

スペクトル確率有限要素法を用いた横ずれ断層運動に伴う地表地盤の変状とその確率分布に関する研究

Analysis of Ground Surface Deformation Caused by Strike-Slip Fault
Using Spectral Stochastic Finite Element Method

中川英則*・堀宗朗**・

Hidenori NAKAGAWA and Muneo HORI

*学生会員 工修 東京大学大学院 社会基盤工学専攻 (〒 113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

**正会員 Ph.D. 東京大学地震研究所 教授 (〒 113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

For the safety of civil structures, it is required to predict the possibility of ground surface deformation caused by a surface earthquake fault. In order to provide quantitative estimate of hazards due to surface earthquake fault, the authors have been developing a numerical simulator based on the spectral stochastic finite element method. In this paper, we report the current state of the simulator. We calculated the ground surface deformation caused by lateral sliding of numerical model of earthquake surface fault and examined numerical results qualitatively and quantitatively in the meaning of character and probability by comparing with the result of model experiments for lateral sliding of a sand box. The numerical result is consistent with the result of the model experiment in the meaning of character of configuration of Riedel shears and amount of the base slip at which the Riedel shears appear on the surface. But the experiment result couldn't be reproduced in the meaning of probabilistic character like a standard deviation.

Key Words : *surface earthquake fault, spectral stochastic finite element method, strike-slip fault, Riedel shear band, surface deformation*

1. はじめに

近年、地表地震断層のずれによって、土木構造物が直接的に被害を受けるという問題が注目されるようになってきた。地震波が引き起こす強震動と異なり、この大変状は局所的である。しかし、一度大変状が発生すれば、例えば台湾集集地震で崩壊した石岡ダムのように、その被害は甚大なものとなりうる¹⁾。現在、日本におけるダムや原子力発電所などの主要構造物は、断層の位置を外し硬い岩盤を択んで建設されているが、そのためにはトレンチ調査を始めとする周到で大掛かりな調査が必要となる。一方、新幹線、高速道路などの線状構造物は、地表地震断層による影響を考慮した設計はされていないのが現状である。このような背景から、狭隘な国土に、急速にしかも高密度に整備されてきた現在の社会基盤設備に対して、何かしらの活断層対策が必要不可欠となっている。そのためには、既往の地形学、地質学的手法のみに基づく評価では不十分であり、模型実験や数値解析的手法などを含めた総合的な評価が必要とされる¹⁾。

その際、「地表地震断層の発生には大きなばらつきがある」という点を考慮することが重要となる。この場合、震源断層の規模の違いとそのずれ方向の違いが、個々の地震における地表地震断層の出現の違いに大きく関係していることがまず挙げられるが、同じ震源断層の

ずれが原因であったとしても地表地震断層の出現は場所ごとに大きく異なっている。さらに、砂箱を使った模型実験では、均質な砂を敷詰めた供試体を一方向に一樣な大きさでずらした場合であっても、その硬さのばらつきや堆積層の厚さにより、せん断破壊のモデル表面上への影響にはばらつきがあることが報告されている^{2),3)}。

本研究では、このようなばらつきが、局所的な地盤構造の違いと地盤物性の非線形性に起因した分岐現象に因るものと考え、それを考慮するために地盤を確率モデルとして表現している。これはまた、実際の地盤構造に対して計測できるデータの量と質が限られることから、その曖昧さを取り入れることにも対応したものである。そしてここに、確率モデルを考慮することで生じた地表面での変位の確率的な分布を捉えるため、非線形解析用に開発されたスペクトル確率有限要素法⁴⁾を適用している。これまでに著者らは、非線形解析用のプロトタイプを地表地震断層の計算用に特化したものに改良してきており⁵⁾、これを基に、砂箱を使った模型実験の再現を試みている。

本論文では、その中でも特に、基盤の横ずれ断層運動による地表地盤の変形特性に焦点を当て、既往の砂箱を用いた横ずれ断層実験の報告結果^{2),3)}と数値解析の結果を比較することにより、その妥当性を検討している。

2. 力学的観点から見た断層の挙動特性

地表地震断層の基本的な形態として正断層、逆断層、横ずれ断層に分けることができ、実際にはこの基本的形態が複合したものとして現れる。

正断層、逆断層では、上盤と下盤がずれ下がったり乗り上げたりする二次元構造を作る。この場合、基盤のずれ方向と地表のずれ方向が一致しているため、「堅い基盤がずれた場合に軟らかい地表がいかにかそのずれ変位を吸収するか」を評価することが断層挙動をシミュレートする上でのポイントとなる。

一方、横ずれ断層では、基盤の断層が一つの面(断層線)で単純にずれる場合でも、地表のずれは基盤のずれ面(断層線)に平行とはならない。実際、地表には小型の断層が断層線に沿って斜交したまま、ほぼ規則的に並ぶ雁行状断層(リーデルセン断)が発生する^{2),3),6)}。さらに、地盤内の断層の幾何形状は複雑な三次元構造を成す^{3),6)}。力学的な観点からは、基盤の横ずれが表層地盤を伝わる際に分岐現象が何回か継続して起こることが、この複雑な雁行状断層出現の主要なメカニズムと考えられている。したがって、横ずれ断層によって発生する雁行状断層の挙動をシミュレートする上では、「軟らかい地盤の中でずれ変位が吸収されるか否か」を評価すると同時に、「雁行状断層はどの地点にどのような形状で生じるか」を評価することもポイントとなる。なお、雁行状断層の形状とは、ずれ変位の他に、小型断層の長さ、間隔、傾きである。

分岐現象を扱うことの難しさは、物理問題に対応する数値問題に複数の解があり、さらには、複数の解の中で最も起こり易いと考えられる解が、実際に現れる現象に対応していなければならないことである。数理的には、分岐解析と分岐解の安定・不安定解析の二つの解析が必要である。数値問題を数値計算によって解く場合、この分岐解析と安定・不安定解析は容易ではない。また、この問題の特性として、入力 of 若干の違いが解という出力に大きな違いを作るという点も無視できない。すなわち、断層挙動に大きなばらつきが生じるのである。事実、地表地震断層は、ある地点で突然発生したりしなかったりすることが観測されており、発生した場合でもずれ量や断層の形状が地点毎に大きく異なることも知られている。このようなばらつきは局所的な地盤構造によるところも大きい。不安定解の性質も考慮すべきであると考えられる。

3. 解析手法

以上を背景として、断層挙動を評価するために地表地震断層のシミュレーションを行う。

3.1 横ずれ断層のモデル化

シミュレーションの対象となる地盤のモデルを構築する際、次の二点をモデル化の方針として整理する。

① 基盤中の断層を対象とせず、柔らかな地盤中の断層挙動を対象とする。

② 分岐を伴う横ずれ断層が引き起こす雁行状断層を対象とする。

数値シミュレーションの対象は、硬い基盤上に広がる柔らかな地盤構造である。実際の地盤構造は複雑であるが、この構造の詳細を完全に計測することは事実上不可能である。したがって、適当な厚さをもった弾塑性体として地盤をモデル化することが現実的と考えられる。また基盤上の地盤に対して計測できるデータの量と質を考慮すると、構成則は少数のパラメータを用いる簡単なものとなる。

なお、局所的な地盤構造に起因してばらつきが大きくなる断層挙動をシミュレートする際、地盤構造の不均一性を考慮することは重要となる。材料特性が非均一に分布し、さらに、その分布が決定論的に与えられるのではないことから、地盤の確率モデルについては、平均、分散、相関距離によって地盤の硬さのばらつきを与えられるものと考えた。

基盤のずれは、境界条件として与える。基盤のずれ量を、高い空間分解能で精度良く予測することはほとんど不可能であるため、例えば、既往の研究^{7),8)}で推測されたずれ量のうちから最大のものを想定する。これは安全側の境界条件となる。何故なら、もし現時点で想定されるずれ量のうち最大のもの(最悪のもの)を境界条件として与えてみて、それでも地盤の中でずれ変位が吸収されて地表面上に断層変位が現れないのであれば、現時点で考えられる範囲において断層が地表に現れることは難しいと考えられるためである。

3.2 スペクトル確率有限要素法^{4),9)}

以上の観点から、地盤の硬さのばらつきを考慮した上で、断層による地表面の変位の確率的な分布までも捉えることが可能な手法が必要となる。このような確率モデルに対し、その力学挙動をシミュレートする確率有限要素法は既に確立されており^{9),10)}、本研究では、その一つである確率関数のスペクトル分解に基づく確率有限要素法⁹⁾を用いている。

準静的な微小変形問題を取り扱う。変位増分を $\Delta \mathbf{u}$ と表すと、弾塑性体における平衡方程式は、

$$\nabla \cdot [\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) : (\nabla \otimes \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega))] = 0 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $\mathbf{C}^{ep}$ は弾塑性係数であり、 $\mathbf{x}$ は位置を、 ω は確率空間での1つの事象を表す。材料特性の確率的な変動に伴い、弾塑性応答も確率的に変動してくる。本論文では、弾性係数 E のみが確率的に変動するとした。

関連流れ則を仮定した場合、 $\mathbf{C}^{ep}$ は降伏関数 f に関係するが、ここで、この降伏関数自体が確率的に変動する応力の関数であることから、 $\mathbf{C}^{ep}$ は ω についての複雑な確率関数となっている。そのため、次のような摂動展開を降伏関数 f に施すことで、 $\mathbf{C}^{ep}$ を近似する。

$$f(\sigma(\mathbf{x}, \omega)) \simeq f(\langle \sigma \rangle(\mathbf{x})) + \dots \quad (2)$$

ここで、式 (2) に現れる応力場の平均 $\langle \sigma \rangle$ を求めるに当たり、正確な値を事前に求めることは困難を伴う。そのため、ここではバウンディングメディア理論¹¹⁾を用いることで、以下のように弾性係数 E の平均を挟む上下限解を求める。具体的には、確率的に変動する弾性係数 $E(\omega)$ の代わりに、

$$E^- = \langle E(\omega) \rangle \quad E^+ = (\langle E^{-1}(\omega) \rangle)^{-1} \quad (3)$$

を弾塑性係数内の弾性係数として用いることで、確率的に変動する弾塑性体の応答の上下限解が得られることになる。なお、 $\langle \cdot \rangle$ は平均を表している。ここでは、この上下限体に対して得られる応力場 σ^+ を平均値 $\langle \sigma \rangle$ の替わりとして代用している。

さて、これらの操作によって、上下限体に対応した弾塑性係数 $\mathbf{C}^{ep}$ は、

$$\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) = E(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{C}^{*ep+} \quad (4)$$

と単純化することができる。ここに、 $\mathbf{C}^{*ep+}$ は、位置 $\mathbf{x}$ のみに関係した定数となり、確率特性は $E(\mathbf{x}, \omega)$ のみに含まれることとなった。

ここで、式 (4) に現れる確率関数 $E(\mathbf{x}, \omega)$ を KL(Karhunen-Loeve) 展開を用いて、式 (1) に現れる確率関数 $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)$ を PC(Polynomial Chaos) 展開を用いてそれぞれ表現すると以下ようになる。なお、これらの関数展開に関しては、付録 1)、付録 2) および文献⁹⁾を参考にして頂きたい。

$$\mathbf{C}^{ep}(\mathbf{x}, \omega) = \langle E \rangle \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_m} \phi_m(\mathbf{x}) \xi_m(\omega) \mathbf{C}^{*ep+} \quad (5)$$

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_n(\omega) \Delta \mathbf{u}_n(\mathbf{x}) \quad (6)$$

ここに、1) ϕ_m は $E(\mathbf{x}, \omega)$ の共分散マトリックスの固有関数、2) $\xi_m(\omega)$ は ϕ_m に対応した確率空間上での固有関数、3) λ_m は両者に対応した固有値、4) $\Psi_n(\omega)$ は $\xi_m(\omega)$ から構成される、確率空間上で完全系を成す固有関数である。

式 (1) から通常非線形有限要素法の定式化^{12),13),14)}に基づき離散化したマトリックス方程式に、式 (5),(6) を代入し、 $\Psi_n(\omega)$ の確率空間上での直交性を用いたガラキン法を適用することで、最終的に次のマトリク

ス方程式が導かれる。

$$\sum_{n=0}^N \left(\sum_{m=0}^M \langle \xi_m \Psi_n \Psi_k \rangle \right)^{j-1} \mathbf{K}_m \left[\mathbf{j} \Delta \mathbf{u}_n \right] = \langle \mathbf{j}^{-1} \Delta \mathbf{F} \rangle \Psi_k \quad (k = 1, 2, \dots, N) \quad (7)$$

$$\mathbf{j}^{-1} \Delta \mathbf{F} = [\mathbf{F}^{ext}] - \langle \mathbf{j}^{-1} \mathbf{F}^{int} \rangle$$

なお、式 (7) に現れる j は非線形問題を解く際に現れる繰り返し計算の番号を、 $\mathbf{j}^{-1} \Delta \mathbf{F}$ は不釣り合い力と呼ばれる残差項である。この残差項が、許容値以下に収束するまで繰り返し計算を行う。

式 (7) を解いて得られる解 $\Delta \mathbf{u}_n$ を、式 (6) に代入することで、確率関数 $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)$ が理論上再現できることとなる。そして最終的に、確率空間上で正規直交基底を成す固有関数 $\Psi_n(\omega)$ の性質をここに用いることによって、確率関数 $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega)$ の平均、分散、確率密度関数といった確率特性を得ることが可能となる。

4. 数値解析

本解析では、構成則に軟化を伴う Drucker-Prager 弾塑性則を用いている。これは地盤材料がいわゆる $c-\phi$ 材料であり、拘束圧に応じて降伏応力が変化することによる。すなわち、地盤材料の最大の非線形材料特性であるダイラタンシーを表現するためには、拘束圧依存性が必要であり、また、実際の地盤に対して計測できるデータの量と質を考慮すると、構成則に用いることのできるパラメータは限られてくるためである。

4.1 解のメッシュ依存性の検討

表 1. モデルの材料物性

弾性係数の平均 (kN/m ²)	31
密度 (kg/m ³)	1590
ポアソン比	0.3
内部摩擦角 (°)	51
初期最大圧縮強度 (kN/m ²)	6.3
初期最大引張強度 (kN/m ²)	0.8
エネルギー開放率 G_f (kN/m)	7E-5
弾性係数の標準偏差 (kN/m ²)	0.1
弾性係数の相関距離 (m)	0.5

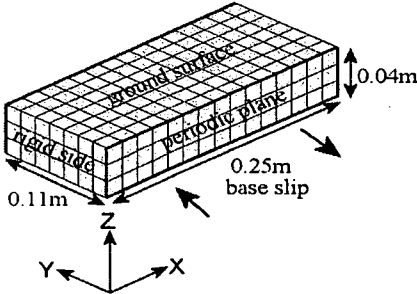


図 1. 解析モデル例

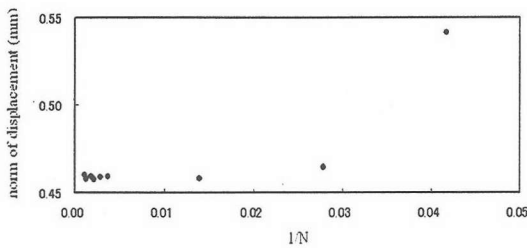


図 2. メッシュ依存性の検討

図 1. に示すように、地盤を Y 方向に無限に長い平行成層とし、基盤が水平方向に剛体的にずれることを想定して断層方向 (Y 方向) への周期性を仮定した。モデルの両側面 (rigid side) は、X 方向の変位のみを固定し、重力による外力の影響を考慮している。Y 方向、Z 方向への、側面からの摩擦は働かないものとした。モデル底面には、断層線を境として Y 方向へ、互い違いの向きに剛体的な変位を与えた。なお、周期境界を仮定したモデル底面の端にある節点には、5 パーセントの不整を持った剛体的な変位を与えた。モデル上面は、自由境界である。図 2. は、横軸に節点数 (N) の逆数を、縦軸にモデル上面において局所化が起こる領域の中心での変位ノルムを採ったものである。

一般に、歪の局所化を伴う問題の解析を有限要素法で行うと、メッシュを細かくすればするほど歪の集中が厳しくなるという困難に遭遇する。すなわち、幾らメッシュを細かくしても、常にせん断帯の幅は一要素の大きさとなってしまう、一向に解は収束しない。本問題も、その例外ではない。そこで、この困難を回避するために、コンクリートの軟化挙動解析で使われている等価エネルギー法^{15),16)}を用いた。この方法は、その簡便さとは裏腹に、localization limiter の一手法としては初等的手法と言われており、単軸引張り以外の問題にはあまり適さないことが知られている¹⁶⁾。しかし、確率モデルを導入したことで、局所化が緩和されており、図 2. に示すように解が収束の方向に向かっていくことが分かる。

4.2 砂箱を用いた模型実験の再現

(1) 対象とするモデルの材料物性

表 2. モデルの材料物性

弾性係数の平均 (kN/m^2)	1225
密度 (kg/m^3)	1590
ポアソン比	0.25
間隙比	0.65
内部摩擦角 ($^\circ$)	51
初期最大圧縮強度 (kN/m^2)	215
初期最大引張強度 (kN/m^2)	27
エネルギー開放率 G_f (kN/m)	0.001
弾性係数の標準偏差 (kN/m^2)	0.15
弾性係数の相関距離 (m)	0.5

既往の砂箱を用いた実験^{2),3)}を参考に解析モデルの物性を表 2. のように定めた。実際に砂箱実験で用いられた豊浦標準砂の静的な状態での弾性係数値が得られなかったため、低拘束圧下の材料試験 (岐阜砂) で報告¹⁷⁾されている、乾燥砂の静的弾性係数値を代用した。

(2) 解析に用いるモデルのタイプおよび境界条件

表 3. 解析モデルのタイプ

モデルの種類	幅 (cm)	長さ (cm)	高さ (cm)
砂箱 層厚 3cm	25	11	3
砂箱 層厚 5cm	25	11	5
砂箱 層厚 7cm	25	11	7

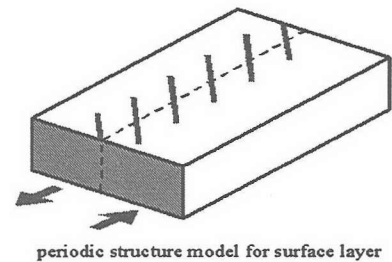


図 3. 横ずれに伴って現れる雁行状断層の概念図

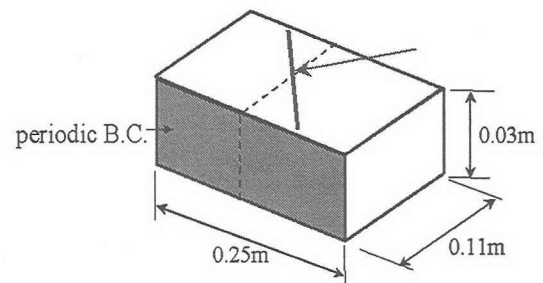


図 4. 横ずれ地表地震断層の解析モデル

砂箱を用いた横ずれ断層実験^{2),3)}に合わせて、表 3. に示すように層厚を 3,5,7cm と変えた場合について数値解析を行った。横ずれ断層では、基盤の断層が一つの面で単純にずれる場合でも、地表には図 3. に示すような雁行状断層が発生することが知られている^{2),3)}。砂箱を用いた実験によれば^{2),3)}、層厚が 12cm 以下では、横ずれの進展に伴い地表に現れてくるリーデルせん断の間隔は層厚によらずにほぼ一定を保っており、その間隔は 11~12cm 前後と報告されている^{2),3)}。このため、図 4. に示すように解析モデルの奥行きを 11cm とし、モデルの前後面に周期境界条件を設定した。モデル底面には、断層線を境として Y 方向へ、互い違いの向きに 0.02mm ずつ (よって一回のずれ量は 0.04mm)、計 8.0mm に達するまで剛体的な変位を与えた。なお、その他の境界条件は、メッシュ依存性の検討で設定したものと同様である。

(3) 雁行状に並ぶ最大せん断歪の集中域^{2),3)}

数値計算で得られた、地表面上での最大せん断ひずみの平均と標準偏差の分布図を、図 5.~図 7. に各層厚の実験ごとに分けて示す。地表面上に雁行状を成す最大せん断ひずみの局所領域が現れた時点の状態を載せた。

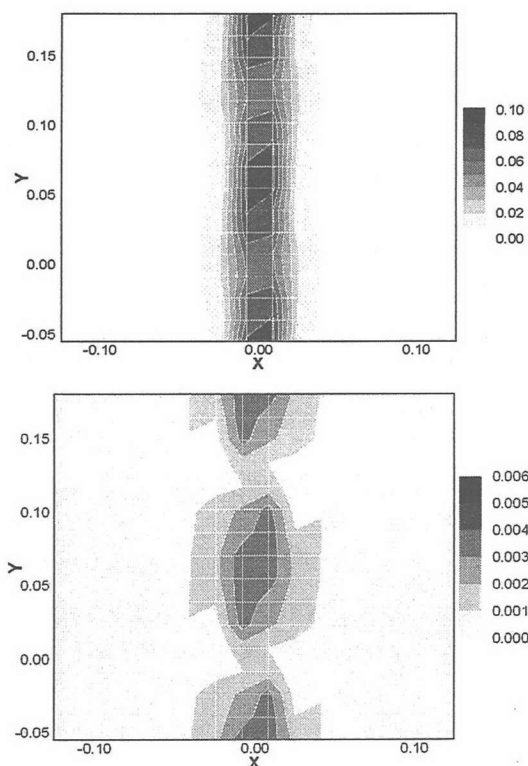


図 5. 層厚 3cm における地表の最大せん断歪分布
(上図. 平均, 下図. 標準偏差)

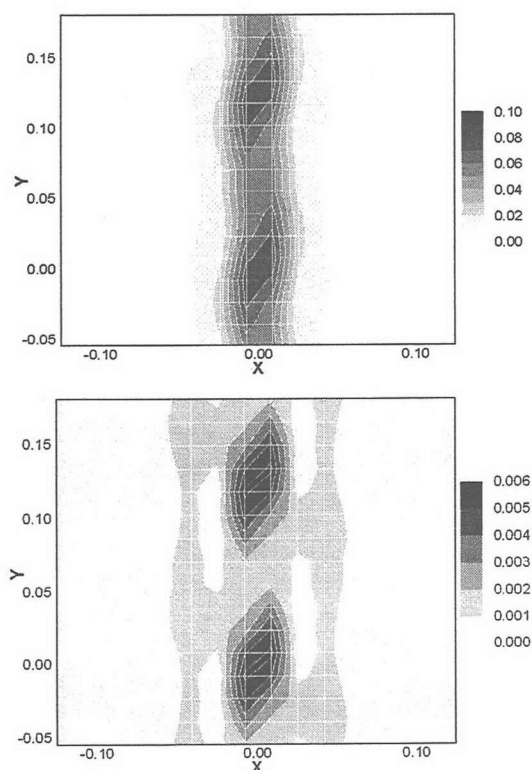


図 6. 層厚 5cm における地表の最大せん断歪分布
(上図. 平均, 下図. 標準偏差)

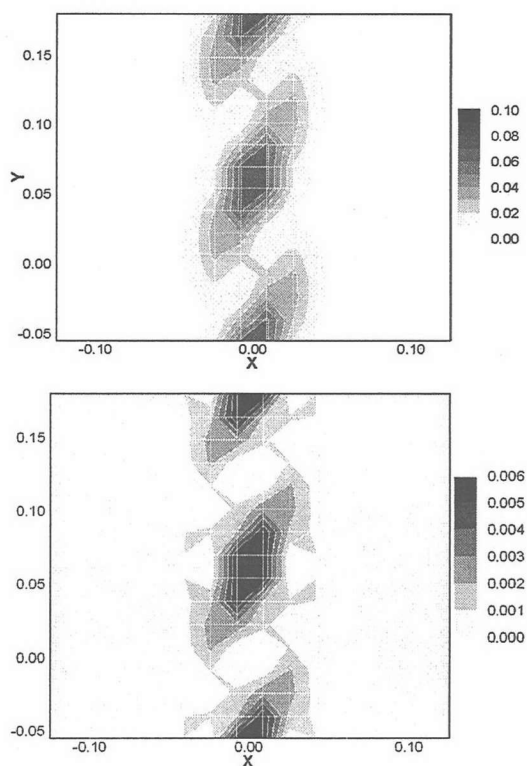


図 7. 層厚 7cm における地表の最大せん断歪分布
(上図. 平均, 下図. 標準偏差)

図 5.~図 7. における縦方向長さと同方向長さのアスペクト比は、模型実験に合わせている。この場合、雁行状を成す最大せん断ひずみの局所領域はどれも約 11cm ごとの間隔で現れる結果となったが、材料物性や境界条件の与え方の違いにより、分岐現象に伴って現れる局所領域の周期性は変化する。上述したパラメータのもとでは、全ての層厚において同様に約 11cm ごとの間隔でひずみの局所領域が現れる結果となった。標準偏差の分布図 (各図の下段) では、断層線の直上に平均分布と似た、雁行状を成す局所領域が現れる結果を得た。図 5.~図 7. から、断層線直上に近い領域で、ばらつきが大きくなっていることが分かる。その中でも、ひずみが局所化する場所ではさらに大きい値となっており、地表地震断層の現れ方やその変状のばらつきが地点毎に大きく異なる実現象と対応した結果となった。また、モデルの層厚によって、最大せん断ひずみが局所化する範囲の大きさは変化しており、層厚が大きくなるにつれその範囲も拡大していることが分かる。一方、最も高い値を示す最大せん断ひずみの局所化領域の中心部は、層厚によらずに断層線に対してほぼ同じ方向を向いていることが分かる。

(4) リーデルせん断の大きさと層厚の関係^{2),3)}

「(3) 雁行状に並ぶ最大せん断歪の集中域」でも述べたが、最大せん断歪の局所化領域は層厚が大きくなるに従いその範囲が拡大していることが、図 5.~図 7. から確認できる。砂箱実験でも、リーデルせん断の大きさと層厚の関係には寸法効果があり、断層線からリー

デルセン断の末端までの距離は層厚が増加するに伴い増加することが報告^{2),3)}されている。

(5) 雁行状に並ぶ最大せん断歪の斜交角度^{2),3)}

表 4. リーデルセン断が断層線と成す斜交角度と層厚の関係

モデルの種類	層厚 3cm	層厚 5cm	層厚 7cm
砂箱実験	26°	31°	27°
数値解析	27.9°	27.9°	30.5°

歪が最も大きい値となっている局所領域の中心部の斜交角度を、メッシュから読み取った結果を表 4. に示す。砂箱を用いた横ずれ断層実験の報告では、リーデルセン断の斜交角度は層厚によらず 20° ～30° の範囲でばらついており、その平均値を表 4. の砂箱実験の欄に載せた。砂箱実験の結果と近い値が得られた。「(3) 雁行状に並ぶ最大せん断歪の集中域」でも述べたが、最大せん断歪の局所化領域が断層線と成す角度は、層厚によらずにほぼ同じ方向を向いている結果となっている。砂箱実験でも、リーデルセン断の断層線との斜交角度には層厚による寸法効果の影響がないことが報告^{2),3)}されており、解析結果は調和的であるといえる。

(6) 最大せん断歪の分岐現象 (a. 断面内)^{3),6)}

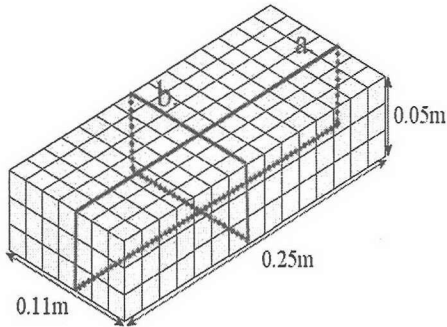


図 8. 解析モデルから切出す断面

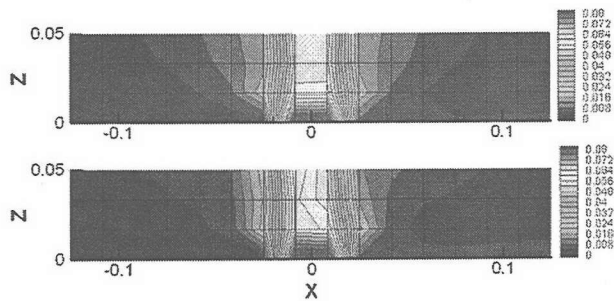


図 9. リーデルセン断が地表に現れる前後の断面 a 内における最大せん断歪の平均の分布

層厚 5cm のモデルにおける、Y 軸に垂直な断面 (図 8. の太線で囲まれた領域 a.) 上での最大せん断ひずみ分布を図 9. に示す。雁行状をなす最大せん断歪の局所化領域が地表上に現れる前後の分布を、上、下にそれぞれ示した。横ずれの進展に伴い、最大せん断ひずみがモデル底面の断層線付近から徐々に地表面へと、断層線

を中心として左右対称に進展してゆく。さらに横ずれが進むと、ある段階から分岐現象が起こり、最大せん断ひずみの分布は左曲がり進展してゆきその対称性を失ってしまう。その結果、地表面上には雁行状を成す最大せん断ひずみの局所領域が現れることが分かった。砂箱実験で確認されたリーデルセン断の堆積層内部での発達過程を、X 線を用いて解析した報告⁶⁾がなされている。そこではリーデルセン断面は、砂箱モデルの底面中央部から 45° 方向に延びてゆき、地表面へと到達している。一方、図 9. では、最大せん断ひずみの分布が底面中央部から垂直に昇り、層の途中から左へと屈曲して地表面へと到達している。この点で、砂箱実験と異なる結果となった。これは、本解析で用いた境界条件が、実際の模型実験で生じている条件とは異なっているためと考えられる。この点については、さらに検討してゆく必要があるものと思われる。

(7) 最大せん断歪の分岐現象 (b. 断面内)^{3),6)}

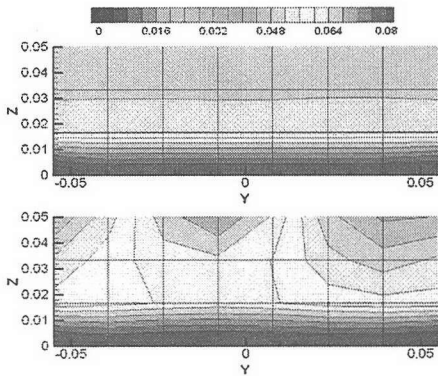


図 10. リーデルセン断が地表に現れる前後の断面 b 内における最大せん断歪の平均の分布

層厚 5cm を用いたモデルにおける、X 軸に垂直な断面 (図 8. の太線で囲まれた領域 b.) 上での最大せん断ひずみ分布を図 10. に示す。横ずれの進展に伴い、最大せん断ひずみがモデル底面の断層線付近から徐々に地表面へと進展してゆくが、初期段階は図 10. の上図に示されるように、底面一杯に広がるせん断歪域が全体として地表面上に押し上げられ、途中から図 10. の下図に示されるようにその一部分のみが地表面に到達するようになる。モデルの周期性を考えると、この地表面に到達している部分が、Y 軸に沿った方向に周期的に現れていることになる。X 線を用いてリーデルセン断の堆積層内部での発達過程を解析した報告⁶⁾では、幾つかのせん断面が幾重にも重なり合い発達 (覆瓦構造) した結果、周期性をもったせん断が地表面に現れることが確認されている。すなわち、せん断破壊域が全域的に地表面上に押し上げられるのではなく、大きいせん断破壊域となった部分が地表面に到達していることが分かる。この意味においては、本解析の結果はその定性的特徴を大まかに捉えているものと考えられる。

(8) せん断モードが発達するのに必要な
断層水平変位量と層厚の関係^{2),3)}

表 5. $R_i = \text{base slip}/\text{depth}$ ($i = 3, 5, 7$)

モデルの種類	層厚 3cm	層厚 5cm	層厚 7cm
R_i (実験)	0.17	0.14	0.11
R_i/R_3 (実験)	1	0.82	0.65
R_i (解析)	0.17	0.12	0.09
R_i/R_3 (解析)	1	0.71	0.53

せん断モードが地表面上に現れた時点の断層水平変位量を層厚で割った値(R_i)と、各層厚の関係を表 5. に示す。太字で示した値は、層厚が 3cm のモデルの R_3 で各層厚での R_i を割ったものである。砂箱実験の結果と比較的に調和を成す傾向が得られた。塑性領域の地表面到達後、しばらくして分岐現象が現れる結果となった。この特徴は、砂箱実験で報告されている、「断層線直上付近の地表面が膨らんだ後せん断層が発生した」現象とも定性的な傾向でも調和しているといえる。

(9) せん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量の確率分布と層厚の関係^{2),3)}

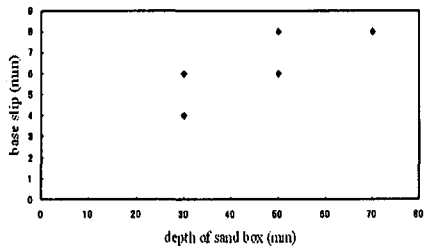


図 11. 層厚～せん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量 (砂箱実験)

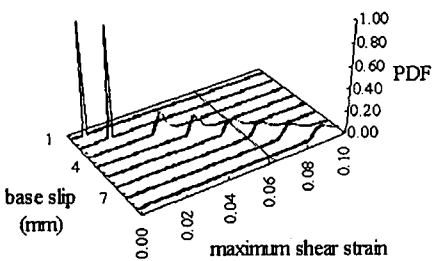


図 12. 断層水平変位量～最大せん断歪の確率密度分布 (層厚 3cm のモデル)

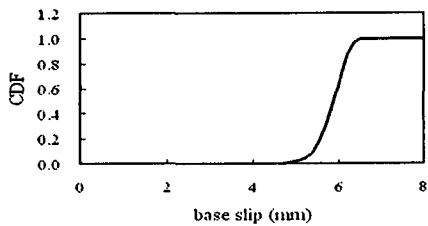


図 13. 断層水平変位量～閾値 (6.3%) を超える最大せん断歪の累積確率分布

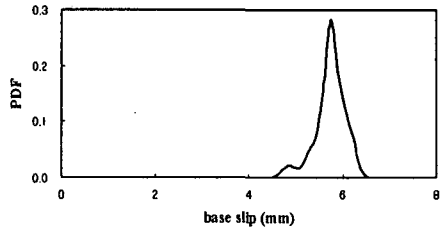


図 14. 断層水平変位量～地表面上にせん断モードが現れる確率密度分布

表 6. 層厚モデルでの地表面上にせん断モードが現れる確率特性 (平均・標準偏差 SD)

モデル	平均 (mm)	SD(mm)	SD/平均 (%)
実験 3cm	5	1	20
解析 3cm	5.75	0.31	5
実験 5cm	7	1	14
解析 5cm	5.96	0.16	3
実験 7cm	8	0	0
解析 7cm	6.25	0.37	6

せん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量の確率特性を、模型実験と数値解析とで比較する。図 11. は、砂箱を用いた模型実験で得られた結果である。横軸には模型実験の層厚を、縦軸にはせん断モードが地表面上に現れた時の断層水平変位量を、それぞれ示している。各層厚ごとに合計 11 回の実験が行われており、この結果からせん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量の平均値と標準偏差が統計的に計算できる (表 6.)。一方、数値解析からは図 12. に示すような各断層水平変位量ごとの確率密度関数が得られるため、模型実験から得られた結果と比較するためには以下のような工夫が必要となる。その手順を図 12.～図 14. に示す。1) 各断層水平変位量に対して、地表面上に現れたせん断モードの中心での最大せん断歪の確率密度分布を求める (図 12.), 2) 図 12. に示す閾値 (6.3%) を超えるような最大せん断歪の確率を求め、断層水平変位量を横軸にその確率を縦軸に累積確率分布を求める (図 13.), 3) 図 13. の累積確率分布から、せん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量の確率密度分布を求める (図 14.)。そして、図 14. から計算される平均値と標準偏差を模型実験結果と合わせて表 6. に載せた。平均値に関しては、模型実験と比較的良好な一致が得られたものの、標準偏差については大きく外れてしまう結果となった。「(6) 最大せん断歪の分岐現象 (a. 断面内)」でも示したが、最大せん断歪の出現形態が実験と解析で異なることから、境界条件のついでの見直しが必要であると考えられる他、確率分布特性に大きく影響を及ぼすパラメータについての検討などがさらに必要と考えられる。

5. 結論

本論文では、地盤材料を用いたモデル実験の再現として、特に基盤の横ずれ断層運動による地表地盤の変形とそのばらつき方、地表地盤の硬さのばらつきや厚さの違いが地表面の変形に及ぼす影響を検討した。既往の砂箱を用いた横ずれ断層実験との比較において、定性的な性質や、断層が地表面に現れるのに必要な断層変位量といった定量的な意味で、良好な一致を見た。しかし、せん断モードが地表面上に現れるのに必要な断層水平変位量のばらつき具合においては、定性的な傾向は似ているものの、定量的な意味での良好な一致とまではいかなかった。今後、この点については、さらに検討してゆく必要があるものと思われる。

付録1: KL(Karhunen-Loeve) 展開⁹⁾

式(4)に現れる $E(\mathbf{x}, \omega)$ は、場所と確率空間に依存する確率過程である。このような確率過程は、場所の関数と確率の関数の積の和として表すことができる。この方法は、KL(Karhunen-Loeve) 展開と呼ばれており、本論文におけるスペクトル確率有限要素法の根幹を成す2種類の展開方法のうちの1つである。

今、弾性係数 E の確率分布が正規分布であるととし、以下のように分解する。

$$E(\mathbf{x}, \omega) = \langle E \rangle (1 + \alpha(\mathbf{x}, \omega)) \quad (8)$$

ここに、 $\alpha(\mathbf{x}, \omega)$ は平均 $\langle E \rangle$ からのずれを表しており、その平均はゼロであり、その確率分布は正規分布である。この時、 $E(\mathbf{x}, \omega)$ の共分散マトリックスの固有関数 $\phi_m(\mathbf{x})$ を用いることで、 $\alpha(\mathbf{x}, \omega)$ は以下のように離散化できる。

$$\alpha(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_m} \phi_m(\mathbf{x}) \xi_m(\omega) \quad (9)$$

式(9)は、 $\xi_m(\omega)$ が直交性を持つのみならず、係数 $\phi_m(\mathbf{x})$ も直交性を持っている点が一般の直交展開と異なる点である。これは、共分散マトリックスの固有関数を利用したためである。 $\xi_m(\omega)$ は確率空間において互いに直交はしているが、必ずしも完全系を構成してはいない。

付録2: PC(Polynomial Chaos) 展開⁹⁾

付録1のKL展開に用いた確率固有関数 $\xi_m(\omega)$ から、確率空間で完全系を成す基底(正規直交基底)を作ることができる。この方法は、PC(Polynomial Chaos) 展開と呼ばれており、本論文におけるスペクトル確率有限要素法の根幹を成す2種類の展開方法のうちの一つとなっている。

例えば、変位増分 $\Delta \mathbf{u}$ は、

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \Delta \mu_0 \Gamma_0 + \sum_{n_1=1}^{\infty} \Delta \mu_{n_1} \Gamma_1(\xi_{n_1}(\omega)) \quad (10)$$

$$+ \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} \Delta \mu_{n_1 n_2} \Gamma_2(\xi_{n_1}(\omega), \xi_{n_2}(\omega)) + \dots \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\omega) \Delta \mathbf{u}_n \quad (11)$$

と表現できる。ここに、

$$\Gamma_p(\xi) = (-1)^p \exp(0.5 \xi^T \xi) \frac{\partial^p}{\partial \xi_{m_1} \dots \partial \xi_{m_p}} \exp(-0.5 \xi^T \xi) \\ \xi = (\xi_{m_1}, \dots, \xi_{m_p}), \quad p = 0, 1, \dots \quad (12)$$

であり、PCと呼ばれる。また、 $\Delta \mu_{n_1}$ は展開係数である。通常、 ξ_m は正規分布となるが、この Γ_n を用いれば、正規分布とはならない確率関数でさえも表すことが可能となる。

参考文献

- 1) (社) 地盤工学会 2001 年度調査委員会報告書、地震時の断層変位に伴う地震災害に関する調査報告書、(2002 年 3 月)。
- 2) 小山良浩、谷和夫：横ずれ断層実験で観察された砂地盤上に発達するせん断層の変形構造、第 28 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集、III-97, p.p.496-497。
- 3) 小山良浩：横ずれ・斜めずれ断層実験で観察された砂地盤に発達するせん断層の構造分析、横浜国立大学 卒業論文、(2002 年 3 月)。
- 4) M.Anders, M.Hori: Stochastic finite element method for elast-plastic body, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 46, 1897-1916, (1999)。
- 5) 中川英則、堀宗朗、M.Anders: 地表地震断層シミュレーションのための弾塑性確率有限要素法とその計算例、応用力学論文集、Vol.4, p.p.453-458, (2001)。
- 6) 谷和夫、上田圭一：砂地盤内に形成されるせん断層の 3 次元構造の X 線 CT による観察—横ずれ断層模型実験を例として—、地盤破壊の三次元的評価に関するシンポジウム 発表論文集 (平成 7 年 3 月), I-9, p.p.161-168。
- 7) 佐藤良輔 編著、阿部勝征、岡田義光、島崎邦彦、鈴木保典 共著：日本の地震断層パラメータ・ハンドブック、鹿島出版会。
- 8) 中田高、今泉俊文 編：活断層詳細デジタルマップ、東京大学出版会。
- 9) R.G. Ghanem, P.D.Spanos: *Stochastic finite elements: a spectral approach*, Springer, Berlin, (1991)。
- 10) 中桐滋、久田俊明：確率有限要素法入門、培風館。
- 11) M.Hori, S.Munashinge: Generalized Hashin-Shtrikman variational principle for boundary-value problem of linear and non-linear heterogeneous body, *Mechanics of Materials*, 31, 471-486, (1999)。
- 12) 久田俊明、野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用、丸善。
- 13) (社) 日本塑性加工学会 編：非線形有限要素法—線形弾性解析から塑性加工解析まで—、コロナ社。
- 14) 横内康人：弾塑性有限要素法の反復型解法、塑性と加工, 33, p.p.977-983。
- 15) P.H.Freenstra, R. de Borst, A composite plasticity model for concrete, *Int.J.Solids Structures*, Vol.33, No.5, p.p.707-730, (1996)。
- 16) 金刀督純、船山哲、吉川弘道：コンクリートのひび割れモデルと有限要素解析。
- 17) 石田毅、渡辺啓行、伊藤洋、北原義浩、松本正毅：低拘束圧下の模型実験材料(岐阜砂等)の静的・動的特性、電力中央研究所研究報告、(1981)。

(2002 年 4 月 19 日 受付)