

GIS 援用による広域地下水流動逆解析による透水量係数の同定

Identification of transmissivities in land subsidence area based on back analysis of groundwater flow aided by GIS

村上 哲*, 安原一哉**, 小峯秀雄***, 早野智博****, 愛澤有一*****

Satoshi Murakami, Kazuya Yasuhara, Hideo Komine, Tomohiro Hayano, Yuichi Aizawa

* 工修, 茨城大学助手, 工学部都市システム工学科 (〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

** 工博, 茨城大学教授, 工学部都市システム工学科 (〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

*** 工博, 茨城大学助教授, 工学部都市システム工学科 (〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

**** 日本道路株式会社 (〒105-0004 東京都港区新橋 1-6-5)

***** 福島県 県南建設事務所 (〒961-0971 福島県白河市字昭和町 269)

Northern Kanto Plane has severely been affected by land subsidence due to groundwater abstraction. It is necessary for decision making of abstraction to determine a precisely distribution of groundwater fluctuation due to groundwater abstraction in the objective area. Finite element method is used to determine how the groundwater fluctuation distributes over the area. It is necessary for calculating in advance to know transmissivities of ground in the whole area. However, it is difficult to get the information from in-situ investigations in the case of the wide area such as the Northern Kanto Plane. In this study, therefore, the transmissivities were identified by means of back analysis of the groundwater level and abstraction data collected for 10 years. GIS has been used for establishing databases which are necessary to perform back analysis and then to visualize the results from the finite element analysis.

Key Words: Groundwater, Transmissivity, Back analysis, Land subsidence, Geographical Information System(GIS)

キーワード: 地下水, 透水量係数, 逆解析, 地盤沈下, 地理情報システム

1. はじめに

関東平野北部地域では地下水揚水に伴う地盤沈下が深刻な問題となっている。今後、継続的に地下水の揚水が行われた場合には、社会基盤施設の機能低下、洪水危険性の増加などの被害が懸念される¹⁾²⁾。この地域における地盤沈下が生じる主な要因は地下水の揚水である。地下水揚水は地下水位を変動させ、地盤内有効応力が増加するために軟弱層の圧縮が生じる。地下水位の低下あるいは変動に起因する地盤沈下の観測的予測手法については Murakami ら¹⁾³⁾⁴⁾、望月ら⁵⁾により提案されている。したがって、地下水揚水による地下水位変動を正確に推定することによって、これらの方法が適用できれば、最適な揚水計画が可能となり、地盤沈下が引き起こす被害を減じることが可能となると考える。

地下水揚水による地下水位変動を推定するためには、まず、対象領域全域にわたって地下水位の空間分布を推定しなければならない。なぜなら、地盤沈下が生じる大きさはその地点の地下水位変動を考慮して予測できるのに対し、地下水揚水はその揚水地点だけではなく広範囲の地下水位に影響を及ぼすからである。広範囲における揚水による

地下水位変動を予測するためには有限要素法を用いた地下水浸透解析⁶⁾⁷⁾が有効である。しかしながら、地下水浸透解析を実施するためには、地盤内の透水係数あるいはそれに帯水層厚を乗じた透水量係数を取得し、適切な境界条件を事前に知る必要がある。しかし、本研究で対象とする関東平野北部のような広領域では、地盤調査により透水量係数を取得することは困難である。一方、多くの地盤沈下地域では沈下量の観測ならびに、その要因である地下水位の変動観測、地域の揚水統計が継続的に行われることが多い⁸⁾。本研究で対象としている関東平野北部地域も同様である。これらの観測結果を有効に利用し、地盤内の透水量係数を求めることができることは揚水地域で地盤被災地域を見極め、地域の揚水計画を立案する上で非常に有用である。

そこで、本研究では関東平野北部の広域地盤沈下を対象とし、121 地点における過去 10 年間の地下水位観測結果と 135 の市町村毎に集計された揚水量の結果を用いて、有限要素法による逆解析を行い透水量係数の同定を行った。特に、煩雑となる入力データの作成および同定結果の表示には地理情報システムを活用した。

2. 逆解析手法による地盤内透水量係数の同定法

2.1 逆解析による透水量係数の同定問題の定式化

地下水浸透流解析の逆解析手法に関する先進的な研究では、拡張ベイズ法⁹⁾や拡張カルマンフィルタ法¹⁰⁾による手法がある。これらはいずれも透水量係数を求める場合に透水量係数の事前情報を最大限に活用した手法である。本研究においても透水量係数の同定を行うものであるが、事前情報が得られていないので、最小二乗法による同定を行った。最小二乗法による逆解析においては、観測値が比較的少ないときは観測値の誤差の影響を受け、偏りがあるような場合は行列式がゼロに近い状態となり逆行列の計算が不可能となる場合がある。いわゆる、不適切性の問題を抱えている。この問題を克服する為には、出きる限り多くの組の偏りのない観測データをそろえる必要がある。本研究で対象とした関東平野北部地域においては、比較的分散した121点の観測井が存在し10年以上も観測が継続して行われている⁸⁾。また、揚水量も工業および生活用のみであるが市町村単位でおよそ10年間の集計が行われている。これらの情報を一度に用いる最小二乗法を適用することにより不適切性の問題は回避できると考える。以下、最小二乗法を用いた透水量係数の同定法について述べる。

定常地下水浸透流問題に有限要素法を適用した場合、順解析においては最終的に境界条件を考慮した次の連立方程式を解く問題に帰着する^{6,7)}。

$$\mathbf{K}\mathbf{h} = \mathbf{q} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{K}$ は未知の透水量係数 θ の関数で表される全体剛性マトリックス、 $\mathbf{h}$ は地下水位ベクトル、 $\mathbf{q}$ は全体フラックスベクトルである。なお、以下の記述では、式(1)は等水頭境界における境界条件も考慮し縮退させたものであり、全体フラックスベクトルも θ の関数であることに注意する。

ある透水量係数 θ を用いたモデルによる地下水位の計算値は、式(1)の逆関係より、

$$\mathbf{h} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{q} \quad (2)$$

と表せる。観測された地下水位を $\mathbf{h}^*$ とすれば、透水量係数を未知とし、これを観測結果から最小二乗法により推定することは、次の評価関数 J を最小化する問題である。

$$\min J(\theta) = (\mathbf{h}(\theta) - \mathbf{h}^*)^T \mathbf{W}(\mathbf{h}(\theta) - \mathbf{h}^*) \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{W}$ は重み係数マトリックスである。

評価式(3)を最小化する解を求める式を Gauss-Newton 法により解く場合、次の方程式を解くことに帰着する。

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial \mathbf{h}(\theta)}{\partial \theta} \right)^T \mathbf{W} \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\theta)}{\partial \theta} \right) \right] \Delta \theta \\ & = - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\theta)}{\partial \theta} \right)^T \mathbf{W}(\mathbf{h}(\theta) - \mathbf{h}^*) \end{aligned} \quad (4)$$

計算は、初期値として θ に適当な値を与え上式の方程式を解き $\Delta \theta$ を求める。得られた解 $\Delta \theta$ から θ を更新し、再び方程式を解く。これを $\Delta \theta$ が非常に小さくなるまで繰り返す。

具体的に式(4)を解くためには、式(2)を θ で変微分する $\partial \mathbf{h}(\theta)/\partial \theta^T$ を求めておく必要がある。地下水位ベクトル $\mathbf{h}(\theta)$ が、全体透水剛性方程式の逆関係式(2)を満たしているため、これより、 $\partial \mathbf{h}(\theta)/\partial \theta^T$ は次式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\theta)}{\partial \theta^T} = -\mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta^T} \mathbf{h} + \mathbf{K}^{-1} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \theta^T} \quad (5)$$

2.2 AIC と残差分布を用いた透水量係数のゾーニング

理想的な透水量係数のゾーニングモデルは、計算された地下水位が観測地下水位と誤差が小さくなるようなモデルである。そこで、ゾーニングは観測(真の)地下水位と計算地下水位の誤差に着目する。また、地下水位の勾配は透水量係数に左右されること、すなわち、透水量係数が変化し地下水位の勾配が変化する個所がゾーンの変化する個所であるという点にも着目する。この2つの点から、図-1のように誤差と計算地下水位を比較すると、真の地下水の勾配が変化する個所を把握できる。その真の地下水位の勾配が変化する個所が新たにゾーニングを行なう個所である。またもし、間違ったゾーニングを行なったとしても、その部分で誤差が大きくなる場合や、ゾーニング個所と異なる個所に誤差が現われる場合があるので、逆に不適切なゾーニング個所を見つける目安となる。

ゾーニングは誤差の変化と計算地下水位を比較して視覚的に判断するために、計算地下水位を図化したものや、誤差のコンター図・傾斜方向の分布図を用いて誤差の変化が分かりやすいようにする。

作成したゾーニングモデルの判定には AIC を用いる。本研究では測定誤差の標準偏差が未知であるので次の式(6)を用いた。

$$AIC = n \cdot \ln(J) + 2r \quad (6)$$

ここで、 n はデータの総数、 J は式(32)で定義した測定値と計算値の重み付き残差二乗和、 r はゾーンの数である¹¹⁾。

AIC と誤差分布を利用した手順は以下のようになる。

- ① 観測地下水位・境界条件・揚水量のデータを用いて、対象領域を1つのゾーンとして逆解析を行ない透水量係数を同定する。
- ② 逆解析で得られたゾーニングモデルと透水量係数を用いて順解析を行ない、地下水頭の計算値を求める。
- ③ 地盤の観測地下水位と逆解析によって得られたモデルの計算地下水位との誤差を求める。
- ④ 地下水位の観測値と計算値から AIC を求める。
- ⑤ 地下水位の観測値と計算値の誤差とその分布から

ゾーンの数を増やし、次のゾーニングを決定して、再び逆解析を行なう。

- ⑥ この解析を AIC が最小になるまで繰り返す。

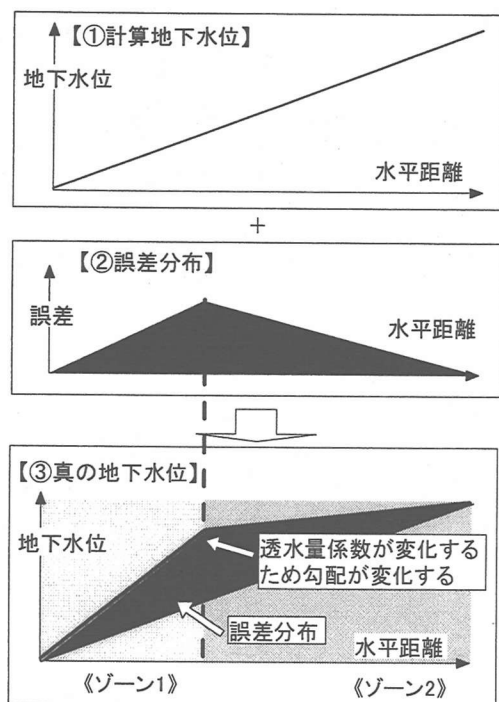


図-1 ゾーニングの手順

前節において定常浸透流における透水量係数を求める同定問題を定式化した。この逆解析手法による透水量係数の同定問題を計算するためには、計算対象とする時期と透水量係数のゾーンを決める必要がある。また、ある時期における地下水浸透が定常状態であることが必要条件として挙げられる。そこで、解析対象となる関東平野北部地域の地下水変動特性について、以下の点に着目する¹¹⁾。

- ・地下水の時系列的変動は、1年周期の変動特性を持っており、灌漑期に当たる夏の時期に最も水位が低下し、非灌漑期の冬季においては地下水位が回復する。特に、12月～2月はほぼ一定の水位である。
- ・地下水揚水の用途は、生活用、工業用と農業用である。これらのうち生活用と工業用の揚水は年間を通してほぼ一定である。一方、農業揚水は灌漑期にあたる夏季に揚水が行われる。

以上の2点から2月の地下水位は、定常流れにおける水位であると考えることができる。したがって、逆解析を行う地下水流れ場は、2月を用いることとする。

対象とした地域は、関東平野北部地域である。この地域の帯水層は細かく分けると5～6層存在するといわれている。それらを上層と下層の2つ（以下、第1、第2と区別する）の帯水層に大別した場合対象地域内における工業・生活用の全揚水量のうちおよそ7割が第2帯水層からの揚水であるといわれている¹²⁾。そこで、本研究では、揚水の依存度が高い第2帯水層に対し透水量係数を求めることにした。

3. 地下水流動逆解析による透水量係数の同定と地理情報システムの活用

3.1 逆解析のための情報整理

3.2 地理情報システムを活用した計算条件の設定

関東平野北部地域における透水量係数を同定する逆解析のための入力データの整理を行う。

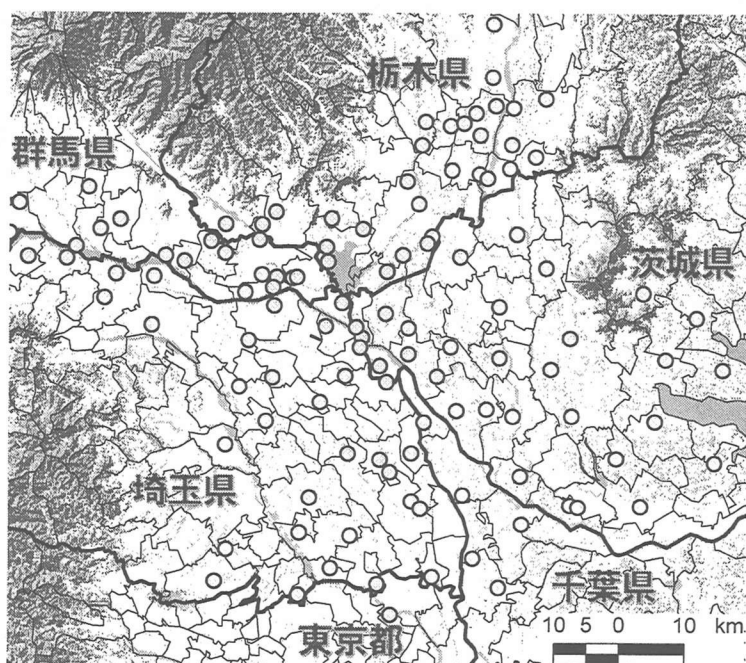
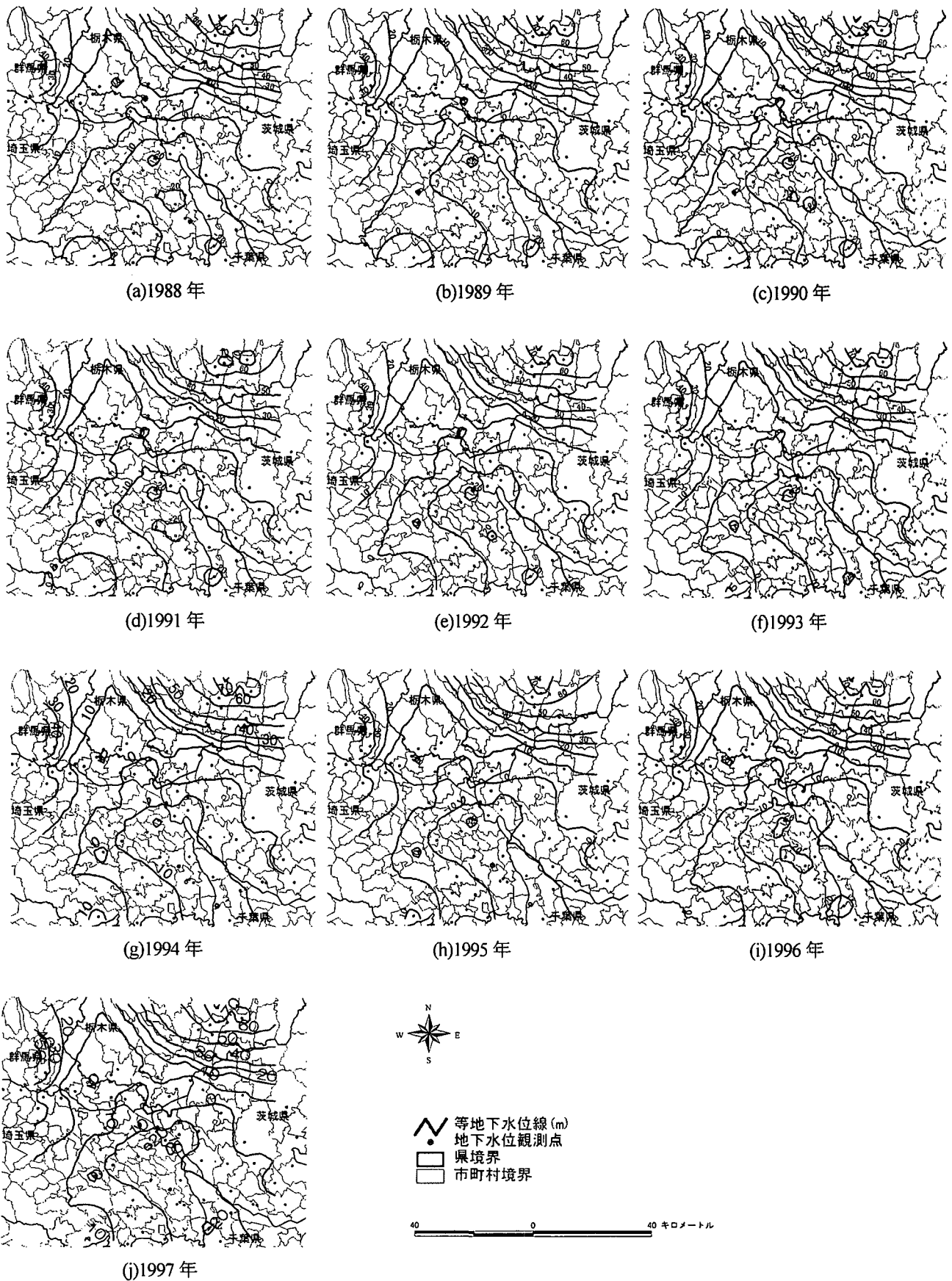


図-2 対象地域における地下水位観測位置



図—3 1988 年～1997 年 2 月の地下水位等高線

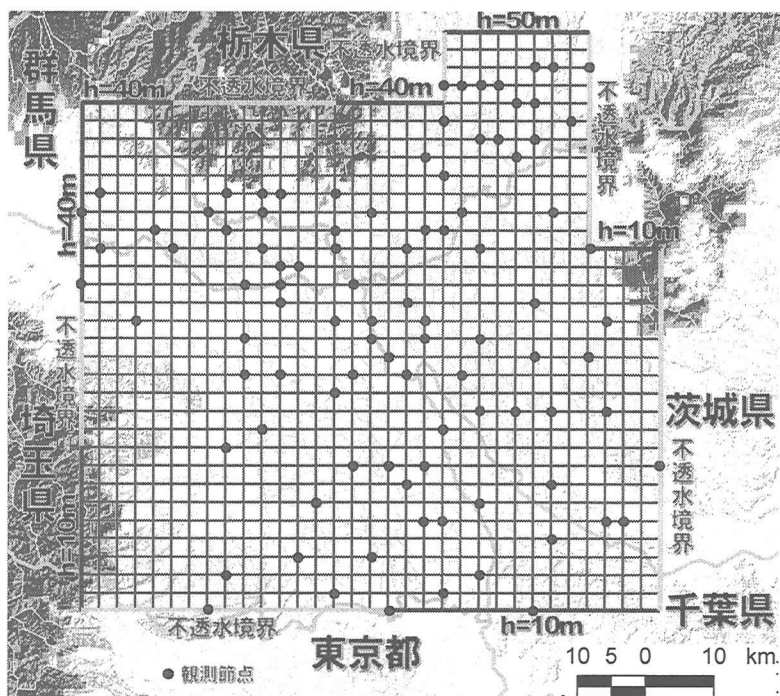


図-4 有限要素分割と境界条件

逆解析に用いた情報は、1988年から1997年の10年間に於ける対象地域内観測井の地下水位の月別記録と年別に集計された工業用および生活用の揚水量である。また、透水量係数が等しい地域とみられるゾーニングも行う必要がある。これら解析に必要なデータの整理は煩雑になるが、以下のように地理情報システム(GIS)を活用することにより、非常に簡便になる。本研究は逆解析に必要なデータを整理するに当たり地理情報システムを活用する。以下、その具体的な手法を示す。

① 計算領域および境界条件の設定

図-2は、対象地域の地下水位観測点をプロットしたものである。解析領域の境界条件を定めるために、既存の地下水位観測結果から線形補間することで、まず、第一近似的に地下水流動特性を調べる。図-3は1988年～1997年2月の地下水位の等高線(標高)を描いたものである。これらの図より、この2月における10年間の地下水位等高線の変動はあまり顕著ではなく、ほぼ同じような流れ場にあることがわかる。これらのことから、対象地域が関東北部の平野部であることから、図-4のようなUTM座標系で1辺2.5kmの正方形要素896個に分割した有限要素メッシュを解析領域とした。また、境界条件として、不透水境界および水頭境界を図-4のように定めた。

② 揚水量の設定

地域内の揚水量は市町村毎に集計されたものをGIS上で揚水量が既知である市町村ポリゴン(図-5(a))をベクター・ラスタ変換により有限要素メッシュ同様のメッシュデータ(図-5(b))に変換して用いた。変換されたメッシュデータにおける要素番号と市町村を対応づけ、さらに

市町村の揚水量集計結果から要素における揚水量を与えることができる。

③ 観測地下水位の節点データへの割り当て

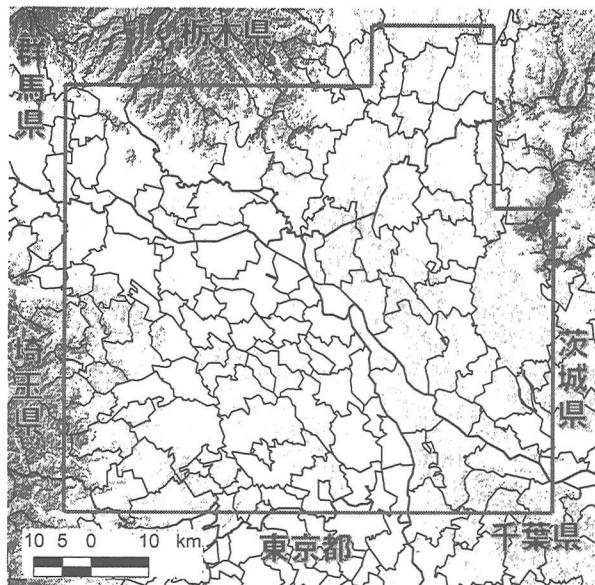
地下水位観測点の位置が有限要素を構成する節点の位置と一致するとは限らない。そこで解析では以下のように行う。まず、図-3で示したように既存の観測地下水位を補間したものから各節点に対応する位置での地下水位を求める。次に、観測点が位置する要素を抽出し、要素を構成する4つの節点のうち最短距離にある節点を観測節点とみなす。全ての観測点に対し、観測節点に対応する節点を抽出し、該当しない補間した地下水位観測点を仮の観測節点とする。

④ 透水量係数のゾーニング

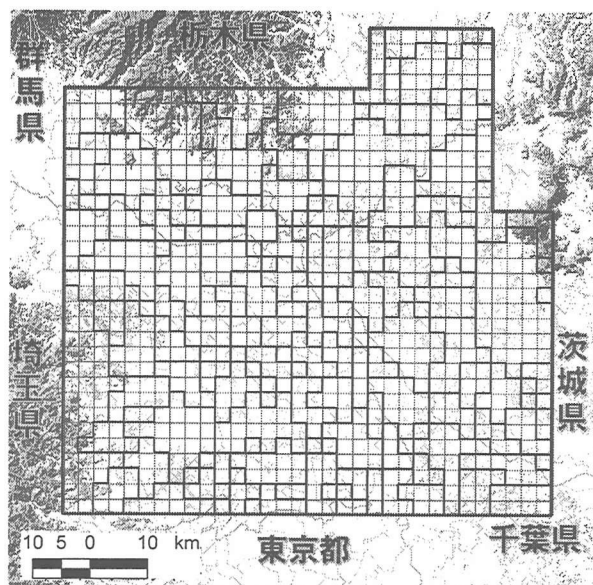
透水量係数のゾーニングは、まず、透水量係数の領域1つのゾーンとして与え、順次、上述したAICと誤差分布を用いて新しいゾーニングを与えて行く。

3.3 透水量係数同定結果と検証

上述の情報を基に上述した逆解析手法による地盤内透水量係数の同定を行った。重み係数マトリックスは観測節点では1を与え、仮の観測節点では係数 α ($0 \leq \alpha \leq 1$)とした。透水量係数を求める式(4)の計算を実行する上で、収束計算の発散を回避するために以下のような工夫を行った。まず、係数 α は初期段階では、 $\alpha=1$ として収束するまで計算を行う。次に、得られた解を初期値として α を減じて再度収束するまで計算する。このようにして、徐々に α



(a) 市町村ポリゴン

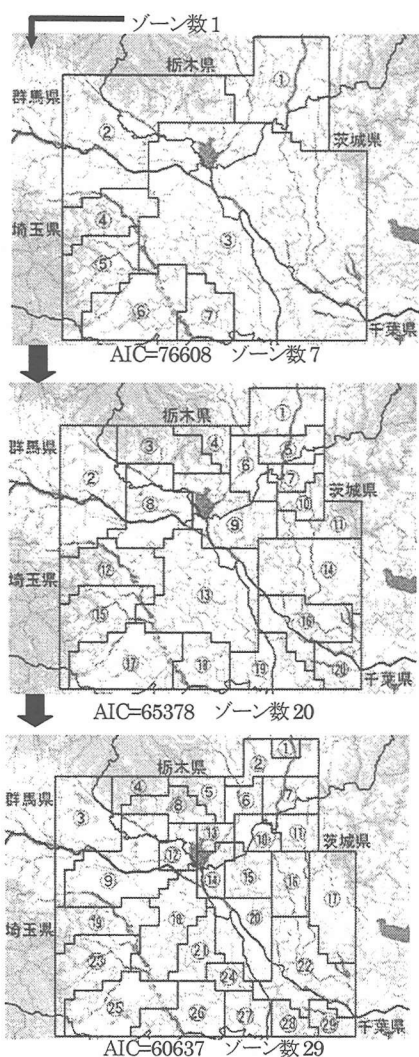


(b) 市町村メッシュ

図—5 GISを用いた市町村領域のメッシュへの割り当て

表—1 透水量係数の同定結果

ゾーン	透水量係数 (m ² /day)	ゾーン	透水量係数 (m ² /day)
1	2.50×10^4	16	5.03×10^2
2	1.10×10^4	17	3.21×10^4
3	1.89×10^3	18	6.00×10^2
4	3.41×10^3	19	1.42×10^4
5	1.89×10^3	20	2.02×10^3
6	3.36×10^3	21	1.88×10^3
7	1.90×10^3	22	5.07×10^3
8	2.12×10^4	23	1.57×10^4
9	1.00×10^4	24	2.12×10^2
10	4.43×10^2	25	5.34×10^4
11	9.06×10^2	26	7.85×10^3
12	1.59×10^2	27	1.47×10^3
13	1.30×10^4	28	2.94×10^2
14	3.54×10^3	29	6.74×10
15	4.04×10^2		



図—6 ゾーニングの過程

α を減じることで収束の安定化を図った。

2.3で述べた手順で行ったゾーン数7, 20, 29におけるゾーン分割とその場合のAICを図-6に示している。本研究で得られたゾーニングとAICは図-6の下値であり、最終的な透水量係数の同定結果は表-1である。この手順で行うことにより、効率的にゾーン分割が行うことができた。また、同定された結果も佐藤らが行なった埼玉県を対象とした最適揚水配分の算定に用いられた透水量係数(150~1200m²/day)¹³⁾に比較的近い値を得ることができた。

4. 対象地域の地下水位分布と地盤沈下特性

対象地域における地盤内透水量係数を同定することができたので、順解析を行うことによって地下水位の分布を描画することができる。図-8は図-4で示した境界条件の下で、各市町村の揚水量を1990年~1994

年の5年間の平均値（図-7 参照）として与え、順解析から得られた結果である地下水位から、揚水量をゼロとして計算した地下水位より差を求めたものを地下水位低下量とし、GISを用いてコンター図を描いたものである。

表示結果より茨城県・栃木県・埼玉県・千葉県の県境付近および、群馬県において広い範囲で地下水位の低下が認められる。特に茨城県と埼玉県の県境付近と群馬県東部では他の地域と比較して大きな地下水位低下が生じている。

図-9 は、対象地域において1990～1994年に観測された累積地盤沈下量を可視化したものである。地下水位の低下量と地盤沈下が大きい地域は、埼玉県および茨城県の県境付近、群馬県の一部でおおむね一致している。この地域は、長期的な地下水位の低下の影響が大きい地盤沈下地域と考えられる。一方、栃木県南部と茨城県西部で地下水位の低下量は埼玉県西部のそれより小さいにもかかわらず、

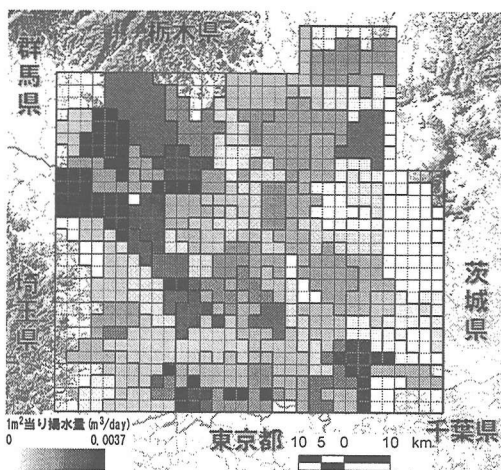


図-7 1990-1994 年の平均揚水量

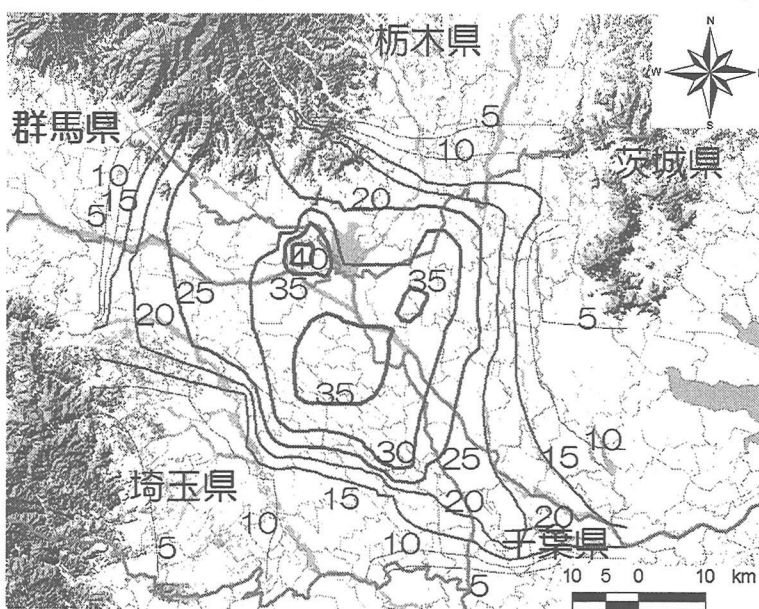


図-8 地下水位低下量の分布（単位 m）

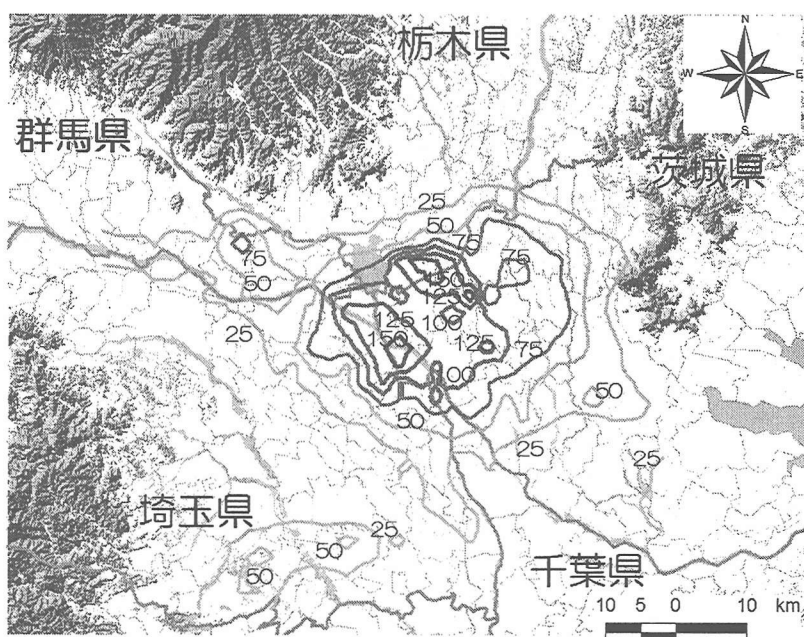


図-9 1990-1994 年の累積地盤沈下量分布（単位 mm）

大きな沈下量を示している。ところで、対象地域における地下水揚水は、灌漑揚水として利用させる農業揚水と、生活・工業揚水とに分類できる。これらの揚水は先に述べたように農業揚水が夏季に行われ冬季にはほとんど行われていない。一方、生活・工業揚水は継続的に行われている。したがって、ここで示した地下水位は2月の結果であり、夏季には更に水位が低下すると思われる。したがって、栃木県南部と茨城県西部では、夏季の地下水位の低下が主要因の地盤沈下地域であると推測できる。

さらに、地盤沈下が大きい地域での揚水はあまり行われていないことから、図-8 と図-9 を比較すると、地下水位の低下が大きい地域は、その上流部にあたる地域による影響が大きいと考えられる。すなわち、これらの地域は、上流部での揚水が下流部における水位を低下させていることが分かった。

5. まとめ

本研究では、地下水流動解析を行うために必要な地盤の透水量係数を逆解析により求めるための定式化を行った。次いで、それを関東平野北部の地盤沈下地域に適用した。得られた結果から地下水揚水と地下水位の関係および地盤沈下特性との関係について検討した。得られた知見は以下の通りである。

(1) 地下水流動解析に必要な地盤内透水量係数を逆解析により求めるための定式化を行い、その同定に必要な観測データの整理のために地理情報システムを活用する手法を提案した。その結果、煩雑になるデータを容易に処理することができた。

(2) 地下水揚水特性から逆解析に用いるデータは2月の情報とし、2月の観測地下水位データ、揚水データを作成し、AIC と誤差分布を用いたゾーニング手法により行った。その結果、妥当な透水量係数を同定することができた。

(3) 同定結果を用いて順解析を行い、地下水位の低下量の分布を可視化した。また、地下水揚水を行わない場合の地下水位分布を推定した。その結果、地下水位の低下は茨城県・栃木県・埼玉県・千葉県の間境付近および、群馬県において認められた。

(4) 地下水位の低下と地下水揚水量との関係から、これらの地域は、上流部での揚水が下流部における水位を低下させていることが分かった。

謝辞

本研究の一部は、日産科学振興財団の研究助成を戴いて行なったものである。ここに付記して謝意を表します。

参考文献

1) S.Murakami, K.Yasuhara, and F. Murata : Land Subsidence Prediction Using a Geographical Information System (GIS),

Proceeding of the International Symposium on Lowland Technology, pp.507-512, 1998.

- 2) 安原一哉・村上 哲・井上涼介・福田裕子：広域地盤沈下地帯における杭基礎の地震時危険度評価，構造工学論文集，Vol.46A，pp.721-728，2000.
- 3) S.Murakami, K.Yasuhara, and F.Murata : GIS for Land Subsidence Evaluation in Northern Kanto Plain, Japan, Proceedings of the 6th International Symposium on Land Subsidence, Vol.2 ,pp.219-228, 2000.
- 4) S.Murakami, K.Yasuhara, and F.Murata : Land Subsidence Prediction and Its Visualization Using Geographical Information System (GIS), Proceedings of International Symposium 2000 on Groundwater (Groundwater Updates), Springer Verlag Co. LTD, pp.79-84, 2000.
- 5) 望月紀子・村上 哲・安原一哉：GIS 援用地下水位モニタリングのための観測的地盤沈下予測手法，茨城大学工学部研究集報，第48巻，pp.47-56，2001.
- 6) 市川康明・浅岡 顕：有限要素法による微分方程式の近似解法-浸透問題を中心として-，土と基礎（地盤工学会誌），Vol.36，No.6，pp.87-95，1988.
- 7) 市川康明：地盤力学における有限要素法入門，日科技連出版社，p.177，1990.
- 8) 建設省河川局：地下水位年表，全国鑿井協会
- 9) 本城勇介・福井宏行・小川正二：拡張ベイズ法による広域地下水解析モデルの逆解析：定常データに基づく場合，土木学会論文報告集，No.535/III-34，pp.93-102，1996.
- 10) 奥野哲夫・鈴木誠・市川康明：複数の揚水試験結果を用いた透水係数の空間分布推定と地下水流動予測，土木学会論文報告集，No.493/III-27，pp.165-174，1994.
- 11) 中川徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，pp.150-155，1982.
- 12) 環境庁：関東平野北部地盤沈下防止対策調査，p.236，2000.
- 13) 佐藤邦明・関陽太郎・坪井澄雄・藤崎克博：埼玉県平野部における適正地下水揚水量の検討，土と基礎，Vol.34，No.11，1986.

(2002年4月19日 受付)