

下負荷面弾塑性構成モデルを用いた土／水連成動的 FE 解析

Soil/water coupled dynamic F.E. analysis using an elasto-plastic constitutive model with a subloading surface

飯塚敦*, 大野進太郎**, 河井克之***, 建山和由****

Atsushi IIZUKA, Shintaro OHNO, Katsuyuki KAWAI, Kazuyoshi TATEYAMA

*工博, 神戸大学助教授, 工学部建設学科 (神戸市灘区六甲台町 1-1)

**工修, 東京工業大学大学院, 理工学研究科 (東京都目黒区大岡山 2-12-1)

***工博, 神戸大学助手, 工学部建設学科 (神戸市灘区六甲台町 1-1)

****工博, 京都大学助教授, 工学研究科 (京都市左京区吉田本町)

This paper describes the development of soil/water coupled dynamic finite element computation technique considering irreversible deformation characteristics of porous media such as soils. Incremental governing equations taking into account of the effect of acceleration, first, are summarized and discretized in spatial and time domain. Thus obtained discretized equations are formulated based on the finite element technique so that the acceleration and the total pore water head are unknown values that should be solved under imposed boundary and initial conditions. The finite element code newly developed in this paper is verified by comparing some strict solutions for solid/water coupled problems and is examined whether the seismic responses of soil/water coupled media can be explained. Finally, the vertical settlement due to the horizontal seismic external force is successfully simulated.

Key Words: Dynamic problem, Elasto-plastic constitutive equation, Soil/water coupled problem, Finite Element Method

キーワード: 動的問題, 弾塑性構成式, 土／水連成問題, 有限要素法

1. はじめに

飽和した地盤は, 多孔質な土の構造骨格とその間隙を満たす水との複合材料である。多孔質な土の構造骨格が変形し, 間隙に変化が生じようとする, 間隙水の移動が促される。逆に, 間隙水の移動は土の構造骨格の変化を生む。すなわち, 飽和した地盤全体の変形は, このような土の構造骨格と間隙水の移動との相互作用 (土／水連成問題) に支配されている。動的荷重による地盤の応力・変位応答を土／水連成問題として解析する場合, 繰り返しせん断に伴う土の構造骨格の非可逆的な力学応答の考慮が重要となる。本論文では, 地盤を構成する土の構造骨格と間隙水の力学挙動を, 地震動などによる加速度を考慮した場で, 初期値・境界値問題として定式化すると共に, 有限要素法を用いて, 土／水連成動的解析手法を開発している。土の構造骨格の非可逆的な力学応答を表現し, 特に, 繰り返しせん断に伴う土の構造骨格の体積変化特性 (ダイレタンシー特性) を考慮するために, 橋口による下負荷面¹⁾を導入した関口・太田による弾塑性構成モデル²⁾を用いる。本研究では, 地盤の応力や変形な

どの静的問題において, 特に, 地盤性状の取り扱いや入力パラメータの決定方法に実績のある弾塑性構成モデル (関口・太田モデル) の動的問題への適用性の拡大を目指している。最終的には, 地盤の液化化現象のシミュレーションまで漕ぎ着けたいが, 静的問題の解析における理論的枠組みや地盤性状の取り扱い, 入力パラメータの決定法¹⁰⁾などとの整合を重視したい。ここでは, まず第一段階として, 関口・太田による弾塑性構成モデル (Cam-clay モデルを含む)²⁾に下負荷面¹⁾の導入を考えた。下負荷面の導入のみで液化化現象に代表される地盤の動的挙動をうまく表現することは難しいであろう。拡張下負荷面^{3,4)}や回転硬化⁴⁾など, 先進のアイデアの導入を検討しなければならない。しかし下負荷面の導入だけでも, 材料試験から直接に決定するのが難しいパラメータが一つ増える。本論文では, この下負荷面の拡大／縮小を制御する入力パラメータの影響を, いくつかの例題を通して調べることを目的としている。

2. 土/水連成動的有限要素解析の定式化

2. 1 概説

増分型で記述された場の支配方程式を、まず等価な弱形式表現に書きあらため、有限要素法を用いて、空間的に離散化する。ただし、連続条件式の間隙水圧項の空間離散化には、赤井・田村(1978)による差分近似手法⁹⁾を用いる。さらに Newmark の β 法¹⁰⁾により、時間的に離散化する。最終的に加速度増分と全水頭を未知数とする連立方程式 (u-p formulation⁹⁾ の一種) にまとめられる。

2. 2 場の支配方程式

土/水連成初期値境界値問題をまとめると以下のようになる。ただし、土の構造骨格の圧縮を正とし、微小変形を仮定する。

$$\text{増分型運動方程式} \quad \rho \ddot{u}_i + \dot{\rho} \dot{u}_i - \dot{\sigma}_{ij,j} - \dot{\rho} b_i - \rho \dot{b}_i = 0 \quad (1)$$

$$\text{有効応力の式} \quad \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} + \dot{p}_w \delta_{ij} \quad (2)$$

$$\text{構成式} \quad \dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl}^p \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (3)$$

$$\text{適合条件} \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = -\frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (4)$$

$$\text{ダルシー則} \quad \dot{w}_i = -k g_i, \quad g_i = h_{,i}, \quad h = \frac{p_w}{\gamma_w} + \Omega \quad (5)$$

$$\text{連続条件式} \quad \dot{\varepsilon}_v - \dot{w}_{,i} - \frac{n}{K_w} \dot{p}_w = 0 \quad (6)$$

$$\text{応力境界条件}(S_\sigma) \quad \bar{t}_i = \dot{\sigma}_{ij} n_j \quad (7)$$

$$\text{変位境界条件}(S_u) \quad \bar{u}_i - \dot{u}_i \quad (8)$$

$$\text{流量境界条件}(S_q) \quad \dot{w}_i n_i = \bar{q}_s \quad (9)$$

$$\text{水頭境界条件}(S_h) \quad h = \bar{h} \quad (10)$$

$$\text{初期条件} \quad \bar{\sigma}'_{ij} = \sigma'_{ij}|_{t=0}, \quad \bar{h} = h|_{t=0} \quad (11)$$

ここで、 ρ は土/水混合体の密度、 u_i は変位成分、 σ_{ij} と σ'_{ij} は全応力と有効応力成分、 b_i は物体力成分、 ε_{ij} はひずみ成分、 h は全水頭、 g_i は全水頭の空間勾配、 k は透水係数、 p_w は間隙水圧、 γ_w は間隙水の単位体積重量、 D_{ijkl}^p は弾塑性剛性テンソル成分、 w_i は固相に対する液相の相対変位、 Ω は位置水頭、 ε_v は体積ひずみ、 K_w (∞) は間隙水の剛性、 n は間隙率、 t_i は境界 S_σ に作用する表面力成分、 n_i は t_i が作用する境界に立てた法線ベクトル成分、 q_s は境界 S_q から流出入する単位面積単位時間流量であり、頭の $\dot{}$ は既知量であることを示す。領域 V を考え、その境界を S ($S = S_\sigma + S_u = S_q + S_h$) としている。

2. 3 増分型運動方程式の離散化

まず増分型運動方程式(1)に対し、弱形式表現を求め、有効応力の式(2)を代入すると、表-1 のフローチャートに示す増分型運動方程式の弱形式(12)が得られる。

次に増分型運動方程式の弱形式(12)および式(4)と式(3)に対して、有限要素離散化を行うと、

$$[M]\{\ddot{u}^N\} + [C_M]\{\dot{u}^N\} + [K]_i\{\dot{u}^N\} + [B_v]^T \gamma_w \dot{h}^m = \{F\} \quad (13)$$

を得る。ただし v_e (要素 e の占める領域) の総和 ($V = \sum_e v_e$) を略記している。ここに、

$$[M] = \int_V \rho [N]^T [N] dV, \quad [C_M] = \int_V \rho [N]^T [N] dV$$

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV, \quad [B_v]^T = \int_V [C]^T [N_h] dV$$

$$\{F\} = \int_s [N]^T dS \{\bar{t}\} + \int_V \rho [N]^T dV \{b\} + \int_V \rho [N]^T dV \{b\}$$

である。式(13)は減衰項を考慮しない強制運動問題に対する方程式となっている。しかし実際は、地盤内の振動は何らかの影響で減衰する。構成関係の粘性や境界の影響などが考えられるが、本研究では、次のような離散化された Rayleigh 減衰⁹⁾をプログラムには組み込んでおくことにする。

$$[C_R] = \alpha_0 [M] + \alpha_1 [K] \quad (14)$$

ただし、 α_0, α_1 は Rayleigh 減衰マトリックスのパラメータである。式(13)に減衰項式(14)を代入すると、表-1 のフローチャートに示す式(15)となる。ただし、本論文では、 $[C_M] = 0$ (ρ による影響を無視)を仮定している。

また、 t を時刻、 Δt を時間増分として加速度の時間離散化式を $\ddot{u}|_{t+\Delta t} = \ddot{u}|_t + \Delta t \ddot{u}|_t + \Delta t^2 \ddot{u}|_t$ と仮定すると、

$$\ddot{u} = \frac{\ddot{u}|_{t+\Delta t} - \ddot{u}|_t}{\Delta t} = \frac{\Delta \ddot{u}}{\Delta t} \quad (16)$$

を得るから、Newmark の β 法による速度と変位の表現、

$$\dot{u}|_{t+\Delta t} = \dot{u}|_t + \Delta t \ddot{u}|_t + \gamma \Delta t (\ddot{u}|_{t+\Delta t} - \ddot{u}|_t) \quad (17)$$

$$u|_{t+\Delta t} = u|_t + \Delta t \dot{u}|_t + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}|_t + \beta (\Delta t)^2 (\ddot{u}|_{t+\Delta t} - \ddot{u}|_t) \quad (18)$$

に代入すると、それぞれ、表-1 の式(19),(20)および、

$$u|_{t+\Delta t} = u|_t + \Delta t \dot{u}|_t + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}|_t + \beta (\Delta t)^2 \Delta \ddot{u} \quad (21)$$

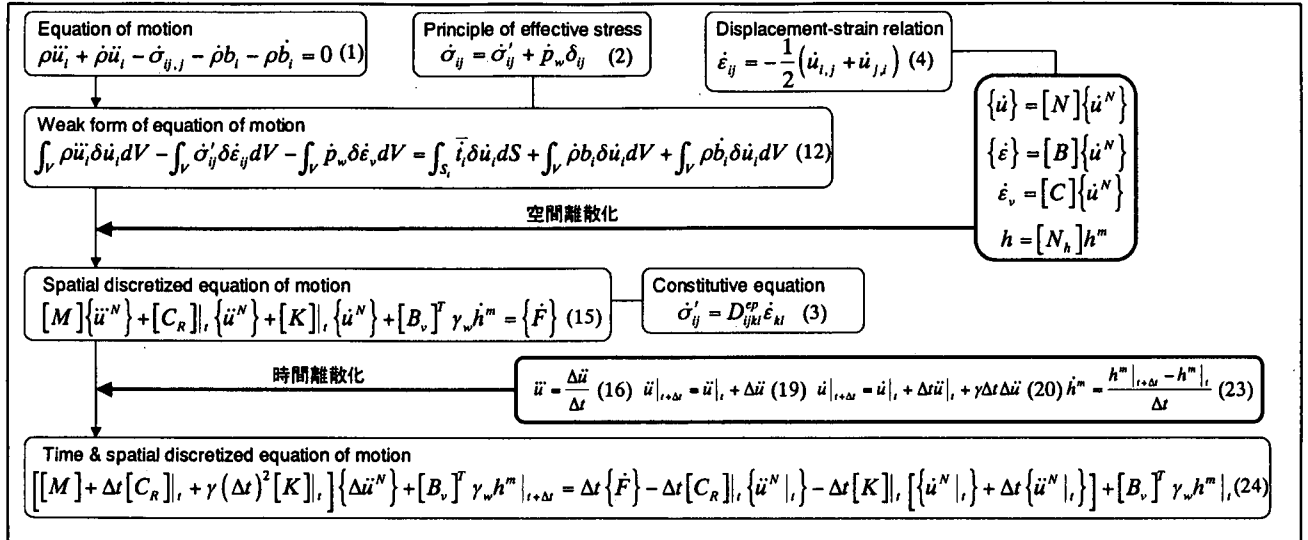
となる。ここに、 γ と β は定数である。

$t = t + \Delta t$ において、式(15)は、

$$[M]\{\ddot{u}^N\} + ([C_M] + [C_R])\{\dot{u}^N|_{t+\Delta t}\} + [K]_i\{\dot{u}^N|_{t+\Delta t}\} + [B_v]^T \gamma_w \dot{h}^m = \{F\} \quad (22)$$

となる。ただし、全水頭 h^m を $t = t \rightarrow t + \Delta t$ 間において、表-1 内の式(23)と線形近似し、式(16)、式(19)、式(20)、式(23)を代入すると、最終的に、表-1 内の式(24)となる。

表-1 増分型運動方程式の離散化フローチャート



2. 4 連続条件式の離散化

連続条件式(6)に対し、弱形式表現を求めると、表-2 のフローチャートに示す連続条件式の弱形式表現(25)を得る。次に連続条件式の弱形式(25)および式(5)に対して、有限要素離散化を行うと、表-2 の式(26)となる。ただし、式(26)の間隙水圧項の空間離散化には、赤井・田村(1978)による差分近似手法⁵⁾を採用した。

ここに、

$$\alpha = -k \left(\frac{y_j - y_l}{x_{G1} - x_G} + \frac{y_k - y_l}{x_{G2} - x_G} + \frac{y_l - y_k}{x_{G3} - x_G} + \frac{y_l - y_l}{x_{G4} - x_G} \right) + k \left(\frac{x_j - x_l}{y_{G1} - y_G} + \frac{x_k - x_l}{y_{G2} - y_G} + \frac{x_l - x_k}{y_{G3} - y_G} + \frac{x_l - x_l}{y_{G4} - y_G} \right)$$

$$\alpha_l = -k \frac{y_j - y_l}{x_{G1} - x_G} + k \frac{x_j - x_l}{y_{G1} - y_G}, \quad \alpha_j = -k \frac{y_k - y_l}{x_{G2} - x_G} + k \frac{x_k - x_l}{y_{G2} - y_G},$$

$$\alpha_k = -k \frac{y_l - y_k}{x_{G3} - x_G} + k \frac{x_l - x_k}{y_{G3} - y_G}, \quad \alpha_l = -k \frac{y_l - y_l}{x_{G4} - x_G} + k \frac{x_l - x_l}{y_{G4} - y_G}$$

である。また、図-1 中の節点 I, J, K, L の座標を $(x_I, y_I), (x_J, y_J), (x_K, y_K), (x_L, y_L)$ 中央の要素とそれを囲む

要素①②③④の全水頭を $h^m, h_1^m, h_2^m, h_3^m, h_4^m$ 、重心位置の座標を $(x_G, y_G), (x_{G1}, y_{G1}), (x_{G2}, y_{G2}), (x_{G3}, y_{G3}), (x_{G4}, y_{G4})$ とした。

また、 $t = t + \Delta t$ において、式(26)は、

$$[B_v]\{\dot{u}^N|_{t+\Delta t}\} - \int_V \frac{n}{K_w} \gamma_w \dot{h}^m dV + ah^m - \sum_{i=1}^4 \alpha_i h_i^m = 0 \quad (27)$$

となる。式(20),(23),(28)を代入すると、表-2 のフローチャートに示す式(29)となる。ただし、

$$A = \int_V (n/K_w) \gamma_w dV$$

とおいた。

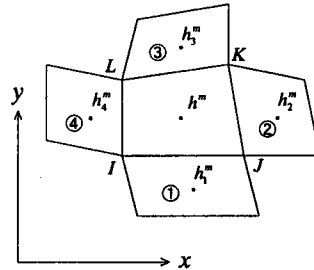
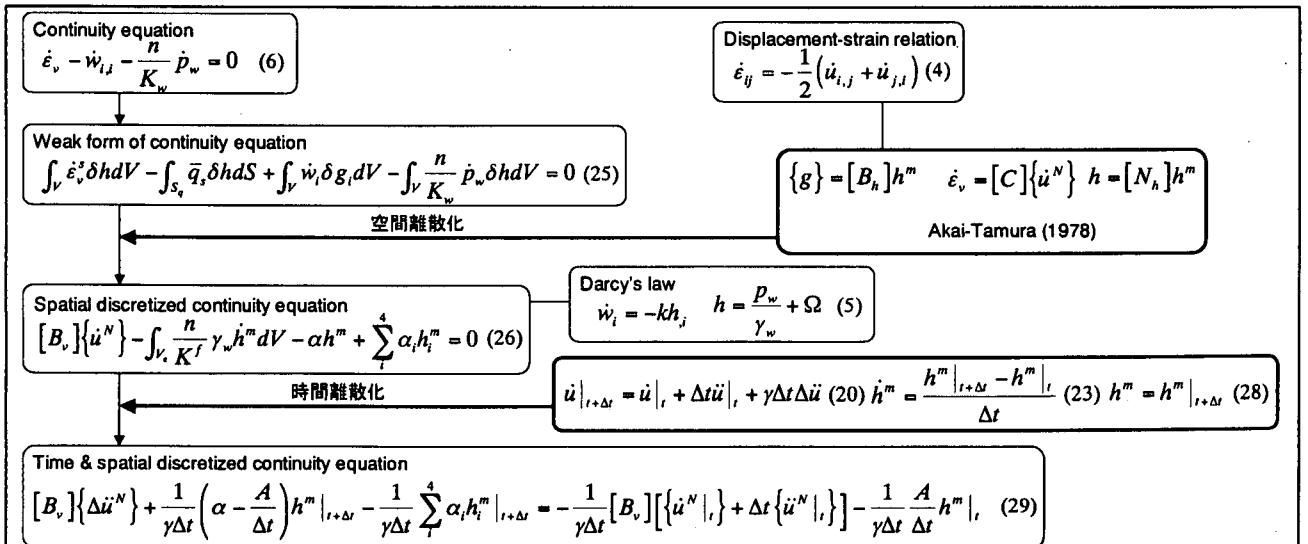


図-1 要素を囲む要素の概念図

表-2 連続条件式の離散化フローチャート



3. 土の弾塑性構成モデル

オリジナルの関口-太田モデル²⁾では、正規降伏曲面の内側（O.C.領域）は純粋に弾性領域である。そのため、非排水条件下で繰返しせん断を行ってもひずみの蓄積を表現できない。本論文では、関口-太田モデルに橋口による下負荷面¹⁾の概念を導入し、繰返しせん断による塑性ひずみの蓄積を表現できるようにした。ここで、下負荷面とは、正規降伏曲面の内側にあり、常に現応力点を通る正規降伏曲面と相似な面である。

図-2は正規降伏面及び下負荷面の概略図である。ここで $p'-q$ 面において正規降伏面上及び下負荷面上の尖り点での平均応力をそれぞれ $\bar{p}'_y$, p'_y とおくと、オリジナルの関口-太田モデルの降伏関数 $\bar{f}$ は次式で表される。

$$\bar{f} = MD \ln \frac{\bar{p}'_y}{\bar{p}_y} + D\eta^* - \varepsilon_y^p = 0 \quad (30)$$

ただし、 M は限界応力比、 D はダイラテンシー係数、 $\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})}$, $\eta_{ij} = \frac{s_{ij}}{p'}$, s_{ij} は偏差応力テンソル、 ε_y^p は塑性体積ひずみである。また下添え字 0 は基準時（先行圧密時）における値を示している。

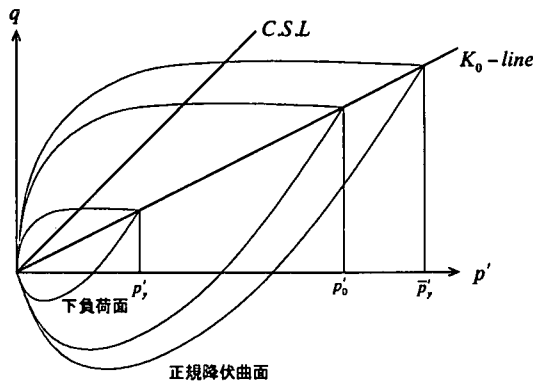


図-2 正規降伏曲面及び下負荷面の概念図

正規降伏面と下負荷面との相似比 R は、

$$R = \frac{p'_y}{\bar{p}_y} \quad (31)$$

と与えられ、また塑性体積ひずみ ε_y^p は、

$$\varepsilon_y^p = MD \ln \frac{\bar{p}'_y}{\bar{p}_y} \quad (32)$$

と表されるので、下負荷面は、

$$f = MD \ln \frac{p'_y}{p'_0} + D\eta^* - (\varepsilon_y^p + MD \ln R) = 0 \quad (33)$$

となる。相似比 R の発展則¹⁾は、

$$\dot{R} = -\frac{m}{D} \ln R \|\dot{\varepsilon}_{ij}^p\| \quad (34)$$

と与え、関連流動則、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (35)$$

を仮定すると、下負荷面に対する負荷条件より、非負の塑性定数 Λ が、

$$\Lambda = \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (36)$$

と決定される。ここに、

$$H = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} + h, \quad h = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \delta_{ij} - Mm \frac{\ln R}{R} \frac{D}{p'} \sqrt{\frac{\beta^2}{3} + \frac{3}{2}},$$

$D_{ijkl}^e = \left(K - \frac{2}{3}G\right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$, K は体積弾性係数、 G はせん断弾性係数、 $\beta = M - \frac{3}{2\eta} \eta_{kl}(\eta_{kl} - \eta_{kl0})$, m は

下負荷面の拡大速度を決定するパラメータである(式(34))。よって、応力-ひずみ関係が、

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl}^p \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (37)$$

ただし、

$$D_{ijkl}^p = D_{ijkl}^e - \frac{\left(K\beta\delta_{ij} + 3G\frac{\eta_{ij} - \eta_{ij0}}{\eta}\right)\left(K\beta\delta_{kl} + 3G\frac{\eta_{kl} - \eta_{kl0}}{\eta}\right)}{\beta^2 K + 3G + \frac{p'}{D}\beta - Mm \frac{\ln R}{R} \frac{D}{p'} \sqrt{\frac{\beta^2}{3} + \frac{3}{2}}}$$

と表される。ここで、 m が現れている項を取り除くと、オリジナルの関口-太田モデルに帰着する。

また、下負荷面を導入した関口-太田モデルにおける負荷、除荷の判定方法は、式(36)において、

$$\Lambda \geq 0 \quad : \text{負荷} \quad \Lambda < 0 \quad : \text{除荷}$$

による。

4. プログラムの検証

4. 1 問題の概要

土/水連成の動的問題について厳密解が与えられているものとして、B.R.Simon and O.C.Zienkiewicz (1984)による無限長飽和弾性柱に対する解析^{12),13)}がある。飽和弾性体の無限長柱の上面に鉛直荷重を作用させる。STEP波形、SPIKE波形、SIN波形の3種類が選ばれている。無次元化した鉛直変位-時間関係が厳密解として与えられている。まずこの問題を、開発した有限要素プログラムを用いて解き、有限要素解と厳密解を比較した。無限長柱を、図-3に示す幅1(m)、高さ100(m)の100要素から成るメッシュで模擬した。水平方向への変位を許さず、間隙水も上端面からしか流入出を許さない。材料は飽和線形弾性体であり、Simonらの解析と同じ値を用いた(表-3)。上端に、図-4、図-5、図-6の3種類の鉛直荷重を作用させる。なお、1ステップ当たりの時間増分は0.002(sec)とした。

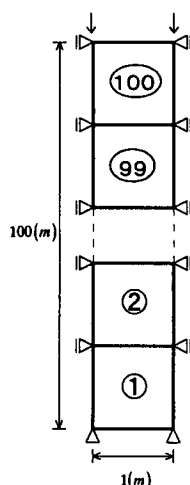


図-3 解析メッシュ図

4. 2 解析結果

図-7, 図-8, 図-9 に無次元化された鉛直変位の時間変化が, 有限要素解と厳密解とで比較されている. プロットが有限要素解, 実線が厳密解である. いずれの荷重ケースにおいても, 有限要素解と厳密解は良く一致していることがわかる.

表-3 入力パラメータ

Bulk modulus	$K(N/m^2)$	1666.7
Shear modulus	$G(N/m^2)$	1250.0
Young modulus	$(E(N/m^2))$	(3000.0)
Poisson's ratio	(ν)	(0.2)
Coefficient of In-situ Earth Pressure at rest.	K_i	1.0
Effective Overburden Pressure in-situ	$\sigma'_{vi}(N/m^2)$	0.0
Void ratio	e_0	0.49
Bulk modulus of pore water	$K_w(N/m^2)$	40000.0
A unit weight of pore water	$\gamma_w(N/m^3)$	2.917
Coefficient of permeability	$k(m/sec)$	0.001425
Specific gravity of solids	G_s	1.04
Parameters of the Newmark beta method	β, γ	0.25, 0.50
Parameters of the Rayleigh damping matrix	α_0, α_1	0.0, 0.0

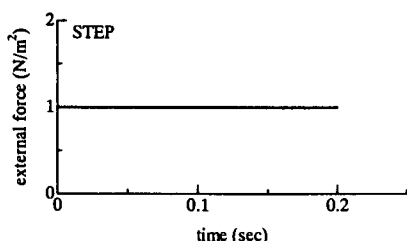


図-4 鉛直荷重-時間関係 (STEP 波形)

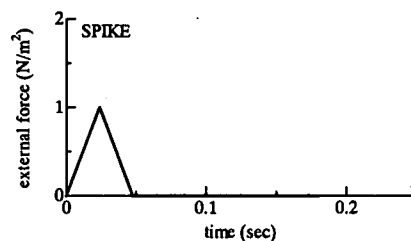


図-5 鉛直荷重-時間関係 (SPIKE 波形)

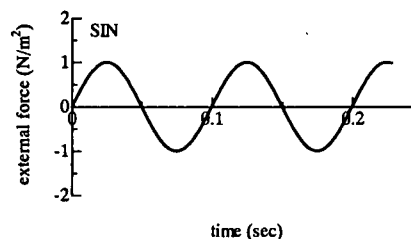


図-6 鉛直荷重-時間関係 (SIN 波形)

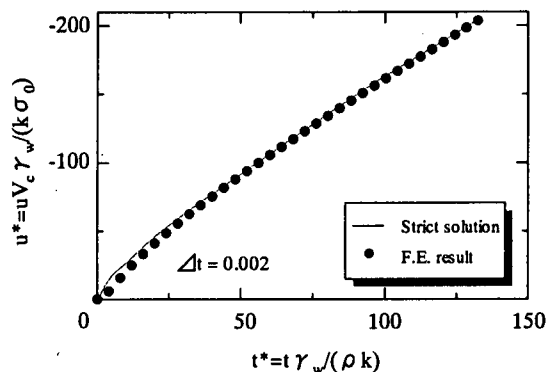


図-7 無次元化した鉛直変位-時間関係 (STEP 波形) 9)14)

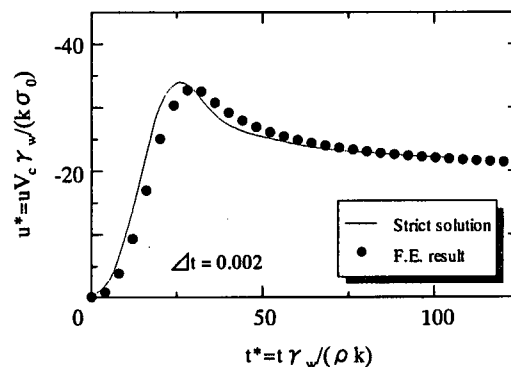


図-8 無次元化した鉛直変位-時間関係 (SPIKE 波形) 9)14)

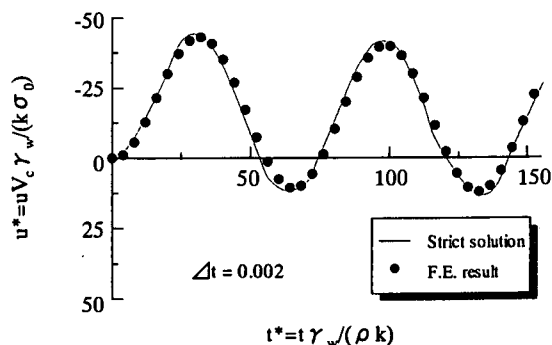


図-9 無次元化した鉛直変位-時間関係 (SIN 波形) 9)14)

5. 繰り返しせん断シミュレーション

5. 1 問題の概要

次に弾塑性問題を解く。図-10 のような一要素での繰り返し単純せん断のシミュレーションを行った。間隙水は非圧縮と仮定し、体積一定の下（従って、透水係数の設定は必要でない）での繰り返し単純せん断に伴う土要素の有効応力変化に、下負荷面の拡大／縮小を制御するパラメータ m （式(34)参照）がどのように影響するかを調べる。図-11, 12, 13 は要素上面に作用させる水平加速度、速度、変位・時間関係を表している。これらは、Newmark の β 法⁹⁾により従属関係にある。表-4 に計算に用いた入力パラメータを示す。塑性指数 20 程度の砂質粘性土を念頭においている¹⁷⁾。弾塑性構成式には、橋口による下負荷面を導入した関口・太田モデルを用いたが、初期応力を等方と仮定したので下負荷面を持つ Cam-clay model¹⁸⁾に等価となる。時間増分は 0.002 (sec) とした。下負荷面の拡大／縮小を制御するパラメータ m は、 $m = 0.01$ (FEM1), $m = 1.00$ (FEM2), $m = 100.0$ (FEM3)の3通りを考えた。パラメータ m の値が小さいほど、下負荷面が正規降伏曲面に近づく速度は遅くなり、過圧密領域における塑性ひずみの発生が顕著となる。

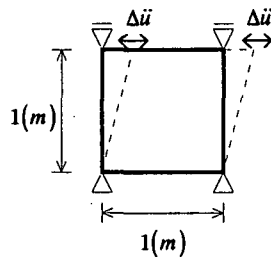


図-10 解析メッシュ図

表-4 入力パラメータ

Critical state parameter M	1.22
Irreversibility ratio Λ	0.697
Coefficient of dilatancy D	0.051
Effective poisson's ratio ν'	0.344
Coefficient of earth pressure at rest after the K_0 -normally consolidation K_0	1.00
Preconsolidation pressure σ'_{v0} (kN/m ²)	10.00
Void ratio e_0	0.70
Coefficient of In-situ Earth Pressure at rest. K_i	10.00
Effective Overburden Pressure in-situ σ'_{vi} (kN/m ²)	1.00
Compression index λ	0.12
Constant parameter to control subloading surface m	0.01, 1.0, 100.0
Specific gravity of solids G_s	2.65
Parameters of the Newmark beta method β, γ	0.167, 0.50
Parameters of the Rayleigh damping matrix α_0, α_1	0.0, 0.0
Bulk modulus of pore water K_w (N/m ²)	∞

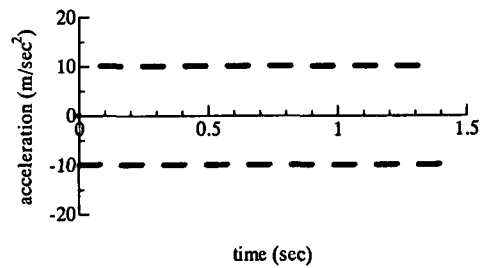


図-11 水平加速度・時間関係

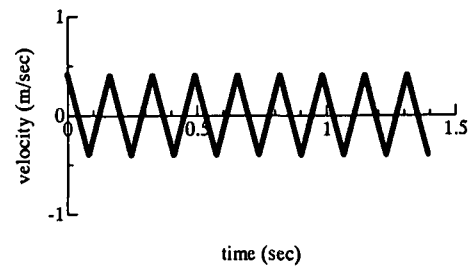


図-12 水平速度・時間関係

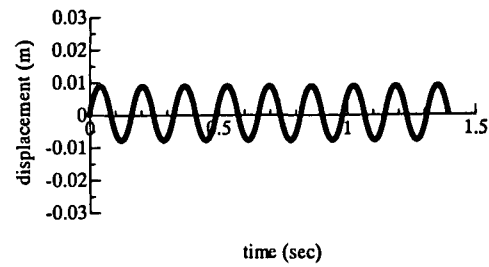


図-13 水平変位・時間関係

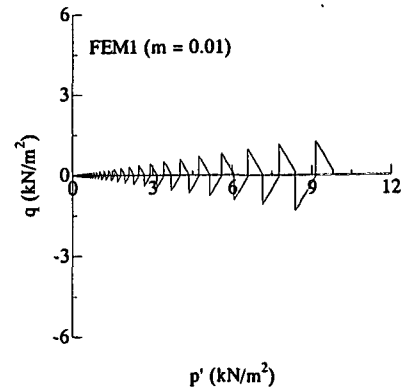


図-14 有効応力経路（解析結果, $m = 0.01$ ）

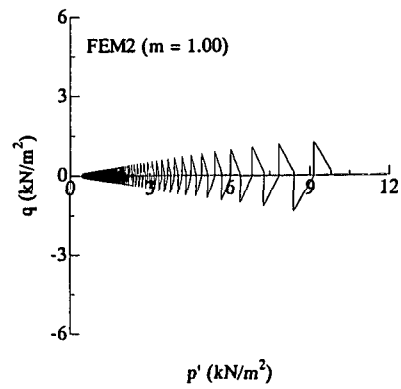


図-15 有効応力経路（解析結果, $m = 1.00$ ）

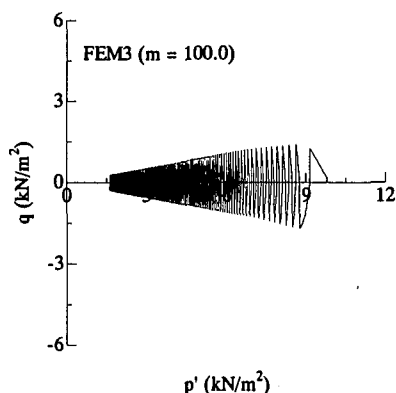


図-16 有効応力経路（解析結果， $m = 100.0$ ）

5. 2 解析結果

図-14，図-15，図-16 に計算で求めた有効応力経路を比較する。いずれの計算においても，繰り返しせん断による塑性ひずみの蓄積，剛性の低下を表現できている。また，パラメータ m の値が小さいほど，繰り返しせん断に伴う平均有効応力の減少が著しい結果となった。

6. 土／水連成弾塑性体の沈下

6. 1 問題の概要

柱状の弾塑性体の底面下端に水平方向のみに加速度が繰り返し作用した場合を考える。このような例題を通して，ダイラテンシーによる体積変化（ここでは柱状弾塑性体の沈下として現れる）に及ぼす下負荷面の拡大／縮小を制御するパラメータ m の影響を調べる。柱状の弾塑性体では，水平方向に生じる反射波の影響を排除するため，水平方向には剛体変形するように解析対象メッシュを設定した。間隙水の流入はメッシュ上端しか許さないとした。下負荷面の拡大／縮小を制御するパラメータ m は， $m = 0.01$ (CASE1)， $m = 1.00$ (CASE2)， $m = 100.0$ (CASE3) の3通りを考えた。

解析に用いたメッシュを図-17 に示す。平面ひずみ条件を仮定し，構成式は前節（5 章）と同じである。入力パラメータは，表-5 のように設定した。塑性指数 20 程度の砂質粘性土を念頭においている¹⁷⁾。また，初期応力，先行圧は，すべての要素で等しく，初期に正規状態にあるとする。時間増分は 0.002 (sec) とした。図-18 に柱底面に作用させた水平加速度を示し，この加速度から計算される速度と変位を，図-19 と図-20 に示す。

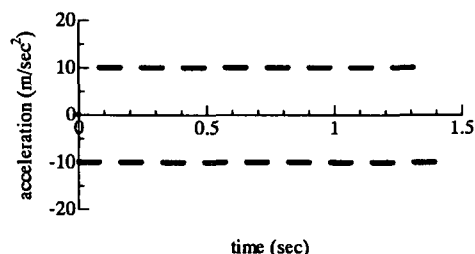


図-18 水平加速度・時間関係

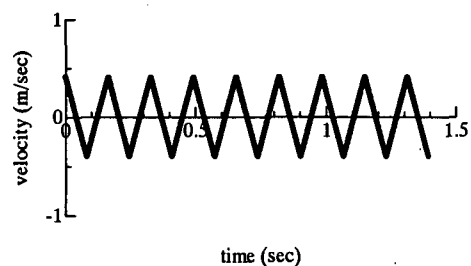


図-19 水平速度・時間関係

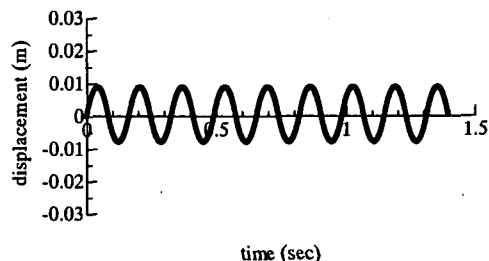


図-20 水平変位・時間関係

表-5 入力パラメータ

M	1.22
Λ	0.697
D	0.051
v'	0.344
K_0	1.00
e_0	0.70
K_s	1.00
λ	0.12
m	0.01, 1.0, 100.0
G_s	2.65
γ_w (kN/m³)	9.80
K_w (kN/m²)	4.00×10^{21}
k (m/sec)	0.1425
β, γ	0.167, 0.50
α_0, α_1	0.0, 0.0

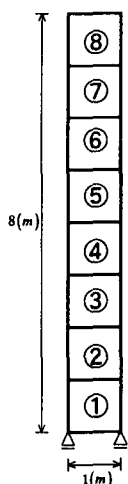


図-17 解析メッシュ図

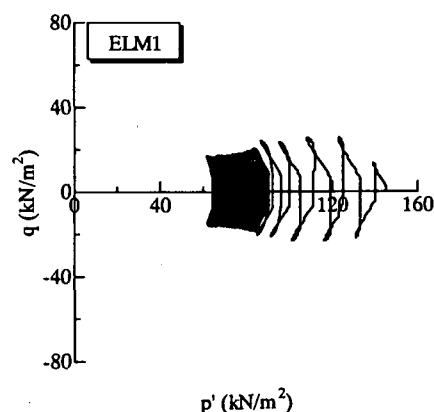


図-21 有効応力経路 ($m = 0.01$ ，要素 1)

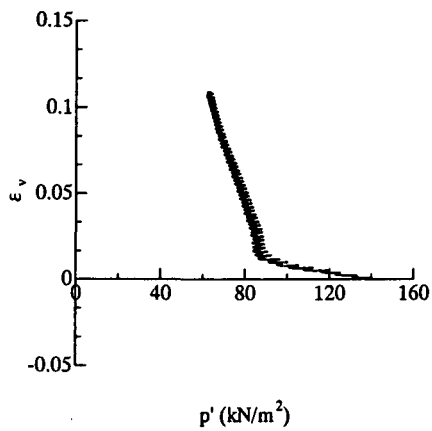


図-22 体積ひずみ-平均有効応力関係 ($m=0.01$, 要素1)

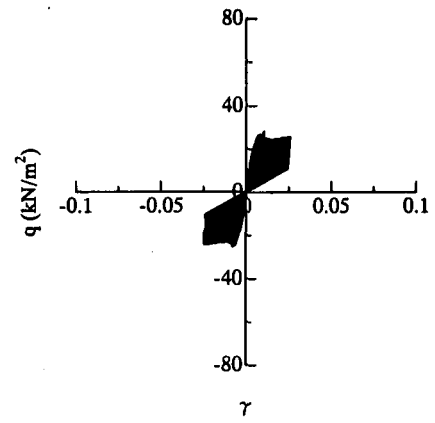


図-26 せん断応力-せん断ひずみ関係 ($m=1.00$, 要素1)

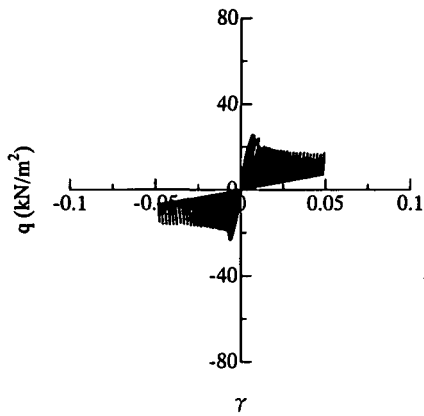


図-23 せん断応力-せん断ひずみ関係 ($m=0.01$, 要素1)

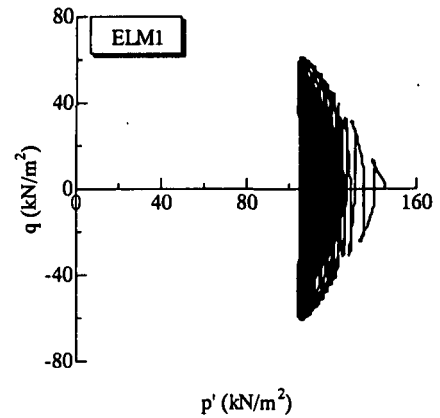


図-27 有効応力経路 ($m=100.0$, 要素1)

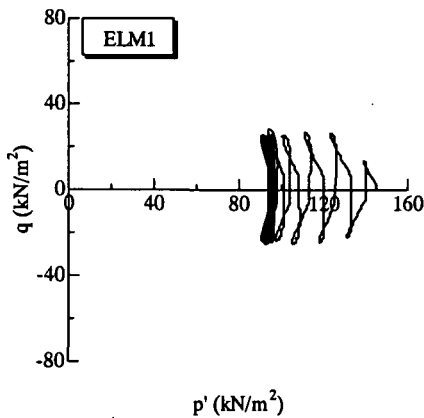


図-24 有効応力経路 ($m=1.00$, 要素1)

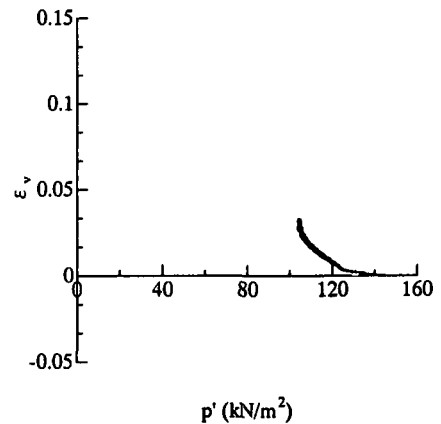


図-28 体積ひずみ-平均有効応力関係 ($m=100.0$, 要素1)

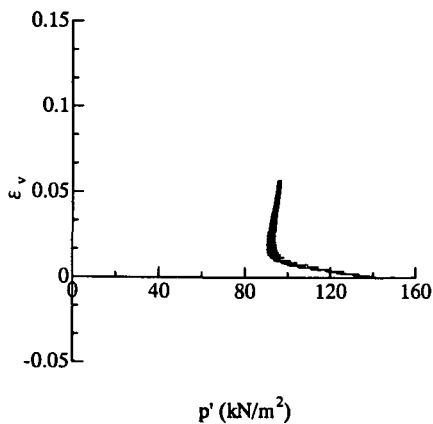


図-25 体積ひずみ-平均有効応力関係 ($m=1.00$, 要素1)

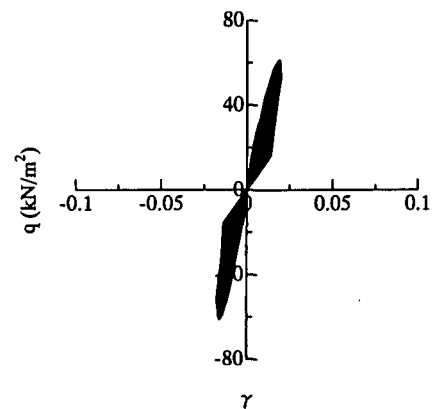


図-29 せん断応力-せん断ひずみ関係 ($m=100.0$, 要素1)

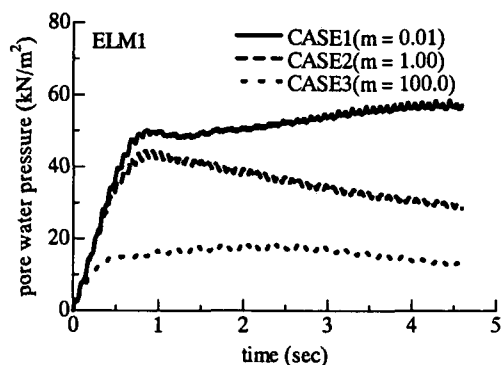


図-30 各解析ケースにおける間隙水圧-時間関係 (要素 1)

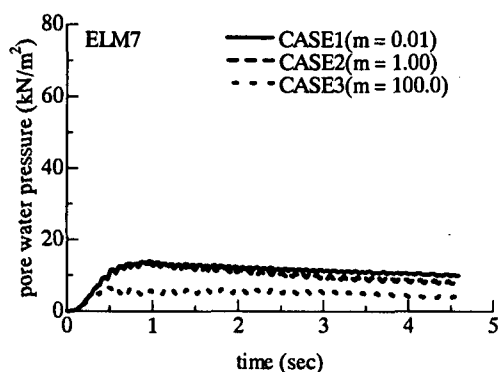


図-31 各解析ケースにおける間隙水圧-時間関係 (要素 7)

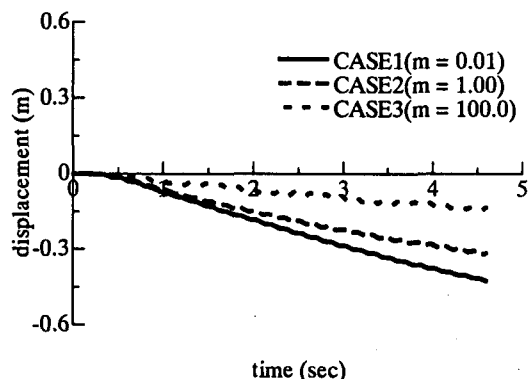


図-32 各解析ケースにおける鉛直変位-時間関係

6. 2 解析結果

図-21, 図-22, 図-23 は, CASE1 のメッシュ下端位置の要素 (要素 1) の有効応力経路, 体積ひずみ-平均有効応力関係, せん断応力-せん断ひずみ関係を示している。また, 図-24, 図-25, 図-26 は, CASE2 の要素 1, さらに, 図-27, 図-28, 図-29 は, CASE3 の要素 1 の有効応力経路, 体積ひずみ-平均有効応力関係, せん断応力-せん断ひずみ関係である。すべての解析ケースにおいて, 水平方向の繰返し載荷に伴って, 平均有効応力が減少し, 体積変化 (ダイレタンシー収縮) が生じている。また, 下負荷面のパラメータ m の値が小さいほど, 平均有効応力

の減少が著しく, ダイレタンシー収縮も顕著に現れることがわかる。図-30, 図-31 は, それぞれ要素 1, 要素 7 における間隙水圧-時間関係を表している。下負荷面のパラメータ m の値が小さいほど, 間隙水圧の上昇が著しい。図-32 には, CASE1, CASE2, CASE3 での鉛直変位-時間関係を比較している。水平方向に載荷されていないが鉛直方向の沈下が生じている。下負荷面のパラメータ m の値が小さいほど, 解析対象メッシュ全体の体積圧縮が顕著であることがわかる。

7. おわりに

地震などの動的載荷重に伴う飽和地盤の応力・変形応答を表現することを目的に, 土/水連成弾塑性有限要素解析手法を開発した。飽和弾性柱に対する繰返し鉛直載荷の問題に対する Simon らの厳密解と良い一致をみた。プログラムの検証となると考える。次いで, 下負荷面を持つ弾塑性構成モデルを用いて, 繰返し単純せん断シミュレーションを行った。最後に, 飽和弾塑性柱の下端に水平方向に繰返し載荷しながら, 時間的な遅れを伴って鉛直方向に変位する問題を計算した。土/水連成におけるダルシー則によって時間的な遅れが, ダイレタンシー特性を考慮した弾塑性構成式によってせん断による体積変化がそれぞれ表現された。静的な問題を対象に開発された土の弾塑性構成モデルに下負荷面を導入することにより, まがりなりにも, 繰返しせん断に伴う間隙水圧, 変形の蓄積を表現できることがわかる。しかし, 実際の地盤材料の挙動を精度良く表現するには, 下負荷面の導入だけでは足りない。今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) Hashiguchi, K. : Constitutive equations of elasto-plastic materials with elasto-plastic transition, *Journal of Applied Mechanics (ASME)*, Vol.47, pp.266-272, 1980.
- 2) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, *Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE Tokyo*, pp.229-239, 1977.
- 3) Hashiguchi, K. : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.25, pp.917-945, 1989.
- 4) Hashiguchi, K. and Chen, Z.P. : Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and rotational hardening, *Int. J. Numer. Anal. Mech.*, Vol.22, pp.197-227, 1998.
- 5) 赤井浩一, 田村武 : 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, No.269, pp.95-104, 1978.
- 6) 戸川隼人 : 有限要素法による振動解析, サイエンス社, pp.185, 1975.
- 7) 鷲津久一郎 他 : 有限要素法ハンドブック II 応用編, 培風館, pp.35-41, 1981.
- 8) 吉田望 : 講座「有限要素法の基礎と地盤工学への応用」7.

- 動的問題に対する有限要素法（その1），土と基礎，Vol.49，No.9，pp.35-40，2001.
- 9) 渦岡良介：地盤の液状化発生から流動までを予測対象とする解析手法に関する研究，岐阜大学博士論文，2000.
 - 10) Christian,J.T. and Boehmar,J.W. : Plane Strain Consolidation by Finite Elements, *Proc. ASCE*, Vol.96, No.SM4, pp.1435-1457, 1970.
 - 11) Christian,J.T. : Undrained Stress Distribution by Numerical Methods, *Proc. ASCE*, Vol.96,No.SM6, pp.1333-1345,1968.
 - 12) Simon,B.R., Zienkiewicz,O.C. and Paul,D.K. : An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.8, pp.381-398, 1984.
 - 13) Simon,B.R., Wu,J.S.S., Zienkiewicz,O.C. and Paul,D.K. : Evaluation of u-w and u- π finite element methods for the dynamic response of saturated porous media using one-dimensional models *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.10, pp.461-482, 1986.
 - 14) 柴田徹，佐藤忠信，岡二三生，福井卓雄，八嶋厚：2次元液状化解析プログラムの開発に関する調査・研究報告書，（財）防災研究協会，1990.
 - 15) Schofield,A.N. and Wroth,C.P. : Critical state soil mechanics, London, *McGraw-Hill*, 1968.
 - 16) 太田秀樹 他，地盤工學理論シリーズ，地盤の変形解析，地盤工学会，2002.
 - 17) Iizuka,A. and Ohta,H. : A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, *Soils & Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, sept. 1987

(2002年4月19日受付)