

DNS による水面近傍の乱流構造に対する Froude 数の影響の検討

DNS Study of Froude Number Effects on Turbulence Structure near Free Surface

横嶋 哲*・中山 昭彦**

Satoshi YOKOJIMA and Akihiko NAKAYAMA

*学生員 日本学術振興会特別研究員 (DC) 神戸大学大学院自然科学研究科地球環境科学専攻
(〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**正会員 Ph.D. 神戸大学大学院教授 自然科学研究科地球環境科学専攻 (同上)

Direct numerical simulation of a fully-developed open-channel flow has been carried out for a range of subcritical Froude numbers at a fixed friction-velocity Reynolds number of 180. The free surface is approximated by small-amplitude wave theory. The simulation results are presented emphasizing the effects of the Froude number on those turbulence quantities related to the free surface fluctuations. The amplitude of the free-surface fluctuation increases as the square of the Froude number. Statistical quantities involving the vertical velocity component are most influenced by the Froude number but only in the region close to the free surface.

Key Words : direct numerical simulation, open-channel flow, turbulence structure, free-surface effects

1. 序論

気液界面間の運動量や質量、熱輸送現象は、自由水面下の乱流構造の影響を強く受けることが知られている。自由水面を有する乱流場は自然界や工業機器内等に数多く存在するため、自由水面下の乱流構造は幅広い分野から関心を集めている。特に最近では計算機性能の飛躍的な向上を背景に、流体の支配方程式を直接数値的にシミュレートする DNS (Direct Numerical Simulation) を利用して自由水面近傍の乱流現象を明らかにしようとする試みが多くなされている^{1)~7)}。中でも、二次元開水路等流は最も基本的な自由水面乱流のひとつとして多くの研究者によって取り上げられ、流れ場の解明が進んでいるチャンネル流との比較を通じて「自由水面効果」を捉えようとする手法がよく用いられてきた³⁾。この手法は単に乱流現象の理解に手掛かりを与えるだけでなく、様々なタイプの管内流の予測で成功を収めた乱流モデルに対して、どのような修正を施せば自由水面を含む複雑乱流場の予測に適用できるかを検討する上でも有用な手法と考えられる。

しかしながら開水路乱流と称してこれまでに行われた DNS の大部分では、自由水面は固定すべり境界として取り扱われており^{1), 3)~5)} (以下では自由水面をすべり面として取り扱った開水路流を「スリップチャンネル流」と呼ぶ)、水面変動の影響が考慮されたものは Thomas and Williams(1995)⁶⁾や Borue et al.(1995)⁷⁾等による数例に限られている。すなわち、チャンネル流と、Froude 数がゼロの極限とみなせるスリップチャンネル流の相違についてはこれまでの DNS によって多くの知見が得られているものの、その理想化された条件下

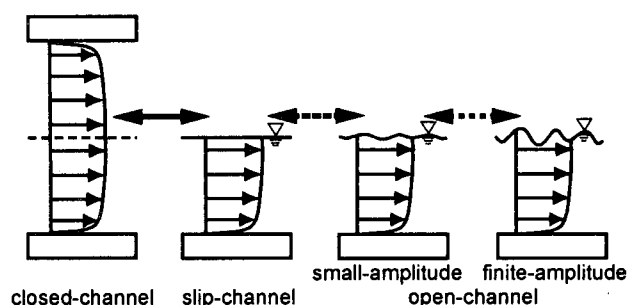


図-1 チャンネル流と開水路流

で得られた自由水面効果が水面の変形や変動によってどのような影響を受けるのかについての定説は得られていない (図-1 参照)。

本研究では、微小水面変動仮定に基づいて線形化された自由水面境界条件を用いて常流状態の幅広い Froude 数条件下で開水路等流の DNS を行い、自由水面の変形や変動が流れ場の乱流構造に及ぼす影響について、乱流統計量に主眼を置いた検討を行う。

2. 自由水面の取り扱い

2.1 支配方程式

本研究では、図-2 に示すような平滑面及び自由水面から構成される完全発達二次元開水路等流を計算対象とする。流体は非圧縮性 Newton 流体で温度場の影響は無視できると仮定すると、流体の運動は以下に示す

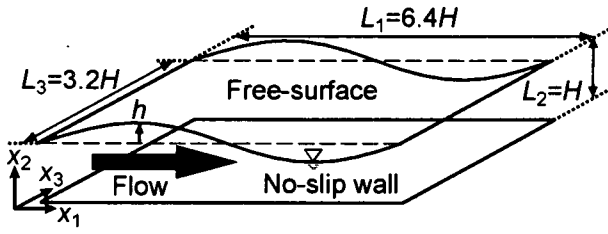


図-2 開水路等流

連続の式と Navier-Stokes 方程式によって記述される.

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \hat{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + g_i \delta_{1i} + \nu \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

ここで, x_1, x_2, x_3 はそれぞれ主流方向, 路床法線上向き方向及び横断方向を示し, $\hat{u}_i$ は i 方向の瞬時速度成分を, ν は流体の動粘性係数を表す. g_i は重力加速度の i 方向成分で, 路床勾配を θ , 重力加速度を g とすれば $g_1 = g \sin \theta$, $g_2 = -g \cos \theta$, $g_3 = 0$ となる. また, 圧力を流体密度で除したものを改めて圧力 $\hat{p}'$ とし, 支配方程式中には $\hat{p} = \hat{p}' + g_2(H - x_2)$ を導入している. ただし H は平均水深である. 以下では, ある物理量の瞬時値 $\hat{f}$ の時空間平均値を $\bar{f}$ で表し, 変動量 f を $f = \hat{f} - \bar{f}$ で定義し, 変動量の標準偏差を f^{rms} で表す. また, $x_2 = a$ での f の値を $f|_a$ で示す.

2.2 自由水面境界条件

本研究では, 跳水や碎波が発生しない穏やかな流れを対象とする. このとき自由水面形状は水平位置の一価関数で表現することができる. 路床から x_2 方向に測った瞬時水深を $\hat{h}(t, x_1, x_3)$ とし, 水面に対する法線方向及び接線方向をそれぞれ n, τ とすれば, 自由水面の運動を規定する力学的条件及び運動学的条件は次式で表現される.

- 動力学的条件 (水面接線方向)

$$\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x_\tau} + \frac{\partial \hat{u}_\tau}{\partial x_n} \right) \Big|_{\hat{h}} = 0 \quad (3)$$

- 動力学的条件 (水面法線方向)

$$\hat{p}|_{\hat{h}} = 2\nu \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x_n} \Big|_{\hat{h}} \quad (4)$$

- 運動学的条件

$$\frac{\partial \hat{h}}{\partial t} + \hat{u}_1|_{\hat{h}} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x_1} + \hat{u}_3|_{\hat{h}} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x_3} = \hat{u}_2|_{\hat{h}} \quad (5)$$

ただし, 気相の流れ及び表面張力は無視し, 大気圧はゼロとしている. 動力学的条件式 (3), (4) の下で支配

方程式 (1), (2), (5) を解けば, 開水路乱流の運動を再現することができる. しかしながら, 時々刻々と変形する自由水面上で動力学的条件を満たしながら支配方程式を精度良くシミュレートするには, 自由水面の変動に合わせた移動境界適合座標の導入が必要で, これは容易ではない. そのためこれまでに行われた, 開水路流を対象とした DNS の大半では, このような数値計算上の困難を避けるため自由水面を固定すべり面として取り扱うスリップチャンネル流を対象としてきた. しかし, この自由水面の「すべり面近似」の近似精度や適用範囲については不透明な部分が多く, これらについて検討が行われるべきである. 図-3 に著者ら (2000, EXPN00)⁸⁾ 及び中山 (1997, EXPN97)⁹⁾ によって行われた, 開水路等流の水面変動強度の実験計測結果を示す. ただし横軸には, 断面平均流速と平均水深によって定義される Froude 数が用いられている. これによると, 水面変動は限界流から射流にかけて大きく増加するが, 常流状態では水面変動の標準偏差は概ね平均水深 $H (\equiv \bar{h})$ の 1% 以下であることがわかる. よって, 自由水面の境界条件である式 (3)-(5) を $x_2 = H$ の周りで Taylor 展開すると, 常流条件下では h/H の二次以上の高次項を無視してもシミュレーションの精度はほとんど損なわれないことが期待できる. これより, 以下のような線形化された自由水面境界条件が得られる.

- 動力学的条件 (水面接線方向)

$$\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} \right) \Big|_H = 0 \quad (6)$$

$$\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_3}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_3} \right) \Big|_H = 0 \quad (7)$$

- 動力学的条件 (水面法線方向)

$$\hat{p}|_H = -g_2 h + 2\nu \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_2} \Big|_H \quad (8)$$

- 運動学的条件

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\hat{u}_1|_H h) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\hat{u}_3|_H h) = \hat{u}_2|_H \quad (9)$$

この近似によって得られた新たな境界条件に含まれる項は, 全て平均水面位置 $x_2 = H$ で評価可能なものとなるため, 計算格子を瞬時水面の変形に追随させなくても水面変動の影響をシミュレーションに取り入れることができ, また時々刻々と変化する瞬時の水面位置を追跡することが可能となる.

2.3 離散化手法

ここでは, 上述の支配方程式を有限差分法に基づいて離散化し, SMAC 法に従って時間発展解を算出する. 変数配置にはスタガード格子系を用い, 空間微分項は二次精度対流補間法¹⁰⁾により差分近似した. この差分スキームは対流項の表現法に計算結果が依存せず, 質

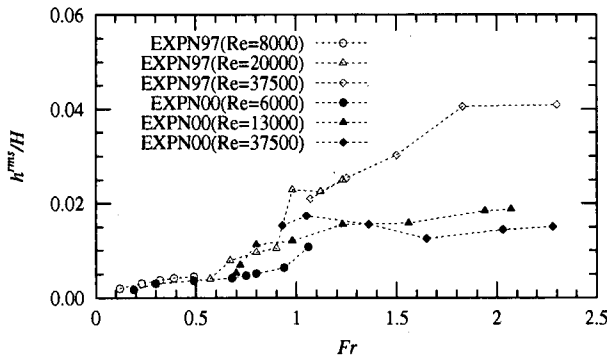


図-3 水面変動強度の実験結果

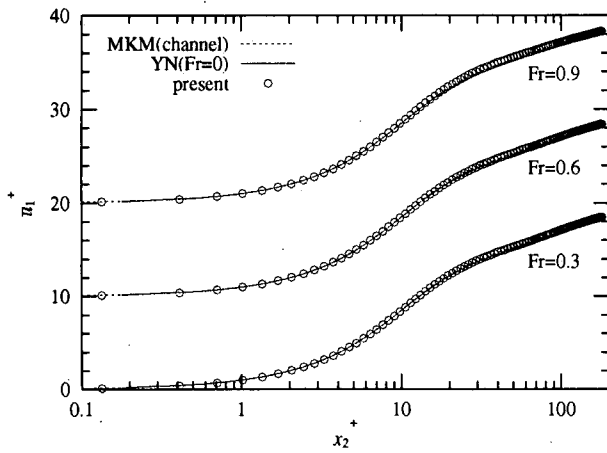


図-4 平均流速分布

量保存の精度の範囲内で運動量及び二乗量を保存することができる。また、支配方程式の時間積分には、対流項及び粘性項に二次精度の Adams-Bashforth 法を用いた。ただし、自由水面の運動学的条件である h の時間発展方程式は非粘性であるため計算過程で数値的に不安定な状態に陥る可能性がある。そこで運動学的条件については、対流項を六次精度の対流補間法を上流化（上流補間 (USI)¹¹⁾）したもので近似し、三次精度 Adams-Bashforth により時間積分を行うことで計算の安定かつ高精度化を図る。USI 法は、数値粘性は必ず計算を安定させる方向に作用し、またこれを取り除いた場合には高度の保存性を有する中心差分に帰着するもので、本報で用いる五次精度相当の USI は一次元移流問題及び二次元正方キャビティ流において通常の五次精度風上差分に比べて優れた結果を与えることが示されている¹¹⁾。また、圧力の Poisson 方程式の解法には周期方向に高速 Fourier 変換 (FFT) を、水深方向には三重対角行列解法を採用した。これにより計算の各時間ステップにおいて連続式は十分な精度で満足されている。境界条件は、主流方向及び横断方向に周期境界条件を課し、固定壁面上では粘着条件を与える。

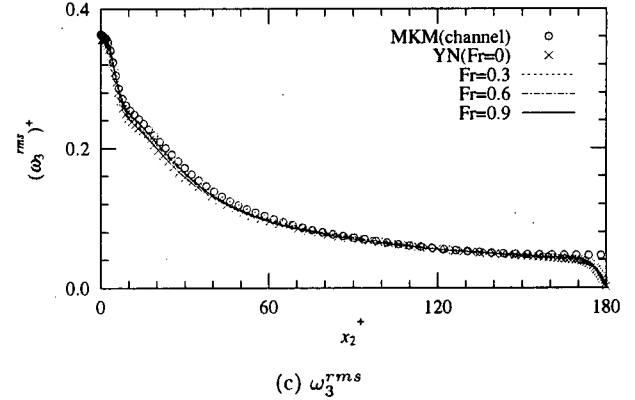
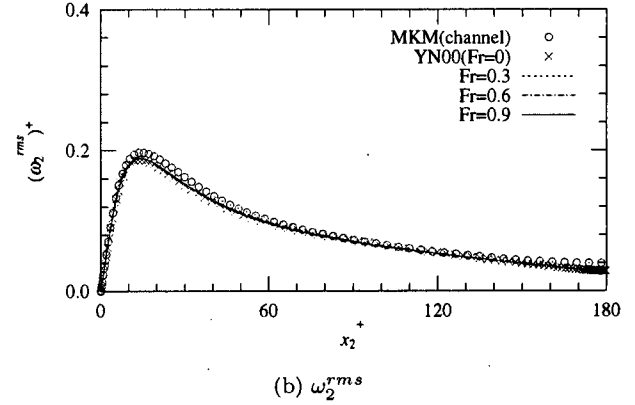
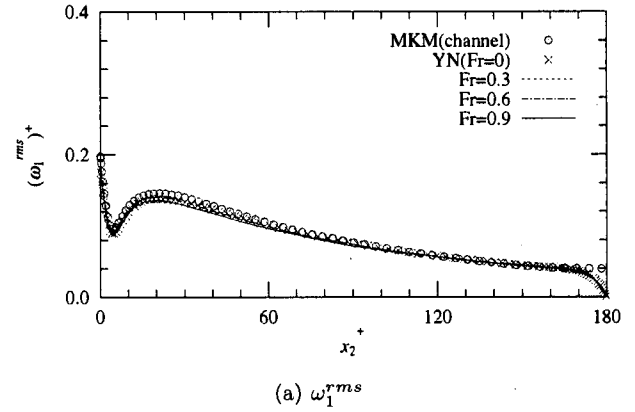
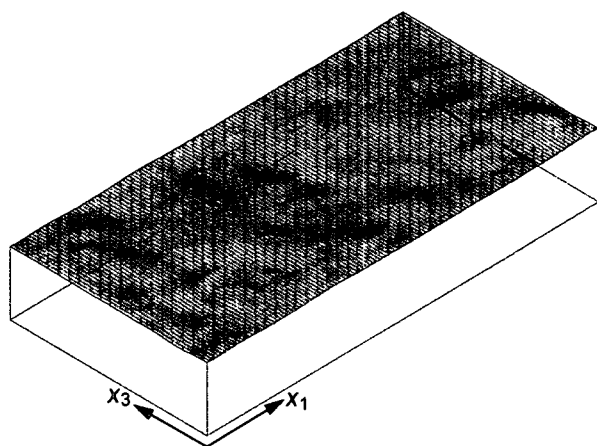


図-5 渦度変動強度分布

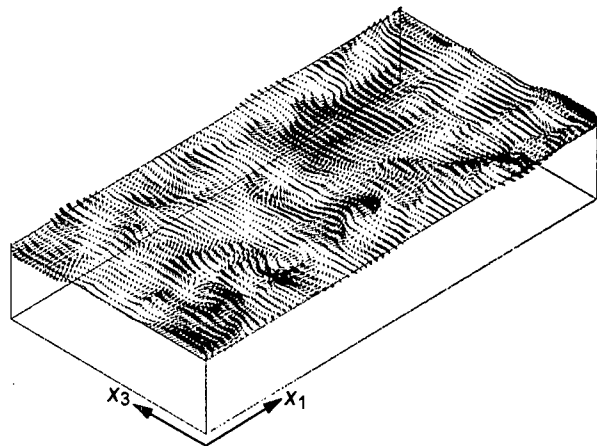
2.4 計算条件

本報では、支配方程式中の変数は全て壁面平均摩擦速度 U_τ 及び平均水深 H によって無次元化されている。これにより支配方程式に含まれる無次元パラメータは、Reynolds 数 $Re_\tau \equiv U_\tau H / \nu$ 及び Froude 数 $Fr_\tau \equiv U_\tau / \sqrt{gH}$ の二つとなる。なお、路床勾配 θ と Fr_τ の間には $Fr_\tau^2 = \sin \theta$ の関係がある。

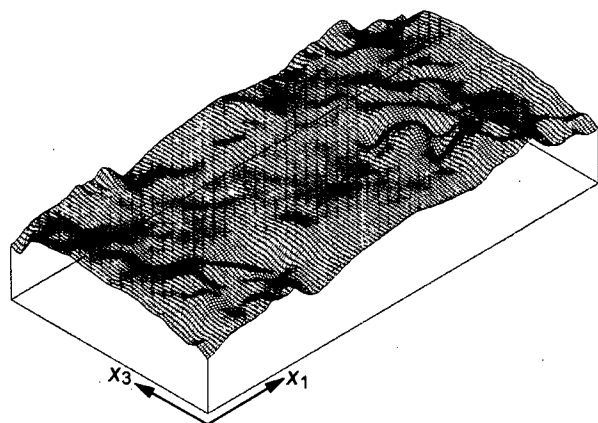
本研究では Reynolds 数を $Re_\tau = 180$ として DNS を実施する。これは、断面平均流速 U_m を用いたバルク Reynolds 数 $Re (\equiv U_m H / \nu)$ に換算すると約 2,800 に相当する。この Reynolds 数は Moser et al.(1999)¹²⁾ によるチャネル乱流の DNS と一致するため、既存の開水路等流の DNS も $Re_\tau = 180$ の条件下で行われたものが多い。このため、この Reynolds 数の条件下でのシミュレーションは、得られる結果の精度検証や流れ場の特徴の比較検討を行う上でメリットが大きい。また、



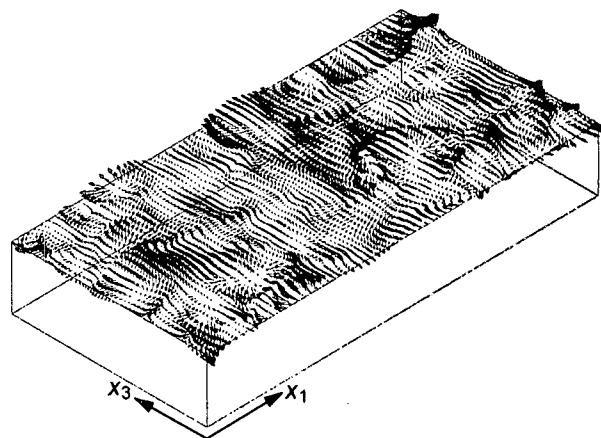
(a) $Fr = 0.3$



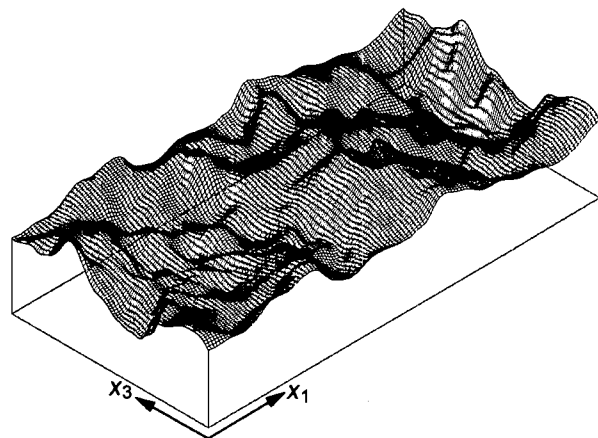
(a) $Fr = 0.6$



(b) $Fr = 0.6$

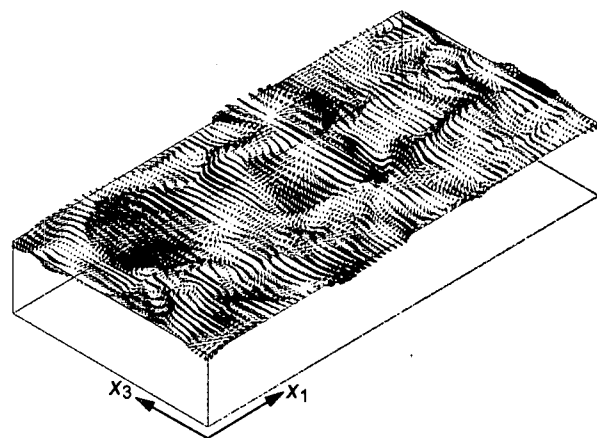


(b) $Fr = 0.9$



(c) $Fr = 0.9$

図-6 瞬時自由水面形状の比較



(c) $Fr = 0.9$

図-7 平均水面内での瞬時変動速度ベクトルの比較

もうひとつのパラメータである Froude 数については、 Fr_τ が 0.019, 0.038, 0.057 の三種類の条件下で計算を行う。これらはバルク Froude 数 $Fr (\equiv U_m/\sqrt{gH})$ に換算するとそれぞれ 0.3, 0.6, 0.9 程度となり、スリップチャネル流を $Fr = 0$ の極限状態と考えれば、これによって常流状態での水面変動が流れ場に及ぼす影響を検討するための十分な情報が得られると期待できる。

支配方程式の離散化のための計算格子は、各方向に

$6.4H \times H \times 3.2H$ (粘性長さで $1,152 \times 180 \times 576$) の大きさの計算領域に対してそれぞれの方向に $128 \times 128 \times 128$ 点を用いる。計算格子は主流及び横断方向には等間隔に配置され、水深方向には双曲正接関数を用いて底面及び水面近傍に格子集中が行われている。これによって、計算格子間隔は粘性長さで主流方向には 9, 横断方向には 4.5, 水深方向には 0.272-2.71 となる。また時間刻みは粘性時間で 0.0144 とする。これらの条件下で

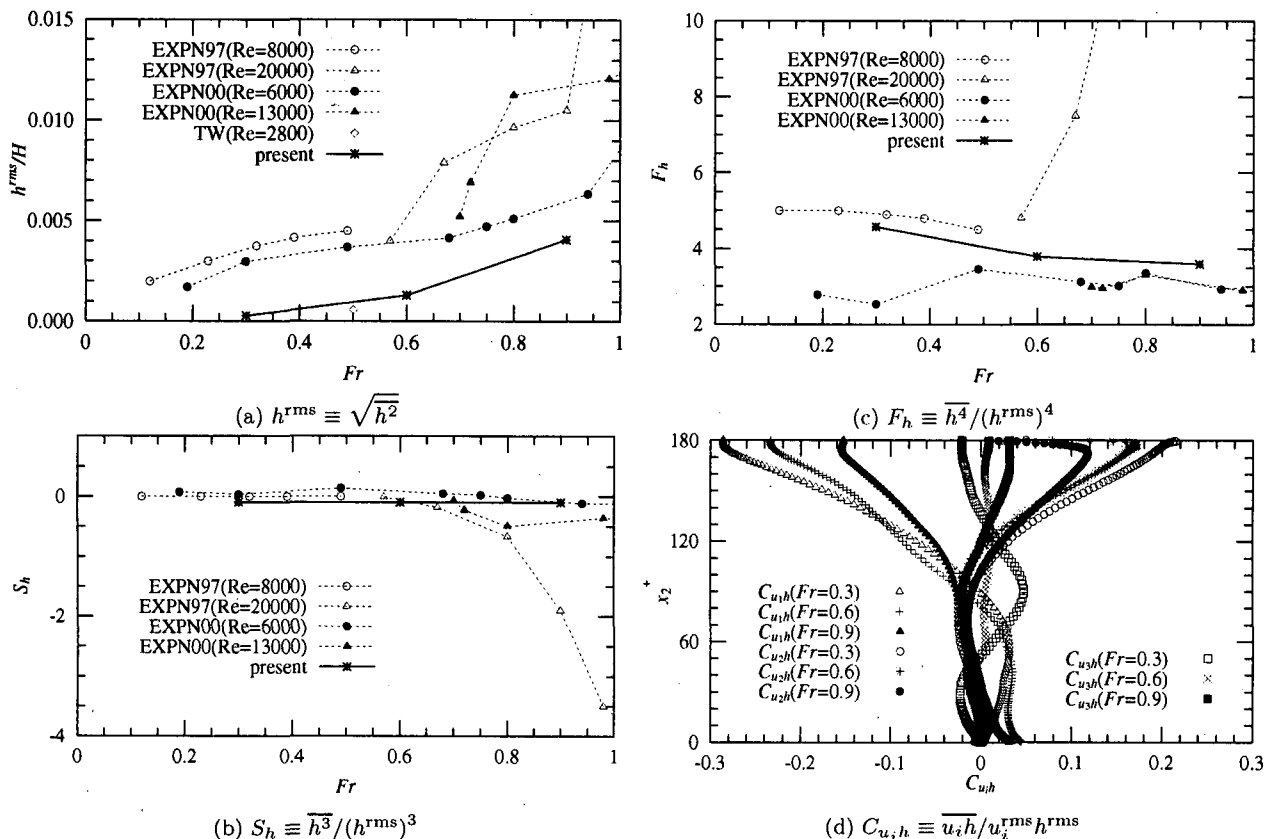


図-8 水面変動に関する統計諸量

Courant 数は 0.1 以下となり、本報で用いた離散化手法において数値的な安定性は十分に確保されている。

3. 水面近傍の乱流構造の Froude 数依存性

3.1 平均流速分布と渦度変動強度分布

本章では $Fr = 0.3, 0.6, 0.9$ の DNS 結果を、Moser et al.(1999, MKM)¹²⁾ のチャンネル流 DNS 及び著者ら (2000, YN)¹³⁾ によるスリップチャンネル流 DNS 結果と併せて検討する。これらの DNS は Reynolds 数が一致しているため、各ケースの結果の相違は自由水面境界条件の影響が支配的とみなすことができ、水面の存在あるいは水面変動の効果を詳細に検討することが可能である。以下では、壁面平均摩擦速度 U_τ 及び動粘性係数 ν で無次元化された物理量を添え字 + を用いて f^+ のように示す。

図-4 に各ケースの平均流速分布を示す。Handler et al.(1993)³⁾ はチャンネル流 DNS とスリップチャンネル流 DNS の平均流速分布を比較し、スリップチャンネル流の対数則域の速度勾配がチャンネル流に比べて小さいことを指摘しているが、本報においても同様の傾向が確認できる。しかしながら、スリップチャンネル流と開水路流との間には有意な差は見られず、水面変動は平均流速分布にはほとんど影響しないと判断できる。なお、自由水面近傍で平均流速が対数則よりも高い値をとる、wake 現象は本 DNS では確認されていないが、これは

Reynolds 数が低いことが主要な原因と考えられる。

次に渦度変動強度分布を図-5 に成分ごとに示す。渦度変動強度分布は有限差分法とスペクトル法の予測精度の差が最も露見しやすい量のひとつであり、今回の有限差分法に基づく DNS の精度を判断する上で適当な指標になると考えられる。Nagaosa(1999)⁵⁾ は、チャンネル流及びスリップチャンネル流の渦度変動強度分布は半水深以下の領域ではほぼ一致することを指摘しているが、本計算においても自由水面の効果は水面近傍の 5% 程度の領域に限られており、水面下の大部分の領域では各ケースの結果はほぼ一致している。これは、本計算で用いた数値計算手法及び格子解像度で流れ場の小スケールの渦構造も精度良く捉えられていることを示唆している。

本節では、水面変動の影響がそれほど顕著に表れない統計量について検討を行い、今回の DNS の妥当性の確認に重点を置いたが、例えば鉛直方向速度成分 u_2 を含むような統計量には境界条件の影響が非常に顕著に表れるものも存在する。次節以降ではそのような量について検討を行い、自由水面の存在、あるいは水面変動が流れ場に及ぼす影響について考察を行う。

3.2 水面変動に関する特性

図-6、図-7 にある瞬間の自由水面形状の一例、及びその時の平均水面内での瞬時変動速度ベクトルを示す。ここでの変動成分は瞬間の $x_1 - x_3$ 平面内での平均値

からのズレを意味する。また、速度ベクトルについては x_1 及び x_3 方向に一点置き位置のものだけを表示している。図-6より、Froude数の増加とともに水面変動の振幅も増加し、水面変動が粘性スケールに比べてかなり大きなスケールで等方的に発生していることがわかる。これは主流方向に筋状の特徴的な構造（ストリーク構造）を有する粘着面近傍とは全く異なる性質である。図-6と図-7を比較すると、水面が盛り上がっている領域では速度ベクトルは周囲に発散し、水面が沈み込んだ領域では逆に収束する傾向が見られる。これはスリップチャンネル流のDNS結果⁴⁾と同様の傾向であり、水平方向の速度成分は瞬時場においてもFroude数の影響をほとんど受けていない。

水面変動に直接関連する統計諸量を図-8に示す。水面変動のrms値 h^{rms} については実験結果 (EXPN00⁸⁾ 及び EXPN97⁹⁾) 及びDNS結果 (Thomas and Williams (TW)⁶⁾) を、skewness $S_h \equiv \overline{h^3}/(h^{\text{rms}})^3$ 、flatness $F_h \equiv \overline{h^4}/(h^{\text{rms}})^4$ については両実験結果の結果を併せて示す。DNSから評価された h^{rms} は概ね Fr^2 に比例しているとみなせ、これは著者ら¹⁴⁾によって非粘性、 $u_1, u_2, u_3 \ll \bar{u}_1$ と変動圧の静水圧近似の仮定のもとで理論的に導かれた結果と一致する。DNS結果はいずれも実験値に比べて値が低い、実験結果からFroude数が等しい場合にはReynolds数の高い方が h^{rms} も大きいことが観察されるので、Reynolds数の違いが主要因と考えられる。また、DNSから算出された S_h, F_h は $Fr = 0.3, 0.6, 0.9$ のいずれの場合も水面変動が正規確率分布からあまり外れていないことを示している。 h^{rms}, S_h, F_h のいずれも実験結果と同程度に評価されていることから、対象流れに対して本報で用いた微小水面変動仮定及び数値計算手法の妥当性が確認できる。

図-8(d)に相互相関係数 $C_{u_i h} \equiv \overline{u_i h}/u_i^{\text{rms}} h^{\text{rms}}$ の水深方向分布を示す。 $C_{u_1 h}$ は水面近傍で負の値をとり、自由水面に近づくにつれて絶対値が大きくなり、水面上で有限値をとる。これは常流状態で流体が局所的に加速されると水深が減少することに対応していると考えられる。他方で $C_{u_2 h}$ は正の値をとり水面に近づくとき絶対値は増加するが、 $Fr = 0.3$ では $x_2^+ = 179.4$ 、 $Fr = 0.6$ では $x_2^+ = 177.4$ 、 $Fr = 0.9$ では $x_2^+ = 172.0$ の位置で極大値をとり、それより水面側では急激に減衰する。 $C_{u_2 h}$ の鉛直方向導関数

$$\frac{\partial C_{u_2 h}}{\partial x_2} = \frac{1}{h^{\text{rms}}} \left(\frac{\partial \overline{u_2 h}}{\partial x_2} \frac{1}{u_2^{\text{rms}}} - \frac{\overline{u_2 h}}{u_2^2} \frac{\partial u_2^{\text{rms}}}{\partial x_2} \right) \quad (10)$$

を考えると、先述のように本DNS結果ではこの量は水面極近傍で負の値をとっているが、右辺第二項に含まれる $\partial u_2^{\text{rms}}/\partial x_2$ は次節で示すように水面近傍で負の値をもつ。つまり第二項は項全体としては正の値をとるので、水面極近傍では右辺第一項中

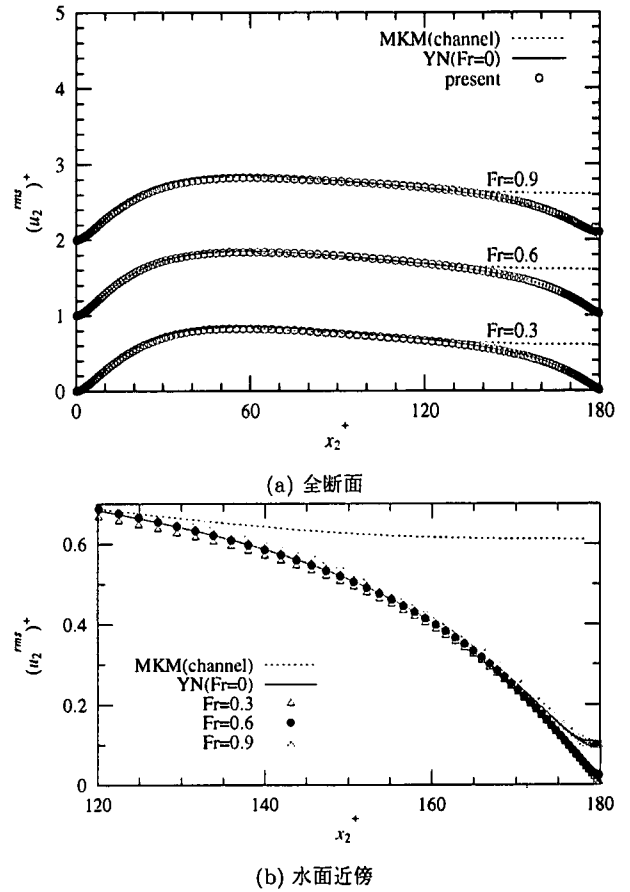


図-9 鉛直方向乱れ強度 u_2^{rms}

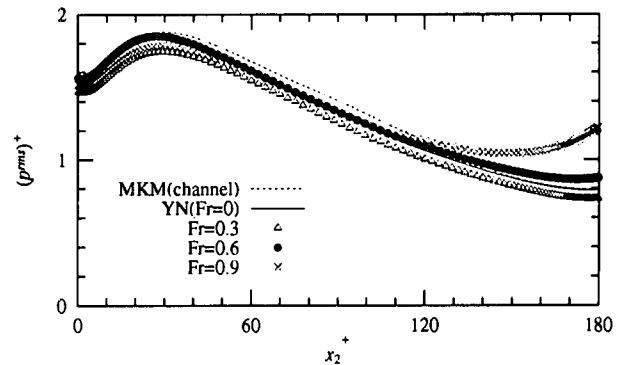


図-10 圧力変動強度 p^{rms}

の $\partial u_2/\partial x_2 \cdot h$ は負の値をとる必要がある。ここで $\partial u_2/\partial x_2 = -(\partial u_1/\partial x_1 + \partial u_3/\partial x_3)$ を考慮すれば、 $\partial u_2/\partial x_2 > 0$ は x_1-x_3 平面内での収束を、 $\partial u_2/\partial x_2 < 0$ は発散を意味するので、 $\partial u_2/\partial x_2 \cdot h$ の時空間平均が負であるためには

- 水面が上昇する ($h > 0$) と、速度ベクトルは水平面内で発散する ($\partial u_2/\partial x_2 < 0$)
- 水面が下降する ($h < 0$) と、速度ベクトルは水平面内で収束する ($\partial u_2/\partial x_2 > 0$)

のような傾向が要求されるが、これらは図-6、図-7で

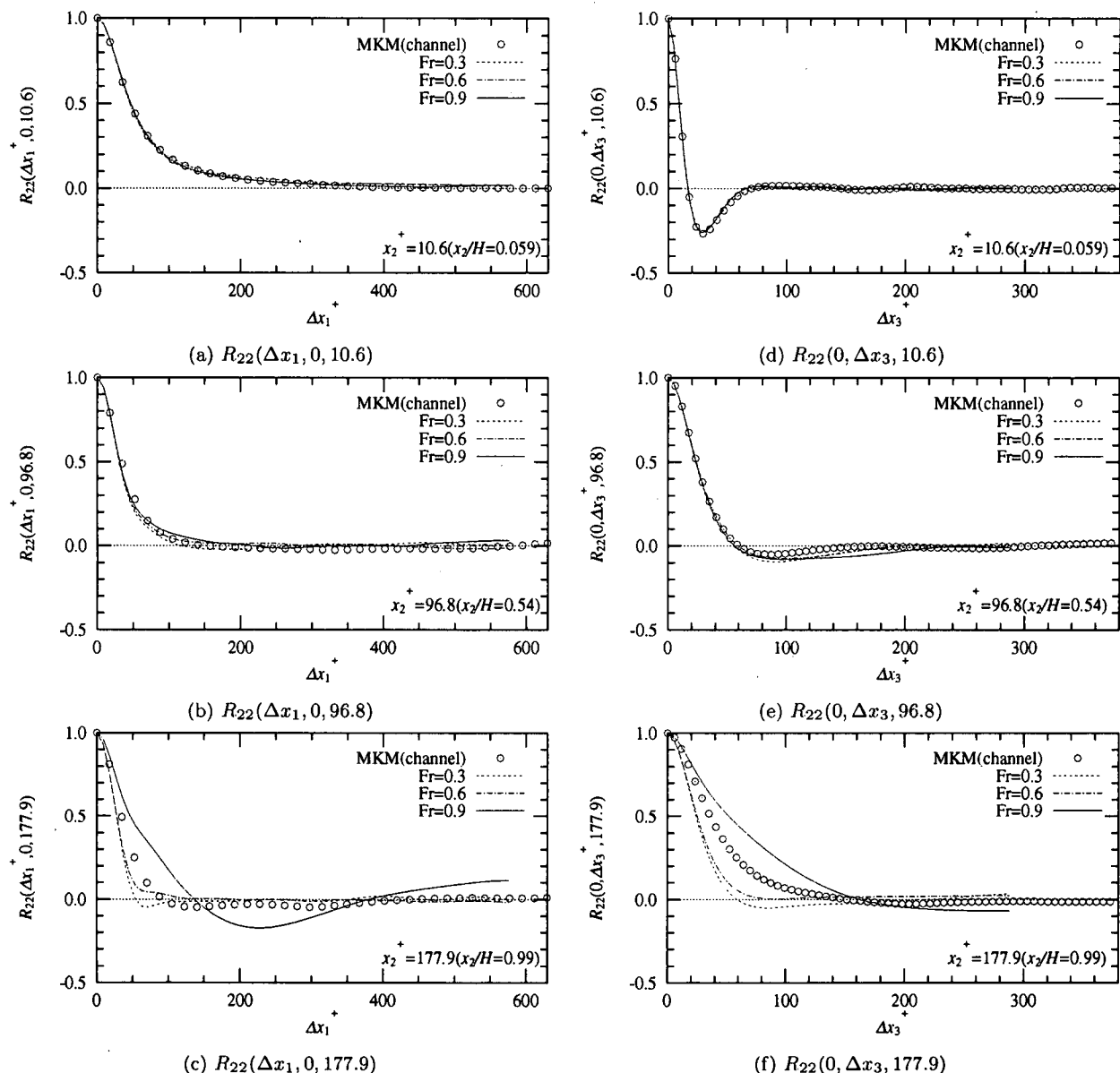


図-11 鉛直方向速度成分の二点相関係数分布

観察された特性と一致する。また、Froude 数が低いほど水面変動に対する復元力（重力）が強いので、わずかな h の変動に対してより大きな $|\partial u_2 / \partial x_2|$ が生じることがわかり、これは図-8(d)において Froude 数の低下とともに $C_{u_2 h}$ がわずかな領域で急激に減衰していることと矛盾しない。

h と u_1 , u_2 との相関関係が維持される領域はいずれも水面から $0.4-0.5H$ の領域であり、水面変動と関連する大規模な運動のスケールは Froude 数にあまり依存しないと言える。しかしながら相関の強さ自体は Froude 数の増加とともに減衰する傾向が確認できる。また平均流が完全に二次元状態にあれば $C_{u_3 h}$ は断面全体でゼロとなるが、本計算結果でも $C_{u_3 h}$ は他成分に比べて十分小さな値が得られており、平均量が十分収束していることを示している。

3.3 自由水面効果の Froude 数依存性

開水路流とチャネル流を比較した場合の最も顕著な相違点のひとつに自由水面（チャネル流の場合はチャネル対称面）における法線方向の運動に対する制約が挙げられる。チャネル流の場合には平均的には対称面を通じた流体の出入りはないものの瞬間流れは対称面を通過することが許される。一方で $Fr = 0$ の極限であるスリップチャネル流では瞬時流においても法線方向速度成分はゼロであり、自由水面は流れ場に対してブロッキング効果¹⁵⁾をもたらす。しかしながらこのブロッキング効果は水面変動の増加とともに弱まると考えられるため¹⁴⁾、水面変動の影響が無視できない場合の水面近傍の乱流構造は Froude 数の増加とともにチャネル流的な特性を示すか、あるいは全く別の性質を帯びることが予想される。そこで、以下では鉛直方向速度成分や圧力といったブロッキング効果に密接に関連

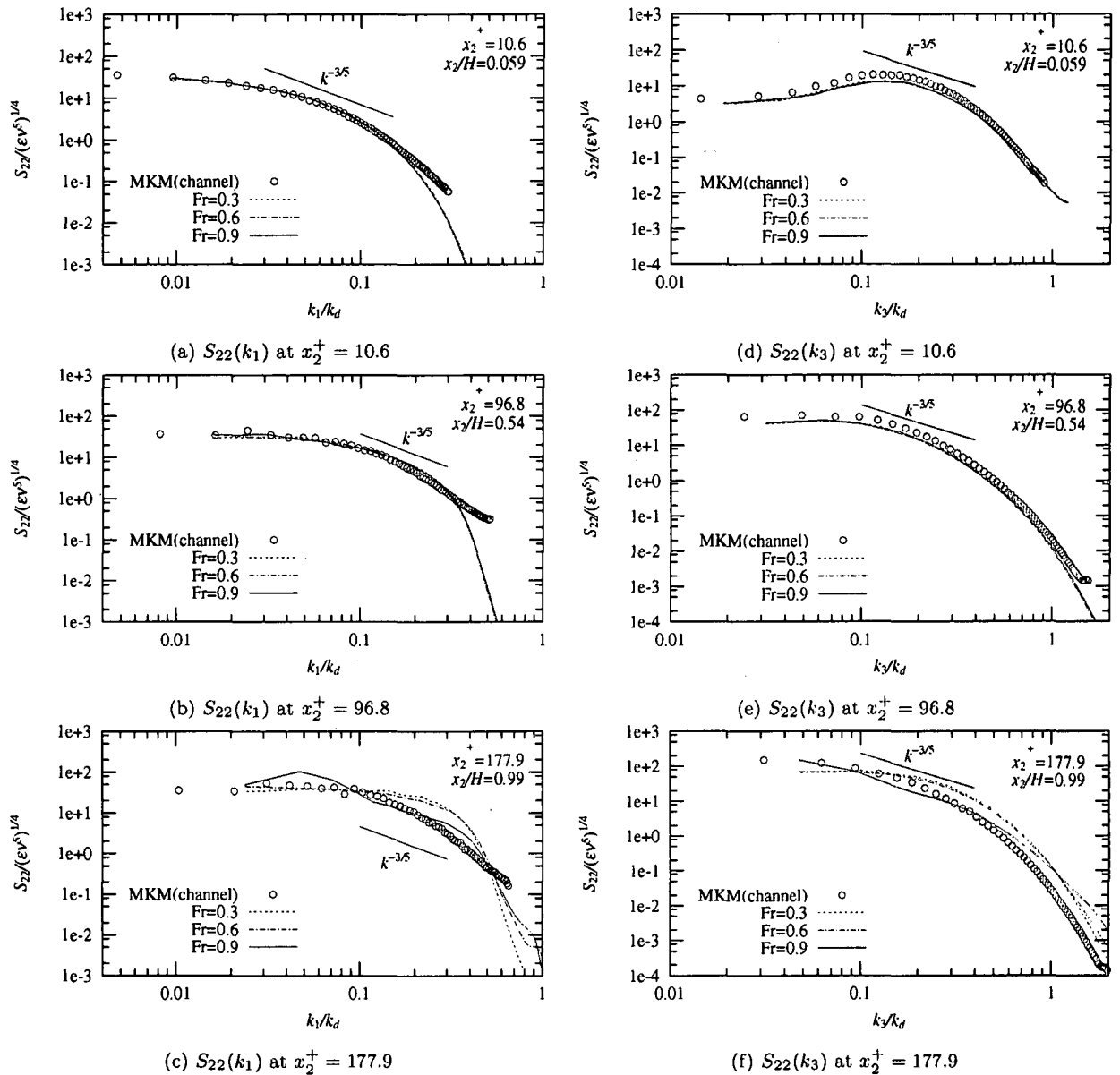


図-12 鉛直方向速度成分のパワースペクトル密度分布

する量に注目し、その二点相関係数やパワースペクトルを含んだ統計量について考察を行い、自由水面のブロッキング効果のFroude数依存性を検討する。

まず、乱れ強度の鉛直方向成分 u_2^{rms} を図-9 に示す。自由水面の減衰効果は水面から 1/3 程度の領域に及び、この領域の大きさはFroude数に依存していない。一方で水面変動の効果は水面近傍の約 5% のわずかな領域で表れ、 $u_2^{\text{rms}}|_H$ は水面変動強度 h^{rms} と同様に、概ね Fr^2 に比例して増加する。

図-10 に圧力変動強度 p^{rms} を示す。 p^{rms} の予測精度に対する空間解像度の影響は他の統計量に比べて大きいことが指摘されている¹⁶⁾ので、比較においては若干の注意が必要であるが、Froude数とともに $p^{\text{rms}}|_H$ は増加し、他方で底面近傍や半水深付近ではチャンネル流やスリップチャンネル流に比べて全体に値が少し低くなる傾向が見られる。これは底面近傍で生じた大規模渦

構造が自由水面に衝突し、反射される際に、低Froude数状態では反射は鏡面反射に近く、鉛直方向の運動はほぼ相殺されるのに対し、水面変動が大きくなると渦構造と水面波の相互干渉によって反射された渦構造は弱められ、鉛直方向の運動が完全には相殺されないこと¹⁴⁾に対応すると推察される。

水面変動が自由水面下の乱流構造に及ぼす影響を更に検討するため、鉛直方向速度成分に関する二点相関係数及びパワースペクトル密度について考察を行う。図-11 に主流方向及び横断方向の二点相関係数

$$R_{22}(\Delta x_1^+, \Delta x_3^+, x_2^+) = \frac{u_2(x_1, x_3, x_2)u_2(x_1 + \Delta x_1, x_3 + \Delta x_3, x_2)}{\overline{u_2 u_2}} \quad (11)$$

の分布を示す。これより底面近傍 ($x_2^+ = 10.6$) 及び半水深近傍 ($x_2^+ = 96.8$) ではチャンネル流と開水路流の結果の間に大きな差は見られない。Handler et al.(1993)³⁾

はスリップチャネル流では、自由水面に近づくにつれて R_{22} の相関距離がチャネル流に比べて急激に減衰することを指摘している。本計算結果においては水面近傍 ($x_2^+ = 177.9$) ではチャネル流から $Fr = 0.3$ の開水路流になると相関距離は減少するが、Froude 数が増加すると逆に増加傾向を示している。つまり、水面変動が全くないか、あるいは非常に微小な場合には積分スケールはチャネル流に比べて減衰するものの、水面変動が激しくなるにつれて積分スケールは逆に急激に増加する。この相関係数分布は主流方向に比較的大きなスケールで鉛直方向の運動が連なっていることを表しており、図-6 で示した瞬時水面形状の特徴に対応している。このような傾向は横断方向の二点相関係数分布にも表れており、ここからも水面変動が大スケールで等方的に発生していることが推察できる。

最後に、先に示した二点相関係数分布から評価された一次元パワースペクトル密度分布 S_{22} を図-12 に示す。ここでは波数及びパワースペクトル密度は Kolmogorov スケールで無次元化されており、 $k_d \equiv (\varepsilon/\nu^3)^{1/4}$ は Kolmogorov スケールに対応する波数である。一般に、均質乱流においては散逸率スペクトルのピークは $k/k_d \simeq 0.15$ 、また実質的にそれ以上の波数は寄与していないとみなせるカットオフ波数は $k/k_d \simeq 0.5$ であることが知られている¹⁷⁾。これまでの結果から底面近傍及び半水深付近ではスペクトル密度分布においてもチャネル流との間に大きな相違はないことが予想されるが、実際に横断方向のスペクトル密度分布については Kolmogorov スケールまでスペクトル法で計算されたチャネル流 DNS 結果とはほぼ一致しており、空間分解能の低下する主流方向分布に関してもカットオフ波数付近ではチャネル流に比べて低い散逸率スペクトルのピーク波数付近までは良好に変動成分が捉えられているため、これまでに示したような低次の統計量については十分な精度を有することが期待できる。

一方、水面近傍ではスペクトル密度分布に関しても水面変動の影響が表れている。水面変動が比較的穏やかな $Fr = 0.3, 0.6$ のケースでは中波数領域でチャネル流に比べてエネルギーが増加し、大小の各スケールの運動からのエネルギーへの寄与はほぼ等しい。しかしながら $Fr = 0.9$ になると、低波数のスケールの寄与が卓越し、中波数域ではチャネル流と同様のスペクトル分布が得られる。低波数域でのエネルギーの増加は二点相関係数分布において水面変動が激しくなるとともに水平方向の積分スケールが増大したことに対応しており、すなわち水面変動が比較的大きなスケールで発生していることに起因している。Kumar et al.(1998)¹⁸⁾ は開水路等流の PIV 計測から得られた自由水面流速のパワースペクトル密度を評価し、低 Froude 数流れでは水面近傍の流れは二次元乱流の特性を示すことを指摘しているが、 $Fr = 0.9$ の結果は水面変動が激しくなる

ことで自由水面のブロッキング効果が弱められ、水面近傍の流れが二次元的な状態から三次元的な流れへと移行していることを示唆している。

4. 結論

本研究では、微小水面変動仮定を用いて常流状態の幅広い Froude 数条件下で開水路等流の DNS を行い、自由水面の存在及び水面変動が自由水面下の乱流構造に及ぼす影響について、乱流統計量に主眼を置いた検討を行った。

水面変動の影響は主に鉛直方向変動速度 u_2 、圧力変動 p 及び変動水深 h を含む量で顕著に観察された。また、水面変動の影響が及ぶ領域は、鉛直方向乱れ強度 u_2^{rms} では水面近傍の 5% 程度の領域に限られたが、圧力変動強度 p^{rms} では断面全体で水面変動の影響が観察され、単一のスケールでは整理できない。また、水面変動強度 h^{rms} 及び水面上の u_2^{rms} は、概ね Froude 数の二乗に比例して増加する。

水面変動は粘性スケールに比べて大きなスケールで等方的に発生し、Froude 数の増加とともに水面近傍での水平方向の積分スケールは増加する傾向にある。また、 u_2 に関するパワースペクトル密度分布より水面変動が穏やかな場合には各波数成分からのエネルギーの寄与はほぼ等しいが、限界流付近では低波数成分が卓越することが示された。

参考文献

- 1) Lam, K. and Banerjee, S.: On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids A*, Vol.4 No.2, pp.306-320, 1992.
- 2) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K.: Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids A*, Vol.5 No.1, pp.115-125, 1993.
- 3) Handler, R. A., Swaan Jr. T. F., Leighton, R. I. and Swearingen, J. D.: Length scales and the energy balance for turbulence near a free surface, *AIAA J.*, Vol.31 No.11, pp.1998-2007, 1993.
- 4) Pan, Y. and Banerjee, S.: A numerical study of free-surface turbulence in channel flow, *Phys. Fluids*, Vol.7 No.7, pp.1649-1664, 1995.
- 5) Nagaosa, R.: Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence, *Phys. Fluids*, Vol.11 No.6, pp.1581-1595, 1999.
- 6) Thomas, T. G. and Williams, J. J. R.: Turbulent simulation of open channel flow at low Reynolds number, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.38 No.2, pp.259-266, 1995.
- 7) Borue, V., Orszag, S. A. and Staroselsky, I.: Interaction of surface waves with turbulence: direct numerical simulations of turbulent open-channel flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.286, pp.1-23, 1995.
- 8) 中山 昭彦, 中瀬 幸典, 横嶋 哲, 藤田 一郎: 水面変動をパラメータとした開水路乱流計算のための 2 方程式モデルの改良, 応用力学論文集, Vol.3, pp.745-752, 2000.

- 9) 中山 忠暢: 自由水面近傍の乱流構造と組織渦の水理特性に関する研究, 京都大学大学院工学研究科環境地球工学専攻修士論文, 1997.
- 10) 梶島 岳夫: 対流項の差分形式とその保存性, 日本機械学会論文集 (B編), 60 巻 574 号, pp.2058-2063, 1994.
- 11) 梶島 岳夫: 非圧縮流れのための上流補間法, 日本機械学会論文集 (B編), 60 巻 578 号, pp.3319-3326, 1994.
- 12) Moser, R., Kim, J. and Mansour, N. N.: Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$, *Phys. Fluids*, Vol.11 No.4, pp.943-945, 1999.
- 13) 横嶋 哲, 中山 昭彦: 直接数値シミュレーションによる開水路乱流における乱流統計量及びその収支評価, 応用力学論文集, Vol.3, pp.753-762, 2000.
- 14) 中山 昭彦, 横嶋 哲: 開水路流れ計算のための水面変動を考慮した乱流モデル, 水工学論文集, 第 43 巻, pp.389-394, 1999.
- 15) 横嶋 哲, 中山 昭彦: 高レイノルズ数壁面近傍の流れ特性を利用した Navier-Stokes 方程式数値解法の効率化, 日本機械学会論文集 (B編), 67 巻 659 号, 2001(印刷中).
- 16) 阿部 浩幸, 河村 洋, 松尾 裕一: 有限差分法を用いた平行平板間乱流の DNS における計算精度の検討, 日本機械学会論文集 (B編), 66 巻 647 号, pp.1698-1705, 2000.
- 17) 鈴木 哲也, 河村 洋: 乱流の直接数値シミュレーションにおける差分式の整合性, 日本機械学会論文集 (B編), 60 巻 578 号, pp.3280-3286, 1994.
- 18) Kumar, S., Gupta, R. and Banerjee, S.: An experimental investigation of the characteristics of free-surface turbulence in channel flow, *Phys. Fluids*, Vol.10 No.2, pp.437-456, 1998.

(2001 年 4 月 20 日 受付)