

## 断層周辺の密度欠損を考慮した断層破壊と停止の動的解析

Rupture Dynamics and Arrest considering density defect around the Faults

中川善典\*・川端航\*\*・井上純哉\*\*\*

Yoshinori NAKAGAWA, Wataru KAWABATA and Jyun-ya INOUE

\*学生会員 修 (工) 東京大学大学院 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

\*\*学生会員 学 (工) 東京大学大学院 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

\*\*\*正会員 博 (工) 東京大学大学院 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

Though several mechanisms are proposed, why earthquakes stop is a longstanding dilemma. We propose a new mechanism which explains arrest of fracture in earthquakes taking into account the fact that density around the faults is smaller because of the existence of fracture zones. The present analysis using the boundary integral equation method in 2-D shows that a small difference of density or rigidity causes arrest even without barriers. In addition, it also become clear in this study in 2-D that ruptures propagate in pulse-like mode and rise times become very short compared to the overall duration of ruptures.

**Key Words** : boundary integral equation method, short rise time, arrest, fracture zone

## 1. はじめに

地震の分野で最近大きな関心事となっている問題が二つある。第一は地震の再来期間や規模のばらつきが何に起因するのかという問題である。現実の断層には物性の不均一性や形状の複雑さがあるが、実際の統計的な傾向を生む支配的な要素になっているのか否かが分かっていない。

第二は断層の破壊モードについてである。Heaton<sup>1)</sup>以来、破壊は一度滑り始めた点がしばらく滑り続ける(enlarging crack mode)のではなく、パルスのように広がってゆく(pulse mode)ということが広く認識されるようになったが、そのメカニズムは何かということが問題となっている。なお、断層の強度の不均一性がその理由であるという説があり(Mikumo and Miyatake<sup>2)</sup>, Day<sup>3)</sup>), Ben-Zion<sup>4)</sup>はそれがもっともらしいのではないかと述べている。

本研究の目的は、個々の地震の規模を決定するという点で第一の問題と密接に関わる「一度始まった破壊はなぜ止まるか」という問いに対し、断層周辺の密度欠損がその答えの一つとなる可能性があることを提案することである。Madariaga and Olsen<sup>7)</sup>は動的破壊直前に断層に生じている応力の分布が許す分だけ破壊が広がるという考え方を提唱して”This eliminates the longstanding dilemma of why earthquakes stop, and why there are earthquakes of vastly different sizes on the same fault segment.”と述べている。その説明には説得力があるが、破壊の停止にはいくつかの要因があってもよいと考えるのが本研究の立場である。また、断層周辺の密度欠損は第二の問題である「なぜ pulse mode の破壊が起こるのか」という問いの一つの答えともなる可能性がある

ことも示される。

断層周辺は断層破碎によって密度欠損が生じているという考え方は地質学的に受け入れられているものであり、物理探査によるデータがこれを裏付けている。図-1は(財)原子力環境整備促進・資金管理センター<sup>6)</sup>から引用したものであり、阿寺断層系を囲むように太線が描かれている。この図の一边は100km程度である。また重力基盤がより深い部分が白抜きで示されており、その境界は深さ3kmの重力基盤等高線に選んである。すなわち、白抜きの部分は灰色の部分よりも重力が小さく、密度が低いことを示している。断層の位置と白抜きの部分の位置とを見比べると、断層に沿って密度欠損が生じていることが分かる。また阿寺断層のみならず、その他の断層についても同様のことが言えると報告されている。

本論文の構成は次の通りである。第2章では解くべき問題がモデル化され、さらに境界積分方程式による定式化がなされる。第3章ではその式の離散化と使用する摩擦構成則の提示とを含む数値計算方法の説明がなされる。第4章では解析結果が示され、第5章が結論である。

## 2. 境界積分方程式による定式化

## 2.1 モデル化

本研究では図-2のように変位が $z$ 方向のみに許される二次元モードIIIの破壊を考える。そして断層周辺の密度欠損を表現するために図-3のように密度を $\rho_1 < \rho_2$ とし、剛性を $\mu_1, \mu_2$ とする。また中央の層の厚さを $H$ とする。次に簡単のため二つの媒質でせん断波速度 $\beta$ は同一であるとする。なお、これは地下の速度構造の調査と矛盾しない仮定であるものの、その速度の誤差率は重

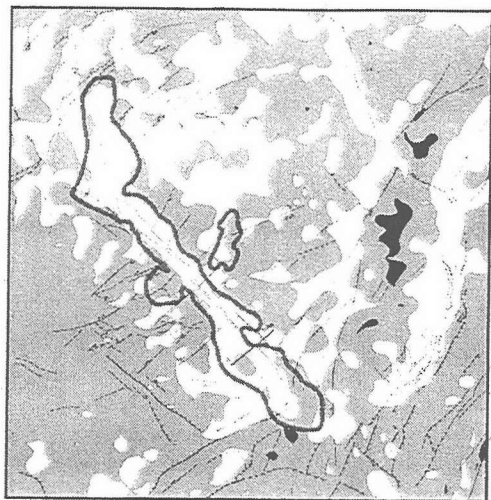


図-1 阿寺断層系周辺の重力基盤解析の結果

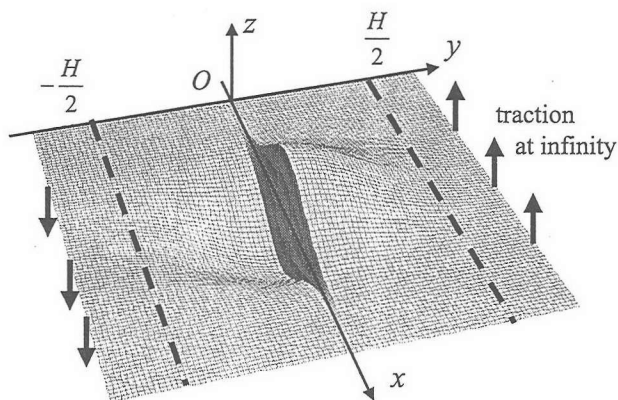


図-2 座標系と破壊モード

力異常のデータの誤差率と比べてかなり大きいことが想定されるため、この仮定については今後の検討が必要である。

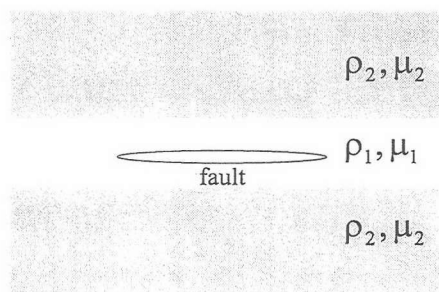


図-3 物性値の定義

## 2.2 運動方程式

$x$  軸上の点のうち時刻  $t$  において断層を構成する点の集合を  $\Sigma^\pm = \Sigma^\pm(t)$  とする (上側の面を  $\Sigma^+$  とする). 変位, 応力が至るところで 0 であるような状態を基準とし, 動的破壊が開始する直前まで (時刻  $t < 0$ ) の変位場を  $u_0(x, y)$ , 摩擦力による断層面上の traction を  $T_0(x)$  とする. また時刻  $t \geq 0$  での変位場を  $u_1(x, y, t)$ , traction を  $T_1(x, t)$  とする.  $x \in \Sigma^+$  ならば

$$T_i(x) = -\mu \frac{\partial u_i}{\partial y} \quad (i = 0, 1)$$

である. 変位場  $u_0(x, y)$  は釣り合い方程式

$$0 = \nabla^2 u_0(x, y)$$

をみたす. また変位場  $u_1(x, y, t)$  は運動方程式

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \nabla^2 u_1$$

をみたす. ここで  $u(x, y, t) = u_1(x, y, t) - u_0(x, y)$ ,  $T(x, t) = T_1(x, t) - T_0(x)$  と定義する. すると

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla^2 u$$

が成り立つことがわかる. また断層面上では

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial u}{\partial y} &= -T(x), \quad \forall x \\ \Delta u(x, t) &= 0, \quad \forall x \in \Sigma^\pm \end{aligned}$$

が成り立つ. ただし  $\Delta u(x) = u(x, +0) - u(x, -0)$  である.  $x \in \Sigma^+$  ならば  $T(x) \geq 0$  であり, これは摩擦力と一致する.

この偏微分方程式を解いて  $u(x, y, t)$  を求め, 特に  $y = 0$  を代入すると断層上の変位分布の時刻歴が分かる. すなわち断層上で破壊がどのように広がってゆくのかを知ることができる.

## 2.3 境界積分方程式の導出

前節では空間全体に対する運動方程式を明示したが, 本研究ではこれを断層面上の変位のずれ  $\Delta u(x, t)$  と  $T(x, t)$  との関係式に帰着させた境界積分方程式を導出する. 物性値が空間全体に渡って均一である単純な場合の導出方法は広く知られているが (例えば Cochard and Madariaga<sup>7)</sup>), 本節の結果はそれを拡張したものである.

本研究は二次元問題を考えているが, まずは図-4 のように弾性体の内部に断層があるような三次元の一般論から始める.

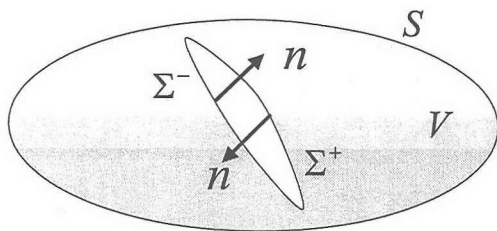


図-4 三次元の問題

Aki and Richards (1980) によると、この物体に体積力が働かない場合には物体内部の点  $x$  における変位は境界積分によって表されて

$$u_n(x, t) = \int_0^t d\tau \iint_{\Sigma} dS \Delta u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j \frac{\partial G_{nk}}{\partial \xi_l}(x, \xi, t - \tau)$$

となる。断層面と直交する単位ベクトル  $n$  の向きは図のようにとる。 $\Sigma = \Sigma^+ \cup \Sigma^-$  と記した。また  $x = (x, y, z)$ ,  $\xi = (\xi, \eta, \zeta)$  である。

ここで  $\Delta u_i = u_i(\xi, \tau)|_{\Sigma^+} - u_i(\xi, \tau)|_{\Sigma^-}$  である。また  $G_{in}(x, \xi, t)$  は

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} G_{in} = \delta_{in} \delta(x - \xi) \delta(t - \tau) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_l} G_{kn} \right)$$

をみたす Green 関数であり、断層面  $\Sigma^\pm$  が仮に存在しないものとして求めたものである。

ただし  $u, G$  に対しては境界  $S$  で homogeneous boundary condition が課せられている、すなわち変位と応力とのいずれかがその境界上の各点で 0 であるときのみになり立つと仮定した。

以上の結果を mode III の二次元問題に適用する。変位が  $z$  方向のみに許されるとすると

$$u_z(x, t) = \int_0^t d\tau \int_{\Sigma^+} d\xi \Delta u_z(\xi, \tau) c_{zyzy} n_y \frac{\partial G_{zz}}{\partial \eta}(x, \xi, t - \tau)$$

となる。 $c_{zyzy} = \mu$ ,  $n_y = \pm 1$  ( $x \in \Sigma^\pm$ ) であることに注意し、添え字を省略すると

$$u(x, t) = - \int_0^t d\tau \int_{\Sigma^+} d\xi \Delta u(\xi, \tau) \mu \frac{\partial G}{\partial \eta}(x, \xi, \eta, t - \tau) \Big|_{\eta=0}$$

となる。これが変位に関する境界積分方程式である。ここで  $\xi = (\xi, \eta) \in \Sigma$  なら  $\eta = 0$  であることを用いた。また Green 関数は

$$\rho(y) \frac{\partial^2}{\partial t^2} G = \delta(x - \xi) \delta(t) + \mu(y) \nabla^2 G$$

をみたすものである。なお、以下では  $\Sigma^+$  を単に  $\Sigma$  と記す。

応力を考えるためにはこの変位の式を  $y$  で微分すればよい。それが応力に関する境界積分方程式である。

## 2.4 Green 関数の導出

図-5 のように物性の不連続が存在する場合の Green 関数を求める問題を Aki and Richards (1980) が解いている。求めるものは点  $(\xi, 0)$  に時刻  $t = 0$  において衝撃力が加わったときの点  $(x, 0)$  の時刻  $t$  における変位である。ただし図において  $\rho_1 < \rho_2$ ,  $\mu_1 < \mu_2$  とする。

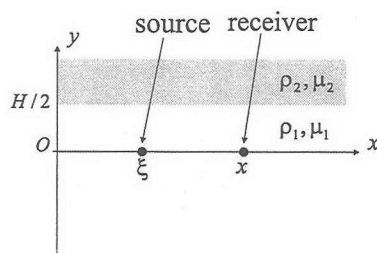


図-5 Aki and Richards (1980) の Green 関数

このような場合、二つの媒質でせん断波速度が異なるならば head wave が発生する。波が不連続面に達すると、その面に沿って波が進みつつ、その面上の各点から内側の媒質に波が送られる。これが head wave である。しかし二つの媒質でせん断波速度が同一だとすれば波の透過と反射のみを考えればよく、単に

$$G(x, t) = \frac{1}{2\pi\mu_1} \frac{H(t - R_0/\beta)}{\sqrt{t^2 - R_0^2/\beta^2}} + \frac{1}{2\pi\mu_1} \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \frac{H(t - R_1/\beta)}{\sqrt{t^2 - R_1^2/\beta^2}}$$

となる。ここで

$$R_0 = |x - \xi|$$

$$R_1 = \sqrt{(x - \xi)^2 + H^2}$$

である。つまり、不連続面に関して波源と対称な位置にも、向きが逆で強さが

$$r \equiv \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1}$$

倍の波源があると考えればよい。

以上を応用して前節の Green 関数を求めるには、図-6 のように波源を置けばよい。すなわち  $(\xi, \eta)$ ,  $(\xi, \pm H - \eta)$ ,  $(\xi, \pm 2H + \eta)$ ,  $(\xi, \pm 3H - \eta)$ ... の位置に強さが  $1, -r, r^2, -r^3, \dots$  の波源を置けばよい。図には上向きの波源を黒丸で、下向きの波源を白丸で表してある。そし

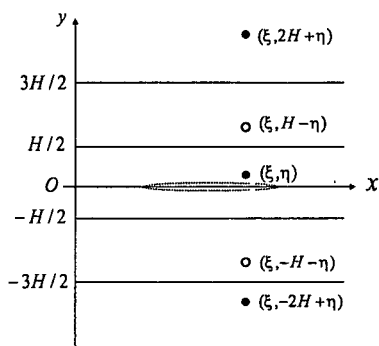


図-6 Green 関数の波源

### 3. 数値解析手法

本章ではまず前章で求めた境界積分方程式を離散化する。次に使用する摩擦構成則を紹介し、それらを組み合わせて数値計算を行う手順を述べる。

#### 3.1 境界積分方程式の離散化

以下で用いたテクニックは Cochard and Madariaga<sup>7)</sup> によって見つけられ, Tada and Yamashita<sup>9)</sup> にまとめられている。便宜上  $\mu_1$  を単に  $\mu$  と表し, また応力のうち  $p$  番目の波源に対応する項を  $T_p$  とすると

$$\begin{aligned} T_p(x, t)/r^{|p|} &= -\mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \Delta u(\xi, \tau) \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}(x, y, \xi, pH, t - \tau) \Big|_{y=0} \\ &= -\mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \Delta u(\xi, \tau) \left( \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=0} \\ &= -\mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \Delta u(\xi, \tau) \left( \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} \right) \Big|_{y=0} \\ &= \mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \frac{\partial}{\partial \xi} \Delta u(\xi, \tau) \frac{\partial}{\partial \xi} G(x, 0, \xi, pH, t - \tau) \\ &\quad - \mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \Delta u(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} G(x, 0, \xi, pH, t - \tau) \\ &= -\mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \frac{\partial \Delta u(\xi, \tau)}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial x} G(x, 0, \xi, pH, t - \tau) \\ &\quad - \mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \Delta u(\xi, \tau)}{\partial \tau^2} G(x, 0, \xi, pH, t - \tau) \end{aligned}$$

となる。ここで  $r^2 = (x - \xi)^2 + p^2 H^2$  とすると

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}} = \frac{x - \xi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{t - \tau}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}}$$

が成り立つ。また Heviside 関数の引数が正となり,  $\xi \in \Sigma, \tau \in [0, t]$  をみたす点  $(\xi, \tau)$  の領域を  $D_p$  とする。これを用いると最終式の第 1 項はさらに変形できて

$$\begin{aligned} (\text{第 1 項}) &= \frac{-\mu}{2\pi} \iint_{D_p} d\xi d\tau \left( \frac{\partial \Delta u}{\partial \xi} \frac{x - \xi}{r^2} \right) \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{t - \tau}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}} \\ &= \frac{-\mu}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial \Delta u}{\partial \xi} \frac{x - \xi}{r^2} \right) \frac{t - \tau}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}} \\ &= \frac{-\mu}{2\pi} \frac{\partial \Delta \dot{u}(\xi, \tau)}{\partial \xi} \frac{x - \xi}{r^2} \frac{t - \tau}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}} \end{aligned}$$

となる。結局

$$\begin{aligned} T(x, t) &= \frac{-\mu}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} r^{|p|} \iint_{D_p} \left[ \frac{(x - \xi)(t - \tau)}{(x - \xi)^2 + p^2 H^2} \frac{\partial \Delta \dot{u}}{\partial \xi}(\xi, \tau) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \Delta \dot{u}}{\partial \tau}(\xi, \tau) \right] \frac{d\tau d\xi}{\sqrt{(t - \tau)^2 - (r/\beta)^2}} \end{aligned}$$

を得る。なお,  $D_p$  は図-7 の  $(x, t)$  を頂点とする双曲線の下側である。

て  $(\xi, pH + (-1)^{|p|}\eta)$  の波源のみが存在した場合の変位場を  $G_p(x, \xi, t)$  とする。

ここで

$$G(x, y, \xi, \eta, t) = \frac{1}{2\pi\mu_1} \frac{H(t - \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}/\beta)}{t^2 - \{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2\}/\beta^2}$$

とおくと, 結局求めるものは

$$\begin{aligned} G(x, \xi, t) &= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} G_p(x, \xi, t) \\ &= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (-r)^{|p|} G(x, y, \xi, pH + (-1)^{|p|}\eta, t) \end{aligned}$$

である。

次に応力に関する境界積分方程式の具体的な形を求める。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} G_p(x, y, \xi, \eta, t) \Big|_{\eta=0} &= (-r)^{|p|} \frac{\partial}{\partial \eta} G(x, y, \xi, pH + (-1)^{|p|}\eta, t) \Big|_{\eta=0} \\ &= r^{|p|} \frac{\partial}{\partial \eta} G(x, y, \xi, pH + \eta, t) \Big|_{\eta=0} \\ &= -r^{|p|} \frac{\partial}{\partial y} G(x, y, \xi, pH, t) \end{aligned}$$

であることに注意して ( $\partial G/\partial y = -\partial G/\partial \eta$  だから), 変位に関する境界積分方程式を  $y$  で微分すれば

$$\begin{aligned} T(x, t) &= -\mu^2 \int_{\Sigma} d\xi \int_0^t d\tau \\ &\quad \Delta u(\xi, \tau) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} r^{|p|} G(x, y, \xi, pH, t - \tau) \Big|_{y=0} \end{aligned}$$

を得る。次章ではこれを数値解析に適した形に変形してから離散化する。

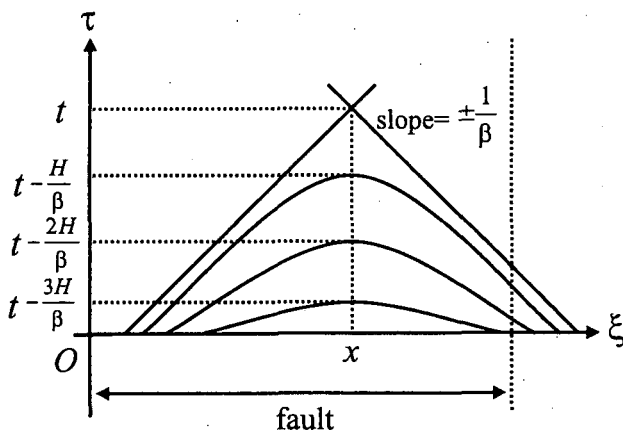


図-7 積分領域  $D_p$

次に離散化を行う。反射波の影響がなく  $p = 0$  の場合は Cochard and Madariaga<sup>7)</sup>の結果と一致する。

$$\Delta \dot{u}(x, t) = \sum_{k, m} D_{k, m} d_{k, m}(x, t)$$

$$d_{k, m}(x, t) = \{H(x - x_k + \Delta x/2) - H(x - x_k - \Delta x/2)\} \\ \times \{H(t - t_m + \Delta t) - H(t - t_m)\}$$

とおく。すなわち  $t_{m-1} < t \leq t_m$ ,  $x_k - \Delta x/2 \leq x < x_k + \Delta x/2$  の領域の速度を  $t = t_m$ ,  $x = x_k$  における値で代表させる。この式を境界積分方程式に代入すると応力は

$$T_{i, n} = -\frac{\mu}{2\beta} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} r^{|p|} \left( \sum_k \sum_{m \leq n} D_{k, m} K_{i-k, m}^p \right) \\ \equiv \sum_{p=-\infty}^{+\infty} T_{i, n}^p \\ = T_{i, n}^0 + 2 \sum_{p=1}^{+\infty} T_{i, n}^p$$

という形になる。ここで

$$K_{i-k, m}^p = I_p \left( (i - k + 1/2) \Delta x, (n - m + 1) \Delta t \right) \\ - I_p \left( (i - k - 1/2) \Delta x, (n - m + 1) \Delta t \right) \\ - I_p \left( (i - k + 1/2) \Delta x, (n - m) \Delta t \right) \\ + I_p \left( (i - k - 1/2) \Delta x, (n - m) \Delta t \right)$$

であり、また

$$I_p(x) = H(x) H \left( t - \frac{pH}{\beta} \right) \\ + \frac{1}{\pi} H \left( t - \frac{\sqrt{x^2 + p^2 H^2}}{\beta} \right) \left[ \frac{\beta x}{x^2 + p^2 H^2} \right]$$

$$\times \sqrt{t^2 - (x^2 + p^2 H^2)/\beta^2} - \arccos \frac{x}{\sqrt{\beta^2 t^2 - p^2 H^2}} \Big]$$

である。

なお、 $p = 0$  のとき、 $\Delta t$  が  $\Delta x/\beta$  にくらべて十分小さいならば、正確には  $\Delta t < \Delta x/(2\beta)$  が成り立つならば  $m = n$  をみたとす項のうち、結果に寄与するのは  $k = i$  の項だけであることが知られている (Tada and Madariaga<sup>10)</sup>)。

次に特定の  $p$  について考える。 $(x_i, t_n)$  の要素に  $p$  回目の反射波が影響を及ぼすならば、その波は現在よりも少なくとも  $pH/\beta$  以上昔に放射されたものである。離散化された下ではそれが  $m = 1$  から  $m = m_p$  までの時刻に対応するとすると

$$T_{i, n}^p = -\frac{\mu r^{|p|}}{2\beta} \sum_k \sum_{m \leq m_p} D_{k, m} K_{i-k, m}^p$$

となる。この場合、 $m = m_p$  の行で  $i = n$  の項が分離されるか否かによらず  $K^p$  の定義は  $p = 0$  の場合の 0 を  $p$  に置き換えたものでよい。

### 3.2 摩擦構成則

断層面上の各点には強度があり、それ以上の応力を超えると破壊が起こってすべりが始まる。その後の各時刻の応力  $T(t)$  をすべり速度  $V(t)$  と界面の状態を表す変数  $\theta(t)$  で表現するモデルはいくつかが提案されてきたが Perrin, Rice and Zheng<sup>11)</sup> はそれらを修正して

$$T(t) = T_* + A \log \frac{V(t) + V_0}{V(t) + V_\infty} \\ + B \log \left[ 1 + \theta(t) \frac{V_\infty - V_0}{L} \right]$$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = 1 - \theta(t) [V(t) + V_0]/L$$

というモデルを提案した。ただし  $T_*$ ,  $V_0$ ,  $V_\infty$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $L$  は定数である。こうした  $T(t)$  は各点  $x$  に対して定義される。

なお、特に  $V(t)$  や  $\theta(t)$  が一定の状態を考えると  $d\theta(t)/dt = 0$  として

$$T(t) = T_{ss}(V) = T_* + (A - B) \log \frac{V(t) + V_0}{V(t) + V_\infty}$$

となり、 $A - B < 0$  のときは速度が大きいほど摩擦力が小さくなる傾向があり、不安定すべりが起こることが予想される。

上式で  $V = 0$  を代入したものはその点の強度と考えられ、それを超える応力がかかった場合にすべりが開始する。その強度は

$$T^{str} = T_* + (A - B) \log \frac{V_0}{V_\infty}$$

与えられる。

以上はすべり速度が  $10^{-6} \sim 10^{-3} \text{m/s}$  という低速度での実験データをモデル化したものであり、これを断層の動的破壊の計算に用いることの妥当性はまったく明らかでない。実際の地震におけるすべり速度は  $1 \text{m/s}$  のオーダーだからである。しかし高速度の実験データを再現するようなモデルは複雑で、低速度に対するモデルを用いて動的破壊の計算がされているのが現状である (Perrin, Rice and Zheng<sup>11)</sup>, Zheng and Rice<sup>12)</sup>).

### 3.3 計算手順

前節の摩擦構成則を空間については  $\Delta x$ , 時間については  $\Delta t$  で離散化して  $V_{i,n} = V(i\Delta x, n\Delta t)$  などと表すと

$$\begin{aligned} T_{i,n} &= T_* + A \log \frac{V_{i,n} + V_0}{V_{i,n} + V_\infty} \\ &\quad + B \log \left[ 1 + \theta_{i,n} \frac{V_\infty - V_0}{L} \right] \\ \theta_{i,n+1} &= \theta_{i,n} + \left[ 1 - \theta_{i,n} \frac{V_{i,n} + V_0}{L} \right] \Delta t \end{aligned}$$

となる。ただし  $\Delta x$  と  $\Delta t$  との間に

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{4c}$$

の関係があるとする。また

$$\Delta x = \frac{\mu L}{12\pi(B - A)}$$

が成り立つとする。これらは Perrin, Rice and Zheng (1995) に倣ったもので、数値計算上の意味がある。

時刻  $n$  を含めてそれ以前の  $V, \theta$  が分かっていたとすると、上式と

$$T_{i,n} = T_{i,n}^{ini} - \frac{\mu}{2c} V_{i,n} - \frac{\mu}{2c} \sum_{m=0}^{n-1} \sum_j V_{j,m} K_{i-j,n-m}$$

とを連立させて  $V_{n+1}$  を求めることができる。ただし  $T^{ini}(x, t)$  は断層上で変位が許されなかった場合の断層上の応力、つまり外力による応力を表す。すなわち  $V_{i,n+1}$  は

$$\begin{aligned} A \log \frac{V_{i,n+1} + V_0}{V_{i,n+1} + V_\infty} + B \log \left[ 1 + \theta_{i,n} \frac{V_\infty - V_0}{L} \right] \\ + \frac{\mu}{2c} V_{i,n+1} = T_{i,n}^{ini} - T_* - \frac{\mu}{2c} \sum_{m=0}^{n-1} \sum_j V_{j,m} K_{i-j,n-m} \end{aligned}$$

の解である。

無次元化のために両辺を  $B$  で割って変形すると、上式は

$$\frac{A}{B} \log \frac{V_{i,n+1}/V_0 + 1}{V_{i,n+1}/V_0 + V_\infty/V_0}$$

$$\begin{aligned} &+ \log \left[ 1 + \frac{\theta_{i,n} V_0}{L} \left( \frac{V_\infty}{V_0} - 1 \right) \right] + \frac{\mu V_0}{2Bc} \frac{V_{i,n+1}}{V_0} \\ &= \frac{T_{i,n}^0 - T_0}{B} - \frac{\mu V_0}{2Bc} \sum_{m=0}^{n-1} \sum_j \frac{V_{j,m}}{V_0} K_{i-j,n-m} \end{aligned}$$

となる。

さらに、無次元化をするために

$$\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \hat{A} \\ \frac{V_\infty}{V_0} &= \hat{V}_\infty \\ \frac{V_{i,n}}{V_0} &= \hat{V}_{i,n} \\ \frac{\theta_{i,n} V_0}{L} &= \hat{\theta}_{i,n} \\ \frac{T_{i,n}^{ini} - T_*}{B} &= \hat{T}_{i,n}^{ini} \\ \frac{\mu V_0}{2Bc} &= \hat{\mu} \end{aligned}$$

とすると

$$\begin{aligned} \hat{A} \log \frac{\hat{V}_{i,n+1} + 1}{\hat{V}_{i,n+1} + \hat{V}_\infty} + \log \left[ 1 + \hat{\theta}_{i,n} (\hat{V}_\infty - 1) \right] + \hat{\mu} \hat{V}_{i,n+1} \\ = \hat{T}_{i,n}^{ini} - \hat{\mu} \sum_j \hat{V}_{j,m} K_{i-j,n-m} \cdots (1) \end{aligned}$$

となる。また  $\theta_{i,n+1}$  に関する式は

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{i,n+1} &= \theta_{i,n} + \left[ 1 - \hat{\theta}_{i,n} (1 + \hat{V}_{i,n}) \right] \frac{V_0 \Delta x}{4cL} \\ &= \theta_{i,n} + \left[ 1 - \hat{\theta}_{i,n} (1 + \hat{V}_{i,n}) \right] \frac{1}{24\pi} \hat{\mu} \frac{1}{1 - \hat{A}} \cdots (2) \end{aligned}$$

となる。

初期条件は  $\hat{V}_{i,1} = 0, \hat{\theta}_{i,1} = 1$  である。次にある時刻  $n$  においてすべての  $i$  について  $\hat{V}_{i,n}, \hat{\theta}_{i,n}$  が分かっているとすると、 $\hat{T}_{i,n}^{ini}$  は与えられたものであるから、(1) を  $\hat{V}_{i,n+1}$  について解いたときに解が存在するなら  $\hat{V}_{i,n+1}$  の値を求めることができる。また  $\hat{\theta}_{i,n+1}$  は (2) から求めることができる。なお  $\hat{\theta}_{i,n}$  は 0 と 1 との間の数として定義されているので、ある時刻においてこれが 0 を下回ったときには 0, 1 を上回ったときには 1 となるようにして計算を進める。また (1) が解を持たなければ  $\hat{V}_{i,n+1} = 0$  とする。このようにして帰納的に全ての時間  $n$  について各物理量を求められる。

なお、(1) の (左辺) - (右辺) は  $\hat{V}_{i,n+1}$  に関して単調な関数であるから、 $\hat{V}_{i,n+1} = 0$  を代入してその正負を調べることで解が存在するかしないかを判定できる。

#### 4. 解析結果

破壊がパルス状に広がることを説明するいくつかのメカニズムが提案されているが、そのうちの一つは、本研究でも使用したような「速度の増加とともに摩擦力が大きく減少し得る摩擦則」である。Zheng and Rice<sup>12)</sup> はこのような構成則の中のパラメタがどのような範囲にあるときに破壊がパルス状になるのかを調べた。そこで本研究では両方の範囲について計算をおこない、破壊の様子を調べた。

##### 4.1 パラメタの設定

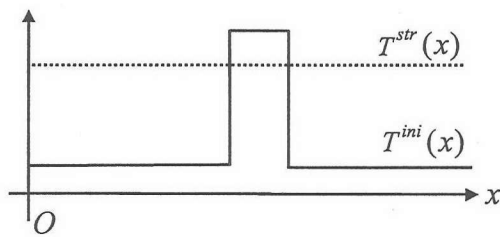


図-8  $T^{ini}(x)$  と  $T^{str}(x)$

動的破壊前に点  $x$  にかかっている応力を  $T^{ini}(x)$  とする。前章で定義した強度  $T^{str}(x)$  がこれを超えたところ (asperity) で破壊が始まり、あるときには破壊が周囲に伝播し、またあるときにはすぐに停止する。両者は例えば図-8 のような形である。両者は次のように無次元化される。

$$\begin{aligned}\hat{T}^{str}(x) &= \frac{T^{str} - T^*}{B} \\ &= \frac{(A - B) \log V_0/V_\infty}{B} \\ &= (1 - \hat{A}) \log \hat{V}_\infty \\ \hat{T}^{ini}(x) &= \frac{T^{ini} - T^*}{B}\end{aligned}$$

数値計算をする上では初期応力を決めるものとして  $\hat{T}^{ini}(x)/\hat{T}^{str}$  の値を決める。

本研究で用いた数字をその他のパラメタとともに下の表に示す。

|                                           |               |
|-------------------------------------------|---------------|
| 破壊しうる断層の長さ                                | $256\Delta x$ |
| 摩擦則のパラメタ $\hat{A}$                        | 0.2           |
| 摩擦則のパラメタ $\hat{V}_\infty$                 | 1000          |
| asperity 内の $\hat{T}^{ini}/\hat{T}^{str}$ | 1.1           |
| asperity 外の $\hat{T}^{ini}/\hat{T}^{str}$ | 0.9           |

##### 4.2 case1:pulse mode の破壊

パラメタを

|                  |              |
|------------------|--------------|
| asperity の幅      | $15\Delta x$ |
| 不連続面までの距離 $H/2$  | $5\Delta x$  |
| 無次元量 $\hat{\mu}$ | 0.25         |

のように設定した。物性の不連続面がなければ enlarging crack mode の破壊が起こる状況である。結果を図-10 に示す。左側は速度の分布が時刻とともにどのように変化するかを示し (見方は図-9 を参照), 右側は変位の分布をそれぞれの時刻について描き、それらを同時に表示したものである。その横軸は断層に沿った距離である。たとえば図-11 の reflection 0 % の右側の図のように、それぞれの線が共有点を持たずに外側へ広がってゆくような場合、全ての時刻において全ての点で速度が正であるような enlarging crack mode の破壊が起こっている。一方、たとえば図-10 の reflection 0 % の右側の図のように断層の中央部でそれぞれの時刻に対応する線が重なり、断層の端で線が広がってゆくような場合, pulse mode の破壊が起こっている。

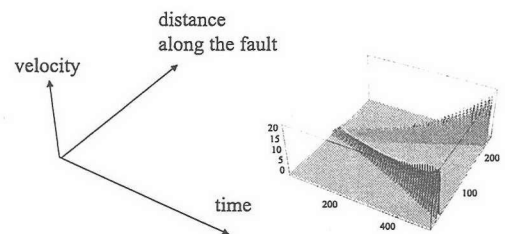


図-9 図の見方

剛性  $\mu_2 = \infty$  で反射率が 100 % のときはすぐに破壊がとまるものの、再び破壊が始まる。これは波があまり減衰しないためにおこる非現実的な現象である。反射率が低くなるにつれて pulse の広がりが大きくなり、最終的には破壊の停止が起こらなくなる。その境目は 4 % ほどである。その程度の反射率を実現する  $\mu_1, \mu_2$  の比率は

$$\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1} = \frac{4}{100}$$

を解くことによって

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} \approx \frac{92}{100}$$

程度である。ただし  $\mu_1$  は低密度領域の、 $\mu_2$  はその周囲の剛性である。なお、今はせん断波速度が共通だと仮定しているので密度の比率に関しても同じことが言える。

##### 4.3 case2:enlarging crack mode の破壊

パラメタを

|                  |              |
|------------------|--------------|
| asperity の幅      | $15\Delta x$ |
| 不連続面までの距離 $H/2$  | $5\Delta x$  |
| 無次元量 $\hat{\mu}$ | 0.1          |

のように設定した。物性の不連続面がなければ enlarging crack mode の破壊が起こる状況である。結果を図-11 に示す。



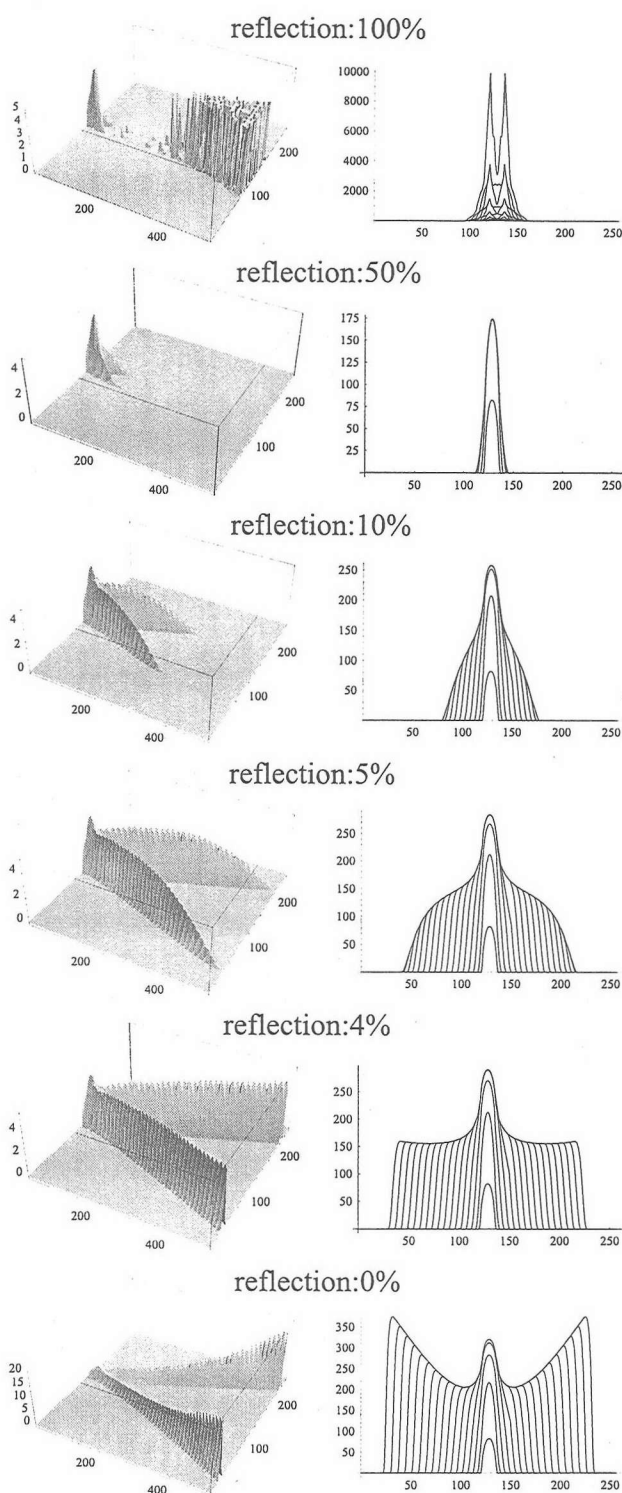


図-10 case1:pulse mode

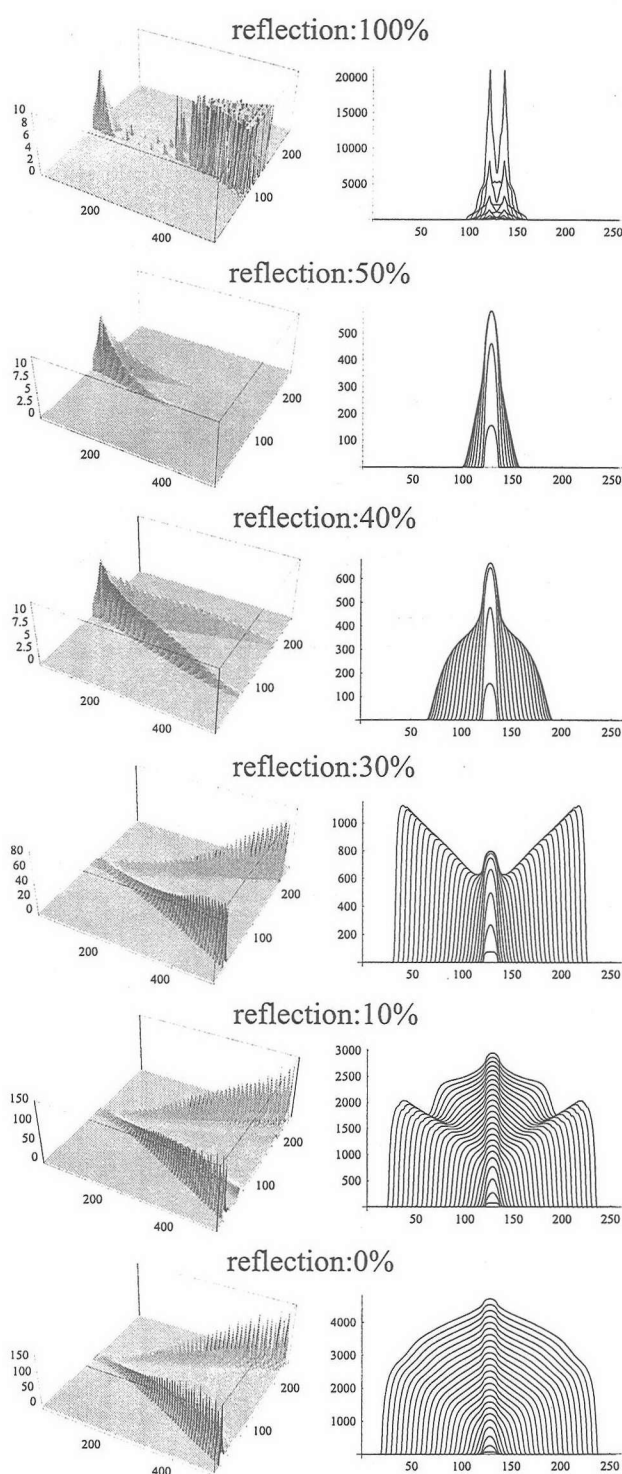


図-11 case2:enlarging crack mode

剛性  $\mu_2 = \infty$  で反射率が 100 % のとき, すなわち断層が完全剛体によって囲まれている場合は先ほどと同様に非現実的な計算結果が出ている. 反射率が下がるにつれて自発的に停止する pulse mode の破壊が現れている. さらに反射率が下がると自発的に停止しない pulse mode の破壊となる. さらに反射率が 10 % のとき

は enlarging crack mode と pulse mode とが混合したような遷移的な mode の破壊が起きている. さらに反射率がさがると enlarging crack mode となる.

今のパラメタの場合, 破壊が自発的に停止するための限界の反射率は 30 % と 40 % との間にあるように見える. 反射率が 30 % であるためには断層周辺領域を囲む部分の剛性や密度が断層周辺の 2 倍ほどでなくてはな



らない。しかし asperity や  $H$  がさらに小さい場合に計算を行うために、破壊しうる断層の長さ (要素数) を 4 倍にしてみた。

|                                           |                 |
|-------------------------------------------|-----------------|
| 破壊しうる断層の長さ                                | 1024 $\Delta x$ |
| asperity の幅                               | 10 $\Delta x$   |
| 壁までの距離 $H/2$                              | 10 $\Delta x$   |
| asperity 内の $\hat{T}^{ini}/\hat{T}^{str}$ | 1.5             |

このパラメタのもとで計算を行った結果、反射率の変化に伴う破壊の様子の変化は定性的には上と同様であるものの、反射率が 0.9 % 程度 ( $\mu_1/\mu_2 \approx 98/100$ ) でも自発的な破壊の停止が見受けられた。これは破壊しうる断層の長さが 256 $\Delta x$  の場合に換算すれば

|              |                |
|--------------|----------------|
| asperity の幅  | 2.5 $\Delta x$ |
| 壁までの距離 $H/2$ | 2.5 $\Delta x$ |

の場合に対応する。一般に、これら二つのパラメタが小さければ小さいほど破壊停止に必要な反射率は小さくなる傾向があった。

#### 4.4 まとめ

反射波の影響が無かったときに pulse mode/enlarging crack mode の破壊が起こるような条件で、反射波の影響が加わると破壊伝播の様子がどのように変わるかを調べた。その結果、いずれの場合も,asperity の長さ と  $H$  の値によっては反射率がかなり低くても破壊が自発的に止まることが分かった。

また後者の本来は pulse mode の破壊が起こらない条件下でも、反射の影響があることによって pulse mode の破壊が起こることが分かった。

### 5. 結論

地震の破壊停止のメカニズムを知ることが、地震の規模の予測の観点からとても重要である。本研究では「断層周辺はその周りの部分よりも密度が低く、その変化を考慮するとそこで波の反射が起こって破壊を減衰させる方向に作用する」というメカニズムで実際に破壊が自発的に停止するか否かを動的解析によって調べた。具体的には、断層周辺の領域ではその周りの領域よりも密度が低いという地質学的知見を境界積分方程式法に組み込んで定式化を行い、数値計算を行った

その結果、全領域で一様な密度を仮定したときには決して自発的な破壊停止が起こらないような条件下であっても、二つの密度が外部の密度の 1 % 程度の差を持つことを仮定するだけで破壊が自発的に止まることが分かった。

さらに、本研究で考えたメカニズムを用いると、全領域で一様な密度を仮定したときには enlarging crack mode で破壊が広がるような条件であっても、剛性の違いを考

慮すると pulse mode で破壊が広がることもあることも明らかとなった。この結果は、破壊停止のメカニズムと破壊モードの選択メカニズムとの間に密接な関係があることを示唆していると、解釈することができるかもしれない。

なお、本研究の解析手法を用いると,asperity の幅と低密度域の幅とが分かれば地震が自発的に止まるか否かを知ることができるが、今回は現実の断層におけるこれらのパラメタを代入することは行わなかった。それは

- 今回は二次元のモード III の場合しか考えていない
- 物性の変化は本来は連続的である
- 使用した摩擦構成則はすべり速度が極めて小さい場合にしか実験的に検証されていない

という点で、今回考えたモデルが現実の問題とかけ離れているからである。本研究の結論から言えることは「三次元解析を行い、物性の変化を考慮したときに破壊が自然に停止し、また pulse mode の破壊が起こる可能性がある」ということだけであり、その計算は今後の課題である。

また、今回は Perrin, Rice and Zheng<sup>11)</sup> に倣って摩擦構成則を選んだが、他の構成則を用いたときに結果がどのように変わるかを調べることも今後の課題である。

#### 参考文献

- 1) Heaton, T.H.: Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 64, pp.1-20, 1990.
- 2) Mikumo, T.and Miyatake, T.: Heterogeneous distribution of dynamic stress drop and relative fault strength recovered from the results of waveform inversion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85, pp.178-193, 1995.
- 3) Day, S.M.: Three-dimensional finite difference simulation of fault dynamics: rectangular faults with fixed rupture velocity, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72, pp.705-727, 1992.
- 4) Ben-Zion, Y.: Dynamic rupture in recent models of earthquake faults, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49, pp.2209-2241, 2001.
- 5) Madariaga, R. and Olsen, K.B.: Criticality of rupture dynamics in 3-D, *Pure and Applied Geophysics*, 142, pp.1981-2001, 2000.
- 6) (財) 原子力環境整備促進・資金管理センター: 平成 12 年度 放射性廃棄物地層処分経済性向上調査 地層処分サイト評価技術確証試験 報告書 (第 3 分冊) 長期地質構造安定性解析技術の開発, 2001.
- 7) Cochard, A. and Madariaga, R.: Dynamic faulting under rate-dependent friction, *Pure and Applied Geophysics*, 142, pp.419-445, 1994.
- 8) Aki, K., and Richards, P.G.: *Quantitative Seismology*, New York, Freeman, 1980.
- 9) Tada, T. and Yamashita, T.: Non-hypersingular boundary integral equations for two-dimensional non-planar crack analysis, *Geophysical Journal International*, 130, pp.269-282, 1997.
- 10) Tada, T. and Madariaga, R.: Dynamic modelling of the flat 2-D crack by a semi-analytic BIEM scheme, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50, pp.227-251, 2001.

- 11) Perrin, G., Rice, J.R. and Zheng, G.: Self-healing slip pulse on a frictional surface, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 43, pp.1461-1495, 1995.
- 12) Zheng, G. and Rice, J.R.: Conditions under which velocity-weakening friction allows a self-healing versus a cracklike mode of rupture, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88, pp.1466-1483, 1998

(2002 年 4 月 19 日 受付)