の画

像データを用いて段落ち部下流の乱流場を詳細に計測した。次に、粗面乱流に応用できる既往の乱流モデルを使った数値予測計算を行い、どの程度の精度の予測計算が可能かを詳しく調べた。

2. 実験概要

2.1 実験装置

実験には、長さ 6.0m、幅 0.15m の全断面アクリル製の直線開水路(勾配 1/1000)を用いた。滑面の段落ち部は、幅 0.15m、長さ 2m、厚さ 1cm の透明塩ビ板を水路底面に敷いて作成した。粗面段落ち部は、幅 0.15m、長さ 1m、厚さ 5mm のアルミ板上に平均粒径が 3.5mm の砂粒を稠密に貼り付け、それらを滑面段落ち部の上下流あわせて 4m 区間に敷き詰めて作成した。落差は同じく 1cm である。この場合、段落ち部の鉛直面には粗度を貼り付けたが、側壁は透明滑面のままとした。砂粒の貼り付けには強力な両面テープと透明スプレー塗料を用いた。実験は、段落ち部への流入水深が滑面と粗面で同じ(2.2cm)になるように下流端のセキを調整した。水理条件を表-1 に示す。粗度の影響で下流水深は粗面の方が若干大きくなっている。

2.2 画像計測システム

画像計測には、高速度ビデオカメラ(DALSA 製, CA-D6-256W)を用いた。このビデオカメラでは最大

表-1 水理条件

	滑面モデル	粗面モデル
流量: Q (m ³ /s)	7.26×10^4	7.26×10^4
勾配: I	1/1000	1/1000
上流水深: h_1 (cm)	2.2	2.2
下流水深: h_2 (cm)	3.3	3.4
段落ち高さ: D (cm)	1.0	1.0
流入平均流速: U_1 (cm/s)	22.0	21.6
フルード数: $Fr_1 \equiv U_1 / (gh_1)^{1/2}$	0.474	0.465
Reynolds 数: $Re \equiv U_1 h_1 / \nu$	4840	4750

956fps(frames per second)での撮影が可能だが、本実験では400fpsで撮影を行った。撮影された画像は一旦パソコン上に蓄えられるので撮影枚数はパソコンに搭載されたメモリに依存するが、1GBのメモリを搭載した本システムでは最大11904枚の連続画像の撮影が可能であった。従って400fpsで撮影する場合は、約30秒間の連続画像が得られた。得られる画像は8ビットのビットマップファイル(260x260画素)である。本実験では同一アングルで2回の連続撮影を行い、合計で約1分間のデータから乱流統計量を算出した。流れの可視化には平均粒径が約20 μ m、比重1.02のナイロン破碎粒子をトレーサとして用い、あらかじめアルコールと混合させ、均等に水中に分散するようにした。撮影の光膜面は、水冷式アルゴンイオンレーザー(最大出力7.3W)からの光を、光ファイバーケーブルを介してビームイクスパンダーに導いて生成した。光膜の照射は水路中央断面に対して行い、滑面の場合は底面から上向きに、

粗面の場合は水路上方から下向きに行った。後者の場合、水面の揺らぎによる影響はほとんどなかった。撮影は広い範囲(段落ち部より下流約20cmまで)をカバーするために、互いに少しずつ重複する6つのアングルで行った。

PIVによる解析には濃淡画像相関法を用いた⁹⁾。テンプレートサイズは25x25画素、1画素サイズは0.0213cmとした。流体以外の画像領域にはマスキング処理を行ったが、最大50%までテンプレートがマスキングされた領域に入り込むことを許したのでPIVを用いても壁面近くまでの計測が可能であった。

3. 実験結果

3.1 平均流速分布

図-1に平均流速ベクトルを比較した。滑面の場合は従来¹⁾の知見どおり、段落ち高さDの約6倍程度の地点に再付着点が現れている。これに対して粗面の場合は再付着点距離が3D程度と非常に短くなっている。粗面の場合、剥離領域内における循環流(逆流)は非常に弱く死水域的になっており、このことは可視化映像からも確かめられた。ただし、再付着後の流れは粗面・滑面とも10D程度の比較的短い流下距離で一様流の分布形状に回復した。

3.2 乱流諸量の分布

図-2に流れ方向の乱れ強度 u_r の分布、図-3に鉛直方向の乱れ強度 v_r を比較した。前述のように、この計測は流れ方向に6分割して行っているが、合成して得られた結果はなめらかにつながっており、本計測結果が十分な精度を有していることがわかる。得られた結果は、当然のことながら粗面の方が大きな乱れのレベルを与えている。特徴的な

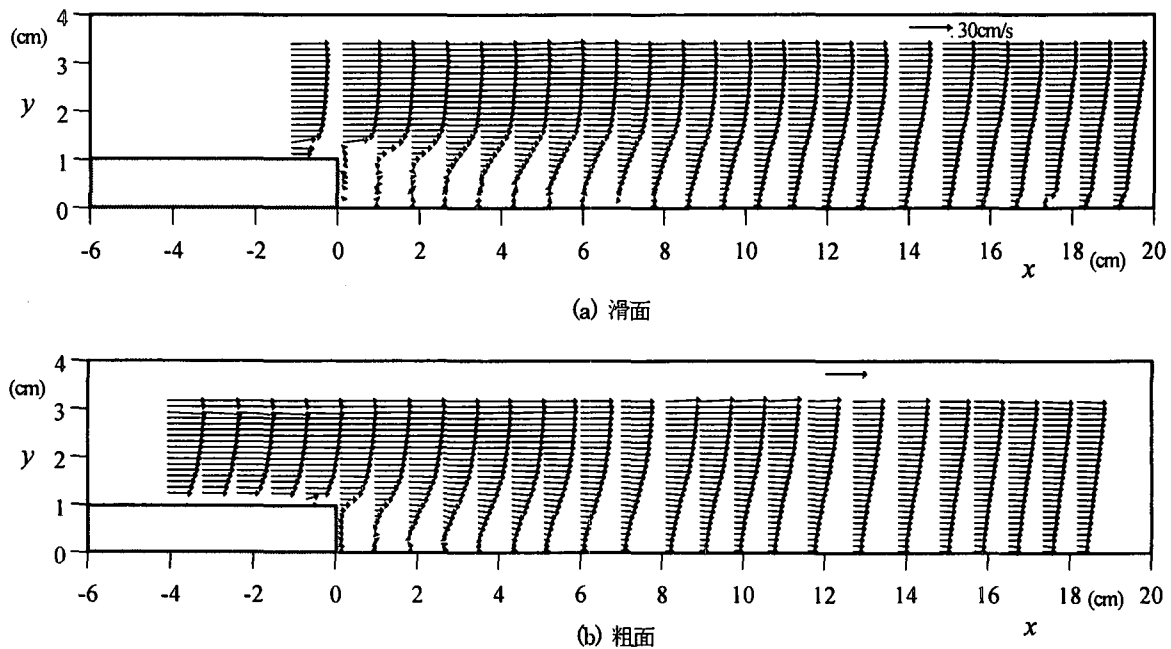
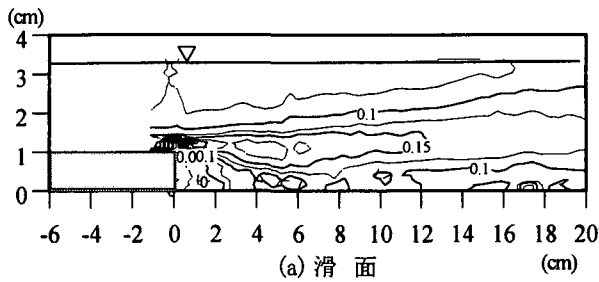
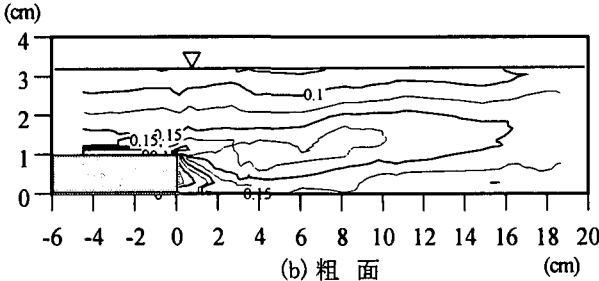


図-1 平均流速ベクトルの比較

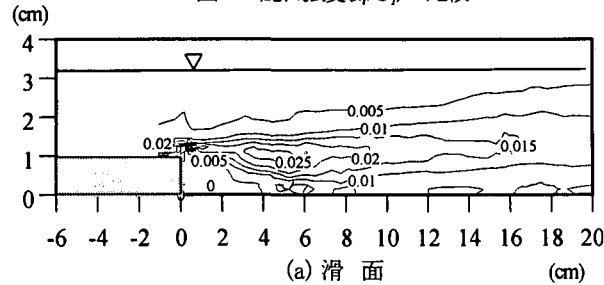


(a) 滑面

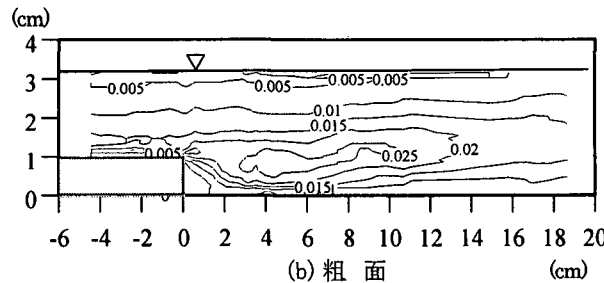


(b) 粗面

図-2 乱れ強度(u_i/U_i)の比較

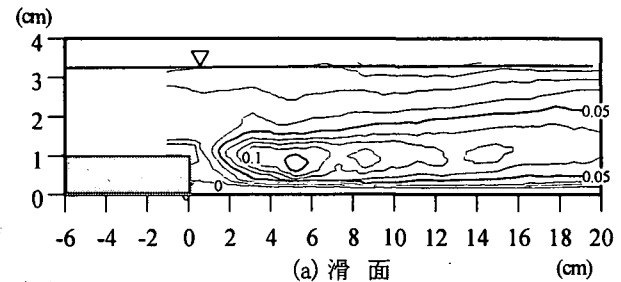


(a) 滑面

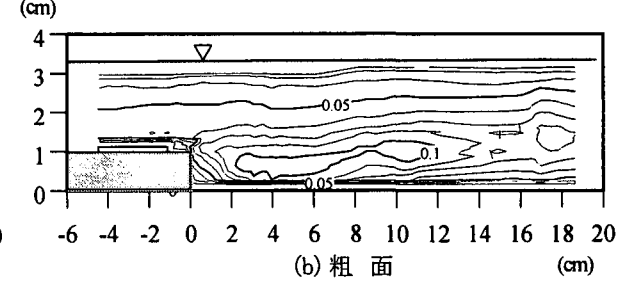


(b) 粗面

図-4 乱れエネルギー(k/U_i^2)の比較

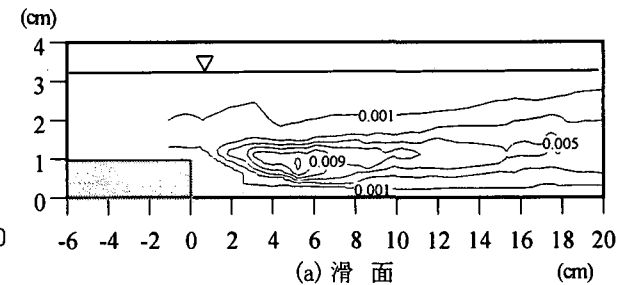


(a) 滑面

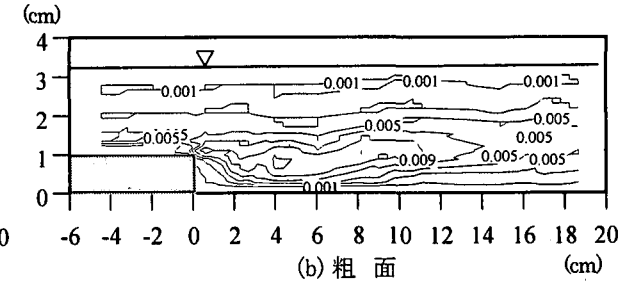


(b) 粗面

図-3 乱れ強度(v_i/U_i)の比較



(a) 滑面



(b) 粗面

図-5 レイノルズせん断応力($-\overline{uv}/U_i^2$)の比較

のは、 u_i のピーク値が滑面・粗面とも段落ち高さと同じ高さに現れているのに対し、 v_i のピーク値の発生位置は、粗面の場合に底面付近に移動している点である。これは、粗面の段落ち部直下流において急激な下降流が断続的に発生していることを示唆している。図-4には乱流乱れエネルギー(k)、図-5にはレイノルズせん断応力の分布を示した。 k の値は、鉛直方向と水平方向の乱れ強度が同程度と仮定して求めた。どちらの分布形状も、滑面の場合は段落ち部により近い地点にピーク値が現れた後、剥離せん断層に沿って流下方向に細長く拡散している。これに対し、粗面の場合の分布形は段落ち下流で急激に底面に向かって広がった後、その分布形が流下方向にある程度保たれているため、流下方向の広い範囲(段落ち高さの10倍程度まで)に渡って同程度の値が持続していることがわかる。

滑面と粗面の結果を定量的に比較するためにいくつかの測線上の分布を図-6に示した。実線が粗面、点線が滑面

のデータである。図-6より、段落ち後の流れは各々の平衡(等流)状態に向かって発達するが、一次統計量である平均流速は、前述のように10倍程度下流の地点で一樣流の分布形にほぼ回復していることがわかる。一方、乱れのパラメータである乱れ強度や乱れエネルギーあるいはレイノルズせん断応力の分布は、段落ち部より10D程度下流の地点ではまだ滑面と粗面で有意な差が認められるが、段落ち部より15D程度下流からは十分な境界層の発達のため、流下方向への各パラメータの変化がほとんどなくなっていることがわかる。

4. 計算法とモデル

以上の実験結果からも分かるように、粗面流れでは流量を滑面流と同一に保った場合、乱流強度が大きくなり、逆流域が小さくなるなど特性が大きく異なる。こういった

粗面境界を対象に開発された乱流モデルは非常に少ない。壁関数を境界条件として用いる一般の高レイノルズ数モデルでは、平均流速に粗面境界層の対数則を、乱流量には局所平衡仮定を用いる。これらのモデルでは対数則と平衡仮定が成り立たない流れには適用できない。壁関数を必要としない低レイノルズ数モデルは数多く提案されているが、最近、Zhang et al.²⁾が提案したモデルを除けば、殆どが滑面を対象としたもので粗面流には適用できない。ここでは比較基準として粗面壁関数を境界条件とする標準型 $k-\varepsilon$ モデルと、低レイノルズ数型 $k-\omega$ モデルを用いて実験条件に合わせた条件で計算し、こういったモデルが如何に粗面上流れを予測できるかに関して調べる。

4.1 基礎支配方程式

x を路床に平行な流れ方向の座標、 y を鉛直上向きの座標、 (U, V) を (x, y) 方向の平均流速成分、 p を平均圧力とすると、2次元開水路流の運動方程式と連続の式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \theta \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial x} - \overline{u^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial y} - \overline{uv} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g \cos \theta \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial V}{\partial x} - \overline{uv} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial V}{\partial y} - \overline{v^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

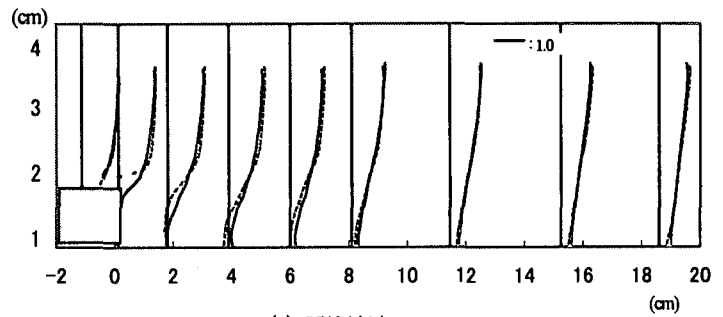
$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

である。ここで ρ, ν はそれぞれ水の密度と動粘性係数、 g は重力の加速度、 θ は路床勾配、 $-\overline{u^2}, -\overline{v^2}, -\overline{uv}$ はレイノルズ応力である。水面の位置 $y=H(x,t)$ を未知とすると、 H は運動学的条件

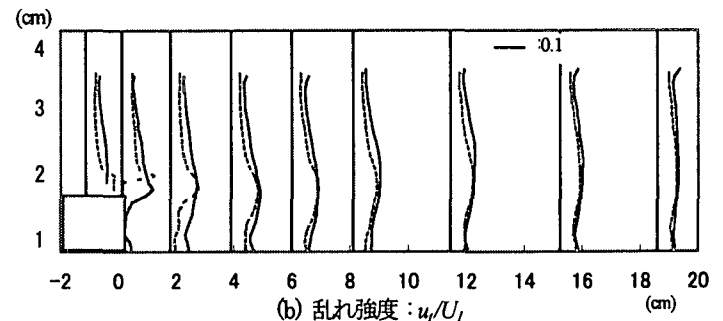
$$\frac{\partial H}{\partial t} + U_H \frac{\partial H}{\partial x} = V_H \quad (4)$$

を満たす。添え字 H は水面上での平均速度成分を意味する。水面では圧力は大気圧である。 U, V, p および乱流パラメータは上式により計算された H をもとに $y < H$ の領域で解くことになる。

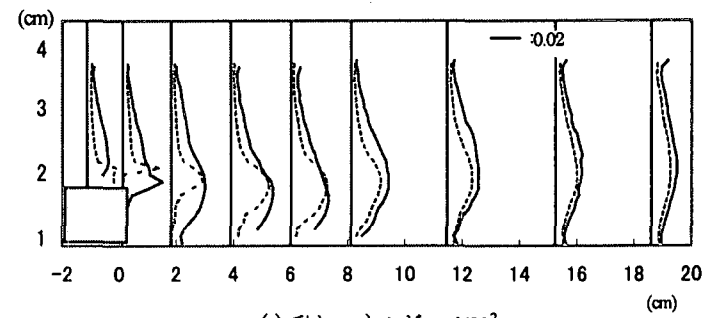
次に式(1)、(2)中のレイノルズ応力のモデルであるが、精度と適用性で応用に最も良く用いられる等方性渦粘性仮定



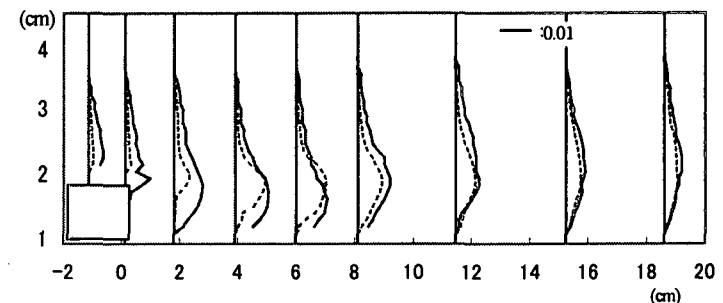
(a) 平均流速: U/U_i



(b) 乱れ強度: u_t/U_i



(c) 乱れエネルギー: k/U_i^2



(d) レイノルズせん断応力: $-\overline{uv}/U_i^2$

図-6 乱流統計量の比較 (実線が粗面、点線が滑面)

$$\begin{aligned} \overline{u^2} &= \frac{2}{3} k - 2\nu_t \frac{\partial U}{\partial x} \\ \overline{v^2} &= \frac{2}{3} k - 2\nu_t \frac{\partial V}{\partial y} \\ \overline{uv} &= -\nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

を用いる。 ν_t は渦粘性係数で、本計算では次の2方程式モデルの Jones & Launder⁴⁾の標準 $k-\varepsilon$ モデル(SKE)と、

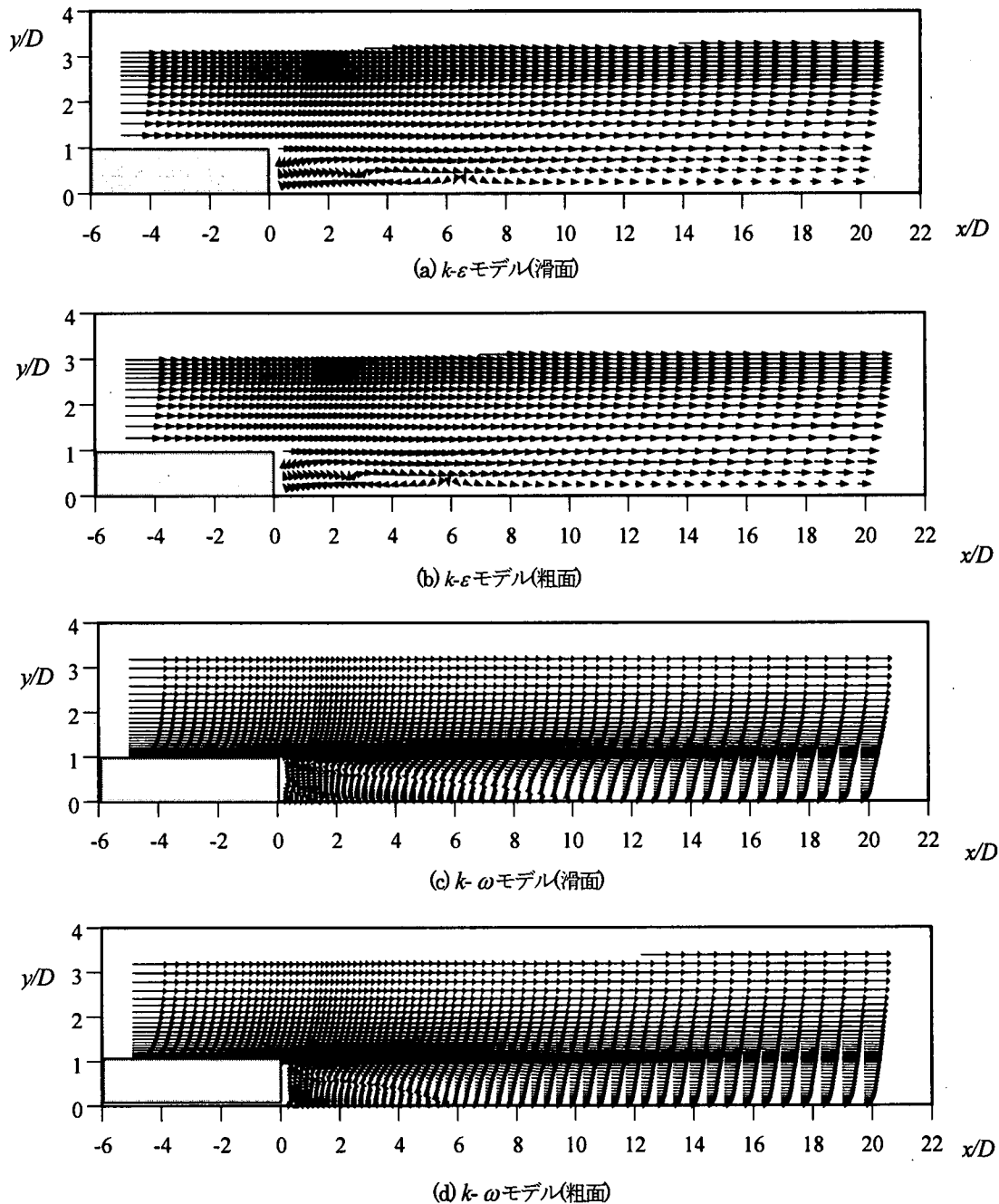


図-7 平均流速ベクトルの比較

Wilcox³⁾による低レイノルズ数 $k-\omega$ モデル (LOW) を用いる。各モデルの概要を以下に述べる。

4.2 標準 $k-\varepsilon$ モデル

数ある乱流モデルのなかでも2方程式モデルの標準型 $k-\varepsilon$ モデルは開発されてから年月が経っており、全体的に信頼性が高く、汎用性がある等の理由で工学的に最もよく用いられている。乱流モデルの性能を評価する上で基準になっているので本計算でもまず Jones & Launder⁴⁾の標準 $k-\varepsilon$ モデル (SKE) で計算する。このモデルは十分に乱れた流れ場を対象としており、壁面近傍の低レイノルズ数領域は計算しない。その代わりに壁面からやや離れた完全発達

した領域でしかも相似則の成り立つ対数則領域の点で対数則及び局所平衡を仮定する。この方法では対数則の成り立たない場合は適用できない。特に逆流域のある段落ち流れの場合、摩擦速度 u_τ がゼロになる点では対数則自体存在しない。しかし壁面から第一点目の計算点での粘性距離 $y^+ = y u_\tau / \nu$ が約30になるように計算格子を設定し、 u_τ の絶対値が小さくなりすぎないように限定させるとそれなりの結果が得られることが示されている (中山・横嶋⁶⁾)。従って粗度高さが k_R の粗面の場合、次のような対数則を用いる。

$$u/u_\tau = 2.5 \ln y/k_R + 8.5 \quad (6)$$

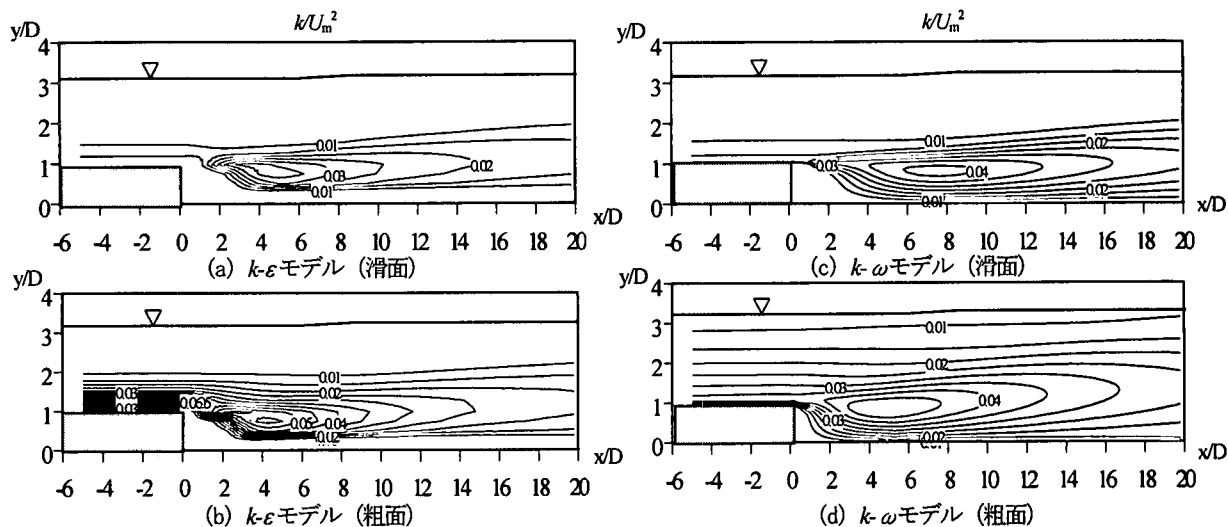


図-8 乱れエネルギー計算結果の比較

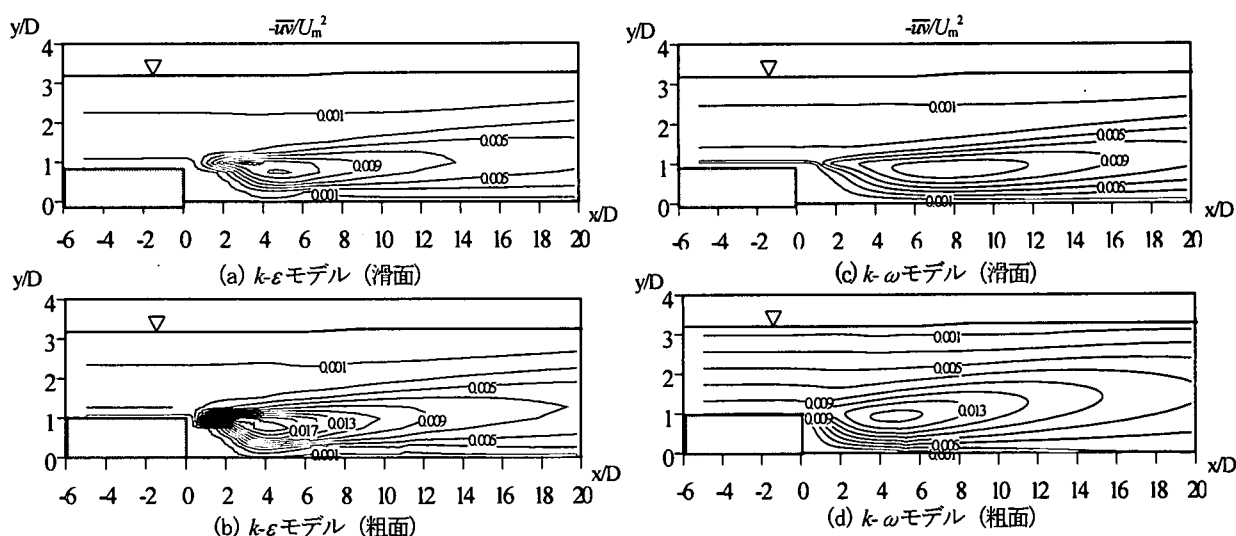


図-9 レイノルズせん断応力計算結果の比較

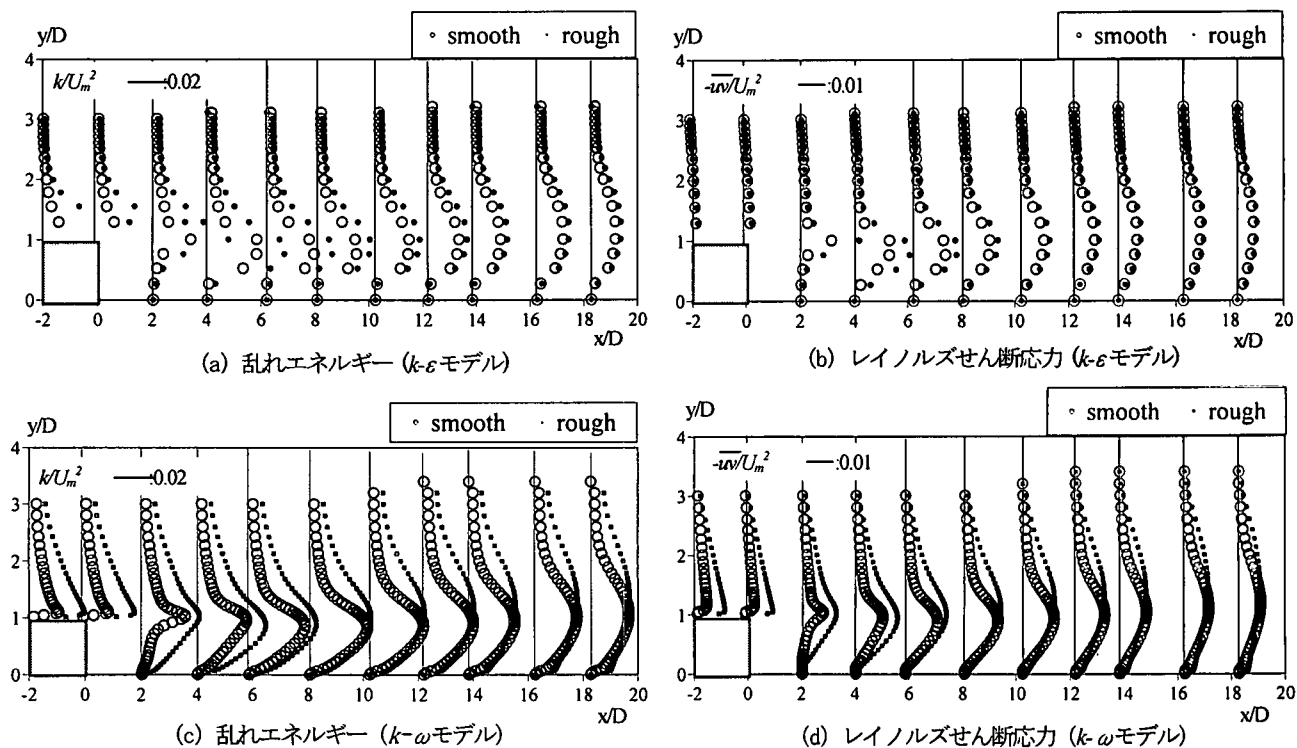


図-10 乱流モデルと粗面効果の比較

ただし、粗度レイノルズ数 $k_R^+ = k_R u_\tau / \nu$ が 10.0 以下の場合には通常の滑面对数則を用いる。

4.3 低レイノルズ数 k - ω モデル

次に示すのは Wilcox⁹⁾により提案された低レイノルズ数 k - ω モデルである。 k - ω モデルは k - ε モデルほど広く用いられていないが、圧力勾配を伴う境界層の計算などを巧く表わすとされている (Huang & Bradshaw⁷⁾)。また著者らによる段落ち流れを含む開水路乱流の計算でも汎用性があることが示されたモデルである。このモデルでは ω の境界値を粗度高さにより設定することで粗度効果を表わすことができる。

渦粘性係数は k と ω で

$$\nu_t = \alpha^* \frac{k}{\omega} \quad (7)$$

と表され、 k および ω については次の輸送方程式を解いて求める。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= P_k - \beta^* k \omega \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 P_k は乱流エネルギーの生成項

$$P_k = -2u^2 \frac{\partial U}{\partial x} - 2v^2 \frac{\partial V}{\partial y} - uv \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (10)$$

である。その他のパラメータは

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{\alpha_0^* + R_t / R_k}{1 + R_t / R_k}, \quad \alpha = \frac{5}{9} \frac{\alpha_0 + R_t / R_\omega}{1 + R_t / R_\omega} (\alpha^*)^{-1} \\ \beta^* &= \frac{9}{100} \frac{5/18 + (R_t / R_\beta)^4}{1 + (R_t / R_\beta)^4}, \quad R_t = k / \omega \nu \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \beta &= 3/40, \quad \sigma_k = 2.0, \quad \sigma_\omega = 2.0, \quad \alpha_0^* = \beta/3, \\ \alpha_0 &= 1/10, \quad R_\beta = 8, \quad R_k = 6, \quad R_\omega = 27/10 \end{aligned}$$

で定義される。

境界条件は、壁面の粗面境界上で

$$\begin{aligned} k &= 0 \\ \omega &= \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R \end{aligned} \quad (12)$$

ここで S_R は次のように相当粗度 k_R に関連した量である。

$$S_R = \begin{cases} (50/k_R^+)^2, & k_R^+ < 25 \\ 100/k_R^+, & k_R^+ \geq 25 \end{cases} \quad (13)$$

水面では

$$\frac{\partial k}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

と設定する。流出面では自由流出条件を用いている。

4.4 数値計算

上記の運動方程式及び k, ε, ω の輸送方程式は HSMAC 法を基にした方法で解いた。流れ方向に変化のない流速分布を初期条件として時間発展を計算した。時間進行は 2 次精度 Adams-Bashforth 法で、移流項は 3 次風上差分法で、その他の空間微分は 2 次中心差分である。計算条件は実験と同じレイノルズ数とフルード数である。相当粗度は一定で $k_R = 3.5 \text{ mm}$ とした。流入速度及び乱流パラメータの流入面での値は、十分発達した等流についての計算結果を用いた。用いた座標は直交座標で、 k - ε モデルを用いた計算では対数則を用いるので鉛直方向の格子数は少なく 216x32 であるが、 k - ω モデルでは壁面近傍を解像する必要があるため底面近傍およびステップ面近傍で密になるようにとった 216x96 の格子を用いている。

5. 計算結果

5.1 平均流速ベクトル

図-7 に各々の乱流モデルによって得られた平均流速ベクトルを比較した。以降の計算値の無次元化には最大流速 U_m を用いている。再付着点距離を比較すると、 k - ε モデルの場合の粗面効果はわずかで再付着点距離が 6.5D から 6D へと若干短くなるだけであるのに対し、 k - ω モデルでは粗面の影響がよく現れており、10D から 6D へと 4 割程度も再付着点距離が短くなっている。ただし、粗面の実験値 (約 3D) と比較すると、再循環領域はまだ過大に予測されている。この点は、用いられた相当粗度の値が適切でない可能性もある。相当粗度の値あるいは分布を考慮に入れることにより改善可能と思われる。

5.2 乱流統計量

図-8 に乱れエネルギーの空間分布、図-10(a)(b) に測線毎の比較図を示した。図-8 よりどちらの乱流モデルにおいても、粗度効果の導入によって段落ち下流の乱れが増大しており、実験値の傾向を捉えている。詳細にみるとピーク値の位置が実験値に近いのは k - ε モデルだが、段落ちの直下流で急激に底面に向かって拡散する様子は k - ω モデルの方が良好に計算できている。実験データの無次元化には流入部の平均流速 U_i が使われているため定量的な比較には注意を要するが、計算結果はどちらのモデルもピーク値が 2 倍程度と大きめに評価される結果となっている。図-10 に示した比較図では、再循環流を含む領域では k - ω モデル、再付着後の流れの状況は k - ε モデルが実験値の分布形状 (図-6(c)) を捉えている。また、この図から k - ε モデルと k - ω モデルでは k の水面方向への拡散に大きな差があることがわかる。 k - ω モデルでは k のピーク値が底面方向に移

動するだけでなく水面方向への拡散も大きく出ている。これは実験結果にも見られることで、この上方への拡散により再付着点がステップに近づいた結果になっていると言える。

レイノルズせん断応力についても同様に空間分布を図-9に、測線毎の比較図を図-10(c)(d)示す。図-6(d)に示す実験値と比較すると、上述の各モデルの特性がレイノルズせん断応力に対しても言えるようである。

6. 結言

本研究では、従来の計測例がほとんどない粗面を有する段落ち部を対象とし、画像計測による高精度な計測を行うと同時に乱流モデルによるシミュレーションも行って乱流諸量に関する比較検討を行った。その結果、粗面がある場合には再付着点距離が非常に短くなることを実験的に明らかにした。この剥離流れの特徴は粗度効果をモデルに容易に取り入れることのできる低レイノルズ数 k - ϵ 乱流モデルによってある程度再現できることがわかったが、定量的には乱れエネルギーを過大評価するなどまだ不十分な点があるため今後、実験データの蓄積と並行してさらにモデルの改良が必要と思われる。

参考文献

- 1) Patel, V.C. and Yoon, J.Y.: Application of Turbulence Models to Separated Flow Over Rough Surfaces, *J. Fluids Eng. ASME*, Vol.117, pp. 234-241, 1995.
- 2) Zhang, H., Faghri, M. and White, F.M.: A New Low-Reynolds-number k - ϵ Model for turbulent Flow Over Smooth and Rough Surfaces, *J. Fluids Eng. ASME*, Vol.118, pp. 255-259, 1996.
- 3) 藤田一郎, 神田徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 4) Jones, W.P. and Launder, B. E.: The prediction of laminarization with two equation model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, pp. 301-314, 1972.
- 5) Wilcox, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*, second edition, DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1998.
- 6) 中山 昭彦, 横嶋 哲: 開水路乱流予測計算における低レイノルズ数2方程式乱流モデルの実用性, 土木学会論文集, No.684/II-56, pp.141-153, 2001.
- 7) Huang, P.G. and Bradshaw, P.: Law of the Wall for Turbulent Flow in Pressure Gradients, *ALAA J.*, Vol. 33, pp. 624-632, 1995.

(2002年4月19日 受付)