

線形化逆散乱解析の高速化と欠陥形状再生への適用

A fast method of linearized inverse scattering analysis and its application to shape reconstruction

中畑和之*・大西正浩**・北原道弘***

Kazuyuki NAKAHATA, Masahiro ONISHI and Michihiro KITAHARA

*学生員 工修 東北大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

**学生員 東北大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

***正会員 工博 東北大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

The principal operation of linearized inverse scattering method for the shape reconstruction of defects is the integration of the scattering amplitude in the K -space, which consists of the wave number and observation angle. In this study, the two dimensional fast Fourier transform is introduced into the inversion algorithm to evaluate the integration in the K -space. In the process of the 2-D FFT, the scattering amplitude is rearranged in the K -space to take account of the Nyquist wave number. Here, the backscattered waveforms measured with the contact-type of piezo-electric transducer are fed into the fast inverse technique. It is shown that the computational time of the inversion is improved without loss of the image resolution.

Key Words : *ultrasonics, shape reconstruction, linearized inverse scattering methods, fast Fourier transform, contact transducer*

1. はじめに

逆散乱解析法は散乱波の積分表現を基に計測散乱波形から逆に散乱体の形状や物性を再生するための解析手法であり、ボルン近似^{1,2)}や高周波近似^{3,4)}を導入することにより逆散乱問題を線形化する過程と各種線形化逆散乱解析法の関係はLangenberg⁵⁾に詳しい。線形化のための周波数帯域や使用する方位情報等の違いにより、線形化逆散乱解析法にはいくつかのバリエーションが存在するが、周波数的には低周波数域の近似とも言えるボルン逆散乱解析と高周波数域の近似を導入したキルヒホフ逆散乱解析が代表であり、これら両手法は実際の計測波形を用いた欠陥形状の再構成に利用されている⁶⁻⁹⁾。ボルン逆散乱解析とキルヒホフ逆散乱解析における欠陥の端から散乱された時間域の波形の相違に着目して、両逆散乱解析法を統合することにより、ボイド状欠陥とクラック状欠陥の大きさを推定する手法を提案したものにSchmerr等の研究¹⁰⁾がある。また、ボルン逆散乱解析が領域型欠陥の内部に反応すること、キルヒホフ逆散乱解析がクラックのような面状欠陥に反応することに着目し、欠陥の識別と形状の再構成を試みた研究¹¹⁾もある。さらに最近、ラドン変換を利用した異方性体中の逆散乱問題への拡張^{12,13)}も開始されている。

ボルン逆散乱解析とキルヒホフ逆散乱解析で波数の取り込み方に若干の違いがあるが、両線形化逆散乱解析手法共に、形状再構成の基本となるアルゴリズムは、方位と波数から成る拡張波数ベクトル空間内で散乱波形が有する位相情報を積分する(重ね合わせる)ことに

ある。本研究ではこの逆散乱アルゴリズムとフーリエ変換との相似性に着目し、この積分過程を2次元高速フーリエ変換(FFT)を利用して実行することにより、逆散乱解析の高速化を試みる。本論文における線形化逆散乱解析と類似した散乱体形状の再構成手法に開口合成法(SAFT)¹⁴⁾がある。この開口合成法は、各走査点ごとに得られる散乱波の位相と振幅を重ね合わせることで散乱体形状を再構成しようとするものであり、重ね合わせの際に必要な位相の適合法の相違により、様々な合成法¹⁴⁻¹⁶⁾が提案されている。ここでも波形計測法との関係において様々な高速化¹⁷⁻²³⁾が試みられている。本論文で述べるボルン逆散乱法とキルヒホフ逆散乱法は共に、弾性逆散乱法に基づいて計測散乱波形そのものを方位と周波数(波数)について積分するという意味において、開口合成の各手法を包含した方法と言うこともできる。

2. 線形化逆散乱解析法

まず、弾性波動論に基づく線形化逆散乱解析法の理論²⁴⁾を参考に、逆解析の高速化に必要な定式化を要約する。ここでは時間挙動が $\exp(-i\omega t)$ である時間調和な波動場(ω は角振動数)を考える。図-1に示すように、均質等方な2次元無限弾性体 D 内に空洞状の欠陥 D^c が存在しているものとする。遠方の測定境界面 S^∞ 上の y 点に設置した探触子によって縦波入射波 u^0 を欠陥近傍のある点 O に向けて送信し、欠陥 D^c によって散乱された縦波散乱波 u^{sc} を同じ位置の探触子で受信するパルスエコー法を採用する。欠陥を取り囲むよ

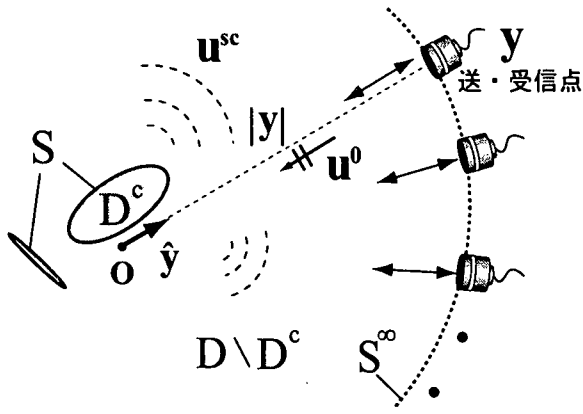


図-1 超音波の送受信

うに多点で散乱波形を計測することにより、受信散乱波形から逆に欠陥の形状を推定する。

実際の超音波計測において、波形は欠陥の寸法に比べて遠方で計測されることが多い。欠陥 D^c によって散乱された波動は散乱縦波と横波が分離できる程度に遠方で計測されるものとすれば、散乱波の遠方表現は2次元平面問題の場合、次のようになる。

$$u_m^{sc:far}(y) = A_m(k_L, \hat{y})D(k_L|y|) + B_m(k_T, \hat{y})D(k_T|y|) \quad (1)$$

ここで k_L と k_T は縦波と横波の波数、 $\hat{y}$ は観測点の方向を表す単位ベクトルであり、 $D(z) = \sqrt{2/(\pi z)}e^{i(z-\pi/4)}$ は円筒波の遠方表現である。式(1)において、 A_m と B_m はそれぞれ縦波と横波の散乱振幅であり、散乱体(欠陥)情報を含むものである。本解析法では受信波動成分のうち縦波散乱振幅 A_m から逆に欠陥形状の推定を試みる。ここで欠陥形状を表す関数と散乱振幅 A_m の関係は、以下のように表される。

領域型に対応した散乱振幅の積分表現は

$$A_m(k_L, \hat{y}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D \Gamma(x) \{ \delta \rho \omega^2 u_i(x) - \delta C_{ijkl} u_{k,l}(x) \partial / \partial x_j \} e^{-ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (2)$$

となる。ここで $\Gamma(x)$ は欠陥 D^c 内において値を有する特性関数である。

$$\Gamma(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in D^c \\ 0 & \text{for } x \in D \setminus D^c \end{cases} \quad (3)$$

また、式(2)の δC_{ijkl} と $\delta \rho$ はそれぞれ母材 D と欠陥 D^c の弾性定数と密度の差を表す物理量である。

また、境界型に対応した散乱振幅の積分表現は

$$A_m(k_L, \hat{y}) = \frac{i}{4\mu} \kappa^2 \hat{y}_i \hat{y}_m \int_D -\gamma(x) C_{ijkl} \{ n_j(x) u_{k,l}(x) - n_l(x) u_k(x) \partial / \partial x_j \} e^{-ik_L \hat{y} \cdot x} dV \quad (4)$$

である。ここで欠陥の境界 S 上においてのみ値を有する特異関数 γ は次のように定義される。

$$\int_D \gamma dV = \int_S dS \quad (5)$$

式(4)の $n(x)$ は欠陥境界 S 上において欠陥 D^c から母材 D を向く単位法線ベクトルである。

縦波散乱振幅は計測された散乱波形からデータ処理⁹⁾によって抽出することができるので、式(2)または式(4)を、欠陥の領域内または境界上で値を有する未知関数 $\Gamma(x)$ と $\gamma(x)$ について解くことができれば、固体内部の欠陥形状と大きさを推定することが可能になる。ここで用いる線形化逆散乱解析法は領域型の積分表現にボルン近似を、境界型の積分表現にキルヒホフ近似を導入することにより、これらの式を線形化して解くものであり、以下のように定式化される。

2.1 ボルン逆解析

欠陥は空洞 ($\delta \rho = -\rho$, $\delta C_{ijkl} = -C_{ijkl}$) であると見なし、欠陥への入射波は平面縦波であると仮定する。領域型の積分表現(2)にボルン近似を導入すれば、計測点における散乱縦波成分の探触子方向 $\hat{y}$ の散乱振幅は次のように表現できる。

$$A(k_L, \hat{y}) \cdot \hat{y} = i \frac{u^0 k_L^2}{2} \int_D \Gamma(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV(x) \quad (6)$$

上式の右辺の積分はフーリエベクトルを $K = 2k_L \hat{y}$ とおいたとき、特性関数 Γ の K -空間⁵⁾における変換像 $\tilde{\Gamma}(K) |_{K=2k_L \hat{y}}$ であることから、欠陥の位置と形状を表す特性関数 $\Gamma(x)$ は散乱振幅 $A(k_L, \hat{y}) \cdot \hat{y}$ の逆フーリエ変換として次のように求められる。

$$\Gamma(x) = \frac{-i}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{8}{u^0 k_L^2} A(k_L, \hat{y}) e^{2ik_L \hat{y} \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (7)$$

ここで、 $A(k_L, \hat{y}) = A(k_L, \hat{y}) \cdot \hat{y}$ とおいた。

2.2 キルヒホフ逆解析

境界型の積分表現(4)にキルヒホフ近似を導入して線形化した縦波の散乱振幅は次式で表される。

$$A(k_L, \hat{y}) \cdot \hat{y} = -\frac{u^0 k_L}{2} \int_D \gamma(x) e^{-2ik_L \hat{y} \cdot x} dV(x) \quad (8)$$

同様にして特異関数 $\gamma(x)$ は K -空間の逆フーリエ変換として次のように表すことができる。

$$\gamma(x) = \frac{-1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{8}{u^0 k_L} A(k_L, \hat{y}) e^{2ik_L \hat{y} \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (9)$$

式(7)と(9)は、計測された縦波散乱振幅 $A(k_L, \hat{y})$ を用いて K -空間内の積分を実行することによって欠陥形状が再構成できることを示している。この逆散乱アルゴリズムはフーリエ変換に基づくものであるから、以下ではこの積分部分に高速フーリエ変換(Fast Fourier Transform: FFT)を適用することで、逆解析実行の高速化を試みる。

3. FFT を用いた高速化手法

3.1 座標変換

K -空間において、欠陥を取り囲むすべての方向 $\hat{y}$ から超音波を送受信できて、すべての波数帯域 k_L の散乱振幅を検出できたとすると、 K -空間における関数 $A(k_L, \hat{y})$ のすべての成分を決定できる。しかし実際の超音波計測において、計測方向や散乱振幅の波数データが連続的に得られるとは限らない。一般的には受信探触子から得られる散乱振幅データ $A(k_L, \hat{y})$ は、図-2の実線で表されるように K -空間上で放射線上に分布する。

ここでは式(7)と式(9)の積分過程にフーリエ変換 (Fourier Transform : FT) の適用を考える。このため極座標系 $(k_L, \hat{y}(\theta))$ で表現された再構成式(7)および(9)を直交座標系 (k_1, k_2) で表現したい。ここで θ は単位ベクトル $\hat{y}$ が k_1 軸となす角 ($\hat{y} = (\cos \theta, \sin \theta)$) であり、図-2に示すように次の関係がある。

$$k_L \hat{y} = \begin{pmatrix} k_L \cos \theta \\ k_L \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

また、座標変換 $k_1 = k_L \cos \theta$, $k_2 = k_L \sin \theta$ において、 $(k_L, \hat{y}(\theta))$ 平面における有界領域 K' が (k_1, k_2) 平面の有界領域 K と1対1に対応しているとき、連続関数 $f(k_1, k_2)$ の積分について

$$\iint_K f(k_1, k_2) dk_1 dk_2 = \iint_{K'} f(k_L, \hat{y}) k_L dk_L d\hat{y} \quad (11)$$

が成立する。従って、ボルン再構成式(7)を直交座標系で表現すると

$$\Gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi^2} \iint \tilde{A}_\Gamma(k_1, k_2) e^{i2(k_1 x_1 + k_2 x_2)} dk_1 dk_2 \quad (12)$$

となる。ここで、

$$\tilde{A}_\Gamma(k_1, k_2) = \frac{-2i}{u^0(k_1^2 + k_2^2)} A(k_1, k_2) \quad (13)$$

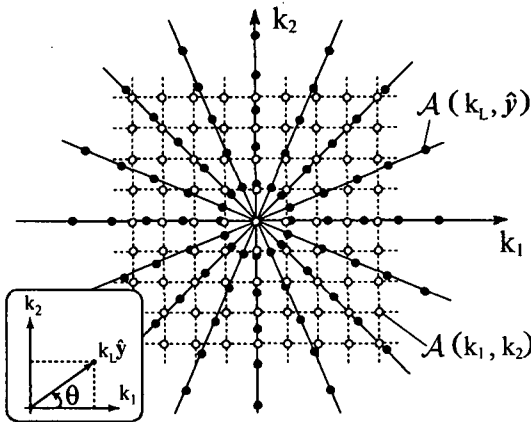


図-2 K -空間における計測値 $A(\bullet)$ とその補間点 $(\circ)$

とおいた。同様にキルヒホフ再構成式(9)は

$$\gamma(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi^2} \iint \tilde{A}_\gamma(k_1, k_2) e^{i2(k_1 x_1 + k_2 x_2)} dk_1 dk_2 \quad (14)$$

となる。ここで、

$$\tilde{A}_\gamma(k_1, k_2) = \frac{-2}{u^0 \sqrt{(k_1^2 + k_2^2)}} A(k_1, k_2) \quad (15)$$

である。後の便宜上、ボルン再構成式(12)とキルヒホフ再構成式(14)を次のように統一的に表記する。

$$G_\sigma(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi^2} \iint \tilde{A}_\sigma(k_1, k_2) e^{i2(k_1 x_1 + k_2 x_2)} dk_1 dk_2 \quad (16)$$

上式の指標 σ はボルン逆解析 (B) またはキルヒホフ逆解析 (K) を表す。

$$G_\sigma = \begin{cases} \Gamma \\ \gamma \end{cases}, \quad \tilde{A}_\sigma = \begin{cases} \tilde{A}_\Gamma & \sigma = \text{Born} \\ \tilde{A}_\gamma & \sigma = \text{Kirchhoff} \end{cases} \quad (17)$$

次に FFT を適用するために、 $k_1 = \pi \hat{k}_1$, $k_2 = \pi \hat{k}_2$ として式(16)を次式のように書き換える。

$$G_\sigma(x_1, x_2) = \iint \tilde{A}_\sigma(\hat{k}_1, \hat{k}_2) e^{i2\pi \hat{k}_1 x_1} e^{i2\pi \hat{k}_2 x_2} d\hat{k}_1 d\hat{k}_2 \quad (18)$$

3.2 離散化

式(18)に示す $\tilde{A}_\sigma(\hat{k}_1, \hat{k}_2)$ の逆フーリエ変換は再構成領域 (x_1, x_2) および K -空間 $(\hat{k}_1, \hat{k}_2)$ において全範囲を解析領域とする。ここでは、上記の2次元 FT 過程に離散フーリエ変換 (Discrete Fourier Transform : DFT) を適用し、有限な範囲の離散計測データが利用できるようにする。実際の計測において $\hat{y}$ 方向の探触子を用いてデジタルオシロスコープで記録される欠陥からの散乱波は、ある波数区間 ($0 < k_L \leq k_{max}$) についての離散値である。すなわち散乱波から得られる散乱振幅データ $A(k_L, \hat{y})$ は図-2において黒丸 $\bullet$ で示される離散点に分布する。DFT を用いるためには、図-2に白丸 $\circ$ で示されるような等間隔な格子点での離散データ $A(k_1, k_2)$ が必要である。実際に計測される黒丸点のデータから、計算に必要な白丸点のデータは内挿補間 (線形補間) によって得られる。 K -空間において $N_1 \times N_2$ 個のデータをサンプリングするとすれば、 K -空間の離散データ $\tilde{A}_\sigma(m_1, m_2)$ に対する再構成領域 $G_\sigma(n_1, n_2)$ は、式(18)の2次元 FT に対応して次式の2次元 DFT によって求めることができる。

$$G_\sigma(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} \tilde{A}_\sigma(m_1, m_2) W_{N_1}^{n_1 m_1} W_{N_2}^{n_2 m_2} \quad (0 \leq n_1 \leq N_1 - 1, 0 \leq n_2 \leq N_2 - 1) \quad (19)$$

ここで、 $W_{N_1} = \exp(2\pi i / N_1)$, $W_{N_2} = \exp(2\pi i / N_2)$ であり、 N_1, N_2 は FFT の高速化の制約から2のべき乗が採用される。

いま、 K -空間のサンプリング間隔を Δk 、最高波数を k_{max} とすると、再構成領域の間隔 Δx とは

$$\Delta x_\alpha = \frac{\pi}{N_\alpha \cdot \Delta k_\alpha} = \frac{\pi}{2k_{max}} \quad (\alpha = 1, 2) \quad (20)$$

の関係がある。上式中の π は、式 (18) で $k = \pi k'$ と置いたことに起因する。 k_{max} が大きい、すなわち広帯域の計測データを用いて逆解析することは、再構成領域の空間分解能が向上することを意味している。

3.3 2次元高速フーリエ変換

本論文では式 (19) で表される2次元DFTを高速実行するアルゴリズムとして、2次元高速フーリエ変換(2D-FFT)を利用する。以下ここで採用した2D-FFTについて述べる。式 (19) で示される2次元DFTの m_1 および m_2 方向に着目すると、2次元DFTを1次元DFTの繰り返しと解釈することができる。この性質に基づき、ここでは1D-FFTを繰り返し使用して2D-FFTを構成した行-列分解法²⁵⁾を採用する。まず、式 (19) は次式のように書き直すことができる。

$$G_\sigma(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{m_1} \left[\frac{1}{N_2} \sum_{m_2} \tilde{A}_\sigma(m_1, m_2) W_{N_2}^{n_2 m_2} \right] W_{N_1}^{n_1 m_1} \quad (0 \leq n_1 \leq N_1 - 1, 0 \leq n_2 \leq N_2 - 1) \quad (21)$$

ここで上式の右辺の括弧内は、 m_1 固定の下では $n_2 = 1, 2, \dots, N_2 - 1$ に対する1次元DFTと解釈することができる。いま、これを

$$\tilde{B}_\sigma(m_1, n_2) = \frac{1}{N_2} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} \tilde{A}_\sigma(m_1, m_2) W_{N_2}^{n_2 m_2} \quad (22)$$

とおくと、2次元DFTは次式のように表される。

$$G_\sigma(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1} \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \tilde{B}_\sigma(m_1, n_2) W_{N_1}^{n_1 m_1} \quad (23)$$

以上の計算は、初めに1次元の N_2 点DFTを各 m_1 に対して合計 N_1 回計算し、 $\tilde{B}_\sigma(m_1, n_2)$ を求めた後、求められた $\tilde{B}_\sigma(m_1, n_2)$ を用いて1次元の N_1 点DFTを各 n_2 に対して合計 N_2 回計算する。このように2次元DFTを1次元DFTの計算に帰着させた後、この1次元DFTを1D-FFTアルゴリズムに基づいて計算する。

4. K -空間からの画像再構成

図-3に、式 (18) における縦波散乱振幅データ $\tilde{A}_\sigma(k_1, k_2)$ ($\sigma = B$ or K) から欠陥の再構成像 $G_\sigma(x_1, x_2)$ への変換過程を示す。計測によって得られた散乱振幅 $\tilde{A}_\sigma(k_1, k_2)$ は図-3(a) に示すように K -空間 (k_1, k_2) に配置される。この配置では四隅に高周波成分が分布し、低周波成分は中心に配置される。ここで離散化の際の折り返し波数²⁶⁾の発生を考慮して、原点を折り返し波数の位置にとって、正負の波数空間成分が連続するように配置を入れ替える。つまり図-3(b) に示すように、低周波成分を周辺に、高周波成分を中央に並び替える。

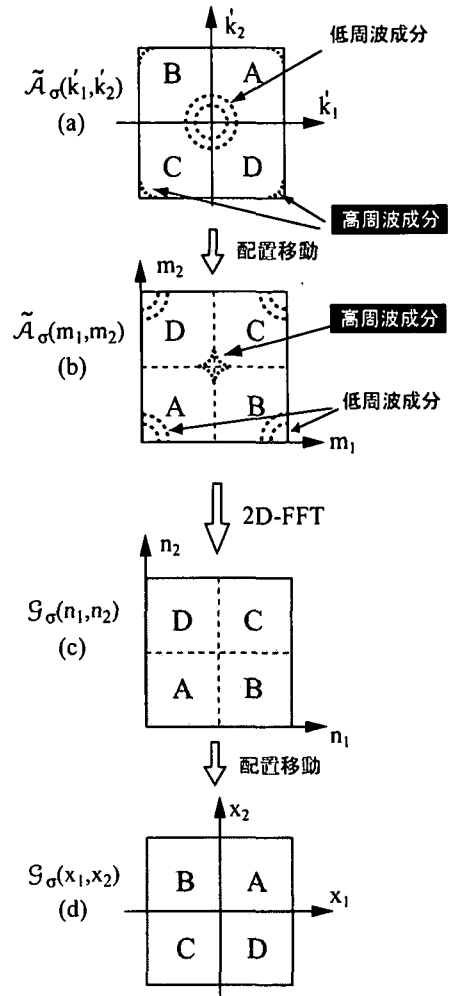


図-3 2D-FFTを用いた K -空間からの再構成手順

ここで、3.3 で示した2D-FFTを実行すると、再構成領域における配置 $G_\sigma(n_1, n_2)$ を得る (図-3(c))。さらにこの配置の順序を元に戻すと欠陥像 $G_\sigma(x_1, x_2)$ が再構成される (図-3(d))。

5. 数値解析結果

ここでは、領域型欠陥として円形キャビティ、表面型欠陥としてクラックが存在するモデルを考える。図-4に示すように、半径 a の円形キャビティと長さ $2a$ のクラックが間隔 $2a$ 離れて存在する欠陥モデルを用いて逆解析シミュレーションを行った。超音波の送信中心 O を円形キャビティとクラックの中間に設定し、欠陥を取り囲むように探触子を配置する。欠陥再構成において縦波散乱振幅データが必要となるが、ここでは境界要素法と散乱波の積分表現²⁷⁾を利用して探触子方向の遠方縦波散乱振幅 $A(k_L, \hat{y})$ を算出した。ここで散乱振幅データは、無次元化縦波波数で表現して $0.1 \leq ak_L \leq 10.0$ の範囲のものを用いた。なお、波長 $\lambda = a$ に対応した無次元化波数は $ak_L^{\lambda=a} = 2\pi$ である。数値解析で得られた $A(k_L, \hat{y})$ の実数部を図-5の上部に、虚数部を下図に示す。

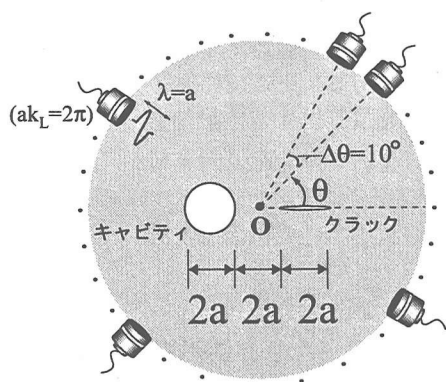


図-4 欠陥モデル (キャビティ・クラック) と送信中心 O

式 (7) と式 (9) を基に, 図-5の実線で示した円の内側の散乱振幅 $\mathcal{A}(k_L, \hat{y})$ を用いて再構成した結果を図-6に示す. 欠陥再構成のためには波数 k_L と探触子方向 $\hat{y}(\theta)$ からなる二重積分を実行する必要がある. ここでは波数間隔 Δk_L を 0.1 刻みとし, 探触子間隔 $\Delta\theta = 10^\circ$ として Gauss 4 点積分 (2 次元) で積分を評価した. このとき $\Delta x_\alpha/a = 0.20$ ($\alpha = 1, 2$) であり $-4.0 \leq x_\alpha/a \leq 4.0$ の範囲で結果を出力した.

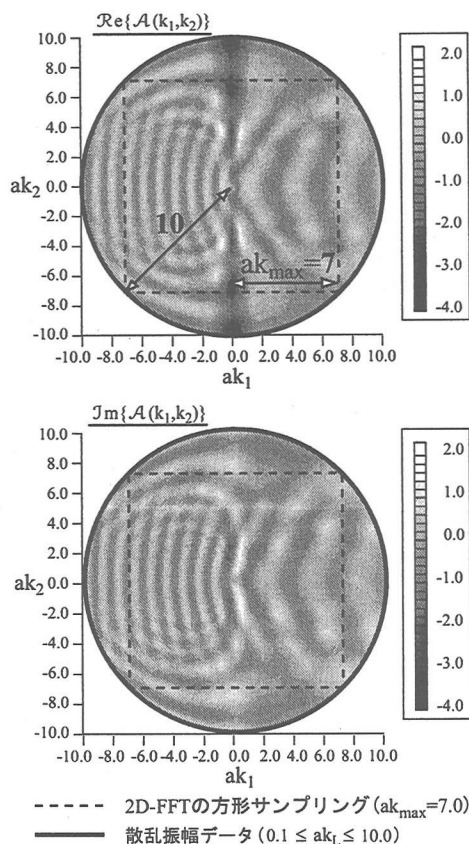


図-5 $\mathcal{A}$ の (k_1, k_2) 平面へのプロット (実部 [上], 虚部 [下])

図-6の上部はボルン逆解析による $\Gamma(\mathbf{x})$ を, 下部はキルヒホフ逆解析による $\gamma(\mathbf{x})$ を表している. また両図とも関数値は各々の最大値で割ることにより正規化してある. ここでボルン逆解析ではキャビティのみを再

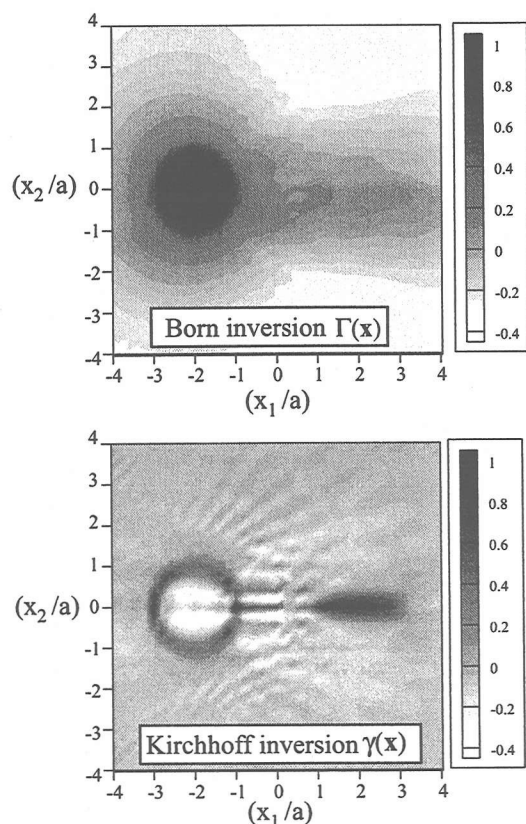


図-6 数値積分による欠陥像の再構成

構成しているのに対して, キルヒホフ逆解析ではキャビティとクラックを再構成している. すなわち, ボルン逆解析では欠陥内部の再構成が可能であり, 対照的にキルヒホフ逆解析は欠陥境界を再現することがわかる.

次に式 (23) を用いて 2D-FFT を実行することによって欠陥形状を再構成した結果を図-7に示す. ここでは図-5の散乱振幅データ $\mathcal{A}(k_L, \hat{y})$ ($0.1 \leq ak_L \leq 10.0$) から, 2D-FFT に必要な点線で示した方形の内側部分の散乱振幅データ (最高波数 $ak_{max} = 7.0$) をサンプリングした. 式 (20) から再構成間隔は $\Delta x_\alpha/a = 0.224$ ($\alpha = 1, 2$) となり, ここではサンプリング数 $N_\alpha = 128$ に設定した. 図-7の欠陥の再構成像は, 数値積分を実行して得られた図-6の再構成像とほぼ同様な結果であることがわかる. 図-5の円形の実線で示された散乱振幅データから 2D-FFT のために点線で示された方形サンプリングをするため, 散乱振幅の高周波成分が欠如するものの再構成結果における感度低下は少ないことがわかる. このことは欠陥像の再構成において低周波成分の波形データの存在が重要であることを意味するものであり, 先に筆者らが発表した再構成のための使用周波数の検討に関する報告結果⁹⁾ に一致する見解である.

従来法 (Gauss 積分法) と高速化法 (2D-FFT 法) における大凡の演算回数と実測計算時間を表-1に示す. 式 (7) と式 (9) を基に数値積分を実行するのに要した計算時間は 35.937sec であった. また式 (23) を基に 2D-FFT

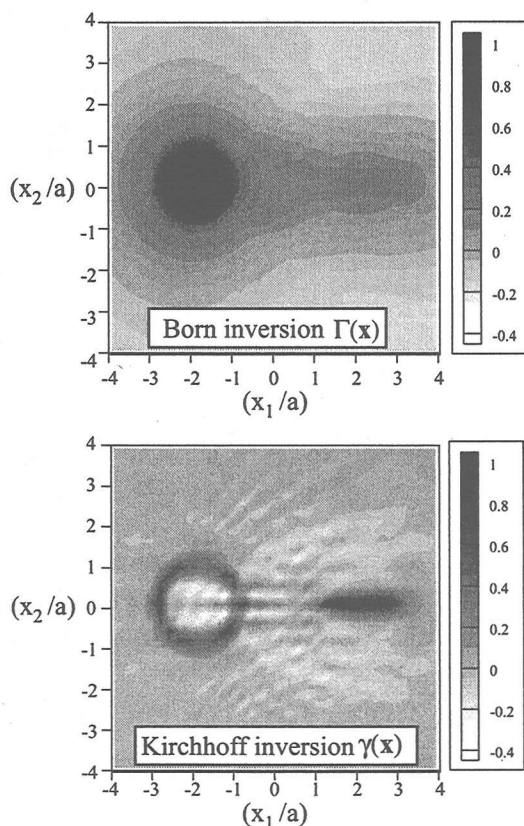


図-7 2D-FFT による欠陥像の再構成

を実行するのに要した時間（データ配置移動を含む）はわずか 0.049sec であり，格段の高速化が実現できていることがわかる．以上の結果を踏まえ，次章ではこの 2D-FFT を利用した逆散乱解析が計測実験による散乱波形を用いても有効に機能することを検証する．

表-1 形状再構成に要した大凡の演算回数と時間の比較

	演算回数(概算)	計算時間
Gauss積分 (従来法)	計測方向($d\theta$):36 Gauss積分:4点×4点 波数間隔(dk_L):100 出力間隔(Δx_0):40×40 $36 \times 100 \times 4^2 \times 40^2 = 9.216 \times 10^7$ 回	35.937sec
2D-FFT	$N_1=N_2=128$ $(N_1N_2/2)\log_2(N_1N_2)=1.147 \times 10^5$ 回	0.049sec
Gauss積分 2D-FFT	$\frac{9.216 \times 10^7}{1.147 \times 10^5} = 803.5$	$\frac{35.937}{0.049} = 733.5$

(CPU:Compaq Alpha 21264 667MHz(Dual), RAM:512MB)

6. 計測波形を用いた欠陥像の高速再構成

冒頭で述べたように，近年，SAFT を利用したコンクリート材料に対する散乱体（欠陥）像の高速イメージング^{19-21, 23)}に関する研究が行われている．線形化逆散乱解析法を用いて計測波形から欠陥形状を再構成する試みは，既に金属材料に対して水浸超音波計測で行われている^{8, 9)}ので，本研究ではコンクリート材料中

の欠陥像の再構成を試みる．一般にコンクリート材料は大断面であるために，水中に沈めて水浸計測を行うことは困難である．そこで探触子を直接材料に接触させて超音波を送受信する接触超音波計測を考える．ここでは骨材を含むコンクリート材料に適用する前段階の検討として，セメントペースト中の欠陥像を逆解析の高速化手法を用いて再構成する．

6.1 実験装置と供試体

図-8に示すような計測装置を用いて超音波パルスエコー実験を行った．パルサーから発せられたパルス状の電気信号は接触型探触子を駆動し，固体内に超音波を発生する．固体内部の空洞状欠陥によって散乱された波動は再び同じ探触子で受信され，電気信号に変換される．その後，ダイプレクサーによって分波された信号はレシーバーによって増幅されて，デジタルオシロスコープで時間域波形として記録される．さらに，LAN を介して波形データをパソコンへ転送し波形処理を行う．なお，パルサーレシーバーは日本マテック社製 1010PR，デジタルオシロスコープは Hewlett Packard 社製 HP-Infiniium，ダイプレクサーは RITEC 社製 RDX-6 を使用した．

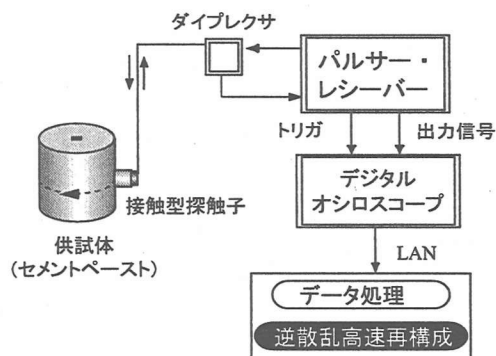


図-8 接触型探触子を用いた超音波計測

供試体は図-9に示すような直径 300mm，高さ 300mm の円柱セメントペーストの中心に欠陥を想定したノッチ型の空洞をあけたものを用いた．ここで使用したセメントペーストの材料定数は室内圧縮試験より得られたもので，縦波波速 $c_L = 3800\text{m/s}$ ，横波波速 $c_T = 2100\text{m/s}$ ，密度 $\rho = 2100\text{kg/m}^3$ である．

接触型探触子として Karl Deutsch 社製 S40 HB 0.3-1 を使用した．探触子の直径は 40mm，公称周波数帯域は 0.3-1.0MHz である．図-10に，この接触型探触子を使用してアクリル底面からの反射波形を計測したものとそのフーリエスペクトルを示す．図-10の左側は反射波形を示しており，横軸はデジタルオシロスコープで得られた波形の時刻，縦軸は得られた電気信号の電圧である．また同図の右側はフーリエスペクトルを表しており，横軸は周波数 (MHz) で縦軸の周波数スペクトルは最大値で正規化してある．

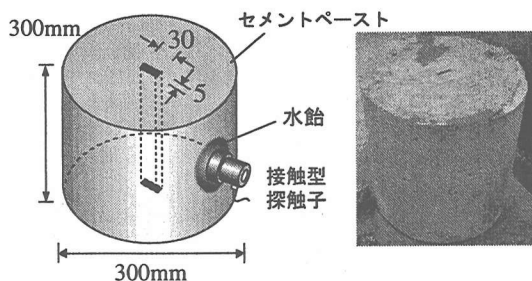


図-9 セメントペースト供試体と欠陥モデル

探触子は円筒側面に接触させて設置し、円筒の中心軸に超音波ビームの中心を合わせて一定面内を 10° 間隔で回転させて超音波を送受信した。この場合、波動場は正確には3次元波動場となるが、円筒供試体の大きさや超音波ビーム幅を選定し、超音波ビームの中心に位置する円筒断面内の波動場は2次元波動場に近くなるように配慮した。本計測実験では探触子を材料に直接接触させて行うため、接触圧、接触面の曲率や凹凸、探触子の固定方法などが問題となる。ここでは接触型探触子と供試体の接触媒質として水飴を用いた。水飴は適度な粘性を有し供試体と探触子の間に生じる隙間を埋めるため、探触子がある程度静止することができ接触圧が安定する。

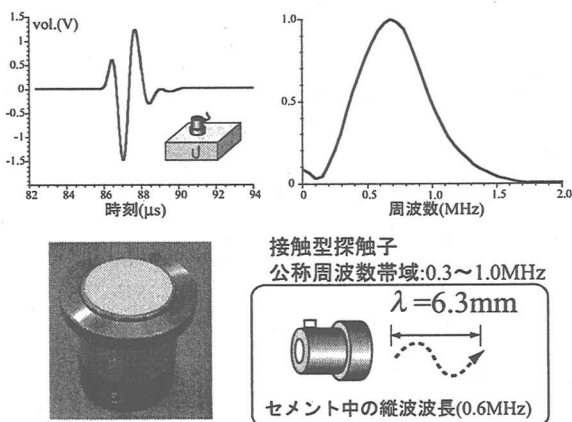


図-10 接触型探触子の波形特性とそのフーリエスペクトル

6.2 データ処理法および再構成手順

受信散乱波を基に散乱体形状を再構成するためには、計測装置および探触子の影響など固体内以外の超音波の伝播経路の影響を取り除き、固体内における散乱波を抽出する必要がある。ここでは、以下に示すようなデータ処理⁹⁾を行う。いま、観測点方向 $\hat{y}$ で得られる時間域の散乱波形 $O^{sc}(t, \hat{y})$ の時間 t に関するフーリエ変換は以下のように表すことができる。

$$O^{sc}(\omega, \hat{y}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} O^{sc}(t, \hat{y}) \exp(i\omega t) dt \quad (24)$$

ここで縦波波速 $c_L (= \omega/k_L)$ を介して、 $O^{sc}(k_L, \hat{y})$ が求まることになる。実際には時間域の散乱波 $O^{sc}(t, \hat{y})$

を得るために、空洞からの散乱波形の前後にゲートをかけて波形をサンプリングし、式 (24) を 1D-FFT によって周波数域に変換する。計測系の線形性を仮定すれば、固体内における空洞による縦波散乱振幅は、参照波形を用いて次のように得ることができる。

$$A(k_L, \hat{y}) \simeq E^{sc}(k_L, \hat{y}) = E^{ref} \frac{O^{sc}(k_L, \hat{y})}{O^{ref}(k_L)} \quad (25)$$

ここで $O^{ref}(k_L)$ は平面空洞を有する同じ材質、外半径の参照波形計測用供試体からの後方散乱波形であり、 E^{ref} は弾性体と空気が接する平面境界に平面弾性波が入射した場合の反射係数に相当し、周波数に無関係な定数として解析的に決定できる量である。未知特性の補正を行った式 (25) は欠陥形状の再構成式における $A(k_L, \hat{y})$ として利用できる。なお、式 (25) の実際の演算は周波数域の参照波 $O^{ref}(f)$ が除算として有意な値を有する範囲内 ($0.1\text{MHz} \leq f \leq 1.6\text{MHz}$)で行っている。以上の要領で時間域の散乱波形から 1D-FFT を用いて波数域に変換した後、この波数域データを 2D-FFT を組み込んで高速化した線形化逆散乱解析法に適用して欠陥像の再構成を試みた。

6.3 計測波形による欠陥像の再構成結果

図-11に式 (23) を用いて 2D-FFT を実行することによって欠陥形状を再構成した結果を示す。ここでは計測された散乱振幅データ ($0.1\text{MHz} \leq f \leq 1.6\text{MHz}$)

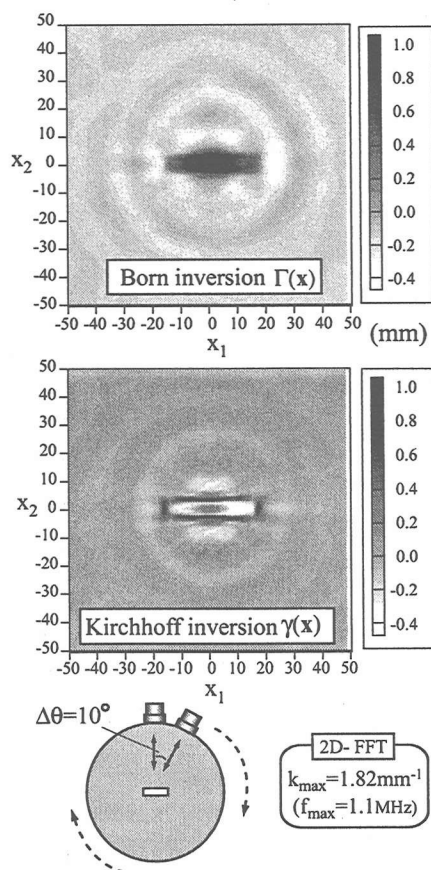


図-11 計測波形を用いた 2D-FFT による欠陥像の再構成

から、2D-FFT に必要となる方形サンプリングを最高周波数 $f_{max} = 1.1\text{MHz}$ (最高波数 $k_{max} = 1.82\text{mm}^{-1}$) で行った。図-11よりボルン逆解析は欠陥の内部を、キルヒホフ逆解析は欠陥の境界を欠陥サイズを含めて鮮明に再現していることがわかる。

7. 結論

数値解析および超音波計測実験で得られた散乱波形に、2D-FFT を用いた線形化逆散乱解析の高速解法を適用して欠陥像の再構成を試みた。具体的には、逆散乱逆解析の積分過程を2次元高速フーリエ変換 (2D-FFT) を適用して実行することで、逆解析の実行時間の短縮を図った。この結果、ボルン逆解析は欠陥の内部を、キルヒホフ逆解析は欠陥の境界を良好に再現できた。欠陥像の再構成には低周波成分が大きく寄与していることから、高速化における2D-FFTのサンプリングによって高周波成分が不足しても、欠陥像の再現性はほとんど低下することなく欠陥像の再構成が可能であることがわかった。

今後は、SAFT 等が有する欠陥の大まかな位置の決定性能に着目し、本解析法の得意とする欠陥像の大きさ・形状決定と組み合わせることで、総合的な弾性体内部の欠陥イメージングシステムの開発を目指したい。

謝辞

本研究は第一著者が日本学術振興会特別研究員であった期間に行われ、平成13年度特別研究員奨励費の補助を受けた。また本研究の一部は科学研究費補助金COE形成基礎研究費(課題番号11CE2003)によって行われた。

参考文献

- 1) Rose, J. H. and Krumhansl, J. A.: Determination of flaw characteristics from ultrasonic scattering data, *J. Appl. Phys.*, Vol.50, pp.2951-2952, 1979.
- 2) Hsu, D. K., Rose, J. H. and Thompson, D. O.: Reconstruction of inclusions in solids using ultrasonic Born inversion, *J. Appl. Phys.*, Vol.55, pp.162-168, 1984.
- 3) Cohen, J. K. and Bleistein, N.: The singular function of a surface and physical optics inverse scattering, *Wave Motion*, Vol.1, pp.153-161, 1979.
- 4) Bleistein, N. and Cohen, J. K.: Progress on a mathematical inversion technique for non destructive evaluation, *Wave Motion*, Vol.2, pp.75-81, 1980.
- 5) Langenberg, K. J.: Introduction to the special issue on inverse problems, *Wave Motion*, Vol.11, pp.99-112, 1989.
- 6) Thompson, R. B.: Status of implementation of the inverse Born sizing algorithm, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.4, pp.611-621, Plenum Press, 1985.
- 7) Schuhmacher, S., Zanger, P. and Langenberg, K. J.: A system model to predict the results of ultrasonic scattering experiments, *J. Nondestr. Eval.*, Vol.13, pp.147-154, 1994.
- 8) 廣瀬壮一, 鍋野博章, 大友謙: 空洞再構成のための逆散乱解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.453-460, 1997.
- 9) 中畑和之, 北原道弘: 計測波形による欠陥形状の再生と使用周波数に関する考察, 応用力学論文集, Vol.3, pp.91-98, 2000.
- 10) Schmerr, L. W., Sedov, A. and Chiou, C. P.: A unified constrained inversion model for ultrasonic flaw sizing, *Res. Nondestr. Eval.*, Vol.1, pp.77-97, 1989.
- 11) Kitahara, M., Nakahata, K. and Hirose, S.: Elastodynamic inversion for shape reconstruction and type classification of flaws, *Wave Motion*, In press, 2002.
- 12) de Hoop, M. V. and Bleistein, N.: Generalized Radon transform inversions for reflectivity in anisotropic elastic media, *Inverse Problems*, Vol.13, pp.669-690, 1997.
- 13) de Hoop, M. V. and Brandsberg-Dahl, S.: Maslov asymptotic extension of generalized Radon transform inversion in anisotropic elastic media: a least-squares approach, *Inverse Problems*, Vol.16, pp.519-562, 2000.
- 14) Steinberg, B. D.: Microwave imaging of aircraft, *Proc. IEEE*, Vol.76, pp.1578-1592, 1988.
- 15) Kino, G. S.: Acoustic imaging for nondestructive evaluation, *Proc. IEEE*, Vol.67, pp.510-525, 1979.
- 16) Nagai, K.: A new synthetic-aperture focusing method for ultrasonic B-scan imaging by the Fourier transform, *IEEE Transactions on Sonics Ultrason.*, Vol.32, pp.531-536, 1985.
- 17) Ozaki, Y., Sumitani, H., Tomoda, T. and Tanaka, M.: A new system for real-time synthetic aperture ultrasonic imaging, *IEEE Transactions on UFFC*, Vol.35, pp.828-838, 1988.
- 18) Busse, L. J.: Three-dimensional imaging using a frequency-domain synthetic aperture focusing technique, *IEEE Transactions on UFFC*, Vol.39, pp.174-179, 1992.
- 19) Gaydecki, P. A., Burdekin, F. M., Damaj, W., John, D. G. and Payne, P. A.: The propagation and attenuation of medium-frequency ultrasonic waves in concrete: a signal analytical approach, *Meas. Sci. Technol.*, Vol.3, pp.126-134, 1992.
- 20) Gaydecki, P. A. and Burdekin, F. M.: An inductive scanning system for two-dimensional imaging of reinforcing components in concrete structures, *Meas. Sci. Technol.*, Vol.5, pp.1272-1280, 1994.
- 21) Tao, L., Ma, X. R., Tian, H. and Guo, Z. X.: Phase superposition processing for ultrasonic imaging, *J. Sound and Vibration*, Vol.193, pp.1015-1021, 1996.
- 22) Yamani, A.: Three-dimensional imaging using a new synthetic aperture focusing technique, *IEEE Transactions on UFFC*, Vol.44, pp.943-947, 1997.
- 23) Shandiz, H. T. and Gaydecki, P. A.: An enhanced, high-speed ultrasonic SAFT system for imaging of defects within concrete structures, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.20, pp.703-709, American Institute of Physics, 2001.
- 24) 北原道弘, 中畑和之, 廣瀬壮一: 線形化逆散乱解析法の欠陥位置と形状再構成能に関する一検討, 応用力学論文集, Vol.1, pp.167-174, 1998.
- 25) 佐川雅彦, 貴家仁志: 高速フーリエ変換とその応用, 昭晃堂, 1992.
- 26) 谷口慶治 編: 画像処理工学 基礎編, 共立出版, 1996.
- 27) 小林昭一 編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.

(2002年4月19日受付)