

## 鉄筋コンクリートスラブの挙動に及ぼす端部拘束条件の影響

Effect of end restraint condition on the behaviors of RC Slab

吉田秀典\*・和田光真\*\*・堺孝司\*\*\*

Hidenori YOSHIDA, Mitsumasa WADA and Koji SAKAI

\*正会員 博士(工学) 香川大学助教授 工学部安全システム建設工学科 (〒761-0396 香川県高松市林町 2217-20)

\*\*学生員 香川大学 大学院工学研究科 安全システム建設工学専攻 (〒761-0396 香川県高松市林町 2217-20)

\*\*\*フェロー 工博 香川大学教授 工学部安全システム建設工学科 (〒761-0396 香川県高松市林町 2217-20)

Nowadays, it is hoping for the room space with the spacious comfortableness in a public building, a office building, and a housing. Though a big span slab is proposed in order to solve such a issue, there are a lot of uncertainties for the mechanical behaviors of the slab. The uncertainties are arisen from loading condition, end restraint condition, initial condition, etc. Among them, the end restraint condition is noticed, and the numerical analyses are carried so as to evaluate its effect on the behaviors or RC slab. In this article, the effect is clarified through the non-linear analytical method in which tension-softening and compressive failure can be considered.

**Key Words :** RC slab, end restraint condition, non-linear behavior, crack, FEM Analysis

## 1. はじめに

近年, 生活スタイルの多様性から, 公共建築物やオフィスビルなどでは柱が少なく, 建築用途の自由度が高い空間が多く採用され, また, 住環境では天井が高く, 広々とした, ゆとりのある部屋空間が望まれている。つまり, 柱や壁といった構造部材を少なくし, 床部材(スラブ)を大型化した大スパンスラブ構造が求められているが, それと同時に, 大スパンスラブ構造に対する安全性, 耐久性, 耐震性, そしてより高い居住性を旨とした防振・除振性などに関する検討が必要となる。こうした要請に応えるためには, 構造および力学的側面よりスラブの性能を照査する必要があるが, 大型スラブに関しては実験による検討が困難であることから, 数値解析による検討が有効視されている。

解析的な検討を行うにあたっては, (1) 構成モデル(応力-ひずみ関係), (2) 解析パラメータ(材料特性など), (3) 二次的部材の影響(スラブでは鉄筋など), (4) 境界条件(載荷条件, 拘束条件) (5) 初期条件(動的解析における初期状態), (6) 時間依存(クリープや劣化など)などについて吟味し, それらを考慮に入れた解析手法を構築することが重要である。その際, 実現象と整合性が取れているかを確認することも必須となるが, こうした要因を全て忠実に考慮するには困難がともない, かつ, ユーザもパラメータの設定などに苦しむことになる。加藤らは<sup>1)</sup>, こうした数値解析の問題をクリアすべく, 床スラブに対する近似解析手法として Rayleigh-Ritz 法を提案し, 有限要素法の解との比較を通して, 提案手法の妥当性を確認している。また, 解析手法を提案すると同時に, スラブの寸法を変化させた解析, 端部固定条件を変化させた

解析など, 多種多様の視点から解析を実施し, スラブの寸法や端部拘束条件がスラブの全体挙動に与える影響について考察している。さらに, 提案手法を多層間の床振動問題への適用するなど, スラブに関わる多くの課題の解決に向けた取り組みが行われており, 興味深い内容となっている。しかしながら, 外力の影響をスラブ中央に集中荷重として載荷するため, 実現象とは乖離がある。特に, 壁や柱との取り付け部になどでは実現象の再現が難しいと思われる。また, 研究の主眼が設計支援の立場にあることから, 材料の非線形性は考慮せずに, 対象材料である床スラブを弾性体として取り扱っている。したがって, ひび割れの発生や, それにともなう材料の非線形性を考慮するには至っていない。そして, スラブの端部拘束条件を変化させてはいるものの, 弾性論に基づく振動解析の範疇で検討しているため, 端部拘束条件がスラブ全体の挙動にどのような影響を及ぼすかまでは考察されていない。

その他にも, 近年では, 大波<sup>2)</sup>・秋元<sup>3)</sup>・渡辺<sup>4)</sup>らのグループや, 森下<sup>5)</sup>・斉藤<sup>6)</sup>らのグループがスラブ振動とその解析方法を提案しているが, いずれも質点モデルであることから, 柱や壁がスラブに与える影響などを明確にすることはできない。

そこで本研究では, 上記のような課題について検討すべく, スラブの非線形性を考慮できる解析手法を用いて, スラブの端部拘束条件が全体挙動に与える影響を考察することを目的とする。なお, 動的な解析を実施した場合, 入力する波形によっては複雑な挙動を呈することから, 可能な限り複雑な要因を排除した上でスラブの端部拘束条件が全体挙動に与える影響を考察するために, 静的な解析を実施することとした。

## 2. 構成モデル

鉄筋コンクリート材料に関する研究事例は多く、同時に、鉄筋コンクリートの構成モデルも数多く提案されている。特に前川らは、鉄筋コンクリートにおける多くの事象について、実験および解析的に詳細な検討を行い、再現性の高い構成モデルを構築し、かつ、それらのモデルを有限要素コードに組み込むことで、汎用性の高い鉄筋コンクリート構造物に対する有限要素解析手法を開発している<sup>7)</sup>。

しかしながら、本研究で解析の対象としているのは建築用のスラブであることから、著者らの一部が提案しているRC基準に準じた構成モデル<sup>8)</sup>を用いることにした。この構成モデルの特徴は、コンクリートおよび鉄筋の変形特性/強度特性など各種特性に関しては、「日本建築学会；鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説<sup>9)</sup>」に準拠しており、また、コンクリートと鉄筋の構成モデルを個別に用意し、コンクリートが破壊を生じた場合に、応力再配分が促されるような構成になっている。特に、コンクリートが引張強度に達した後は、クラックなどの発生に伴う tension-softening や異方的な挙動を再現できるようになっている。ただし、コンクリートのソリッド要素に鉄筋のトラス要素を追加する形となっているため、鉄筋の付着に関しては、解析的には完全固着ということになり、鉄筋の付着すべりを陽な形で評価できるものではない。したがって、鉄筋の付着すべりが支配的となるような領域ではその有効性は不明である。しかしながら、今回の解析においては、一般的な集合住宅におけるスラブを解析対象としていることから、RC基準を参考にして外的荷重を静的に載荷、つまり応力制御による解析を行うため、スラブ全体がわずかでも軟化するような領域は取り扱わない。これより、鉄筋の付着すべりが支配的となるような領域の解析を実施しないことから、上記の構成モデルを採用しても不都合はないものとする。

### 2.1 コンクリートの構成則の概要

採用する構成モデル<sup>8)</sup>は、上述した通り、「日本建築学会；鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説<sup>9)</sup>」に準拠し、構成則を導いている。その概略は図-1に示す通りであり、解析においては、これをソリッド要素として組み込んでいる。構成モデルに関する説明と本解析における解析パラメータを以下に記す。

文献<sup>8)</sup>では、ピーク圧縮強度 ( $f_c=24 \text{ N/mm}^2$ ) の1/3の応力度 (初期降伏応力度  $8 \text{ N/mm}^2$ ) までは初期弾性係数 ( $23,000 \text{ N/mm}^2$ ) を有し、その後、ピーク強度までは  $9,700 \text{ N/mm}^2$  に減じている。コンクリートのピーク時におけるひずみが  $0.15\sim 0.3\%$ <sup>9)</sup> ということから、ピーク時におけるひずみレベルを  $0.2\%$  に設定し、それから逆算してこの勾配 ( $9,700 \text{ N/mm}^2$ ) を求めて

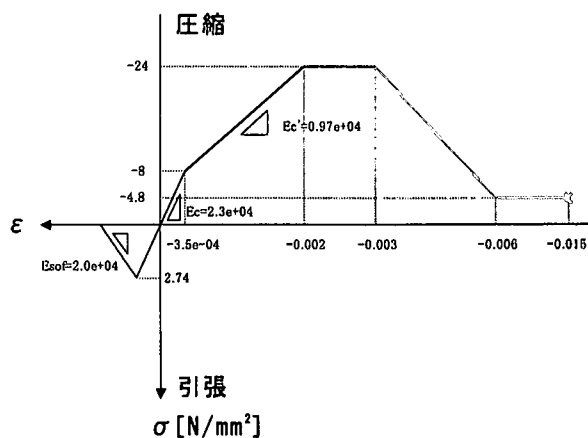


図-1 コンクリートの構成モデル

表-1 コンクリートの材料特性

|         |                          |
|---------|--------------------------|
| ヤング係数   | 23,000 N/mm <sup>2</sup> |
| 初期降伏応力度 | 8.00 N/mm <sup>2</sup>   |
| ピーク応力度  | 24.0 N/mm <sup>2</sup>   |
| 引張強度    | 2.74 N/mm <sup>2</sup>   |
| 降伏関数    | Von-Mises 型              |
| 硬化則     | 等方硬化 (圧縮領域)              |

いる。ピーク強度到達後は、ひずみのレベルが  $0.3\%$  になるまでピーク応力 ( $f_c=24 \text{ N/mm}^2$ ) を保ち、その後、残留応力が  $0.2f_c=4.8 \text{ N/mm}^2$  で、ひずみが  $0.6\%$  になるまで軟化し、最終的に、この残留応力を保ちながら、ひずみだけが增加するものとしている。

一方、引張側は、圧縮側と同じ勾配 ( $23,000 \text{ N/mm}^2$ ) を有しながら引張強度まで上昇し、引張強度に達した後は、クラックなどの発生に伴う tension-softening の挙動を再現できるようモデルを設定している。各要素において最大引張応力を求め、その応力が引張強度に達した場合、最大主応力方向に対して垂直方向な方向にクラックが入るものとしている。この場合、クラックの入った方向に対して直角となる方向にのみ軟化が生じ、他の2方向については軟化はさせず、上記の弾性係数を保つものとしている。これにより、ひび割れ発生・進展に伴うコンクリートの異方性を表現している。軟化勾配およびひび割れ発生後のせん断伝達を支配するせん断保持率に関しては、文献<sup>8)10)</sup>を参考に、それぞれ  $20,000 \text{ N/mm}^2$ 、 $0.1$  と設定した。なお、採用している構成則は、要素内に複数のひび割れが含まれることを前提とした平均化構成則であるため、要素分割によってコンクリートが消費する破壊エネルギーは異なり、局所化を前提とした解析の場合、その前提が崩れない程度に十分小さな要素分割を必要とするが、本解析では、局所化は前提としていない。

本解析でも、文献<sup>9)</sup>を参考にコンクリートの強度を定め、ピーク圧縮強度は、前述の通り、 $f_c=24 \text{ N/mm}^2$

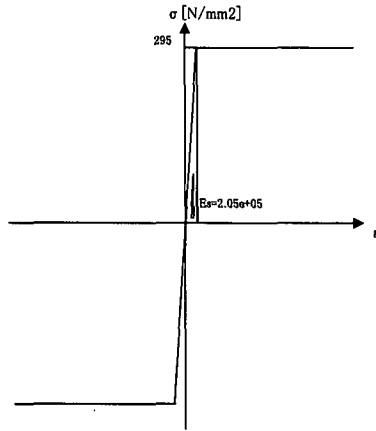


図-2 鉄筋の構成モデル

表-2 鉄筋の材料特性

|       |   |
|-------|---|
| 種類    | SD295, D10@450 (長辺方向)<br>D10@300 (短辺方向) |
| 鉄筋比   | 0.3%                                    |
| ヤング係数 | 210,000 N/mm <sup>2</sup>               |
| 降伏応力度 | 295 N/mm <sup>2</sup>                   |
| 降伏条件  | Von-Mises 完全弾塑性型                        |
| 硬化則   | 等方硬化                                    |

に、また引張強度は、以下の算定式

$$\text{引張強度} = 0.56\sqrt{f_c} \quad (1)$$

を用いて、2.74 N/mm<sup>2</sup>とした。本解析で用いたコンクリートに関する材料特性を表-1にまとめて示す。

## 2.2 鉄筋の構成則の概要

鉄筋についても、文献<sup>8)</sup>で示されている構成モデルは、コンクリートと同様、「日本建築学会；鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説<sup>9)</sup>」に準拠している。その概略は図-2に示す通りであり、解析においては、これをトラス要素として組み込んでいる。ここで、本解析で用いた鉄筋は、マンション建築で一般的に用いられているものとし、その材料特性を表-2にまとめて示す。

## 3. RCスラブの解析

本章では、集合住宅におけるスラブの力学的挙動に与える端部拘束条件の影響を解析的に検討する目的で数値解析を実施し、その結果について考察を加える。採用した構成モデル<sup>8)</sup>は、任意の境界条件、材料形状を有する鉄筋コンクリートの非線形解析が可能であり、かつ、ひび割れの発生・成長に等価な挙動を再現できるという特徴を有するため、本解析では、特にひび割れの発生に着目し、端部拘束条件の違いによって、ひび割れの発生などにどのような違いが生ずるかを検討する。

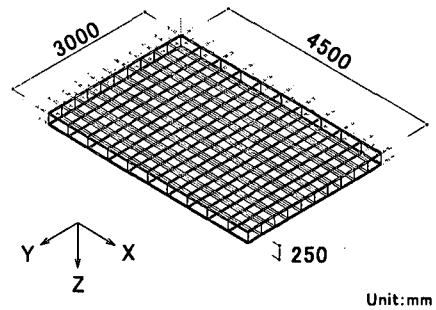


図-3 解析メッシュ

### 3.1 解析概要

解析スラブの寸法は、標準的な集合住宅で用いるスラブサイズを念頭に入れ、短辺寸法を6,000 mm、長辺寸法を9,000 mm、スラブ厚を250 mmとした。ただし、スラブは4辺について同じ境界条件を設定し、かつ、加える荷重に関しては、RC規準を参考にしてスラブ上面より等分布荷重による載荷を行うことから、スラブの挙動は長辺方向および短辺方向に対して対称的な挙動を呈する。そこで、図-3に示すような4分の1の領域についてのみ解析を行なった。対称の中心となる箇所の断面の要素では、面に対して垂直な方向の変位のみを固定し、他の方向についてはフリーとした。

端部拘束条件が及ぼす影響の検討に関しては、拘束の程度を簡易的に表現するために、端部境界において、境界面に対して法線方向(図-3ではX, Y方向)にばね要素(以降、法線ばねと呼ぶ)を用い、壁や梁の影響をばね剛性に置換するという手法を用いた。ただし、実際における壁や梁の影響を忠実に再現するのではなく、(1)全方向の変位を固定(以後、完全固定と呼ぶ)、(2)単純支持+10<sup>6</sup> N/mmの剛性を有する法線ばねを配置、(3)単純支持+10<sup>5</sup> N/mmの剛性を有する法線ばねを配置、(4)単純支持、という4つのケースを便宜的に設定した。ここで、(2)、(3)のようなばねを準備した理由としては、10<sup>10</sup> N/mmの剛性を有するばねを全方向に配置して解析を行った場合、完全固定の解析とほぼ同じ解が得られたことから、10<sup>10</sup> N/mmの剛性を有するばねを完全固定と位置付け、(1)と(4)の中間的な設定として、10<sup>5</sup> N/mmおよび10<sup>6</sup> N/mmを用意した。なお、ばね要素は弾性ばねとした。

解析は3次元有限要素解析とし、材料特性は前章で示した通りである。なお、表-2に鉄筋の配置ピッチを示しているが、このピッチに合わせてメッシュを作成していないため、解析における鉄筋の配置は、作成したメッシュのピッチに合わせて、実際のピッチで鉄筋を配置した場合と挙動が等価になるように断面積を算定して用いた。その他の解析に関する諸条件を表-3にまとめて示す。また、要素数に関しては、スラブ中央の載荷点変位の誤差が5%程度になる数を選択した。

表-3 解析条件

|                       |                          |
|-----------------------|--------------------------|
| 要素タイプ<br>コンクリート<br>鉄筋 | 3次元8節点ソリッド要素<br>2節点トラス要素 |
| 自重                    | 24.0 kN/m <sup>3</sup>   |
| 端部境界                  | ヒンジ/弾性ばね支持/完全固定          |
| 節点数/要素数               | 864/900 (厚さ方向6分割)        |

### 3.2 解析結果

解析においては、まず、弾性解析を実施し、厳密解、および RC 基準<sup>9)</sup>で与えられている算定式から求まる解との比較を行った。

文献<sup>11)</sup>によれば、周辺で固定された長方形板が等分布荷重を満載されるたわみ式(厳密解)  $\omega(x, y)$  は、

$$\omega = \frac{4qa^4}{\pi^5 K} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^5} \times \left\{ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \cosh \frac{m\pi x}{a} \quad (2)$$

というように、級数和として表される。ここで、 $q$  は等分布荷重、 $a$  は短辺方向の寸法、 $b$  は長辺方向の寸法、 $\alpha_m = m\pi b/2a$  である。特に、辺長比が 1.50 の場合、スラブ中央部におけるたわみは、

$$\omega\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = \frac{0.00220qa^4}{K} \quad (3)$$

となる。ここで、 $K = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  は板剛度であり、これは弾性係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、および板厚  $h$  を用いて表される。

また、RC 基準のたわみ式に基づくスラブの中心におけるたわみは、

$$\omega\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = \frac{1}{32} \cdot \frac{a^4 b^4}{a^4 + b^4} \cdot \frac{q}{E \cdot h^3} \quad (4)$$

となる。ただし、式(4)における  $q$  は全荷重を表し、単位体積重量  $\gamma$ 、板厚  $h$ 、および載荷荷重  $q_p$  を用いて以下のように表される。

$$q = \gamma h + q_p \quad (5)$$

ここで、載荷荷重  $q_p$  については、マンション建築で一般的に用いられている、スラブ設計荷重  $2.65 \times 10^{-3}$  N/mm<sup>2</sup> (積載荷重  $1.75 \times 10^{-3}$  N/mm<sup>2</sup>、仕上荷重  $0.9 \times 10^{-3}$  N/mm<sup>2</sup> の合計) を用い、スラブ上面(図-3)への一様載荷とした。

上式からスラブ中央におけるたわみを計算し、解析結果と比較したものが表-4である。なお、厳密解および RC 基準のたわみ式においては、端部の変位を全て拘束していることから、解析も同様に、スラブ端部の

表-4 解析と理論の比較

| スラブ中央でのたわみ量 (mm) |       |             |
|------------------|-------|-------------|
| 解析結果             | 厳密解   | RC 基準による近似解 |
| 0.735            | 0.779 | 0.80        |

変位は全方向とも拘束した。表より、解析結果はやや変位が小さいものの、厳密解と大きな乖離は認められない。厳密解との差は、メッシュの粗さなどに原因があると思われるが、それほど顕著な差ではないことから、このメッシュを用いて、端部拘束条件がスラブ挙動に与える影響を検討することとした。次小節より、スラブの非線形解析の結果を記し、考察を加える。

#### (1) クラックひずみ

前述の通り、本研究では、特にひび割れ(以降、クラックと呼ぶ)の発生・成長に着目し、それが端部拘束条件とどのような関係にあるかについて検討を加える。採用した解析手法<sup>8)</sup>は、コンクリートが引張強度に達成した際に不連続体要素を追加することでクラックの発生を評価するという discrete なモデルではなく、あくまでも smeared にクラックの発生を評価するものである。なお、以降では引張領域においてひずみ軟化した際の非弾性ひずみをクラックひずみと称し、その値は、図-1を基に算出している。

まず、単純支持とした場合のクラックひずみ分布を図-4から図-5に示す。なお、図においては、ばね要素が見られる面が支承面で、ばね要素が無い面が中央断面である。また、キャプションにおける  $S$  はばねの剛性(stiffness)を表している。この場合、クラックは下面の中央部から発生し(図-4、荷重  $0.00529$  N/mm<sup>2</sup>)、荷重の増加にともなって、クラックの発生領域は長辺方向に沿って拡大する。その領域は角点まで広がる(図-5、荷重  $0.00979$  N/mm<sup>2</sup>)。クラックの発生領域が角点まで広がると、本来はスラブ全体が軟化するような挙動に移行するが、今回は載荷重を上面から与える応力制御による解析を実施しているため、解析はつり合いが取れなくなり停止する。軟化域の挙動を追跡するには変位制御による解析が必要となる。なお、上面においてはクラックは発生していない。

次に、端部境界に  $10^5$  N/mm の剛性を有する法線ばねを配置した場合のクラックひずみ分布を図-6から図-12に示す。この場合も、クラックは下面の中央部から発生し(図-9、荷重  $0.00979$  N/mm<sup>2</sup>)、荷重の増加にともなって、クラック発生領域は長辺方向に沿って広がる(図-10: 荷重  $0.01244$  N/mm<sup>2</sup>、図-11: 荷重  $0.01667$  N/mm<sup>2</sup> および図-12: 荷重  $0.01746$  N/mm<sup>2</sup>)。一方、上面においては、単純支持の場合と異なり、それほど広い領域ではないもののクラックが発生している。

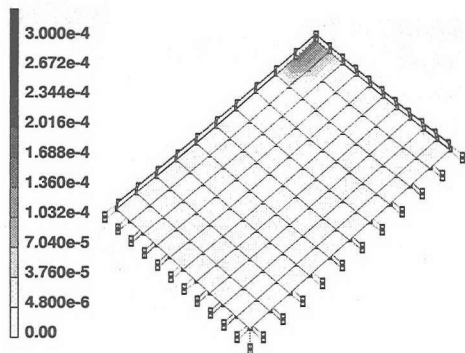


図-4 クラックひずみ分布 (下面, ヒンジ, 0.00529 N/mm<sup>2</sup>)

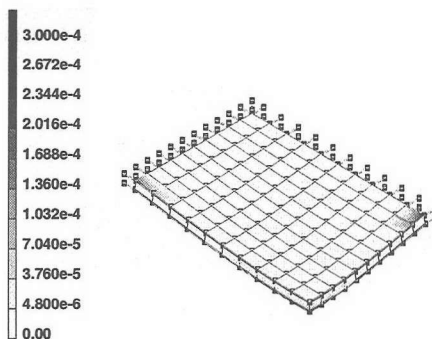


図-7 クラックひずみ分布 (上面, S=10<sup>5</sup>, 0.01667 N/mm<sup>2</sup>)

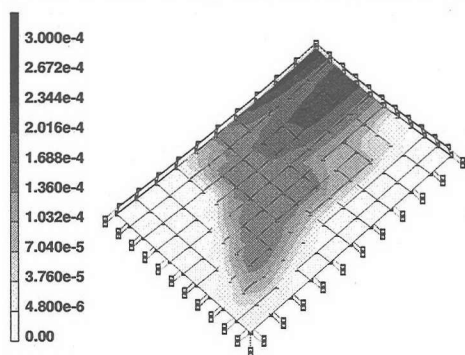


図-5 クラックひずみ分布 (下面, ヒンジ, 0.00979 N/mm<sup>2</sup>)

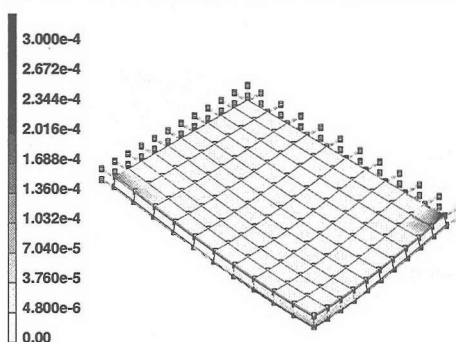


図-8 クラックひずみ分布 (上面, S=10<sup>5</sup>, 0.01746 N/mm<sup>2</sup>)

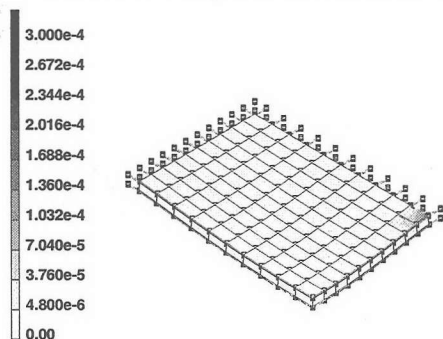


図-6 クラックひずみ分布 (上面, S=10<sup>5</sup>, 0.01244 N/mm<sup>2</sup>)

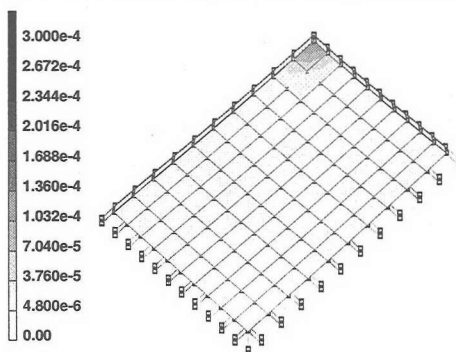


図-9 クラックひずみ分布 (下面, S=10<sup>5</sup>, 0.00979 N/mm<sup>2</sup>)

荷重が 0.01244 N/mm<sup>2</sup> に達した時、長辺方向中心寄りのスラブ端部よりクラックが発生し (図-6)、荷重が 0.01667 N/mm<sup>2</sup> に達すると、短辺方向中心寄りのスラブ端部においてもクラックが発生する (図-7)。前述の通り、本解析は応力制御であるため、短辺および長辺の端部にクラックが入ると (荷重レベルで 0.01746 N/mm<sup>2</sup>)、解析的につり合いが取れなくなる。

さらに、端部境界に 10<sup>6</sup> N/mm の剛性を有する法線ばねを配置した場合のクラックひずみ分布を図-13 から図-15 に示す。この場合は、上述した 2 つのケースとは大きく異なり、クラックは長辺方向中心寄りのスラブ端部の上面より発生し (図-13, 荷重 0.00635 N/mm<sup>2</sup>)、荷重の増加にともなって、クラック発生領域は長辺方向に沿って広がる。荷重が 0.01217 N/mm<sup>2</sup>

に達すると、クラックは短辺方向中心寄りのスラブ端部の上面にも発生している (図-14)。いずれの箇所におけるクラックも端部境界に沿うようにしてその領域を拡大し、やがて全体的なつり合いを失う (図-15, 荷重 0.01720 N/mm<sup>2</sup>)。こうした現象は、10<sup>5</sup> N/mm の剛性を有するばねを配置した場合と共通している。なお、このケースでは、下面にクラックは発生していない。

最後に、端部を完全固定とした場合のクラックひずみ分布を図-16 から図-18 に示す。この場合のスラブの挙動は、10<sup>6</sup> N/mm の剛性を有するばねを配置した場合と似ており、クラックは長辺方向中心寄りのスラブ端部の上面より発生し (図-16, 荷重 0.00820 N/mm<sup>2</sup>)、荷重の増加にともなって、その領域は長辺方向に沿って広がる。荷重が 0.01455 N/mm<sup>2</sup> に達すると、クラック

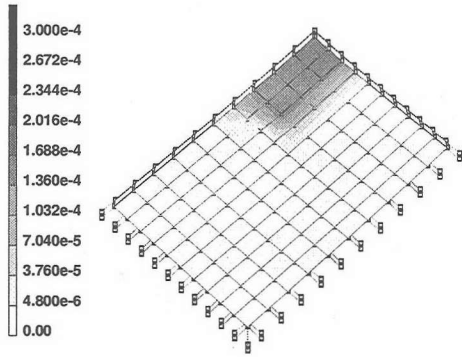


図-10 クラックひずみ分布(下面,  $S=10^5$ ,  $0.01244 \text{ N/mm}^2$ )

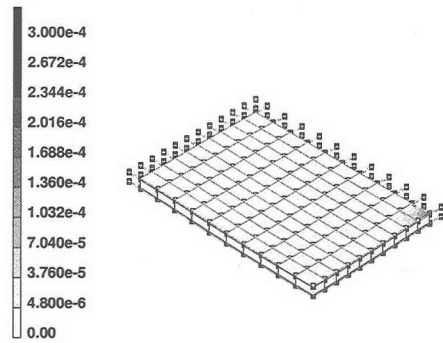


図-13 クラックひずみ分布(上面,  $S=10^6$ ,  $0.00635 \text{ N/mm}^2$ )

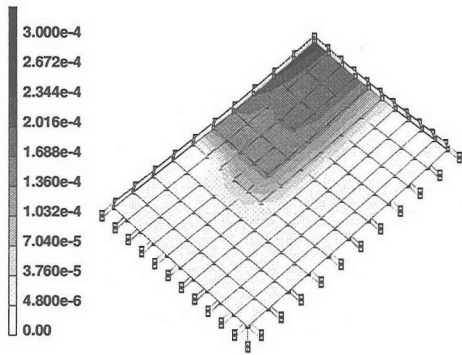


図-11 クラックひずみ分布(下面,  $S=10^5$ ,  $0.01667 \text{ N/mm}^2$ )

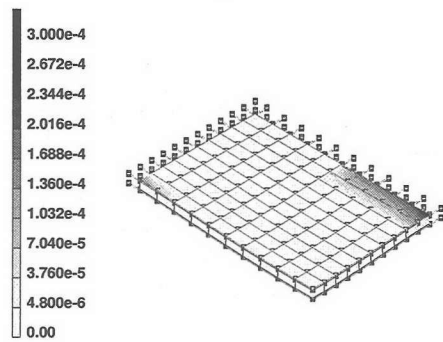


図-14 クラックひずみ分布(上面,  $S=10^6$ ,  $0.01217 \text{ N/mm}^2$ )

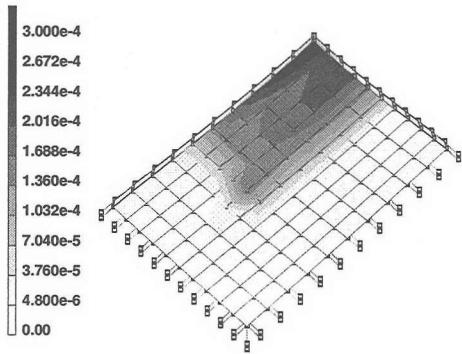


図-12 クラックひずみ分布(下面,  $S=10^5$ ,  $0.01746 \text{ N/mm}^2$ )

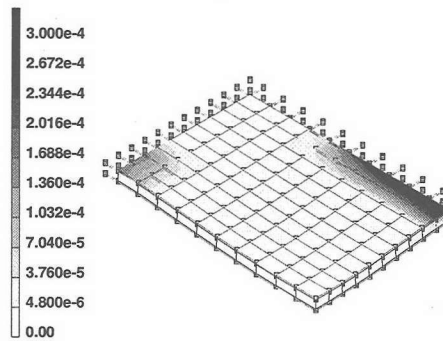


図-15 クラックひずみ分布(上面,  $S=10^6$ ,  $0.01720 \text{ N/mm}^2$ )

は短辺方向中心寄りのスラブ端部の上面にも発生している(図-17)。いずれの箇所におけるクラックも端部境界に沿うようにしてその領域を拡大し、やがて全体的なつり合いを失う(図-18, 荷重  $0.01535 \text{ N/mm}^2$ )。このケースでも、下面にクラックは発生していない。

## (2) クラックの発生と鉄筋コンクリートの挙動

次に、鉄筋を配したスラブについて、その上載荷重(等分布荷重)とスラブ中央における鉛直方向の変位との関係を図-19に、スラブ中央部下面および長辺方向(X方向)中央寄りのスラブ端部の上面におけるクラックひずみとスラブの中央における鉛直方向の変位と関係を、それぞれ図-20および図-21に示す。

端部境界が単純支持、あるいは法線ばねの剛性が  $10^5 \text{ N/mm}$  の場合は、前小節で説明した通り、図-4～図-

12で示されるクラックの発生・成長となる。これらの場合、クラックがスラブ中央の下面から発生するため、図-19から分かる通り、同じ荷重レベルではスラブ中央付近の変位量が大きい。クラックの発生は、端部境界が単純支持の場合で  $0.00529 \text{ N/mm}^2$ 、法線ばねの剛性が  $10^5 \text{ N/mm}$  の場合で  $0.00979 \text{ N/mm}^2$  であるが、これを境にクラックひずみが増大し(図-20)、同時に、増分荷重に対する増分変位が大きくなる(図-19)。また、ばね剛性が  $10^5 \text{ N/mm}$  の場合は、荷重が  $0.01244 \text{ N/mm}^2$  に達すると長辺方向中心寄りのスラブ端部の上面にクラックが生じるが、図-19においては大きな変化は見られない。これより、端部境界付近で生じたクラックは、その領域が小さい間は、それほど中央部に対しては影響を及ぼさないことが分かる。

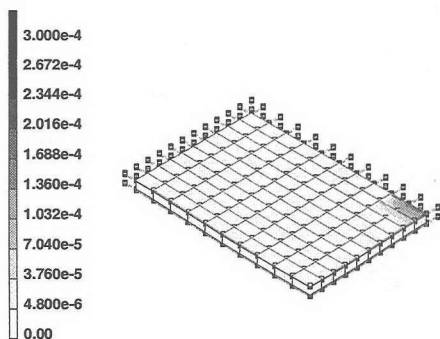


図-16 クラックひずみ分布(上面, 固定, 0.00820 N/mm<sup>2</sup>)

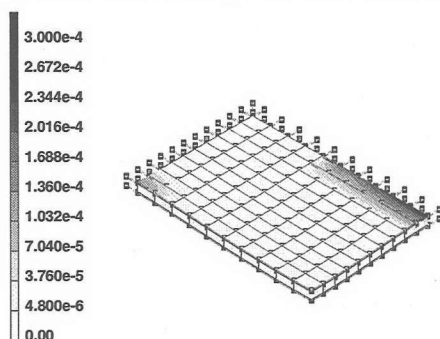


図-17 クラックひずみ分布(上面, 固定, 0.01455 N/mm<sup>2</sup>)

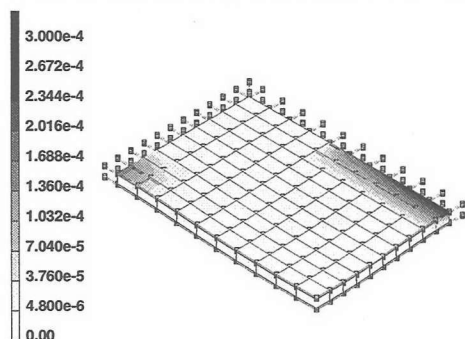


図-18 クラックひずみ分布(上面, 固定, 0.01535 N/mm<sup>2</sup>)

一方、端部境界が完全固定、あるいは法線ばねの剛性が  $10^6$  N/mm の場合は、前述の通り、クラックが長辺方向のスラブ端部上面より発生し、スラブ中央付近では発生しないことから(図-13～図-18を参照)、図-20(スラブ中央下面)および図-21(スラブ長辺方向端部上面)に示すようなクラックひずみが得られる。これらの場合、スラブ中央下面におけるクラックひずみが生じないため、図-19に示すように、変位量は端部境界を単純支持、あるいは法線ばねの剛性を  $10^5$  N/mm とした場合よりも小さい。また、クラックが長辺方向中心寄りのスラブ端部の上面より発生していることを受けて、端部境界が単純支持、あるいは法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合に比べて、中央部の荷重-変位関係に関しては、強い非線形性を呈していない。

以上より、クラックの発生とともにスラブ全体の非線形性が増すが、クラックの発生個所によって、スラブ全体の挙動は大きく異なる。例えば、端部境界を単純支持、あるいは法線ばねの剛性を  $10^5$  N/mm とした場合、クラックがスラブ中央部の下面で発生および成長することから、スラブの中央における鉛直方向の変位が大きくなり、図-19に示されている通り、みかけの剛性は、端部境界を完全固定、あるいは法線ばねの剛性を大きくした場合よりもかなり小さくなる。一方、端部境界を完全固定、あるいは法線ばねの剛性を大きくした場合、クラックはスラブ長辺方向端部の上面のみに発生し、スラブ中央部の下面では発生しないことを受けて、図-19に示されている通り、みかけの剛性は、端部境界を単純支持、あるいは法線ばねの剛性を  $10^5$  N/mm とした場合よりもかなり大きくなる。しかしながら、スラブの巨視的な耐荷力そのものは、端部境界を単純とした場合を除きほぼ同じであり(等分布荷重のレベルで  $0.017$  N/mm<sup>2</sup> 前後)、強度としては差がないことが分かる。ただし、一般的に鉄筋コンクリートにおいては、クラックひずみが増大してコンクリートが応力を負担しきれなくなると、鉄筋への応力再配分が起こるが、すぐに応力再配分が行われるわけではなく、若干、全体の荷重が低減(軟化)した後に、本格的な応力再配分に移行する。その後は鉄筋が応力を負担し、鉄筋が降伏するまでひずみ硬化的な現象が現れ、鉄筋の降伏とともに材料は再び大きな軟化現象を呈する。ところが本解析では、上載荷重を応力制御として与えているため、上述したような全体の荷重が低減に追従できない。したがって、スラブ全体が安定するような方向での応力再配分が生じる前につき合いを失うため、上述したような挙動そのものが、スラブ全体の耐荷評価となるわけではないことに留意されたい。なお、変位制御による解析を行うことで上記の課題は解決するが、現行のスラブの設計では、設計荷重(等分布荷重)を作用させることで評価を行っているため、今回はそれに準じている。

こうした傾向は、無筋スラブについてもほぼ同じである(図-22、図-23および図-24を参照)が、無筋スラブの耐荷力は、全てのケースにおいてRCスラブよりも低下している。図-19と図-22を比較した場合、それぞれのケースにおいてほとんど差がないことから、鉄筋の導入は巨視的な変形特性に大きな影響を及ぼすものではないことが分かる。鉄筋の効果としては、クラックが発生した場合に、適切な応力再配分を促せるか否かがポイントであると考えられる。このことに関しては、図-25から図-29を用いて、以下で議論を行う。

前述の通り、クラックの発生には2つのパターンがある。一つは、端部境界が単純支持、あるいはその法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合のように、まず、クラックはスラブ中央部の下面より発生し、その領域を

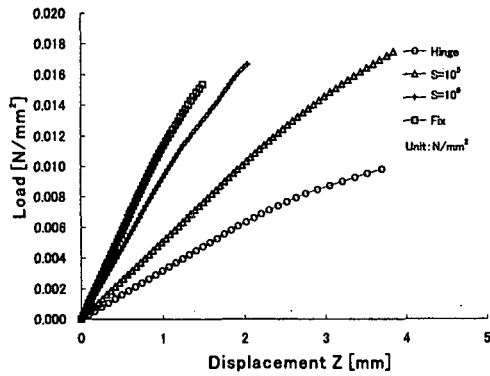


図-19 荷重-変位関係 (中央部, RC)

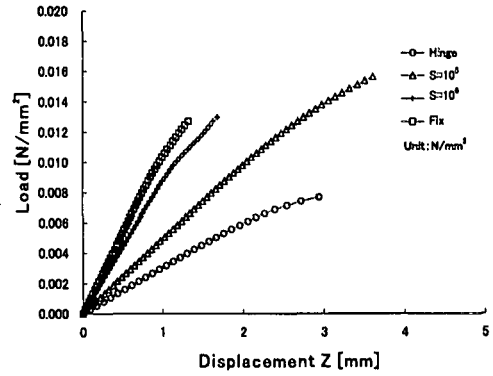


図-22 荷重-変位関係 (中央部, 無筋)

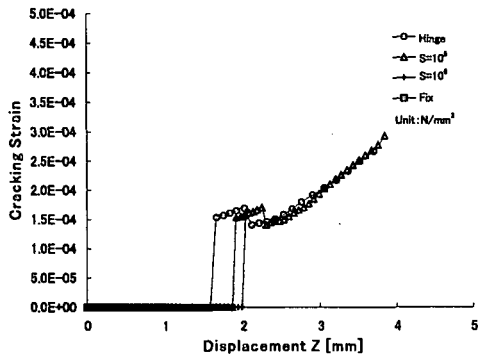


図-20 クラックひずみ (中央部下面, RC)

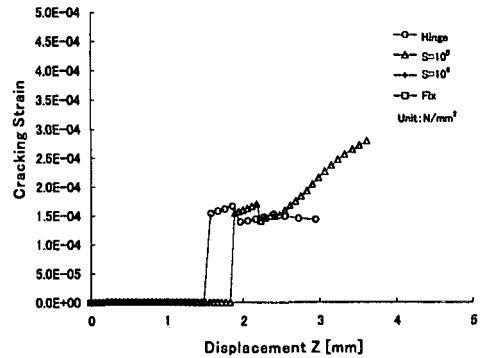


図-23 クラックひずみ (中央部下面, 無筋)

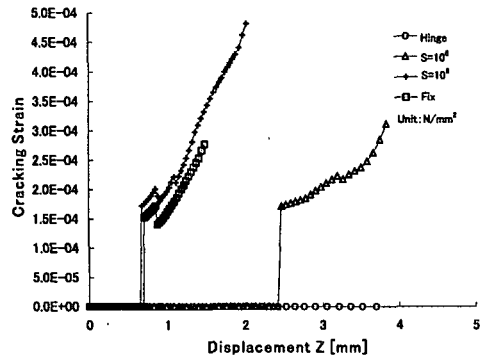


図-21 クラックひずみ (長辺方向端部上面, RC)

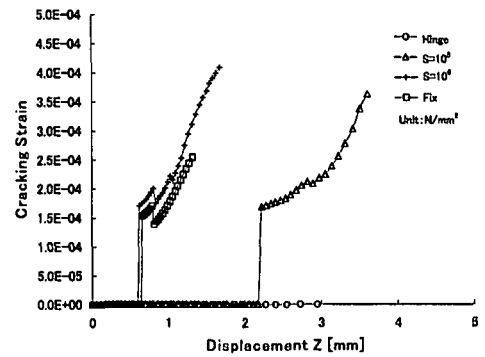


図-24 クラックひずみ (長辺方向端部上面, 無筋)

拡大していくパターンであり、他方は、端部境界が完全固定、あるいは法線ばねの剛性が  $10^6$  N/mm の場合のように、クラックはスラブの端部の上面より発生し、その領域を拡大していくパターンである。そこで、スラブ中央部の下面におけるコンクリートの Y 方向 (短辺方向) の応力を図-25 に、短辺方向に配置した鉄筋の応力を図-26 に、また、長辺方向 (X 方向) 中心寄りのスラブ端部の上面におけるコンクリートの Y 方向 (短辺方向) の応力を図-27 に、短辺方向に配置した鉄筋の応力を図-28 に、それぞれプロットした。なお、載荷に先立って自重解析実施しているため、各部材には初期応力が存在していることに注意されたい。

まず、スラブ中央部の下面に着目する。この付近では、前述の通り、端部境界が完全固定、あるいは法線

ばねの剛性が  $10^6$  N/mm の場合はクラックが生じない、あるいは生じてもかなり最終段階に近いのに対し、端部境界が単純支持、あるいは法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合は早い段階でクラックが発生している。クラックはスラブ中心部の下面より、X 方向 (長辺方向) にも Y 方向 (短辺方向) にも発生しているが、主として、X 方向 (長辺方向) に沿うようにしてクラックの発生領域が拡大している。クラックの方向が X 方向 (長辺方向) とほぼ平行となるため、Y 方向 (短辺方向) のコンクリート応力がクラック発生に伴って低下するが (図-25)、それと同時に、Y 方向 (短辺方向) に配置した鉄筋の応力が増大している (図-26)。これより、鉄筋はコンクリートが負担できなくなった応力を負担していることが分かる。また、図-25 より、荷重レベ



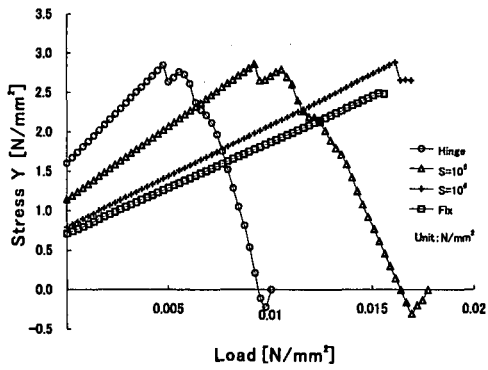


図-25 コンクリート応力 (RC, 中央部下面)

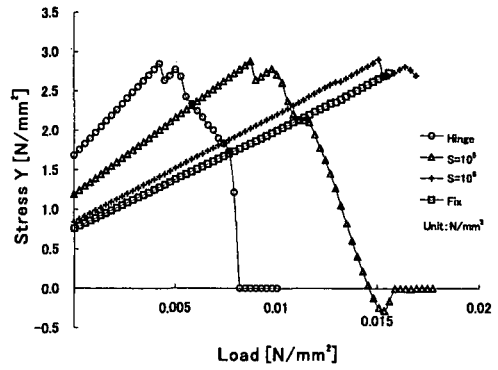


図-29 コンクリート応力 (中央部下面: 無筋)

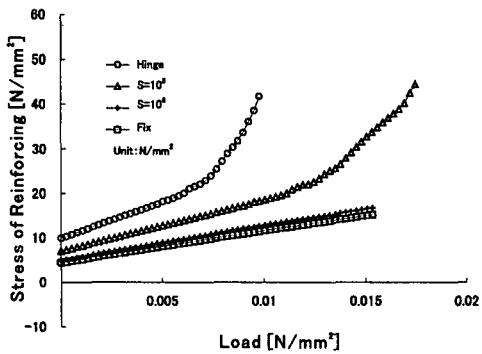


図-26 鉄筋応力 (RC, 中央部下面)

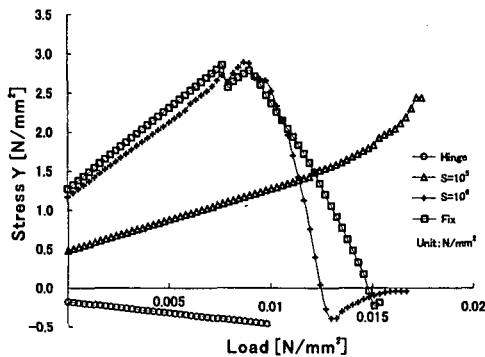


図-27 コンクリート応力 (RC, 長辺方向の端部上面)

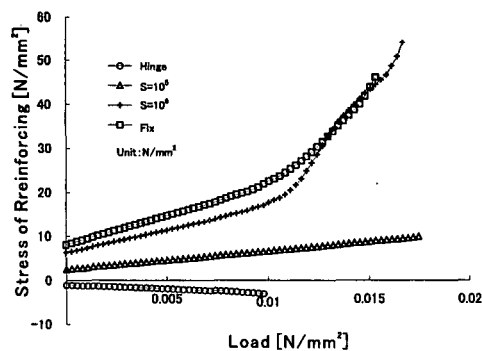


図-28 鉄筋応力 (RC, 長辺方向の端部上面)

ルと比較すると、端部境界が単純支持であるケースにおいてクラックの発生が早く、その領域も大きい(図-5参照)。これより、端部境界が単純支持であるケー

スでは、スラブが早期のうちに耐力を失い、図-19に示す通り、端部境界の法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合よりも最終載荷重がかなり低くなっている。

次に、長辺方向中心寄りのスラブ端部の上面に着目すると、前述の通り、この付近では端部境界が単純支持、あるいは法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合はクラックが生じない、あるいは生じててもかなり最終段階に近いのに対し、端部境界が完全固定、あるいは法線ばねの剛性が  $10^6$  N/mm の場合はクラックが発生する。この場合も、クラックの方向は X 方向(長辺方向)とほぼ平行となるため、Y 方向(短辺方向)のコンクリート応力がクラックの発生にともなって低下する。その現象は、図-27にて確認できる。また、クラックが発生する荷重レベルは、端部境界が完全固定の場合とばね剛性を  $10^6$  N/mm とした場合でほぼ同じであることが分かる。一方、端部境界が単純支持の場合は、Y 方向(短辺方向)の応力は圧縮領域にあり、クラックの発生は認められない。端部境界の法線ばねの剛性が  $10^5$  N/mm の場合は、Y 方向(短辺方向)の引張応力は載荷とともに増加するが、端部にクラックが入ると(荷重レベルで  $0.01746$  N/mm<sup>2</sup>, 図-8参照)、元々、スラブ中央下面よりクラックが発生し、その領域が拡大しているため、巨視的に軟化現象を示すはざである。その後、応力が再配分され、再度、ひずみ硬化現象を示すことが一般的であるが、前述の通り、解析が応力制御であるため、解析はそこまで追従できない。なお、クラック発生にともなう鉄筋の挙動に関する考察は、スラブ中央部下面における鉄筋の挙動とほぼ同じことが考察できることから、ここでは割愛する。

また、RCスラブと無筋スラブの違いを考察するために、無筋スラブについても、中央部の下面におけるコンクリートの Y 方向(短辺方向)の応力を図-29に示した。図-25と比較すると、各ケースにおける挙動は類似しているが、クラックが発生する場合、若干ではあるが RC よりも無筋の方が発生が早いことが分かる。

上述した一連のスラブ挙動は、一般的な鉄筋コンク

リート部材の曲げ試験で観察される挙動に近いものと判断でき、大型スラブにおいても、実際を上記のような挙動を呈することが推察される。ただし、本解析はあくまでも問題設定を単純化、例えば壁の厚さ、柱の太さといったことをモデル化していないことから、必ずしも上述した現象が再現されるわけではないと思われる。しかしながら、端部拘束条件がスラブの挙動に影響を及ぼすことは明白であり、設計における端部拘束の評価が、今後の課題となろう。なお、マンション建築で一般的に用いられている、スラブ設計荷重は  $2.65 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^2$  であるが、本解析ではこの値を大きく上回った荷重を載荷している。これは設計荷重の範囲では、RC スラブは勿論のこと、無筋スラブにおいても、非線形的な挙動が確認できなかったからである。したがって、通常の使用範囲では端部拘束条件に対してナーバスになる必要性はないと考えるが、設定したスラブ寸法よりも大きな寸法を考える場合、ポイドスラブなど初期的に力学的弱面を含む場合、バリアフリースラブに代表されるような切り欠き部などの構造変化部を有する場合、あるいは大きな地震荷重を考慮に入れる場合などは、今回行ったような解析および検討が必要になるものと考えられる。

#### 4. まとめ

本研究では、コンクリートが引張破壊した際に生じるひずみ軟化現象や、クラック発生にともなう異方的な挙動を再現できる RC スラブに対する解析手法<sup>8)</sup>を用いて、端部拘束条件がスラブの全体挙動に及ぼす影響について解析的な検討を行った。本研究の背景としては、例えば、建築物全体の振動解析などを行う際に、建物全体を質点モデルでモデル化した場合は、柱や壁がスラブに与える影響を的確に評価できないことや、柱とスラブを別にして解析を行う際に、端部境界条件をどう取り扱うべきかとういうことなどが挙げられる。

まず、設定した解析対象領域に対して弾性解析を施し、解析解と厳密解および RC 基準で記されているたわみ式より得られる簡易解との比較を行った。それぞれに若干の差はあるものの、厳密解と RC 基準解の差が容認されるものであるとすれば、解析解と厳密解の差もそれほど大きくないことから、スラブの挙動を検討するにあたって、大きな問題はないと判断した。

次に、種々の端部拘束条件の下で、スラブ上面に等分布の上載荷重を与え、その挙動の比較を行った。その際に、本研究ではクラックの挙動に着目し、その発生のタイミング、発生箇所などと端部拘束条件の関係を調査した。一連の解析により、(1) 端部境界の拘束度が大きいと、スラブ端部上面からクラックが発生し、拘束度が小さいと、スラブ中央部下面からクラックが発生する、(2) 発生したクラックは、長辺方向と平行に

その領域を拡張する、(3) スラブ全体の挙動は端部拘束条件に強く支配される、とういう知見を得た。

また、これと同時に、スラブの挙動と鉄筋の挙動の比較を行い、鉄筋部材が応力再配分に寄与する働きを捉えることができた。鉄筋の導入のよって適切な応力再配分が促され、スラブの耐久力を増す効果があることが、明確な形で表現できた。

今後は、静的解析に留まらず、材料の長期、あるいは動的解析を実施する必要性があるものと思われる。

付記： 本研究の一部は、日本学術振興会科学研究補助金（奨励研究（A）課題番号 12750423、研究代表者：吉田秀典）、（財）南海育英会教育研究助成、および（財）香川大学学術振興財団研究助成（ともに研究代表者：吉田秀典）の助成を得て行なった。

謝辞： 本研究を進めるにあたり、建築構造物に関する多くの意見、助言を穴吹工務店・竹下智正氏および沖野旨郁氏より賜りました。ここに感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 加藤泰正, 本間俊雄, 中山昌尚, 増田圭司: Rayleigh-Ritz 法を応用した床スラブの微振動解析, 日本建築学会構造系論文集, No.518, pp147-154, 1999.
- 2) 大波正行, 秋元正博, 井上芳生, 小堀隆治, 渡辺一弘, 長岡徹, 北川良和: スラブ振動を考慮した長大住棟の地震時挙動の評価法(その1) スラブ振動とその解析方法の概要, pp549-550, 日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2 分冊, 1999.
- 3) 秋元正博, 大波正行, 井上芳生, 小堀隆治, 渡辺一弘, 長岡徹, 北川良和: スラブ振動を考慮した長大住棟の地震時挙動の評価法(その2) 解析結果及び考察 pp551-552, 日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2 分冊, 1999.
- 4) 渡辺一弘, 井上芳生, 小堀隆治, 長岡徹, 秋元正博, 大波正行, 北川良和: スラブ振動を考慮した長大住棟の地震時挙動の評価法(その3) 耐震性評価に関する一提案, pp553-554, 日本建築学会大会学術講演梗概集 B-2 分冊, 1999.
- 5) 森下真行, 斉藤芳人, 中山昌尚, 加藤泰正, 増田圭司: 多層床スラブの振動解析システムの開発 一その1. 解析理論, pp333-334, 日本建築学会大会学術講演梗概集 D-1 分冊, 2001.
- 6) 斉藤芳人, 森下真行, 中山昌尚, 加藤泰正, 増田圭司: 多層床スラブの振動解析システムの開発 一その2. 有限要素法との比較, pp335-336, 日本建築学会大会学術講演梗概集 D-1 分冊, 2001.
- 7) 例えば, 岡村甫, 前川宏一: 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991. (多数論文有)
- 8) 吉田秀典, 竹下智正, 堺孝司, 森西隆寛, M. Boulfiza: 低張力材料の構成モデルを用いたポイドスラブの非線形解析, 応用力学論文集, vol.4, pp325-332, 2001.
- 9) (社) 日本建築学会; 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説, 1999.
- 10) 前川宏一, 安雪暉, 土屋智史: コンクリート構造物の破壊解析への応用, コンクリート工学 9月号, pp.54-60, 1999.
- 11) 例えば, 成岡昌夫, 丹羽芳次, 山田善一, 白石成人: 構造力学 第 巻 板の力学, 丸善株式会社, pp121-125, 1970.

(2002年4月19日受付)