

# 最大エネルギー解放率クライテリオンを用いた界面き裂の進展特性

The extension characteristic of interface crack using the maximum energy release rate criterion

島袋淳\*, 橋本堅一\*\*, 鱈洋一\*\*\*, 矢富盟祥\*\*\*\*

Atsushi SHIMABUKURO, Ken-ichi HASHIMOTO, Yoichi SUZUKI and Chikayoshi YATOMI

\*正会員 修士(工学) 徳山工業高等専門学校助手 土木建築工学科(〒745-8585 山口県徳山市久米高城 3538)

\*\*正会員 博士(工学) 徳山工業高等専門学校助教授 土木建築工学科(同上)

\*\*\*正会員 博士(工学) 五大開発株式会社 応用工学研究所(〒921-8051 石川県金沢市黒田 1-3)

\*\*\*\*Ph. D 金沢大学大学院教授 自然科学研究科(〒920-8667 石川県金沢市小立野 2-40-20)

Subject to an inclined load, we obtain the energy release rate for a crack with an interface bounded by two different isotropic elastic materials. The energy release rate is calculated by the path independent E-integral using the finite element method with a singular element. In the finite element analysis, we impose avoiding the contact of the extended crack which happens in the large angle kinking. Under the maximum energy release rate criterion, we examine the extension behavior of interface crack.

**Key Words:** interface crack, E-integral, maximum energy release rate

## 1. はじめに

コンクリートや岩石は、その内部に材料界面や粒界等の不連続面を持っている。材料の破壊き裂の発生は応力やひずみの不連続面で発生することが多く、材料には材料界面に潜在き裂を有することが多い。コンクリートでは、骨材、骨材界面、空隙などが、また岩石では鉱物粒子、その界面、空隙、微小潜在き裂などが最終破壊に大きく影響する。また、不安定的な破壊き裂進展後のき裂の進展経路を詳細に見当すると、骨材や鉱物粒子の界面のみでなく、骨材や鉱物粒子中を進展しているき裂も見られる。

近年では、高強度・高機能・軽量化などを目的に盛んに接合材および複合材の利用があらゆる分野で進んでおり、さらに接合接着技術の進歩も著しく発展している。この異材界面の強度・安全性・信頼性の高度な評価が重要であり、強く求められている。

材料界面は変形挙動や破壊に大きな影響を及ぼし、ひとたび応力履歴を受けると、応力集中により界面上にき裂が生じる場合が多く、実質上、界面を有するほとんどの材料は、界面に初期き裂を有していると考えられる。しかし、微小変形に限定された線形弾性力学の解によると、界面き裂先端では応力の振動特異性が現われ、き裂面開口部では変位のオーバーラップが生じることが知られており、応力や変位の評価は複雑なものとなる。このように界面力学では、応力及び変位分布が複雑ではある

が、線形破壊力学体系として確立しつつあり、界面き裂の問題は結城らの一連の研究で様々な現象が明らかにされている<sup>1)</sup>。しかし、これらの研究のほとんどは、応力拡大係数を考察したものであり、応力拡大係数で破壊を議論する場合、界面き裂の場合は単純な載荷の場合でも混合モードとなることから、破壊クライテリオンは非常に面倒なものとなる。一方、応力拡大係数と一意的な関係にあるき裂進展パラメータであるエネルギー解放率は、混合モードの場合でも単一のパラメータであるため、それを用いた破壊クライテリオンは応力拡大係数を用いた場合より単純になる。しかるに、界面き裂の場合のエネルギー解放率は、直線的な界面き裂の場合に限られ、その進展方向も直線界面に沿ったき裂進展しか考慮されておらず、き裂進展の界面と異なった方向への折れ曲がりなどに関しては一切考察されていないのが現状である。

以上のことから、本研究では、まず、界面き裂先端近傍における応力や変位の振動特異性及び応力拡大係数は界面上のき裂が界面に沿って進む場合のエネルギー解放率と一意的な関係にあることを述べた後、き裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求める種々の公式を概説し、有限要素法による数値解析を使用する場合は、E 積分が非常に有用であることを述べる。次に様々な方向から一軸引張荷重を受ける混合モード載荷状態において、二つの異なる弾性係数を持つ等方弾性体の界面にき裂が存在する場合を E 積分を用いた有限要素解析を行い、最大エネルギー解放率クライテリオンを用いた界面破壊き裂の進展特性を考察する。特に本論文では、界面に沿うき裂が、

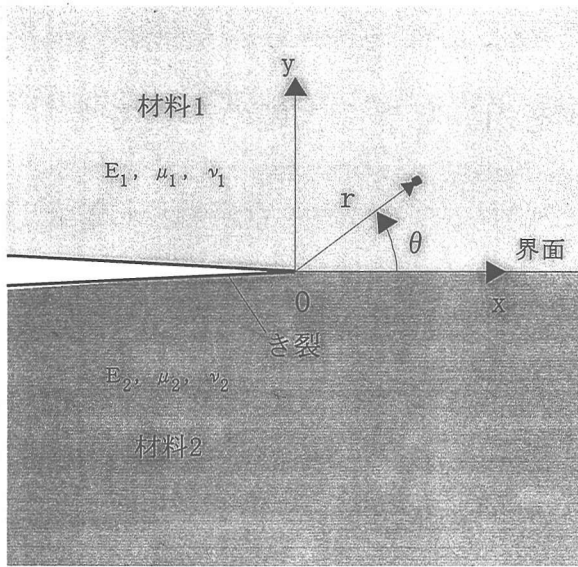


図-1 界面き裂先端の座標系

界面方向から大きく異なって折れ曲がる場合、き裂両面の変位のオーバーラップが生じるため、このオーバーラップが生じないような非接触条件を考慮した解析を行った。また、き裂先端部には特異要素を用い、より精度の良い解析を行った。

## 2. 界面き裂の線形破壊力学パラメータ

### 2.1 応力拡大係数

二つの弾性係数の異なる線形等方弾性材料が接合された直線界面上のき裂を考える。図-1に、それぞれの材料を1, 2とし、そのヤング係数、せん断弾性係数、ポアソン比をそれぞれ  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2, \nu_1, \nu_2$  で示す。微小変形2次元等方弾性論に基づき、この界面き裂先端近傍の応力場に着目して、漸近展開すると、き裂先端近傍の応力  $\sigma_{ij}$  は、き裂先端からの距離  $r$  の関数として、次式で表すことができる。

$$\sigma_{ij} \propto r^\lambda \quad (1)$$

き裂面上の表面応力自由条件を課して、この指数  $\lambda$  を求める方程式を解くと、一般に次式の根が得られることが、Williamsにより明らかにされた<sup>2)</sup>。

$$\lambda = (n - (1/2)) \pm i\varepsilon$$

$$\lambda = n \quad (n=0,1,2,\dots;\text{整数}), i=\sqrt{-1} \quad (2)$$

ここで、 $\varepsilon$  は二つの材料の組み合わせにより決まる材料定数である。式(1)、(2)からき裂先端近傍の応力場は、 $\lambda = -1/2 \pm i\varepsilon$  の特異性を有することがわかる。この特異性を有する第一項のみに着目し、 $\theta=0^\circ$  の界面上の応力分布を記すと、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} [\sigma_y + i\tau_{xy}]_{\theta=0} &= \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{L}\right)^{i\varepsilon} \\ &= \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \{ \cos(\varepsilon \ln(r/L)) + i \sin(\varepsilon \ln(r/L)) \} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $K_1 + iK_2$  は界面き裂の複素応力拡大係数、 $L$  は振動項を無次元化するための基準長さで、き裂全長をとるものとする。式(3)から応力は三角関数に  $\ln(r/L)$  が含まれていることから振動特異性を有し、き裂先端の極近傍で振動しつつ、 $r^{-1/2}$  の特異性を呈することがわかる。

一方、界面き裂先端近傍の変位分布は、き裂上下面の相対変位  $\delta_x, \delta_y$  として、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_y + i\delta_x &= \frac{K_1 + iK_2}{2(1 + 2i\varepsilon) \cosh(\varepsilon\pi)} \\ &\quad \times \left\{ \frac{x_1 + 1}{\mu_1} + \frac{x_2 + 1}{\mu_2} \right\} \left(\frac{r}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{r}{L}\right)^{i\varepsilon} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\delta_y = v(r, \pi) - v(r, -\pi) \quad \delta_x = u(r, \pi) - u(r, -\pi)$$

ここで、 $x_1, x_2$  はポアソン比  $\nu_1, \nu_2$  に関連した係数で平面応力と平面ひずみで異なる。このように、変位分布にも、 $(r/L)^{i\varepsilon}$  の振動項が含まれているため、相対変位も正負の振動が生じ、き裂面がオーバーラップする物理的に不合理な現象を呈する。しかしながら、応力ないし変位が著しく振動する振動域はき裂先端の極近傍に限られ、また実際現象は塑性変形が生じることを考慮すれば、き裂先端近傍の応力場、変位場を規定するパラメータとして式(3)、(4)で定義される応力拡大係数が有効と考えられる。また、界面き裂の応力拡大係数は他にも Rice と Sih<sup>3)</sup> が提案した式(5)、

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_1^* + iK_2^*}{\sqrt{2\pi r}} \cosh(\pi\varepsilon) \cdot r^{i\varepsilon} \quad (5)$$

Sun<sup>4)</sup> が提案した式(6)

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_1^{**} + iK_2^{**}}{\sqrt{2\pi r}} \cosh(\pi\varepsilon) \left(\frac{r}{L}\right)^{i\varepsilon} \quad (6)$$

などがある。しかしながら、図-1のような直線界面に対し、垂直に荷重を与えた最も簡単な場合でも、界面き裂先端近傍では、両側の物質定数が異なるため第I、第IIの混合モード状態となり、応力や相対変位が振動する不合理な現象に加え、不安定破壊進展が生じる条件も、 $K_{Ic}, K_{IIc}$  両方を用いた複雑な混合モード破壊クライテリアを必要とする。破壊進展方向も、例えば、しばしば用いられる最大周応力説を用いようとしても、き裂先端近傍の応力が振動特異性を持っているため使用不可能である。一方、後述するように界面き裂の場合、エネルギー解放率  $G$  は、応力や変位のような振動特性を持たず、混合モードの場合でも不安定破壊進展条件として、その破壊靱性値  $G_c$  のみが決まればよく、破壊進展方向はそ

の最大方向となるとする、いわゆるエネルギー解放率クライテリオンが非常に有用と考えられる。しかしながら、このエネルギー解放率クライテリオンが非常に有用であるとわかっていても、界面上にあるき裂の任意方向のき裂進展瞬間時のエネルギー解放率を求めることは、理論的にはもちろんの事、数値解析的にも既存の手法で精度良く求めることは不可能であった。そこで次節において、界面上にあるき裂の任意方向のき裂進展瞬間時のエネルギー解放率を求める方法に関して詳述する。

## 2. 2 エネルギー解放率

図-1のような微小変形論による2次元線形等方弾性体直線界面き裂について応力拡大係数とエネルギー解放率  $G$  との関係を導くと、き裂が接合界面を進展する際のエネルギー解放率  $G$  は、式(3)の界面き裂の応力拡大係数と次式の関係が成立する。

$$G = \frac{1}{16 \cosh^2(\varepsilon\pi)} \left\{ \frac{\chi_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\chi_2 + 1}{\mu_2} \right\} (K_1^2 + K_2^2) \\ = \Lambda (K_1^2 + K_2^2) \\ = J \quad (7)$$

したがって、この  $G$  は振動性を有せず、 $K_1 \times K_2$  のようなクロス項も生じないことに注意する必要がある。  $J$  は Rice の積分で、次式のような片側き裂先端のみを含む限り任意な経路  $\partial$  に沿った線積分として与えられる。

$$J := \int_{\partial} \left( W dy - t \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} dS \right) \quad (8)$$

ここで、 $W$  は次式で定義されるひずみエネルギー密度であり、

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (9)$$

$t$  は表面力ベクトルである。

$J$  積分は、界面き裂の場合においても、その値がエネルギー解放率を求めようとする片側き裂先端のみを含む限り積分経路  $\partial$  の採り方に依存しない経路独立積分となっており、他のき裂先端を含まない限り、き裂先端から離れた応力場からエネルギー解放率の値が求まる。ここで、式(8)の  $J$  積分の値は図-1の場合、き裂が直線界面上に沿って進展する瞬間時のエネルギー解放率を与えるだけであり、 $J$  積分では、任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を得ることはできないことに注意したい。き裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の公式はいくつか紹介されている。エネルギー解放率は基本的には、き裂分離エネルギーであるという物理的理由から、次式で折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を正しく評価できる<sup>5)</sup>。

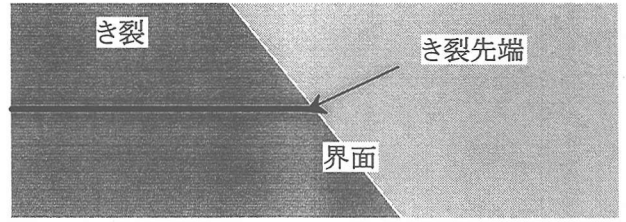


図-2 エネルギー解放率を用いる際の注意

$$G = \lim_{\Delta \ell \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta \ell} \int_0^{\Delta \ell} (\sigma_{\theta} \delta_{\theta} + \tau_{\theta} \delta_r) dr \quad (10)$$

ここで、応力はき裂進展前の応力であり、相対変位は  $\Delta \ell$  のき裂折れ曲がり時の値である。

また、 $\Delta \ell$  のき裂折れ曲がり時の全物体内部ひずみエネルギー  $U_z$  とき裂進展前の全物体内部ひずみエネルギー  $U$  を考えることにより、次式のような公式も可能である<sup>6)</sup>。

$$G = \frac{1}{2} \lim_{\Delta \ell \rightarrow 0} \frac{U_z - U}{\Delta \ell} \quad (11)$$

ただし、上式は、境界で与えられた表面力が一定の場合のみ有効である。この方法は「全エネルギー法」と呼ばれている。

しかしこれらの公式により、エネルギー解放率を求めようとする場合、界面き裂近傍の応力や変位を正確に求める必要があり、数値解析的に精度の良い解を求めることは非常に困難になる。また、式(11)は経路積分でなく、面積分を必要とし面倒である。一方、き裂が任意方向に準静的に進展している瞬間時のエネルギー解放率を、き裂の一端を囲む基準線に固定された正則な閉領域  $A$  内のエネルギー変化量の不釣り合い量として、次式のように定義する。

$$G = \int_{\Gamma} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} ds - \frac{\partial}{\partial \ell} \int_A \mathbf{w} da \quad (12)$$

$\Gamma$  はき裂先端を含む閉領域の境界である。上式は次式のように変形され

$$E(\ell) = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \left( \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} - \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (13)$$

この式を共役型  $E$  積分公式<sup>7)</sup>と言う。  $E$  積分は積分経路上の表面力ベクトル  $\mathbf{s}$  および変位ベクトル  $\mathbf{u}$  のみで評価されるので有限要素法による解析上有利である。  $E$  積分は  $J$  積分と異なり、任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を与え、その経路内にエネルギー解放率を求めようとする片側き裂先端のみでなく、他のき裂先端や他の介在物などを含んでいても、経路独立な積分である。

そこで本研究においては、式(13)の  $E$  積分法<sup>7)</sup>によりエネルギー解放率を求め、クライテリオンとして最大エネルギー解放率クライテリオン<sup>5), 6), 8)</sup>を用いて界面き裂における進展特性を検討する。ここで注意することは、線形弾性体の場合はエネルギー解放率はき裂先端の応力特異性

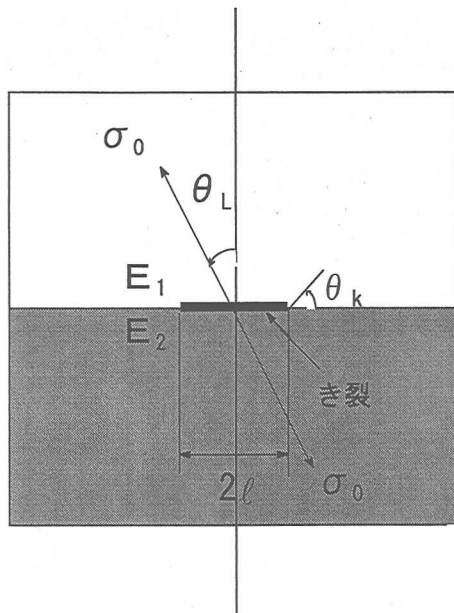


図-3 解析モデル

のオーダーが $-1/2$ のときのみ $0$ でない有限な解を持つもので、図-2のように、き裂面が界面上でなく一つの材料間にあり、そのき裂先端のみが界面上にある場合は、他の物質内に進展する瞬間時のエネルギー解放率の値は $0$ あるいは $\infty$ の値になり、き裂の進展特性を議論するパラメータとしてそのままでは扱えなくなる。

### 3. 界面き裂に対する E 積分法を用いたエネルギー解放率の算出

#### 3. 1 解析モデル

解析したモデルは図-3 に示すような無限遠一方向に引張応力 $\sigma_0$ を受ける材料界面上に長さ $2l$ のき裂を有する2種類の線形等弾性体からなるモデルである。式(13)のE積分公式により、き裂右側先端が直進または折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求める。エネルギー解放率に影響を与えるパラメータとしては弾性係数 $E_1$ 、 $E_2$ の他にき裂長さ $2l$ 、無限遠応力の大きさ $\sigma_0$ およびその荷重角度 $\theta_L$  (Loading angle) き裂折れ曲がり角 $\theta_K$  (Kinking angle) である<sup>9)</sup>。ここで荷重角度 $\theta_L$ 及びき裂折れ曲がり角 $\theta_K$ はともに反時計回りを正としている。もし $E_1=E_2$ である均一物体の場合で、荷重角度およびき裂の折れ曲がり角が零の場合( $\theta_L=0$ ,  $\theta_K=0$ )はよく知られた応力拡大係数の厳密解( $K_I=\sigma_0(\pi l)^{1/2}$ )により容易にエネルギー解放率の厳密解( $G=K_I^2/E$ )が求められる。また、均一物体の場合の荷重角度 $\theta_L$ およびき裂の折れ曲がり角 $\theta_K$ を考慮したエネルギー解放率は $Wu^9)$ や Hayashi and Nasser<sup>10)</sup>により、半理論的に得られている。

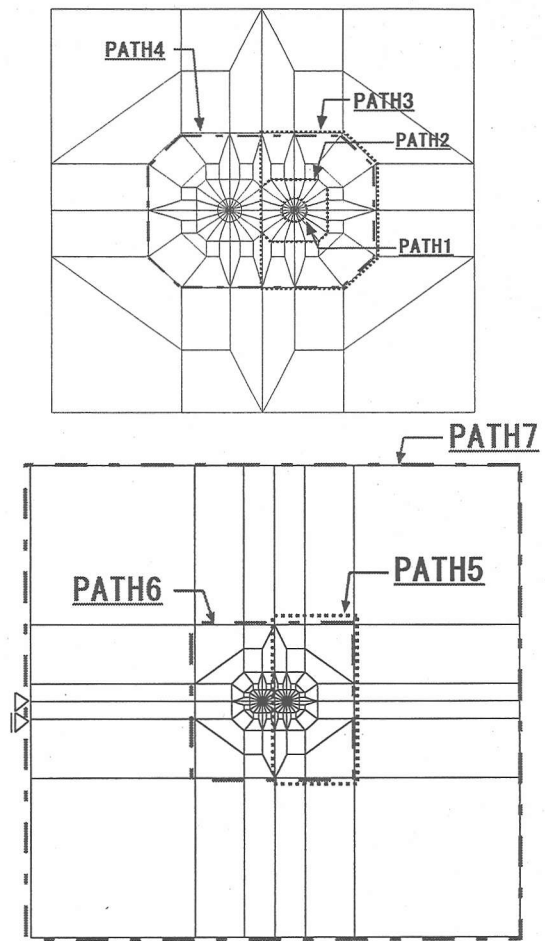


図-4 有限要素分割と積分経路  
(上図は下図の中央部分の拡大)

#### 3. 2 解析手法

式(13)を数値解析して計算する場合、き裂長さ $l$ のモデル (以下、基本モデルと呼ぶ) と、き裂が微小長さ $\Delta l$ 伸びたモデル (以下、き裂進展モデルと呼ぶ) の2つのモデルの解析を行い、き裂長さによる偏微分項は2点差分近似することにより、また経路積分は表面力と変位をそれぞれ離散化した等価節点表面力 $s_i$ と節点変位 $u_i$ を用い、積分経路上の全節点で和をとることにより求めた。すなわち次式を解析に用いた。

$$E = \sum_{i=1}^n \left[ s_i(l) \cdot \frac{u_i(l+\Delta l) - u_i(l)}{2\Delta l} - \frac{s_i(l+\Delta l) - s_i(l)}{2\Delta l} \cdot u_i(l) \right] \quad (14)$$

ここで $n$ は積分経路上の節点数であり、 $(l)$ および $(l+\Delta l)$ はそれぞれ基本モデル、き裂進展モデルの物理量であることを示している。

無限板を近似した有限要素モデルは中央き裂長さ $2l$ に対して一辺が20倍の寸法の正方形としている。有限

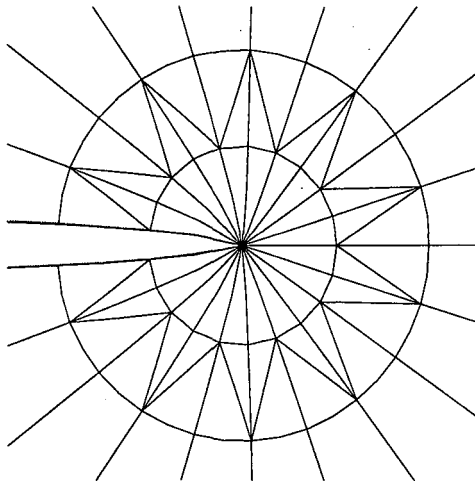


図-5 き裂先端折れ曲がり方向メッシュ図

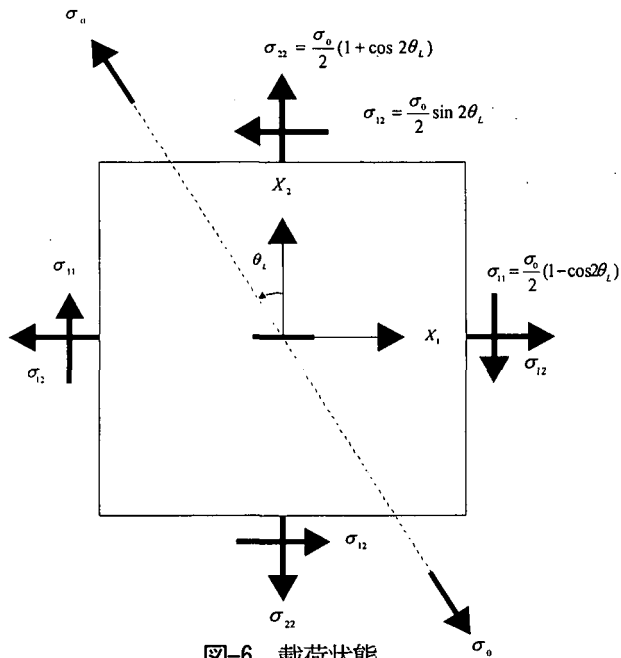


図-6 荷重状態

要素モデルは、き裂先端近傍に特異要素を、き裂先端から離れた部分は8節点四角形および6節点三角形アイソパラメトリックス要素を用いている。その概要を図-4に示す。また、図-4の上の図は下の図の中央部分を拡大した図である。2つの解析モデルのうちき裂が進展する前の基本モデルについては節点数が920、要素数が332であり、き裂進展モデルについては、要素数は同じで、節点数は922である。積分経路は7本(図-4参照)設け、き裂の折れ曲がり角は19方向(図-5参照)を考えた。 $\Delta l$ は、式(11)の全エネルギー法同様に、試行錯誤的に決める必要があるが、ここでは、種々の長さの $\Delta l$ に関し、数値計算を試み理論解のある場合で最も精度の良かった $\Delta l = 0.078l$ を使用した。また、界面に沿うき裂が、界面方向から大きく異なって折れ曲がる場合、折れ曲がり部分において、変位のオーバーラップが生じるため、この

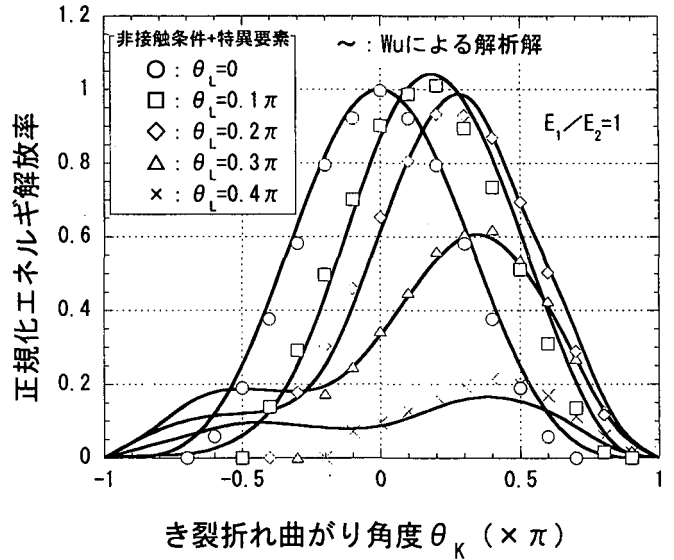


図-7 均一材の場合の正規化エネルギー解放率と  
き裂折れ曲がり角度の関係

オーバーラップが生じないような非接触条件を考慮した解析を行った。

解析にあたっては、まず、引張荷重下での等方線形弾性体内におけるき裂進展に関するエネルギー解放率について解析手法の有効性を検討し、次に、界面き裂における進展特性を考察する。

## 4. 結果と考察

### 4.1 等方線形弾性体に及ぼす引張荷重角度の影響

まず、均一な等方線形弾性体 ( $E_1/E_2=1$ ) がモード I ( $\theta_L=0$ ) の荷重を受け、き裂が直進する場合 ( $\theta_K=0$ ) の解析を行った後、引張荷重の荷重角度  $\theta_L$  が  $0.1\pi$ ,  $0.2\pi$ ,  $0.3\pi$ ,  $0.4\pi$ ,  $0.5\pi$  の場合の解析を19のき裂折れ曲がり方向 ( $\theta_K$  を  $-0.9\pi$  から  $0.9\pi$  まで、 $0.1\pi$  刻みで与えている) の解析を行い、特異要素及び非接触条件の効果を検討した。その結果を図-7に示す。荷重状態は図-6に示すように一軸一様斜向引張荷重を、多軸混合一様分布荷重としてモデル境界に与えることで実現している。以後、正規化に用いたエネルギー解放率  $G$  は均一物体の場合のモード I の荷重状態の厳密解である。また、図-4に示したように7つの積分経路により解析を行った結果、経路による値にはほとんど違いは無く、E 積分の経路独立性が立証できた。しかし、若干ではあるが、外側に行くほど Wu による解との違いが少なくなることから、以後モデル境界上の経路 (PATH7) の解析結果を用いる。この図より、最大エネルギー解放率クライテリアに従うならば、荷重角度  $\theta_L$  が0の時、き裂は直進(き裂面の方向に進展)し、荷重角度が正の方向に傾くほど、き裂進展も正の方向に折れ曲がって進展する(図-3参照)と考えられる。当然のことながら、荷重角度  $0.5\pi$  ではエネルギー解放

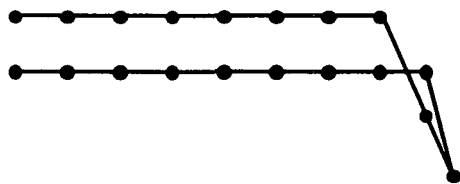


図-8 き裂両面の変位のオーバーラップ

率は0になった。また今回の解析では、特異要素を考慮しているが、特異要素を考えていない解析<sup>9)</sup>と比較すると最大エネルギー解放率を示す付近では大きな改善が得られなかった。このことは、E 積分の経路をき裂先端から十分離れてとれば、き裂先端近傍の解の精度の違いには、E 積分の値にほとんど影響しないことを示す。一方、Wuの解析結果では、エネルギー解放率の値が $-\pi < \theta_k < \pi$ の全ての折れ曲がり角に対して0でないのに対して本研究の非接触性を考慮した場合では値が0になる領域があることがわかる。これは、Wuの解析ではき裂面のオーバーラップを考慮に入れていないのに対し、今回の解析では非接触性を考慮したことにより、より厳密な解析になっているといえる。ここで注意したいのは、界面き裂の場合、前述のように応力や相対変位の振動特性（すなわち、き裂面のオーバーラップ）が生じることを述べたが、これらの振動特性は、き裂先端の極近傍においてのみ理論上存在するものであって、図-4程度の分割による有限要素解析では、それらの振動現象はみられない。本論文で、非接触条件を考慮したのは、上記のミクロな振動特性を考慮するためではなく、き裂の折れ曲がり角度が大きくなる場合に生じる非現実的なマクロな変位（図-8参照）のオーバーラップを避ける目的にある。仮にき裂先端近傍の要素を非常に小さくとして、上記の振動特性が生じ得たとしても、前述したように、その結果も物理的に不合理なものになってしまう。

#### 4. 2 界面き裂に及ぼす引張荷重角度の影響

界面き裂の進展を議論する場合、最大エネルギー解放率クライテリオンを用いると、厳密には2つの材料の破壊靱性値と界面の破壊靱性値、すなわち3つの破壊靱性値が必要となる。これらの破壊靱性値の評価は2つの材料の場合、目安としてはJ積分による評価<sup>11)</sup>で求められるが、界面が弱面になって界面の破壊靱性値が必要な場合、き裂長さの異なる界面材の3点曲げ試験等でエネルギー解放率の破壊靱性値を求める必要が出てくる<sup>12), 13)</sup>。また均一材においてもき裂の進展条件に用いる破壊靱性値を評価する場合、このようなき裂長さの異なる2つの供試体により評価されるエネルギー解放率の破壊靱性値  $G_c$  の評価が必要になってくる。ここで、高張力鋼やファイナセラミックスのように弾性係数が大きい、すなわち変形しにくい材料であっても、 $G_c$ が小さい、すなわちき裂の不安定進展に対して弱い材料が数多く存在することに注意したい。以下、本研究ではとりあえず破壊靱性値による

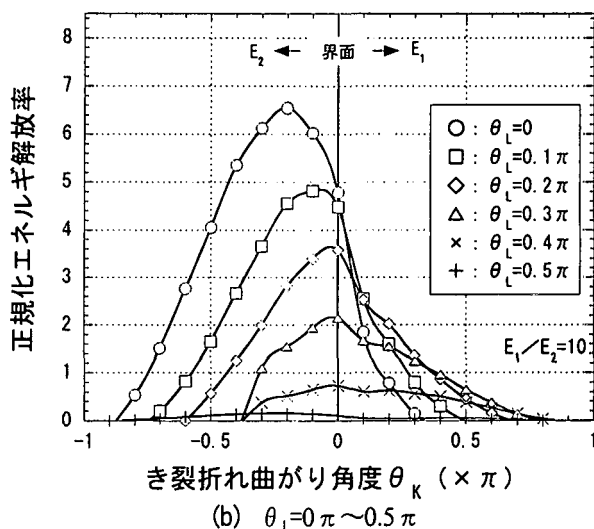
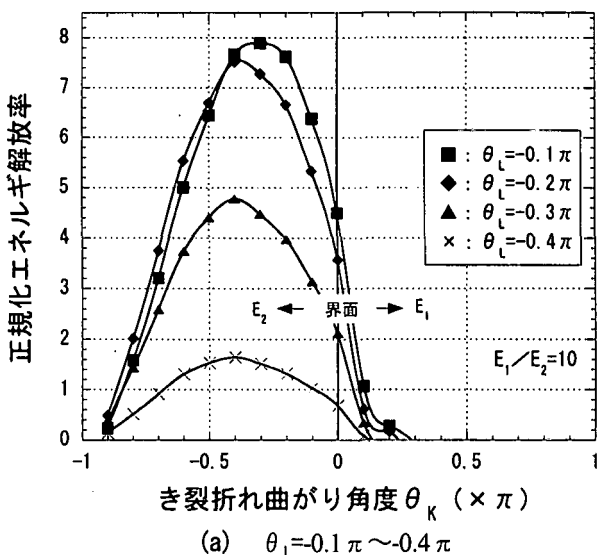


図-9 界面き裂材における解析結果

き裂進展の煩雑性を避けるため前述の3つの破壊靱性値が全て等しいとして議論する。等方線形弾性体で異なる弾性係数 ( $E_1/E_2=10$ : 前記の解析において  $E_2$  を  $1/10$  倍にした) をもつ材料に対して、引張荷重角度  $\theta_L$  が  $0, 0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi, 0.5\pi$  の場合の解析を19のき裂折れ曲がり方向 ( $\theta_k$  を  $-0.9\pi$  から  $0.9\pi$  まで、 $0.1\pi$  刻みで与えている) の解析を行い、図-9(a), (b)にまとめた。ここでも縦軸は前述の正規化したエネルギー解放率を示しており、横軸はき裂の折れ曲がり角度  $\theta_k$  を示している。解析モデル中の下半分の要素では弾性係数が  $1/10$  になっているため、前節の均一材よりモデルは変形しやすく、全体的に大きなエネルギー解放率を与える。図-9(b)の  $\theta_L=0$  のグラフより荷重角度  $\theta_L$  が0の時、载荷状態はモードIであるが、き裂は直進せず、 $\theta_k < 0$  すなわち弾性係数の小さいほうへ進展していく挙動をもつ混合モードとなっている。荷重角度が  $0.5\pi$  の時は、均一材においてはエネルギー解放率が0であったのに対し、界面き裂を有することにより若干の値をもつ。ここで、図-9では界



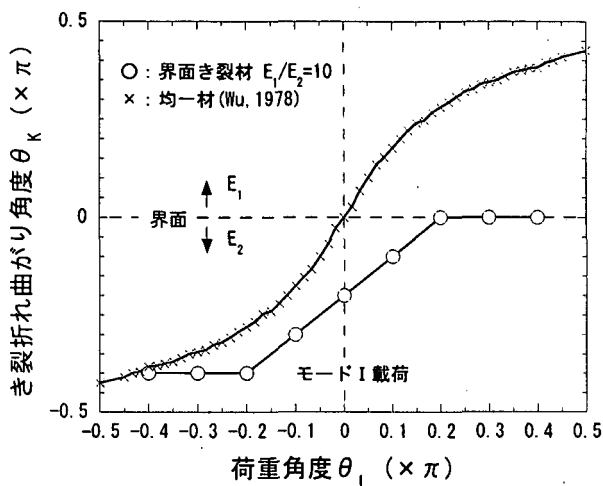


図-10 き裂折れ曲がり角度と荷重角度の関係

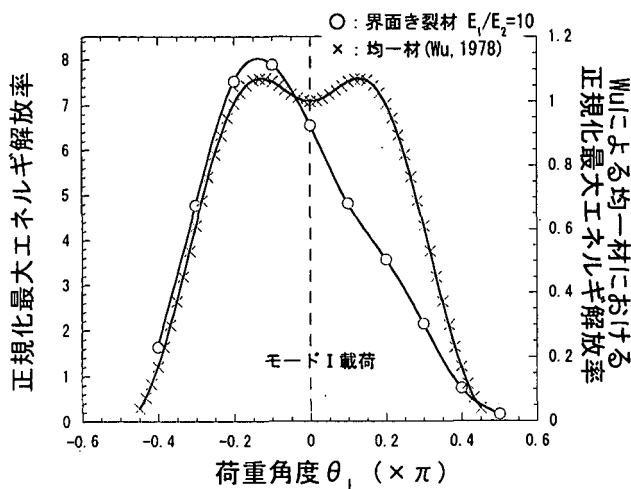


図-11 正規化最大エネルギー解放率と荷重角度の関係

面き裂の進展挙動をうまく表現しにくいので、荷重角度  $\theta_L$  とき裂折れ曲がり角  $\theta_K$  の関係をまとめたものが図-10で、各荷重角度における曲線の頂点を正規化最大エネルギー解放率として荷重角度と関係づけたものが図-11である。図中には均一材の例として Wu による結果<sup>9)</sup>も付記してある。この図より、界面き裂材及び均一材ともに荷重角度が負の方向に作用している場合、き裂折れ曲がり角も負の方向に進展する(図-3参照)。このことは、界面き裂材においては弾性係数の小さい  $E_2$  方向へ折れ曲がってき裂は進展すると考えられる。また、荷重角度が正の方向へ大きくなるにつれ、均一材では正の方向に大きく折れ曲がるのに対し、界面き裂材においては、荷重角度が  $0 \sim 0.2\pi$  の間では、その角度が正であってもき裂折れ曲がり角度は  $-0.24\pi \sim 0$  の範囲で、 $E_2$  方向に折れ曲がり、荷重角度が  $0.2\pi$  より大きくなると、その値がいくら大きくなっても、図-8のような変位オーバーラップが生じないように非接触条件が考慮されているため、き裂進展部分が閉じてしまい、最大エネルギー解放率はき裂折れ曲がり角度が  $0$  方向となる。つまり、直線的にき裂は進展し、 $E_1$  方向には決して進展しないことになる。こ

こで注意したいのは、仮に主き裂面が接触していてもエネルギー解放率は必ずしも  $0$  ではない。図-11においても図-10で用いた Wu による結果<sup>9)</sup>を参考として付記している。この図より、均一材においては、荷重角度の正と負において、左右対称の結果を示すが、界面き裂材においては弾性係数が異なるため左右対称にはならない。また、均一材においては  $\pm 0.15\pi$  付近でエネルギー解放率のピークがみられることから、荷重角度  $\pm 0.15\pi$  付近が最もき裂が進展しやすいと考えられる。これに対し、界面き裂材においては、荷重角度  $-0.15\pi$  付近で最もエネルギー解放率が大きくなるが、荷重角度が大きくなるにつれ、均一材のような正負のピークは見られず、エネルギー解放率は低下していく。このことから、界面き裂材においては荷重角度が大きくなれば、き裂は進展しにくくなると考えられる。

## 5. まとめ

様々な方向から引張荷重を受ける二つの異なる弾性係数を持つ等方弾性体の界面にき裂が存在する場合の破壊き裂の進展特性を考え、2つの材料及び界面の破壊靱性値を一定として、き裂の折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を経路独立積分で与える  $E$  積分を用いて、最大エネルギー解放率クライテリオンに基づき、界面き裂に対する進展挙動を検討した結果、以下のことが明らかになった。

- (1) 荷重がき裂面に対して垂直で荷重的にはモード I でも界面き裂のき裂進展は折れ曲がりを起こす。また、均一材においては荷重角度が大きくなるにつれ、き裂折れ曲がり角度は正の方向に進展するが、界面き裂材においては、荷重角度がいくら大きくなっても弾性係数の大きい正側へのき裂進展は見られない。
- (2) 界面き裂に及ぼす引張荷重角度の影響を検討した結果、荷重角度が  $-0.15\pi$  付近でエネルギー解放率の最大値が存在することから、今回行った界面き裂材のモデルにでは、荷重角度  $-0.15\pi$  付近が、最もき裂が進展しやすいと考えられる。
- (3) 本解析で使ったエネルギー解放率を用いた解析手法は、応力拡大係数を用いると複雑になりがちな界面き裂の混合モード下の進展挙動を比較的容易に行うことができた。

今回の報告は、エネルギー解放率を用いて界面き裂の進展特性に対し有効であるかどうかの検討であるため  $E_1/E_2=10$  である一つの仮想的な材料定数比を用いたが、解析結果より、界面き裂の進展特性に対しエネルギー解放率が十分扱えると考えられることから、今後は現実存在するような材料定数比を用いて、エネルギー解放率による界面き裂の進展特性を検討していく。

## 参考文献

- 1) 結城良治：界面の力学，倍風館，1993.
- 2) Williams, M.L. : The Stress around a Fault or Crack in Dissimilar Media, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 49, pp.199-208, 1959.
- 3) Rice, J. R. and Sih, G. C. : Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media, *J. Appl. Mech.*, 32, pp.418-423, 1965.
- 4) Sun, C. T. and Jih, C. J. : On Strain Energy Release Rate for Interfacial Cracks in Bi-material Media, *Engng. Fract. Mech.*, 28, pp.13-21, 1987.
- 5) 影山和郎，岡村弘之：引張りと面内せん断を受ける無限小屈折き裂の弾性解析と最大エネルギー解放率破壊条件，日本機械学会論文集，Vol.48, No.430, A, pp.783-790, 1982.
- 6) C. H. Wu : Fracture under combined loads by Maximum - energy release - rate criterion, *J. Appl. Mech.*, Vol.45, pp.553 - 558, 1978.
- 7) Yatomi, C. : The energy release rate and the work done by the surface traction in quasi-static elastic crack growth, *Int. J. Solids structures*, Vol.19, No.2, pp.183-187, 1983.
- 8) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J. : Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II, *ASTM STP 560*, pp.2-28, 1974.
- 9) 橋本堅一，鱈洋一，矢富盟祥：混合モード荷重下にある異方性弾性体内のき裂のエネルギー解放率の数値解析，材料，46，pp.976-980
- 10) Hayashi, K. and Nemat-Nasser, S. : Energy-release rate and crack kinking under combined loading, *J. Appl. Mech.*, Vol.48, pp.520-524, 1981.
- 11) たとえば日本機械学会基準：弾塑性破壊靱性  $J_{IC}$  試験法，JSME S 001, 1981.
- 12) Begley, J. A. and Landes, J. D. : The J integral as a fracture criterion, *ASTM STP 514*, pp.1-20, 1972.
- 13) 橋本堅一，工藤洋三，矢富盟祥，中川浩二：花崗岩の破壊靱性評価に関する検討，岩盤力学に関するシンポジウム論文集，Vol.20, pp.81-85, 1988.

(2002 年 4 月 19 日 受付)