

離散力学的概念によるストールギャロッピング フラッター現象の数値解析法の一提案

A PROPOSAL OF THE NUMERICAL ANALYSIS OF
STALL-GALLOPING-FLUTTER BEHAVIOR
USING THE DISCRETE DYNAMICS CONCEPT

有尾 一郎* ・ Ronny** ・ 佐賀 孝徳*** ・ 渡辺 勝利***
ARIO Ichiro, Ronny, SAGA Takanori, WATANABE Katsutoshi

*正会員 博士 (工学) 広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻 (〒 739-8527 東広島市鏡山 1-4-1)

**東京三菱銀行 (インドネシア ジャカルタ支店)

***正会員 博士 (工学) 徳山工業高等専門学校土木建築工学科 (〒 745 徳山市久米高城 3538)

Dynamic bifurcation analysis for the nonlinear oscillation on a simple aeroelastic structure is presented. This structure is the cantilever beam on the flow and it has a nonlinear system without potential energy system. It shows as complex behavior on the flutter problem caused by a parameter of controlled velocity. We observe the flutter behavior through the experiment of the flow, and try to compute the its motion on the simple model based on the discrete dynamic concept. We can readily find the focusing solution on the simple system, which is possible to obtain the map of the complex solutions on the flutter.

Key Words : stall-galloping-flutter, dynamic instability, dynamics system, bifurcation theory, chaos

1. はじめに

吊橋や膜ドームなどのフレキシブル構造物は、ある風速で振動応答が特異となる動的不安定現象を引き起こす危険性がある (例えば、1), 2)。この流体-構造連成問題に関する構造不安定性は様々な要因によって複雑な挙動を起こすため、その発生メカニズムについての理論的なアプローチが試みられてきたが、流体荷重はポテンシャル関数をもたない非保存力場であるため、単純な静的エネルギーの安定性基準では無意味であると言われてきた^{3)~10)}。

一般的な非保存系は、Plaut^{11), 12)}によって調べられ、Huseyin¹³⁾は摂動法を用いて、非保存系の非線形解析に関する重要な進歩を成し遂げた。Huseyinは連続的対角化法¹⁴⁾と類似した標準形やコピアンへの連続的な変換を用いて、一般的な構造の自律系の発散とフラッターの分岐や平衡経路の安定性を調べた。また、Novak¹⁵⁾によって、流体力学の係数 $C(\alpha)$ とその結果生じる動的不安定性の典型的な形は、振幅の跳躍 (特異性) を持つ動的な分岐現象であることが示された。さらに、Parkinson and Smith¹⁶⁾によって、実験結果から得られた各係数を代入し、非線形の振舞いを、実験結果と実験的に求めた $C(\alpha)$ の多項式近似による解析結果との照合が行われてきた経緯がある。このように、非保存的荷重では、フラッターなどの発散振動では幾何学的な静的安定基準が扱えないため、これに代わる強力な解析法が

必要とされていた^{17), 18)}。

一方、数値解析による立体骨組みフラッター解析には主に固有振動モードを組み合わせる方法 (モード解析法) と連成流体力を加えた運動方程式を直接解く方法 (直接フラッター解析法, direct flutter analysis) がある。モード解析法は「フラッター発生時の固有振動モードは対象とする構造物の幾つかの固有振動モード形の線形和で十分表現できる」という仮定から出発したが、非線形性が強い現象には適用できないという弱点があった。また、直接フラッター解析の精度はフラッターモード形と非定常流体特性に依存しているため、大規模な計算が必要となり、計算機的能力に依存してしまう^{19)~22)} ため本質的な不安定挙動の原因が特定し難い問題を抱えていた。最近では、NS 方程式に基づく数値流体解析 (CFD) が用いられ、物体周りの流れに着目した応答解析が数多く研究され、3次元非定常流体-構造連成問題にも開発が進められている²³⁾。しかしながら、カルマン渦励振程度では高精度で再現できるものの、高流速渦励振については、物体周りの自励振動をとらえるために、解析メッシュ格子、層流-乱流モデル化やその統一的な表現、移動境界条件の付加など大規模要素解析上の課題も多い。

本研究では、流体-構造連成問題を従来の数値流体力学的な視点ではなく、非ポテンシャル系の流体弾性論的な構造不安定性に主眼を置いて、構造系の非平衡状態から釣合い式を定義し、この問題の本質的な課題

である(周期倍)臨界流速前後の挙動に対しても普遍的に取り扱える非線形方程式を考案した。この概念では、ある流体力における単純な反復釣り合い条件を満たせば安定であり、満たさなければフラッター挙動を伴う不安定現象を起こすことを暗示できる利点がある。この離散力学概念に基づく非保存力場の流体-構造連成モデルにおけるフラッター現象の計算手法を提案するために、一様流れ場における剛体一回転弾性ばねを想定し、開水路実験で流速を変化させてフラッター現象を実際に確認し、自励振動応答の観察および測定を行った。これによって、既往の非保存力場における不安定化問題は静的には無意味と言われてきた、この問題の本質的な振舞いを再認識するとともに、非線形近似解析法を開発し、その類似性を確認できたことがこの論文の成果である。このように、基本的な系の状態の質的挙動変化を調べることは、動的不安定現象を理解する上で工学的に重要なことである。

2. 非保存的な流体荷重下の自励振動

この論文では流体荷重に対する、純粋な流体弾性論的不安定性を考えるにあたり、1自由度系の自励振動問題から引き起こされるストールギャロッピングフラッター現象¹を考える。フラッター現象は、主に航空工学の分野に多く見受けられ、例えば主翼のフラッター問題は弾性安定の代表的な非定常問題である。最近、超音速流場の板およびシエルのパネルフラッタやカオスはこの種の問題とされている²⁹⁾。

2.1 流体弾性論的不安定性

いま物体は流体力に対して垂直方向だけに動けるように拘束され、平衡位置から変位を唯一の一般化座標 y で表すことにする。物体は剛性定数 k の弾性ばねと、速度 $\dot{y}$ に対する減衰力 $c\dot{y}$ を与えるダンパによって支持されているものとする。

物体に対する流体の相対速度 v_R は、水平方向の一定流速 v と応答速度 $\dot{y}$ のベクトル量の足算によって求まり、その時の角度 α における相対速度 v_R は、垂直方向の力の成分 F_v

$$F_v = \frac{1}{2}\rho v^2 a C(\alpha) \quad (1)$$

を生じる。ここに、 ρ は流体の密度を、 a は前面の投影面積をそれぞれ表す。準定常仮定のもとでは、係数 C は角度 α のみに依存する。 $\alpha = \tan^{-1}(\dot{y}/v)$ で表される。 α が大きい時には、 C が負の値を取ると予測される。垂直方向の速度が小さい時には、 C は正の値を取ると予測される。 C が $\dot{y}$ と同符号の時には、流体力学的な力は初期の働きを促進させる働きを持つから、例

えば風は負のダンパとみなすことができる。これを C について展開すると、

$$C(\alpha) = A_1 \frac{\dot{y}}{v} - A_3 \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^3 + A_5 \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^5 - A_7 \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^7 \quad (2)$$

となり、流体弾性の運動方程式は

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho v^2 a C(\alpha) \quad (3)$$

と表される。微小振動に対し、 $\dot{y}/v$ を十分小さいと考えれば、 C の展開式の第1項のみが現れ、 $\dot{y}$ にかかる実質的な減衰係数は

$$c - \frac{1}{2}\rho v^2 a \frac{A_1}{v} \quad (4)$$

となる。物体に対する A_1 は実験的にによって正であるため、式(4)が0のとき実質的なダンピング力の臨界流速は

$$v_{cr} = \frac{2c}{\rho a A_1} \quad (5)$$

と表される。

v_{cr} 以下では初期外乱は減衰していくが、 v_{cr} 以上では小さな外乱でも負性抵抗により増幅され、振動が発散する。従って、全ての v に対する自明な平衡解 $y = 0$ はこの臨界流速で不安定になる。この臨界流速以上の荷重が加えられた時、線形理論では振動が無制限に成長(跳躍, jump)するが、実際には、 C の展開式の高次項の効果によって、有限なリミットサイクルが生じる。また、準定常理論によると、ギャロッピングの発生は静的流体力 $C_{Fy}(\alpha)$ に左右されるが、静的流体力特性は剥離せん断層と後流との干渉によって決まるとされている。

2.2 流体力による構造物の振動現象

流体中の非流線形構造物の後流中にカルマン渦が形成されることがよく知られている。後流中に渦が周期的に放出されるため、構造物には様々な周期的な流体力が作用する。二次元円柱の渦励振応答の観測により、渦励振の特徴の一つとして、ある振幅以上において放出される渦は円柱の振動によって制御される。共振流速を過ぎて急激に振幅が増加すると、渦放出振動数の成分が消え、構造物の単一振動数を持つ定常振動となる。この現象が「振動数同調現象(ロックイン, frequency locking)」と呼ばれ、渦励振の非線形性を特徴づけている。この渦励振がカルマン渦による強制振動であり、一種の共振現象であると古くから説明されてきた。しかしロックイン現象などに見られるように、振動のきつかけとなる渦が物体の振動に制御されるという事実から渦励振を渦による強制振動と見ることは無理があり、物体と流体の連成系に生ずる一種の自励振動と見なす方が適切であるという考え方が有力となっているが、この振動現象の定式化は一般に困難である。

¹ これ以降、この論文では単にフラッター現象と呼ぶ。

表-1 供試体の材料特性

質量 (g)	26.89
円柱の中心までの長さ (cm)	19.85
投影面積 (cm ²)	7.59
慣性モーメント (kgm ²)	0.00157
回転ばね定数 (Nm)	0.00276
減衰係数 (Nm.sec)	0.00033

3. 開水路実験によるフラッター現象の観察

この章では、フラッター現象を実際に再現するために、開水路実験において流体-構造連成モデルを作成し、流速を変化させてその応答系をビデオ撮影 (可視化) によって、フラッター現象を確認する。

3.1 実験概要

実験は長さ 10m, 幅 60cm, 深さ 15cm, 勾配 1/1000 の長方形一様断面の総アクリル製開水路にて実施した。供試体は水路面より少し離れ、振動しても水路との摩擦の影響に及ばされないように設置した。水路下流端に水位調節用の可変高さ全幅の堰を設置し、水位を制御することによって流速を変化させ、振動角度及び周期を測定した。供試体周辺の流速をできる限り一様化するために、供試体設置場所の上流側に整流装置として厚さ 3.2cm, 幅 60cm, 高さ 15cm, 径 4mm のハニカムを設置した。

供試体は円柱型のプラスチック (高さ 5.2cm, 直径 3.3cm), 薄いアクリルの板ばね (長さ 5cm) と木材で作られた剛体棒 (幅 1.1cm, 高さ 0.4cm, 長さ 13.2cm) から構成される。流体中の物体の投影面積が一定になるように、円柱供試体の高さを調節して部材の先端のプラスチックの円柱だけを水中に入れ、また境界条件については水平方向の回転角以外は固定とした。実験の水路、供試体及びその設置を図-1 に示す。

3.2 材料特性及び流れの諸量

振動応答が大きく現れるように、軽量の供試体の材料を選定した。回転ばねにはアクリル板、剛体棒には木材、円柱にはプラスチックを用い、それぞれの材料を一体化し、供試体を作成した。供試体を水平方向にだけ回転させるために、回転ばねの形状を水深方向に細長くした。モデルの回転バネ定数は、荷重-たわみ曲線の静的実験によって、慣性モーメントは $m\ell^2$ によって、減衰係数はモデルの減衰自由振動 ($2\sqrt{k\eta h}$) によって、それぞれ求めた。これらの諸量を表-1 に示す。

流速はフラッター挙動を実験でとらえるために、表-2 に示すように、全部で 21 ケースの流速を設定し、実験を行った。表中の流速は、ハニカムで一様化された断面平均流速である。

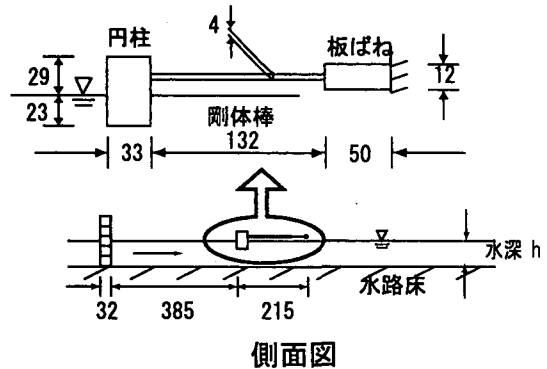
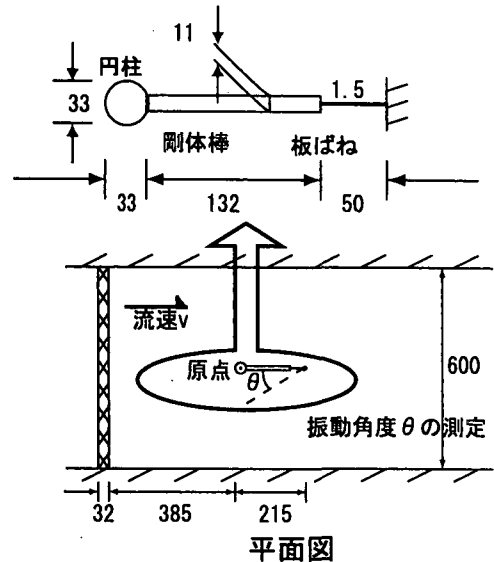


図-1 実験概要図

3.3 実験結果及び考察

可視化された円柱の振動の動画を毎秒 30 フレームの静止画像からそのときの角度を測定した。角度の応答データを補間し、その微分から角速度及び角加速度を求めた。符号としては左岸方向への振動応答を正方向とした。流体力が連続的に作用し、流れを止めることができないため、流れがある程度安定な定常流になってから、振幅の測定を開始した。

(1) 振動応答の結果

主な流速時における角度振幅の時系列結果を図-2 に示す。臨界流速² (本実験では CASE 10 の 6.4cm/sec ($Re=2200$) に対応) 以下では供試体がほとんど振動せず、静止状態となった。臨界流速よりやや速い CASE 11 の流速 (7.1cm/sec) では供試体が定常振動を示し、流速の増加に伴い、一般の振動現象のように角度の振幅及び振動数が大きくなる。ところが、さらに流速を上げると逆に角度の振幅が全般的に小さくなり、しかも規則性が失われ、角度振幅及び周期の値が変化する。

² この開水路実験の臨界流速は、物理的には式 (5) と同じ意味を持つが、厳密にとらえることは難しいので、供試体が振動し始める直前の流速とした。

表-2 開水路実験の各流速データ

CASE	水深 (cm)	流速 (cm/sec)	Re 数	CASE	水深 (cm)	流速 (cm/sec)	Re 数
1	9.7	0.47	130	11	8.0	6.8	2338
2	10.1	1.65	458	12	7.7	7.1	2441
3	10.7	3.94	1108	13	7.1	7.7	2647
4	6.1	6.91	1944	14	5.9	9.3	3186
5	4.3	9.80	2758	15	5.1	10.7	3686
6	11.2	4.9	1684	16	4.8	11.4	3919
7	10.2	5.4	1856	17	4.3	13.3	4572
8	9.6	5.7	1959	18	3.9	14.0	4813
9	9.2	5.9	2028	19	3.4	16.1	5534
10	8.5	6.4	2200	20	2.9	18.9	6497
				21	2.5	21.9	7528

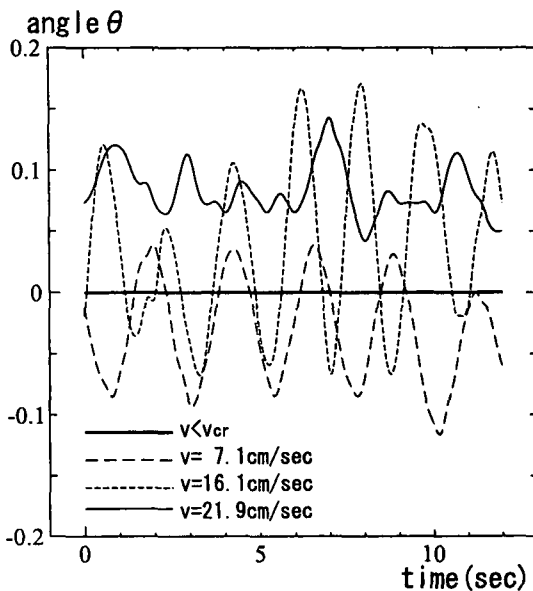


図-2 流速の増加に伴う角度応答の不安定現象

流速が最も速い CASE 21 の場合 (21.9cm/sec), すなわち流体力が最大の時は, 供試体が元の位置に戻ることなく傾いたまま振動した. 以上の結果より, 高流速域では振動応答の不安定現象が発生することが明らかになった.

(2) 流速の増加に伴う分岐現象

臨界流速以下では, 供試体はほとんど振動しないが, それを超える低流速域では, 供試体が定常な振動応答を示した. すなわち, 臨界流速で静止状態から規則正しい振動応答が現れた. 6 周期にわたり, 各流速における実験値の角度振幅 (最大値と最小値) をプロットしたものと平均化法による理論値を図-3 に示す. 平均化法は分岐直後は近似値を与えるが, その後は大きく異なる. 臨界流速を超える高流速域では, 供試体の振動が非周期性となり, 角度振幅が小さくなったり, 大きく

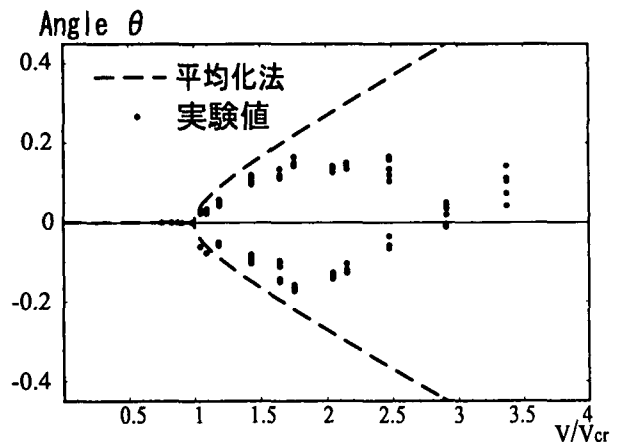


図-3 流速の増加に伴う角度の分岐

なったり不規則な応答が見られた. また, 振動が止まった後大きく振動する応答も見られた. さらに流速を上げると, 供試体がある傾きを保ちながら振動し, フラッター現象が見られる. 高流速域では供試体の振動現象が複雑となり, カオスの挙動が見られた.

図-3 の破線で示す平均化法は, 運動方程式の解を $\theta(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ と仮定し, $\theta(t)$ の 1 周期を平均化することによって, 角度振動の振幅を求める解析方法である. ここに A, ω, φ, t はそれぞれ振幅, 固有円振動数, 位相差及び時間である. 図-3 の平均化法は, 流速の増加に伴い, 実験値との差異が大きくなる傾向を示した. しかし, 本研究の実験はある流速を超えると, 角度振幅が逆に減少し, 平均化法からかなりずれてくるので, もはや高流速域に対してはこの方法ではその振舞いを追跡できていない.

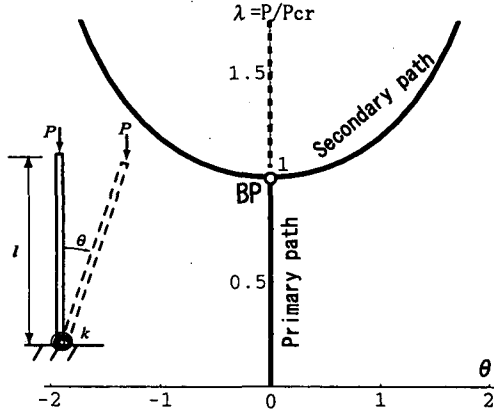


図-4 熊手型分岐座屈の一例

4. 静力学的分岐と離散力学

本章では単純な静力学的分岐例の紹介と離散力学という概念を概説し、その特性を述べると共にフラッターの近似解法を提示する。

4.1 単純な静的分岐の一例

長さ ℓ 、ばね定数 k を有する剛棒に鉛直荷重 P が作用する構造系の 1 自由度系のモデルの分岐現象を述べる。この 1 自由度の剛体-回転ばねモデルを図-4 中の左に示す。この系の全ポテンシャルエネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2}k\theta^2 - P\ell(1 - \cos\theta) \quad (6)$$

で表される。ポテンシャルエネルギー停留の原理より系の釣合い条件は

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = k\theta - P\ell \sin\theta = 0 \quad (7)$$

で表される。したがって、系の釣合い式は、

$$\theta = 0 \text{ または } P = \frac{k\theta}{\ell \sin\theta} \quad (8)$$

となる。 $\theta = 0$ は P の値の如何にかかわらず式 (7) を満足し、剛体は鉛直の位置で釣合っているという自明解である。

一方、式 (8) の θ に極限値をとると、

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta}{\sin\theta} = 1$$

から

$$P = P_{cr} = \frac{k}{\ell} \quad (9)$$

が得られる。すなわち、 $P = P_{cr}$ にて剛棒は鉛直の位置 ($\theta = 0$) から分岐して傾き始め、この P_{cr} は座屈荷重と呼ばれる。

荷重 P を座屈荷重 P_{cr} で無次元化した荷重パラメータを

$$\lambda \equiv \frac{P}{P_{cr}} = \frac{P\ell}{k} \quad (10)$$

と定義すると、 $\theta \neq 0$ では式 (8) は無次元化され、分岐後の釣合経路は

$$\lambda = \frac{\theta}{\sin\theta} \quad (11)$$

となる。このときの荷重パラメータ λ と変位 θ の関係を図-4 に示す。 $\lambda < 1$ では $\theta = 0$ が釣合い位置となり、 $\lambda > 1$ になると $\lambda = \theta / \sin\theta$ が安定な分岐経路となる。 $\lambda = 1$ は安定対称分岐点であり、この系は典型的な熊手型の分岐座屈現象となる。

4.2 離散力学系

あるシステムの状態を表す変数 x が、離散的な時間経過 $t = 0, 1, 2, \dots$ とともに $x_0, x_1, x_2, \dots$ と変動するような時系列を考える。この系列 x_{n+1} を $x_0, x_1, \dots, x_n$ から決定することができる。一般に、ある関数 $f(x)$ を用いて

$$x_1 = f(x_0), x_2 = f(x_1), \dots, x_{n+1} = f(x_n)$$

と記述できるものとする。このとき $f(x)$ と、初期値 x_0 が既知ならば、写像の形で離散解 $x_0, x_1, x_2, \dots$ の状態を一意に決定することができる。写像によって与えられる離散解の変動 $x_0, x_1, x_2, \dots$ は軌道と呼ばれる。

軌道には周期軌道と非周期軌道があり、周期軌道では安定な周期点を持つ。一方、非周期軌道では、初期値 x_0 から出発した時系列はある区間内でさまざまな値をとりながら 2 度と同じ値はとらない軌道を示し、不安定な状態となる。

一般に写像によって動かない点、すなわち写像 $x_{i+1} = f(x_i)$ で $x^* = f(x^*)$ を満たす点 x^* を不動点と呼び、この不動点は関数 $x = f(x)$ の解である。不動点には安定不動点と不安定不動点があり、周りの軌道を引きつけるものを安定不動点という。一方、不動点 x^* 近傍から出発した軌道がその不動点から離れていくような場合を不安定不動点という。この安定性の違いは $f(x)$ の大域的性質とは無関係で、不動点での接線の傾きの絶対値 $|df(x^*)/dx^*|$ が 1 より小さいか大きいかにいう局所的な性質によって

$$\frac{df(x^*)}{dx^*} \begin{cases} < 1 : \text{stable fixed point} \\ > 1 : \text{unstable fixed point} \end{cases} \quad (12)$$

と決定される。不動点がすべて不安定となると周期点が現れる。 T 回写像すると元の値に戻る点、すなわち

$$x^* = f^T(x^*) = f(f(f(\dots f(f(x^*)) \dots))) \quad (13)$$

を満たす点 $x_0^*, x_1^*, \dots, x_{T-1}^*$ を T 周期点あるいは T 周期解、その軌道を T 周期軌道と呼ばれる。

実際のフラッター現象における運動方程式の解は時間に関する連続関数であるが、その解を時間で離散化することによって、離散的な時間経過 $0, 1, 2, \dots$ とともに振動応答が変動すると考えられ、これは、最初の状

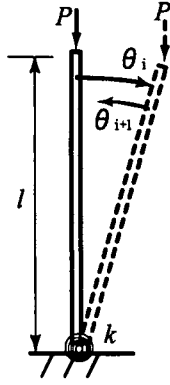


図-5 非平衡状態からの釣合い概念

態(振動する前の状態)と運動方程式の解が分かれば時間経過を伴う振動応答の変化も一意に決定することができる事を意味する。

4.3 離散力学によるフラッター解析法

ここでは、定常流体荷重は速度に依存するものとし、その取り扱い是非保存的な散逸的荷重を想定する。モデルは、静的荷重を受ける1自由度回転ばね-剛体棒モデルと同様に、流体力を受ける本研究のモデルに離散力学を適用する。系と流体力の関係は最初、不釣り合い状態として考え、その時の減衰力、慣性力及び他の力の作用の影響も含め Δ_i で評価できるものとする。初期状態のある時点 i での θ_i と θ_{i+1} は等しくなく式(7)は不釣り合い式

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = k\theta_{i+1} - Pl \sin \theta_i = \Delta_i \quad (14)$$

となる。ここで、 Δ_i は不釣り合い状態量であり、 $\lim_{i \rightarrow \infty} \Delta_i = 0$ を想定し、この論文ではこれを満足する時を「釣り合い状態にある」と定義する。すなわち、式(14)において i が十分大きく、その差 Δ_i が無視できる小さくなる時、

$$k\theta_{i+1} - Pl \sin \theta_i = 0 \quad (15)$$

と離散化した釣り合い式を想定する。写像の形で解を求めるために式(15)を θ_{i+1} について求めると

$$\begin{aligned} \theta_{i+1} &= \lambda \sin \theta_i \\ &= \lambda(\sin(\lambda \sin(\cdots \theta_0))) \\ &= f^T(\theta^*) \end{aligned} \quad (16)$$

と式(13)のように表される。ここで、 $\lambda = Pl/k$ は外力パラメータである。これは θ_i が決まると非線形写像の形で θ_{i+1} が一意に決まる離散力学系である。本論文では、この概念を本実験で得られたフラッター現象に本解析を適用する。

5. 解析結果

ここでは、離散力学に基づく分岐ダイアグラムを計算し、その計算結果と実験結果を検証する。

5.1 解析結果とその考察

既往の流体弾性論的解法を用いた、臨界流速前後の挙動を統一的に記述した定式化では、一般に平均化法のような解曲線は得られるものの、それ以降の高次分岐や解の振舞いについては、解の不安定さや複雑さによってその追跡や定式化には課題があった。

この論文では、この課題をブレイクスルーする一つの方法として、節4.3のように流体力と構造系の相互作用による非平衡状態の釣り合いを考えて、定式化を試みた。ここでは、式(15)のような荷重比でなく流速比をパラメータとして着目し、この流速比に対する非平衡状態からの釣り合い条件を考える。実際の風洞実験^{1),2)}や耐風設計においても流速比が重要な意味を持つ物理パラメータであり、荷重比で表すと抗力係数の評価が困難となる傾向がある。さらに、荷重比と流速比はあくまでも外力パラメータとして扱えると仮定した上で、反復式を式(16)のように

$$\alpha_{i+1} = \left(\frac{v}{v_{cr}} \right) \sin \alpha_i, \quad i = 0, 1, 2, \cdots \quad (17)$$

と表し、初期角度 α_0 は解析と同様に0の近傍値を代入した。但し、その応答 α_i は実験の角度 θ_j とはならず、仮想的な角度応答 α_i とみなすべきである。図-6は、開水路実験による角度振幅の実験結果と、流速パラメータを増加させたときの分岐ダイアグラムの計算結果とを照合させたものである。図中の●は実験値を示し、数値解は201-300回目の反復写像の結果を実験データに同定したものである。抗力係数や粘性などの流体の物性諸量が含まれておらず、かつ、反復写像計算を用いているだけにもかかわらず、計算結果 α_n と実験値 θ_j の間に類似性が現れた。これは、分岐ダイアグラムにおいて分岐及びカオス的挙動を示し、周期倍化分岐を伴う臨界流速前後の流れの状態変化にも対応した統一的な近似式であると言える。

実験結果より $\lambda \geq 2.3$ 付近(流速16.1cm/sec)から、振動応答が乱れ始めた。最初は一つでなく二つのリミットサイクルに収束性を持つ現象が見られ、離散力学では2次分岐と呼ばれる現象になった。実験値では1次分岐以降の角度振幅は広がる傾向を示したが、2次分岐以降振幅が縮小する傾向(分岐ダイアグラムでは最内縁側)を示している。この理由についてはさらなる理論的解明が必要である。また流速18.9cm/sec及び21.9cm/sec($\lambda \geq 2.8$)の振動角度は定常性と周期性を失い、不規則な振動応答を示した。このようなフラッター挙動は離散力学の高次分岐現象と類似性を持つことが確認できる。さらに、この分岐ダイアグラムに対

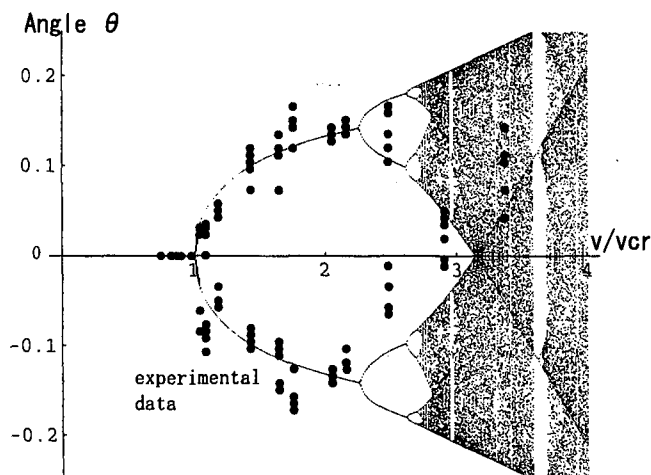


図-6 流速変化に伴う最大角度振幅の実験結果と分岐ダイアグラム

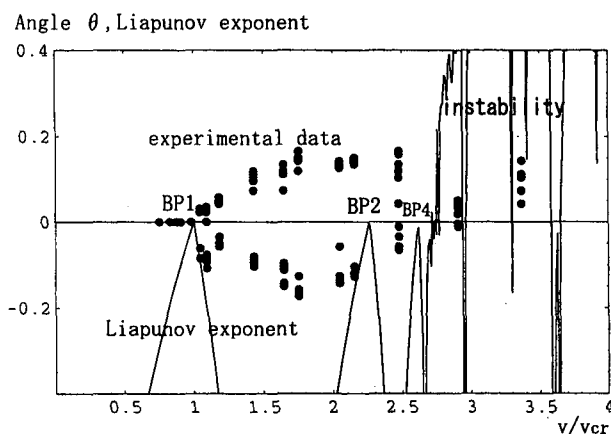


図-7 実験値と Liapunov 指数の関係

する Liapunov 指数を計算した結果を図-7 に示す。これによると BP1, BP2, BP4 でその指数が 0 となり分岐点を示し、その前後で流れの状態変化が起っており、 $\lambda > 2.6$ ではその指数が正值となり不安定化していることがわかる。

分岐ダイアグラムによる角度結果 α_i と角度の実験値 θ_j はスケールが異なるものの、分岐領域（分岐する流速範囲）及び乱れの挙動は十分に類似性を持つ。様々な物理諸量を含んでいるにもかかわらず、分岐ダイアグラムとその実験値との類似性から、図-8 の破線の経路のようにフラッター挙動は非線形問題に有効な分岐概念に従うものと考えられる。このようなフラッターの挙動を本解析によって大局的かつ統一的に予測できる利点は大きく、動的不安定問題には潜在的にこのような物理現象を起こす可能性を知る手掛かりを与えてくれることは工学的に重要である。この分岐ダイアグラムによって動的不安定性を知る手掛かりが得られれば、ある意味で風洞実験や大規模な数値流体解析をフルに駆使しなくても近似的に予測や傾向を得ることができる。今後の課題としては、大規模化を含め粘性などの

流体物性を離散力学にどのように展開させていくかが課題である。

6. 結論

本研究の成果を以下にまとめる。

- i) 開水路流れによるフラッター実験の結果より、流速増加に伴う振動応答の臨界点、分岐現象及び乱れた応答が確認され、このような非保存系の流体-構造連成系にも分岐問題が存在することがわかった。特に、実験より臨界流速以降の流れの状態では振幅と流速の間に強い非線形特性が現れた。
- ii) 既往の流体弾性論的解法を用いた、臨界流速前後の挙動を記述した定式化では、一般に平均化法のような解曲線は得られるものの、それ以降の高次分岐や解の振舞いについては、解の不安定さや複雑さによってその追跡や定式化には課題があったが、離散力学を用いてそのモデルの定式化を試みた。これは、既往の非保存力場における不安定化問題は静的には無意味と言われてきたが、離散力学を導入することによって解析アプローチを開発し、実験結果との類似性が確認できた。
- iii) 高流速渦励振については大規模要素解析上の課題も多いが、今回の近似解法は流体弾性論と離散力学を組み合わせることによって、フラッターが発生するような臨界流速以降の構造系の振舞いを再現できるモデルの構築を行った。
- iv) 本研究では、主に流体弾性論的な側面から複雑挙動の予測シミュレーションを試みたが、今後乱流域も含めた三次元空間の流れ場に関する検討が必要であり、特に、後流の存在及びストローハル数の変化も今後注目すべき点であると考えられる。

謝辞

本論文をまとめるにあたり、独立行政法人土木研究所 白戸真大 氏から橋梁におけるフラッター現象に関する資料をご提供して戴いた。ここに、謝意を表します。

参考文献

- 1) 山本邦夫・中神陽一・福田誠：東京湾横断道路橋梁部の耐風性調査報告書，旧建設省土木研究所構造橋梁部構造研究室資料，1984。
- 2) 佐藤弘史・日下部毅明・松野栄明・関谷光明：アクティブコントロールによる耐風制振に関する研究報告書，旧建設省土木研究所構造橋梁部構造研究室資料，1995。
- 3) Huseyin, K. : Nonlinear Theory of Elastic Stability, Noordhoff, Leyden, 1974。
- 4) Thompson, J.M.T. and Hunt, G.W. : Static and Dynamic Instabilities in the physical sciences, an inaugural lecture, *J. Eng. Sci., Univ. Riyadh*, 6, 71, 1980。
- 5) Andronov, A.A., Leontovich, E.A., Gordon, I.I., and Maier, A.G. : Theory of Bifurcations of Dynamical Systems on a Plane and Qualitative Theory of order Dynamical Systems, Wiley, New York, 1971。

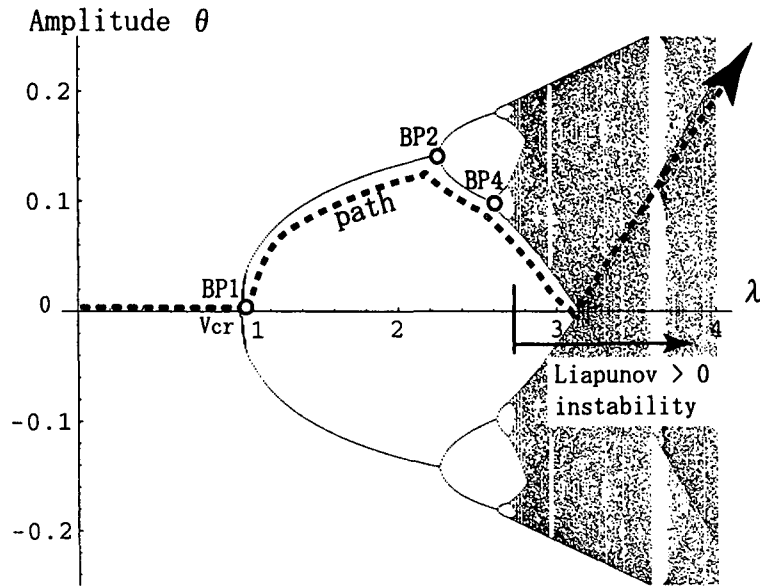


図-8 分岐ダイアグラムからの質的变化の傾向

- 6) Bolotin, V.V. : Nonconservative Problems of the Theory of Elastic Stability, Pergamon Press, Oxford, 1963.
- 7) Rosenberg, R.M. : On nonlinear vibration of systems with many degrees of freedom, *Adv. Appl. Mech.*, **9**, 159, 1966.
- 8) Hutchinson, J.W. and Budiansky, B. : Dynamic buckling estimates, *AIAA J.*, **4**, 525, 1966.
- 9) Nayfeh, A.H. and Mook, D.T. : Nonlinear Oscillations, *John Wiley & Sons*, 1979.
- 10) Nayfeh, A.H. and Sanchez : Bifurcations in a Forced Softening Duffing Oscillator, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, **24**, 6, pp.483-497, 1989.
- 11) Plaut, R.H. : Postbuckling analysis of nonconservative elastic system, *J. Struct. Mech.*, **4**, 395, 1976.
- 12) Plaut, R.H. : Branching analysis at coincident buckling loads of nonconservative elastic systems, *J. Appl. Mech.*, **44**, 317, 1977.
- 13) Huseyin, K. and Mandadi, V. : On the instability of multiple-parameter systems, Sectional Lecture, *Proc. Fifteenth International Cong. Theoretical and Appl. Mech.*, Toronto, 1980.
- 14) Thompson, J.M.T. and Hunt, G.W. : A General Theory of Elastic Stability, Wiley, London, 1973.
- 15) Novak, M. : Galloping and vortex induced oscillations of structures, *Proc. third International Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures*, Science Council of Japan, Tokyo, 1971.
- 16) Parkinson, G.V. and Smith, J.D. : The square prism as an aeroelastic non-linear oscillator, *Quart. J. Mech. and Appl. Math.*, **17**, 225, 1964.
- 17) Matsuda, H, Sakiyama T., and Morita, CH : Variable Cross Sectional Beck's Column Subjected to Nonconservative Load, *ZAMM, Z. angew. Math. Mech.*, **73**, 383-385, 1993.
- 18) 本間俊雄・登坂宜好 : 非保存性外力を受ける弾性棒の動的安定解析, *日本建築学会構造系論文集*, **461**, 37-46, 1994.
- 19) 宮田利雄 : 超長大新形式橋梁の実現化とその耐風安定性, *土木構造・材料論文集*第13号, 1-12, 1997.
- 20) 松本勝・大東義志・白土博通・青木淳・藤井大三 : 橋梁基準断面の渦励振に及ぼす乱流効果に関する研究, *土木学会構造工学論文集*, Vol.42A, 813-818, 1996.
- 21) 風間浩二・宮田利雄・山田均 : 吊橋の長大化に伴うフラッター特性に関する研究, *土木学会構造工学論文集*, Vol.41A, 809-816, 1995.
- 22) 米田昌弘・大野克紀・田巻嘉彦・木村公男 : 超長大箱桁形式吊橋の連成フラッター特性に及ぼす鉛直クロスステイの効果ー測定空気力を作用させた場合の最適位置ー, *土木学会構造工学論文集*, Vol.44A, 907-916, 1998.
- 23) 川本英樹・吉田秀則 : 3次元弾性円柱の流体構造連成解析, *土木学会論文集* No.668, I-54, 195-206, 2001.
- 24) Moon, F.C. and Holmes, P.J. : A magnetoelastic strange attractor, *Journal of Sound and Vibration*, **65** (2), 275-296, 1979.
- 25) Ueda, Y. : Steady motions exhibited by Duffing's equation : A picture book of regular and chaotic motions, *In New Approaches to Nonlinear Problems in Dynamics*, SIAM, 311-322, 1980.
- 26) I. Ario and K. Fujii : Dynamic bifurcation behavior with the saddle point of homoclinic orbit, *Proc. of The First International Conference on Structural Stability and Dynamics*, 1, 231-236, 2000.
- 27) 有尾一郎・海田辰将 : ミーゼストラスにおける DUFFING 振動解析, *土木学会構造工学論文集* Vol.47A, pp.439-448, 2001.
- 28) Arnold, V.I. : Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations, *Springer-Verlag*, New York, 1983.
- 29) Thompson, J.M.T. and Stewart, H.B. : Nonlinear dynamics and chaos geometrical methods for engineers and scientists, *John Wiley & Sons Ltd.*, 1986.
- 30) Wiggins, S. : Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos, *Springer-Verlag*, New York, 1990.

(2002年4月19日受付)