

ポケットビーチにおける河口の位置について

On the location of a river mouth in a pocket beach

泉 典洋*・首藤伸夫**・田中 仁***・H. P. V. VITHANA****
 Norihiro IZUMI, Nobuo SHUTO, Hitoshi TANAKA and H. P. V. VITHANA

*正会員 Ph.D. Associate Professor, School of Civil Engineering, Asian Institute of Technology (P.O.Box 4 Khlong Luang, Pathumthani 12120, Thailand)

**正会員 工博 岩手県立大学教授 総合政策学部 総合政策学科

***正会員 工博 東北大学教授 大学院工学研究科 土木工学専攻

****M. Eng., Reserach Associate, School of Civil Engineering, Asian Institute of Technology

A commonly observed feature of pocket beaches confined by two rocky headlands is that river mouths are located at either end of beaches adjacent to one of headlands. This study presents a theoretical model of instability of river mouth locations in pocket beaches in terms of a linear stability analysis. The theory shows that river mouths cannot exist stably around the central region of beaches and only can be located at either end of beaches when the load of river sediment supply relative to the dimensions of rivers are comparatively larger than the capability of longshore sediment transport relative to the dimensions of beaches.

Key Words : pocket beach, shoreline configuration, river mouth location, one-line theory, linear stability analysis

1. はじめに

図-1は日本海に面した鳥取・兵庫県沿岸のポケットビーチと、そこへ中小河川が流入する様子を示したものである。図によると流入河川の河口位置はほとんどの場合、ポケットビーチ両端の岬に隣接しているのがわかる¹⁾。図-2は図-1中①内に存在する左右二つのポケットビーチの空中写真(1947年撮影)である。(a)が左側の吉田川、(b)が右側の陸上川の流入するポケットビーチに対応している。1947年には未だ大規模な河口位置の改変は行われておらず自然の状態に近いと考えられるが、何れの河口もビーチの左右どちらかの端に位置していることがわかる。

長林・安田・寺中²⁾は福島県の円弧海岸に流入する中小河川について調査し、海岸中央部に位置する河川では河口部左右岸への砂州の堆積方向が不安定であることを指摘している。このことは海岸中央部において河口が安定的に存在しにくいことを示しており、前述のポケットビーチの場合と類似の現象と考えられる。

このように河口がポケットビーチの端に位置する現象は世界中のいたる所で見られる。図-3はスリランカのあるビーチの空中写真である。平野部を大きく何度も蛇行した後、ビーチ下端(左端)に注ぐ河口の様子が見られる。

本論文では、ポケットビーチにおいて河口がどちらかの端によって存在することが多い理由を簡単な数学モデルを用いて理論的説明を試みる。

2. 河口位置の決定機構

図-4に示したのは泉・Vithana³⁾によって行われたポケットビーチにおける河口位置に関する実験の様子で

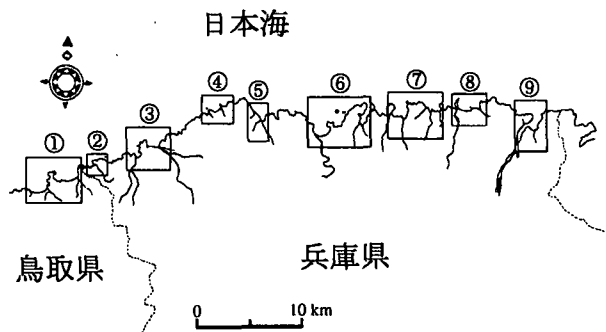


図-1 鳥取・兵庫沿岸における中小河川の流入するポケットビーチの位置(宇多ら¹⁾の論文より引用)。

ある。間隔1.8 mの側壁を岬とみたと、その間に中央粒径0.2 mmの砂を用いて直線状のビーチがつくられている。ビーチ中央に形成された河道の上流(写真下方)から流量1 l/secの水と45 g/secの土砂を供給し、海側(写真上方)からは波高4 cm、周期1 secの波をビーチに垂直に入射させている。この実験モデルは、両端で沿岸漂砂が遮られ、閉じたビーチを形成しているというポケットビーチの特性を非常に単純化したものとなっている。また実験で用いた直線状ビーチは本論文で展開する理論における曲率半径が無限大の極限に対応しており、ほぼ同様の方程式系で記述できることが泉・Vithana³⁾によって示されている。

図-4aは実験開始後1時間が経過した時のビーチの様子である。河川から供給された土砂と波による沿岸漂砂によって河口周辺にはカスプ状のビーチが形成されている。図-4bは実験開始後10時間後の様子である。河口は完全にビーチ左端に寄ってしまっている。泉・

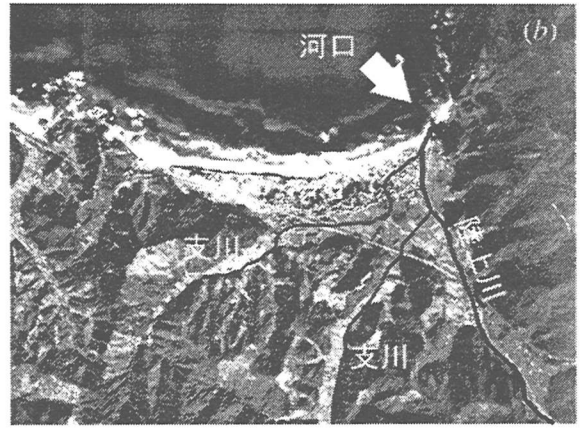
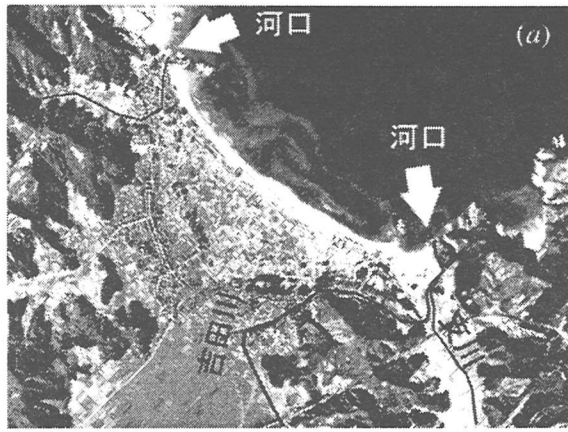


図-2 図-1 中①内の二つのポケットビーチの空中写真。(a) 吉田川河口付近 (①内左側). (b) 陸上川河口付近 (①内右側). 1947年アメリカ軍撮影, 日本地図センター発行の空中写真に加筆.

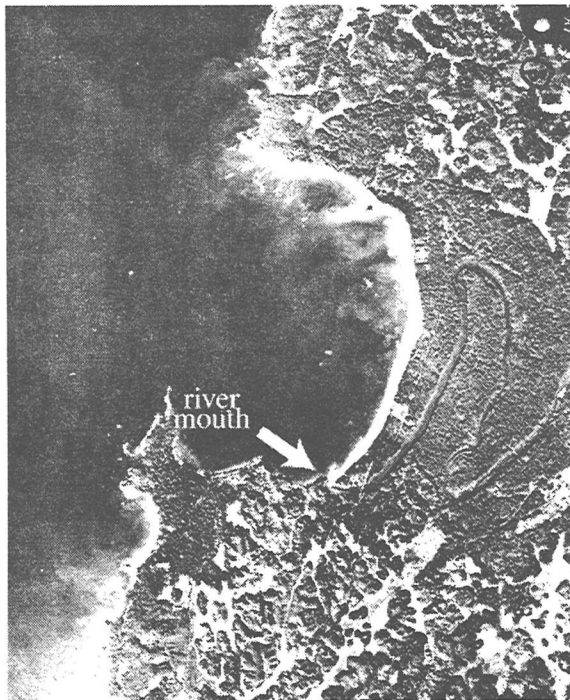
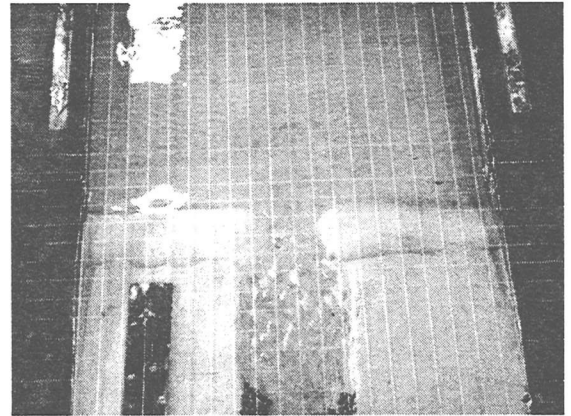


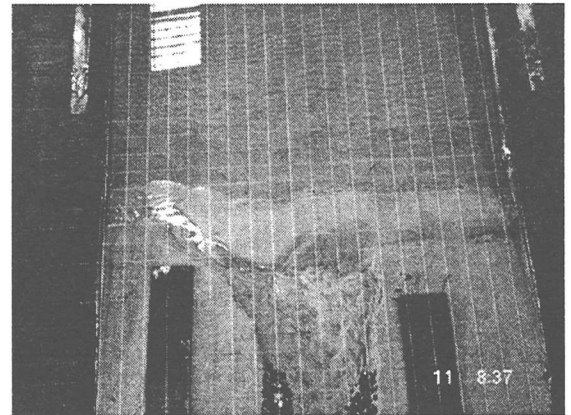
図-3 蛇行しながらビーチの端で海に流入する河川. スリランカ.

Vithana³⁾によれば, その後8時間実験を続けた後も河口はきわめて安定的に左端に留まっていた.

実験では, 流路が自由に変動できるようにしているため, 侵食によって河道幅は40 cmほどに大きく広がっている. またほぼ平衡状態にある実際の河川では, 片側の側岸部が侵食されるとその反対側で堆積が生じるため, 河道幅が一定に保たれたまま流路変動が起こる. ところが, 実験では掃流砂のみで浮遊砂が生じていないこと, 実験の継続時間が比較的短時間であることなどから河道幅の維持は起こり得ない. したがって河口部の移動ともなると河道幅は際限なく広がっていくことになる. ただし河口では波による河口閉塞作用と河川のフラッシュ作用のバランスによって, 実際に水



(a)



(b)

図-4 実験で再現されたポケットビーチにおける河口位置の不安定性. (a) 実験開始後1時間後. (b) 実験開始後10時間後.

が流れている河口部の幅は, 実験中5~8 cm程度の一定値に保たれている.

ポケットビーチにおいて河口位置が岬に隣接して存在する原因として最初に思いつくのは岬による波浪の

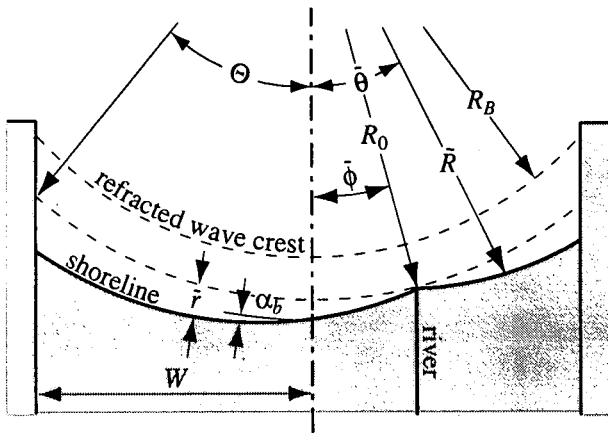


図-5 ポケットビーチの概念図と座標系。

遮蔽効果であろう。岬の近傍ではこの遮蔽効果によって砂州の高さが低くなることが予想され、それによって河口は安定的に維持される。このことが河口位置決定に大きな影響を与えているのは論を待たないだろう。しかしここで示した実験では、岬のモデルとして板状の側壁を用いており、波浪の遮蔽効果はほとんど期待できない。にもかかわらず実験では河口がビーチの片側に移動する様子が確認されている。このことは河口の位置決定に対して、岬による波浪の遮蔽効果が必ずしも本質的ではないことを示唆している。

次章以降では、ポケットビーチにおける河口位置の決定メカニズムを河川供給土砂と沿岸漂砂のバランスという観点から理論的に取り扱う。まず汀線変化に関する one-line theory を用いて、河川が流入するポケットビーチの定常な汀線形状を求める。そしてその定常状態から河口の位置を僅かに変化させたときの応答を調べ、その変化が増幅するのか減衰するのかを明らかにする。もし増幅するとすればはじめに仮定した定常な汀線形状は不安定であることになり、減衰するとすれば安定であることになる。このようないわゆる線形安定解析の手法を汀線変化に関する one-line theory と河口位置変動のモデルに適用することによって、ある条件の下ではビーチ中央付近において河口が安定的に存在できなくなることを理論的に説明する。

3. 定式化

3.1 沿岸漂砂量と汀線変化

現象を解析的に取り扱いやすくするために、ポケットビーチを図-5に示すような単純な海浜部でモデル化する。両端を岬で挟まれた海浜部に河川が流入しているような状況を考える。流入河川の川幅はビーチの幅 $2W$ に比べて十分に小さいので、その極限として河川を一本の線として取り扱う。その時、河口部は土砂のソースとはなるものの大きさを持たない点として取り扱うことが可能となる。

ポケットビーチの平均的な汀線形状は、図-5に示すように円弧状を呈することが多い。その理由としては次のようなことが考えられる。ポケットビーチ周辺の海底地形がすり鉢状をしており、それによる屈折によ

て進入波の波向き線が放射状となりビーチは円弧状となる。あるいは、波向きが時間的に変化するようなビーチでは、ある期間の平均的な波向きが放射状で近似できるような場合も考えられる。そしてこの期間は、有為な汀線変化を生じるような高波浪が数回～数十回起こる程度の期間（数週間～数ヶ月）に対応している。

本論文で取り扱うのは、波高や波向きといった外的条件の変化に起因する河口位置の不安定現象ではなく、外的条件が変化しなくても生じるような不安定現象である。したがって平均的な波高および波向きを考え、それらの値は時間的に一定であると仮定する。そして平均を考える時間スケール（数週間～数ヶ月）程度か、あるいはそれより長い時間スケールで生じるような不安定現象を考える。

波向きが放射状で近似できるとき、図-5に示すような極座標系を用いるのが便利である。いま座標系の中心をビーチの中心軸上にとる。図中 \bar{R} は座標系の中心から汀線までの距離であり、 $\bar{\theta}$ は動径方向の座標である。汀線には沖側から半径方向に波が打ち寄せているとし、中心から一定の距離 R_B のところで碎波が生じている（碎破線が位置している）とする。

碎破線と汀線がある角度（碎波角）を成しているとき、単位汀線長さ当りの波浪エネルギーフラックスおよび碎波角に比例した沿岸漂砂が、汀線の傾き方向（汀線が陸側に傾いている方向）に発生する。ここで碎波点における波浪エネルギーフラックスを $(EC_n)_b$ 、碎波角を α_b とすると単位長さ当りの波浪エネルギーフラックスは $(EC_n)_b \cos \alpha_b$ と表され、沿岸漂砂量は次式で表わされる⁴⁾。

$$I = K(EC_n)_b \cos \alpha_b \sin \alpha_b \quad (1)$$

ここで K は経験的に決定される無次元係数である。

また I は沿岸漂砂の水中重量で

$$I = (\rho_s - \rho)g(1 - \lambda_v)Q \quad (2)$$

である。ただし、 ρ_s 、 ρ はそれぞれ砂および海水の密度で、 g は重力加速度、 λ_v は砂の空隙率、 Q は体積（空隙を含む）で表した沿岸漂砂量である。

沿岸漂砂量 Q が存在する時の汀線の時間変化は、沿岸方向の土砂の連続式を極座標系で書き表した次式で表される。

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial t} = \frac{1}{D} \frac{\partial Q}{\partial \bar{R} \partial \bar{\theta}} \quad (3)$$

ここで t は時間である。また前述したように \bar{R} および $\bar{\theta}$ はそれぞれ半径方向および動径方向の座標であり、 \bar{R} は岸向きに正、 $\bar{\theta}$ の原点はポケットビーチの中央にとられていることに注意する必要がある。 D は海浜変形が起こる際、汀線付近で沿岸漂砂が発生する深さ方向の長さスケール（漂砂の移動高さ、図-6参照）である。漂砂の移動高さ D は厳密には場所と時間によって変化する量であるが、海浜変形が空間的、時間的に緩やかであるような場合、岸沖方向の断面形状を一定の形状に保ったまま汀線位置が変化し、 D の値が時間と場所によって変化しないとみなすことができる（図-6）。

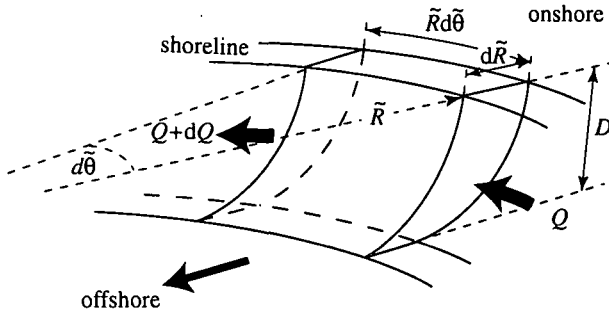


図-6 汀線位置の時間変化と漂砂の移動高さ D の定義。

碎波角が小さいと仮定すると次の近似式が成立する。

$$\sin \alpha_b \approx \frac{\partial \bar{R}}{\bar{R} \partial \bar{\theta}}, \quad \cos \alpha_b \approx 1 \quad (4a, b)$$

上式と式 (1) および (2) より、沿岸漂砂量 Q は次のように表わされる。

$$Q = \kappa D \frac{\partial \bar{R}}{\bar{R} \partial \bar{\theta}}, \quad \kappa = \frac{K(EC_n)_b}{(\rho_s - \rho)g(1 - \lambda_v)D} \quad (5a, b)$$

波浪エネルギーフラックス $(EC_n)_b$ が $\bar{\theta}$ 方向に一定であると仮定し、式 (5) を (3) に代入すると次式が得られる⁵⁾。

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{t}} = \kappa \frac{\partial}{\bar{R} \partial \bar{\theta}} \left(\frac{\partial \bar{R}}{\bar{R} \partial \bar{\theta}} \right) \quad (6)$$

ポケットビーチの両端では突出した岬等によって漂砂の移動が遮られている。したがって次の境界条件が成立している。

$$Q = \kappa D \frac{\partial \bar{R}}{\bar{R} \partial \bar{\theta}} = 0 \quad \text{at} \quad \bar{\theta} = \Theta^D, -\Theta^G \quad (7)$$

ここで Θ^D および $-\Theta^G$ はそれぞれポケットビーチの右端および左端における $\bar{\theta}$ の値である。

3.2 定常な汀線形状

河川上流からは連続的に一定量 Q_f の土砂が供給されているとする。この供給土砂と波による漂砂のバランスによってポケットビーチの汀線形状および河口位置が決定されている。ここではまず時間とともに変化しない定常な汀線形状について考える。

実は河川からの供給土砂が存在する場合、ビーチから土砂が失われる何らかのメカニズムが存在しなければ定常な汀線形状は存在し得ない。式 (7) に示すように、ポケットビーチ両端では岬によって漂砂が遮られているため、ビーチに供給された土砂はどこかにたまるを得ない。本研究では定常な汀線形状が実現される状況として次の二つのモデルを考える。

(1) 沖合への損失土砂が存在するモデル

一つは波浪エネルギーに応じた沖合への損失土砂が存在するモデルである。沖合への損失土砂によってビーチから土砂が失われると仮定すると、定常な汀線形状が存在する。

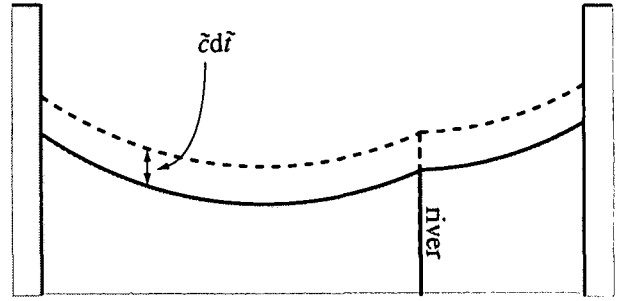


図-7 形状を変化させずに一定の速度 \bar{c} で前進する準定常な汀線形状。

海岸から離れると水深が急激に大きくなるような地形条件の下では、高波浪時に沖合へ輸送された土砂は海底深部にまで到達し、平穏時でも岸向きに戻されることはなく、ネットとしての損失土砂となることが知られている。ここではこのような場合を想定し、沖合への損失土砂と河川からの供給土砂とは全体として釣り合っており、汀線の位置はほぼ一定であると仮定する。波浪エネルギーを場所的、時間的に一定と考えていることから、沖合への損失土砂量に相当する汀線の後退速度（沿岸漂砂が存在しない時の後退速度）も一定値 $\bar{\sigma}$ と仮定しよう。そのとき式 (6) は次のよう書き直される。

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{t}} = \kappa \frac{\partial}{\bar{R} \partial \bar{\theta}} \left(\frac{\partial \bar{R}}{\bar{R} \partial \bar{\theta}} \right) + \bar{\sigma} \quad (8)$$

(2) 一定速度で前進するモデル

Komar⁶⁾は波浪条件や河川からの供給土砂量が不変である場合のポケットビーチの汀線形状を数値計算によって求めている。それによると河川から供給された土砂によって一定の形状と速度を維持しながら前進する準定常な汀線形状が現れることがわかっている (図-7)。(もちろん彼の計算では河口位置の移動機構が取り入れられていないため、汀線形状は安定となる。) 後述するように、入り江が供給土砂によって埋められてポケットビーチが発達していく過程では、このような準定常な汀線形状が出現する。ここでは二つ目のモデルとしてこの準定常な汀線形状を考えることにする。このとき汀線と同様に一定速度 \bar{c} で前進する極座標系で考えるのが便利である。座標系が \bar{c} で前進することは次の座標変換に相当している。

$$\bar{R}^* \cos \bar{\theta}^* = \bar{R} \cos \bar{\theta} - \bar{c} \bar{t}, \quad (9a)$$

$$\bar{R}^* \sin \bar{\theta}^* = \bar{R} \sin \bar{\theta}, \quad \bar{t}^* = \bar{t} \quad (9b, c)$$

ここで * は移動座標系を表している。注意しなければならないのは \bar{R} は独立変数ではなく、 \bar{t} および $\bar{\theta}$ の関数となっていることである。

この二つ目のモデルは、河川によって供給される土砂によって入り江が埋められ、ポケットビーチが形成されていくプロセスに相当している。もちろんそのとき、汀線の前進にもなって岬の突出長さ等の条件が変化することになるが、第1近似的にはここで考える理論が適用可能であると考えられる。

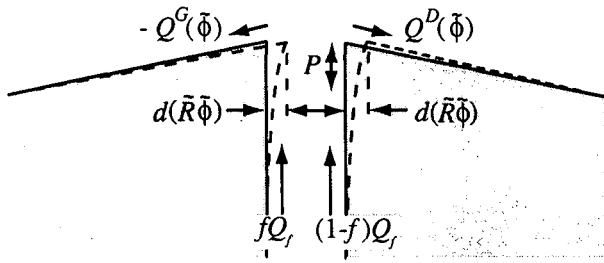


図-8 河口位置の移動モデル.

3.3 河口位置の移動モデル

河口位置の移動は、主として河川上流から河口部に供給された土砂と、河口部左右の汀線方向に輸送される土砂量の収支によって生じる。青田・首藤⁷⁾は河川供給土砂と沿岸漂砂のバランスから河口断面の変化を予測するモデルを提案している。また兜山・田中・首藤⁸⁾, Tanaka, Kabutoyama and Shuto⁹⁾はこのモデルを河口開口位置の変化予測モデルに発展させ、現地観測結果と良好な一致をみている。本研究でも兜山ら, Tanaka *et al.* のモデルを用いる。

前述したように、ここで考えているのは外的条件が変化しない状況下でも発生するような不安定現象である。したがって平均的な河口幅を想定し、河口はその一定値を維持したまま移動するものとする。

河川上流から河口部に供給された漂砂量は左右両岸に分配される。いま左右に分配される割合をそれぞれ f , $1-f$ とし、 f を振り分け係数と呼ぶ。ここで図-8 に示すように、当初実線の様であった汀線形状が時間 $d\bar{t}$ 後に破線の様になったとする。河口部両岸の位置は $d\bar{R}\bar{\phi}$ だけずれたとする。このとき図中右岸側で失われた土砂は河川から右岸側に供給された漂砂量 $(1-f)Q_f$ と河口部右岸方向への漂砂量 $Q^D(\bar{\phi})$ の差によるものである。したがって次の関係が成り立つ。

$$PH \frac{d\bar{R}\bar{\phi}}{d\bar{t}} = Q^D(\bar{\phi}) - (1-f)Q_f \quad (10)$$

左岸の位置は堆積によって変化するが、同様の式が成り立ち、次のようになる。

$$PH \frac{d\bar{R}\bar{\phi}}{d\bar{t}} = fQ_f + Q^G(\bar{\phi}) \quad (11)$$

ここで $\bar{\phi}$ は河口位置における θ である。 H は河口内において侵食・堆積の起きる厚さの長さスケールすなわち河口内の水深であり、上式左辺の $Pd\bar{R}\bar{\phi}$ は侵食・堆積の起きる面積を表わしている。したがって P は沿岸漂砂量の変化に伴って侵食・堆積を受ける河口部側岸部の岸沖方向の長さスケールを表していることになる。河口位置の移動が河口砂州によって生じるような場合、この値は河口砂州の岸沖方向長さ（砂州幅）に相当すると考えられる。

河口部で汀線は連続でなければならない。したがって次式が成り立つ。

$$\bar{R}^D(\bar{\phi}) = \bar{R}^G(\bar{\phi}) \quad (12)$$

ここで添え字 D および G はそれぞれ右岸側および左岸側の値を表している。

ここまで必要な方程式系は全てそろった。次節ではまず最初に沖合への損失土砂が存在するモデルについて取り扱う。

4. 沖合への損失土砂が存在するモデル

4.1 無次元化

無次元化の前に海浜変形における岸沖方向の代表的な長さスケールについて考えてみよう。汀線位置の半径方向座標 \bar{R} は、汀線形状の曲率半径に関連しており、これは海浜変形の長さスケールよりはるかに大きいスケールを有しているのが普通である。そこで \bar{R} の R_0 からのずれ \bar{r} を導入しよう。

$$\bar{r} = R_0 - \bar{R} \quad (13)$$

ここで R_0 は、図-5 に示すように、河口位置における \bar{R} の値である。こうすると \bar{r} は岸沖方向における海浜変形の長さスケールを有することになる。 \bar{r} の大きさは河川からの供給土砂と沿岸漂砂の輸送能力の関係から決定されるはずである。たとえば河川からの供給土砂が卓越していると海浜地形は沖向きに突き出たカスパ形状になり \bar{r} のスケールも大きくなるが、沿岸漂砂の輸送能力が卓越していると \bar{r} のスケールは小さくなる。以上のような考察から次式で定義される岸沖方向長さスケール L を導入しよう。

$$\frac{Q_f}{2} = \kappa D \frac{L}{R_0 \Theta} \quad (14)$$

ここで Q_f は河川からの供給土砂量、 Θ は半径 R_0 の円弧とビーチ両端の岬との交点における θ の値である。また $R_0 \Theta$ はビーチの汀線長のほぼ半分に相当するから、 $L/(R_0 \Theta)$ は、汀線の傾きが一定（沿岸漂砂量が一定）と考えたとき河川からの供給土砂を沿岸漂砂として輸送するために必要な汀線の傾きに相当している。

以上を踏まえて次のような無次元化を導入する。

$$\bar{R} = R_0 - \bar{r} = R_0 - Lr = R_0(1 - \nu r) \quad (15a)$$

$$\nu = \frac{L}{R_0} \quad (15b)$$

さらに動径方向座標および時間についても次のような正規化、無次元化を導入する。

$$(\bar{\theta}, \bar{\phi}) = \Theta(\theta, \phi), \quad \bar{t} = \frac{(R_0 \Theta)^2}{\kappa} t \quad (15c, d)$$

前述したように碎破角 α_b は1より十分小さいと仮定されている。このことは $L/(R_0 \Theta)$ が1より十分小さいことに対応している。 Θ はビーチの形状に応じて0からせいぜい π までの値を取りうることから、 L/R_0 も十分小さい値となる。すなわち次式が成立する。

$$\nu = \frac{L}{R_0} \ll 1 \quad (16)$$

以降 ν を微小とみなし、 ν について1次以上の項を無視する。

ビーチ半幅 W について次の関係が成立する。

$$W = R_0 (1 - \nu r_e^D) \sin \Theta^D = R_0 \sin \Theta \quad (17a)$$

$$W = R_0 (1 - \nu r_e^G) \sin \Theta^G = R_0 \sin \Theta \quad (17b)$$

ここで r_e^D および r_e^G はそれぞれビーチ右端および左端の r を表わしている。上式より次の関係が成立する。

$$\Theta^D = \Theta + O(\nu), \quad \Theta^G = \Theta + O(\nu). \quad (18a, b)$$

すなわち ν の 0 次のオーダーでは Θ^D および Θ^G はともに Θ で近似できる。

式 (18) より汀線の全長は ν の 0 次のオーダーでは $2R_0\Theta$ と表される。したがって沖合への損失土砂の総量はほぼ $2\bar{\sigma}DR_0\Theta$ に等しい。また定常状態においては、この量は河川からの供給土砂量 Q_f に等しくなければならない。そこで $\bar{\sigma}$ は次のように表される。

$$\bar{\sigma} = \frac{Q_f}{2DR_0\Theta} \quad (19)$$

このとき式 (15) および (19) を用いて式 (8) を無次元化し、 ν の高次のオーダーを無視すると次式が得られる。

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} - 1 \quad (20)$$

境界条件 (7) は (15) および (18) を用いて次のように無次元化される。

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = 0 \quad \text{at} \quad \theta = \pm 1 \quad (21)$$

河口位置の移動を支配する関係式 (10) および (11) は次のように無次元化される。

$$\gamma \frac{d\phi}{dt} = - \left. \frac{\partial r^D}{\partial \theta} \right|_{\theta=\phi} - 2(1-f) \quad (22a)$$

$$\gamma \frac{d\phi}{dt} = 2f - \left. \frac{\partial r^G}{\partial \theta} \right|_{\theta=\phi} \quad (22b)$$

ここで

$$\gamma = \frac{PH}{LD} \quad (23)$$

である。 γ はこの方程式系において解の特性を決定する無次元パラメータであり、後述するように河川からの供給土砂量や波浪エネルギーフラックスなどの外力の変化によって変化する。式 (20) を (21) および (22) とともに解くことによって、 γ による解の特性の変化を明らかにすることができる。

また式 (12) は次のように無次元化される。

$$r^D(\phi) = r^G(\phi) \quad (24)$$

4.2 摂動展開

波浪エネルギーに応じて岸沖方向に失われる漂砂量を導入したことによって定常な解が存在する。それは式 (20) から時間微分項を 0 とおいて得られる解である。この定常な解を添字 0 を付けて表わす。そしてこの定

常な解からほんのわずかにだけずれた解の挙動を調べるために河口位置 ϕ を次のように展開する。

$$\phi = \phi_0 + \epsilon e^{\Omega t} + \text{c.c.} \quad (25)$$

ここで ϵ は摂動の振幅であり、微小なパラメータである。また Ω は摂動の発達速度を示している。 Ω の実部が正であれば摂動は指数関数的に増幅していくことになり、河口位置は摂動に対して不安定であることがわかる。逆に負であれば摂動は減衰していくことになり、河口位置は安定であることがわかる。

河口位置の変化によって汀線形状 r にも ϵ 程度の変化が生じる。そこで次の様に展開する。

$$r = r_0 + \epsilon r_1 e^{\Omega t} + \text{c.c.} \quad (26)$$

河口位置の変化によって河川から河口両岸へ供給される土砂の割合も変化し得る。しかしこの割合は河口内における流況の変化によって決まるものと予想され、ここで考えているような河川を線として取り扱う簡単なモデルでは合理的に決めることはできない。兜山・田中・首藤⁸⁾ は現地観測の結果に河口位置移動のモデルを適用し、振り分け係数 f の値を逆算している。その結果によると、河口開口位置の変化と f の間には、河川流量が小さいとき若干の相関は見られるものの、ある程度以上流量が大きくなると相関は見られなくなることがわかっている。また流量が小さいときの相関も明瞭なものではなく、相関が存在する理由もよくわかっていない。以上のことより本論文では、線形安定解析で取り扱うような移動初期における河口位置の微小変化の範囲において f は変化しないものと仮定する。

式 (25) および (26) を式 (20)-(24) に代入すると、 ϵ の 0 次のオーダーにおいてそれぞれ次式が得られる。

$$\frac{d^2 r_0}{d\theta^2} = 1 \quad (27)$$

$$\left. \frac{dr_0^D}{d\theta} \right|_{\theta=1} = \left. \frac{dr_0^G}{d\theta} \right|_{\theta=-1} = 0 \quad (28)$$

$$2(1-f) = - \left. \frac{dr_0^D}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (29a)$$

$$-2f = - \left. \frac{dr_0^G}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (29b)$$

$$r_0^D(\phi_0) = r_0^G(\phi_0) \quad (30)$$

上式が定常な汀線形状を与える方程式系である。

ϵ の 1 次についてそれぞれ次式が得られる。

$$\frac{d^2 r_1}{d\theta^2} = \Omega r_1 \quad (31)$$

$$\left. \frac{dr_1^D}{d\theta} \right|_{\theta=1} = \left. \frac{dr_1^G}{d\theta} \right|_{\theta=-1} = 0 \quad (32)$$

$$\gamma \Omega = - \left. \frac{dr_1^D}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} - \left. \frac{d^2 r_0^D}{d\theta^2} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (33a)$$

$$\gamma\Omega = - \left. \frac{dr_1^G}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} - \left. \frac{d^2r_0^G}{d\theta^2} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (33b)$$

$$r_1^D(\phi_0) - r_1^G(\phi_0) = - \left. \frac{dr_0^D}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} + \left. \frac{dr_0^G}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (34)$$

式(27)を用いれば上式中(33)から、さらに次のような関係が導かれる。

$$\left. \frac{dr_1^D}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} = \left. \frac{dr_1^G}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} \quad (35a)$$

$$\gamma\Omega = - \left. \frac{dr_1^D}{d\theta} \right|_{\theta=\phi_0} - 1 \quad (35b)$$

4.3 $O(1)$ の解

河口位置より右岸側 ($\theta \geq \phi_0$) の領域では、式(27)は境界条件(28)を用いて次のように積分できる。

$$\frac{dr_0^D}{d\theta} = \theta - 1 \quad (36)$$

定義より $\theta = \phi_0$ において $r_0 = 0$ である。したがって式(36)はさらに次の様に積分できる。

$$r_0^D = \frac{1}{2}\theta^2 - \theta - \left(\frac{1}{2}\phi_0^2 - \phi_0\right) \quad (37)$$

河口位置より左岸側 ($\theta \leq \phi_0$) の領域においては、同様にして次のような結果が得られる。

$$\frac{dr_0^G}{d\theta} = \theta + 1 \quad (38)$$

$$r_0^G = \frac{1}{2}\theta^2 + \theta - \left(\frac{1}{2}\phi_0^2 + \phi_0\right) \quad (39)$$

4.4 $O(\epsilon)$ の解

式(31)よりわかるように r_1 は次の様な形の解を持つ。

$$r_1 = Ae^{\lambda\theta} + Be^{-\lambda\theta} + \text{c.c.} \quad (40)$$

ここで λ は次式で表される。

$$\lambda^2 = \Omega \quad (41)$$

式(40)を境界条件(32)、(35a)に代入すると次の関係が得られる。

$$A^D e^{\lambda} - B^D e^{-\lambda} + \text{c.c.} = 0 \quad (42)$$

$$A^G e^{-\lambda} - B^G e^{\lambda} + \text{c.c.} = 0 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} A^D e^{\lambda\phi_0} - B^D e^{-\lambda\phi_0} + \text{c.c.} \\ = A^G e^{\lambda\phi_0} - B^G e^{-\lambda\phi_0} + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (44)$$

式(36)および(38)を用いれば、式(34)から次式が得られる。

$$\begin{aligned} A^D e^{\lambda\phi_0} + B^D e^{-\lambda\phi_0} + \text{c.c.} \\ - A^G e^{\lambda\phi_0} - B^G e^{-\lambda\phi_0} + \text{c.c.} = 2 \end{aligned} \quad (45)$$

これら四つの条件から四つの未知数 A^D , B^D , A^G , B^G が得られ、 r_1^D および r_1^G は次のように求められる。

$$r_1^D = \frac{e^{\lambda(\phi_0+1)} - e^{-\lambda(\phi_0+1)}}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} \left[e^{\lambda(\theta-1)} + e^{-\lambda(\theta-1)} \right] + \text{c.c.} \quad (46)$$

$$r_1^G = \frac{e^{\lambda(\phi_0-1)} - e^{-\lambda(\phi_0-1)}}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} \left[e^{\lambda(\theta+1)} + e^{-\lambda(\theta+1)} \right] + \text{c.c.} \quad (47)$$

また式(46)および(47)を式(35b)に代入すると λ に関する次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} F_0(\lambda, \gamma, \phi_0) \equiv \gamma\lambda^2 \\ + \lambda \frac{[e^{\lambda(\phi_0+1)} - e^{-\lambda(\phi_0+1)}][e^{\lambda(\phi_0-1)} - e^{-\lambda(\phi_0-1)}]}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} \\ + 1 + \text{c.c.} = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

ここで後の解析のために上式を F_0 と呼ぶことにする。

5. 一定速度で前進するモデル

5.1 無次元化と座標変換

無次元化については前節とほぼ同様の無次元化を用いる。ただしこのケースでは式(9)で表されるような座標変換が必要となる。

ポケットビーチの全幅は $2R_0 \sin \Theta$ である。河川からの供給土砂量によって ϵ ずつ前進していくのであるから、 ν の0次のオーダーについて次式が成り立つ。

$$2\epsilon DR_0 \sin \Theta = Q_f \quad (49)$$

そのとき式(15)を用いて式(9)を無次元化すると次式が得られる。

$$(1 - \nu r^*) \cos \Theta \theta^* = (1 - \nu r) \cos \Theta \theta - \nu \frac{\Theta}{\sin \Theta} t, \quad (50a)$$

$$(1 - \nu r^*) \sin \Theta \theta^* = (1 - \nu r) \sin \Theta \theta, \quad (50b)$$

$$t^* = t. \quad (50c)$$

上式より ν の0次のオーダーについて次の微分関係が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^*}, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta^*}. \quad (51a, b)$$

また式(50c)を(50a)に代入して2乗し、(50b)の2乗を加えて、 ν の高次の項を無視すると、次の関係が導かれる。

$$r = r^* + \frac{\Theta \cos \Theta \theta^*}{\sin \Theta} t^* \quad (52)$$

式(15)および(51)、(52)を用いて式(6)を書き直すこととなる。

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} - \frac{\Theta \cos \Theta \theta}{\sin \Theta} \quad (53)$$

ここで表記を簡単にするために * を落としている。式(20)と比較すればわかるように右辺第二項に変更が加わっただけである。ビーチ両端での境界条件、河口の移動方程式、河口における汀線の連続条件については前節と全く同じ式、それぞれ式(21)-(24)を用いることが可能である。

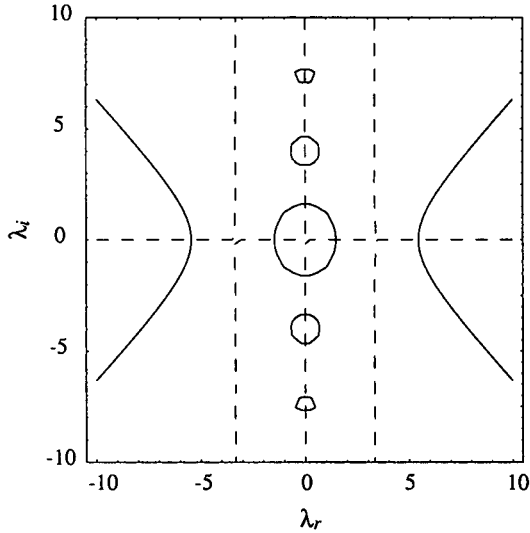


図-9 式(58)の解空間特性. $\gamma = 0.15$, $\phi_0 = 0$. 実線が $\text{Re}[F_0] = 0$, 破線が $\text{Im}[F_0] = 0$ を表わしている.

5.2 解

解は前節と同様の手順で導くことができる. 以下に最終的な解のみ示す.

$O(1)$:

$$r_0^D = -(\theta - \phi_0) - \frac{\cos \Theta \theta - \cos \Theta \phi_0}{\Theta \sin \Theta} \quad (54)$$

$$r_0^G = (\theta - \phi_0) - \frac{\cos \Theta \theta - \cos \Theta \phi_0}{\Theta \sin \Theta} \quad (55)$$

$O(\epsilon)$:

$$r_1^D = \frac{e^{\lambda(\phi_0+1)} - e^{-\lambda(\phi_0+1)}}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} \left[e^{\lambda(\theta-1)} + e^{-\lambda(\theta-1)} \right] + \text{c.c.} \quad (56)$$

$$r_1^G = \frac{e^{\lambda(\phi_0-1)} - e^{-\lambda(\phi_0-1)}}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} \left[e^{\lambda(\theta+1)} + e^{-\lambda(\theta+1)} \right] + \text{c.c.} \quad (57)$$

$$F_m(\lambda, \gamma, \phi_0, \Theta) \equiv \gamma \lambda^2 + \lambda \frac{[e^{\lambda(\phi_0+1)} - e^{-\lambda(\phi_0+1)}][e^{\lambda(\phi_0-1)} - e^{-\lambda(\phi_0-1)}]}{e^{2\lambda} - e^{-2\lambda}} + \frac{\Theta \cos \Theta \phi_0}{\sin \Theta} + \text{c.c.} = 0 \quad (58)$$

ここで後の解析のために上式を F_m と呼ぶことにする.

6. 結果と考察

6.1 λ の解空間特性

前述したように Ω の値によって定常解の安定性が決まる. そして Ω は式(48)あるいは(58)から導かれる λ によって決定される. ここではまず λ の特性について詳しく調べることにしよう.

一般には λ は複素数である. そこで λ を実部 λ_r と虚部 λ_i に分解し, 式(48)に代入して実部と虚部に分ける. すると次のような二つの式が得られる.

$$\text{Re}[F_0(\lambda_r, \lambda_i, \gamma, \phi_0)] = 0, \quad (59a)$$

$$\text{Im}[F_0(\lambda_r, \lambda_i, \gamma, \phi_0)] = 0. \quad (59b)$$

式(58)からも同様な次式が得られる.

$$\text{Re}[F_m(\lambda_r, \lambda_i, \gamma, \phi_0, \Theta)] = 0, \quad (60a)$$

$$\text{Im}[F_m(\lambda_r, \lambda_i, \gamma, \phi_0, \Theta)] = 0. \quad (60b)$$

上式は, γ および ϕ_0 (式(60)ではさらに Θ) が決まると, λ_r および λ_i の2変数に関する二つの方程式となる. それらを連立させて解けば複素数 λ が得られる. 例として沖合への損失土砂が存在する場合の $\gamma = 0.15$, $\phi_0 = 0$ における解空間の様子を図-9に示す. 図中実線は $\text{Re}[F_0] = 0$, 破線は $\text{Im}[F_0] = 0$ を表わしている. λ はこれら2種類の線の交点として得られるが, 図を見ればわかるように交点は実軸上か虚軸上にしか存在していない. これは式(48)の λ の解が, $\lambda_r = 0$ すなわち純虚数か, $\lambda_i = 0$ すなわち実数の場合に限られることを意味している. λ が実数か純虚数であるとき Ω は正か負の実数となる. このとき振動は単純に増幅するか減衰するかのどちらかであり, 振動する解は存在しない. このことは γ , ϕ_0 が他の値をとる場合も同様に成立している. また一定速度で前進するモデルについても想定される Θ の値の範囲において同様な解空間特性を有している.

6.2 Ω の値と定常解の不安定性

λ が実数であるとき, 式(48)は次のように書き直すことができる.

$$\gamma \lambda^2 + 2\lambda \frac{\sinh \lambda(\phi_0 + 1) \sinh \lambda(\phi_0 - 1)}{\sinh 2\lambda} + 1 = 0 \quad (61)$$

同様に式(58)は次のようになる.

$$\gamma \lambda^2 + 2\lambda \frac{\sinh \lambda(\phi_0 + 1) \sinh \lambda(\phi_0 - 1)}{\sinh 2\lambda} + \frac{\Theta \cos \Theta \phi_0}{\sin \Theta} = 0 \quad (62)$$

λ が純虚数であるとき, 式(48)は次のようになる.

$$\gamma \lambda^2 + 2\lambda \frac{\sin \lambda(\phi_0 + 1) \sin \lambda(\phi_0 - 1)}{\sin 2\lambda} - 1 = 0 \quad (63)$$

同様に式(58)は次のようになる.

$$\gamma \lambda^2 + 2\lambda \frac{\sin \lambda(\phi_0 + 1) \sin \lambda(\phi_0 - 1)}{\sin 2\lambda} - \frac{\Theta \cos \Theta \phi_0}{\sin \Theta} = 0 \quad (64)$$

上記の二つのケースの内, λ が純虚数であるとき Ω は負となり, 擾乱は減衰することになる. したがってこのとき定常解は振動に対して安定である. 式(63)および(64)を調べると全ての γ と ϕ_0 (式(63)ではさらに Θ) に対して λ が存在し, 常に安定な解が存在していることがわかる.

我々にとって興味があるのは実数の λ が存在し, 正の Ω が存在する場合である. そのとき定常解は振動に

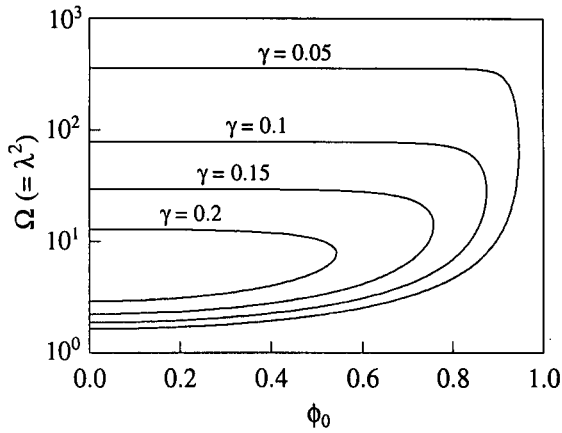


図-10 沖合への損失土砂が存在する場合における γ と ϕ_0 による正の Ω の変化.

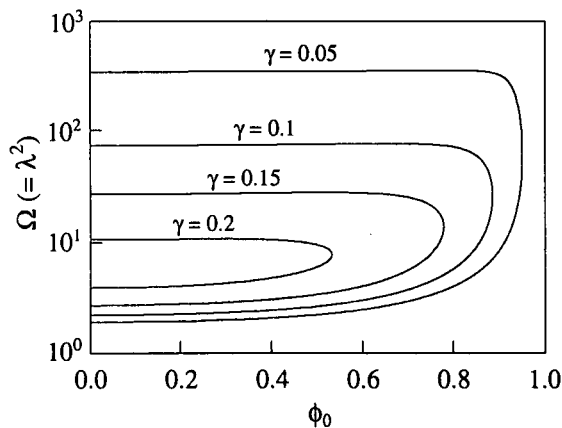


図-11 一定速度で前進する場合における γ と ϕ_0 による正の Ω の変化. $\theta = \pi/4$.

対して不安定になる. 式 (61) を満たす $\Omega (= \lambda^2)$ の値を図-10 に示す. また式 (62) について図-11 に示す. これらの図は, ϕ_0 と γ (式 (62) についてはさらに θ) が特定されたとき, 式 (61) および (62) から決定される Ω の値を表している. Ω の性質は $\phi_0 = 0$ に対して対称であるので, $0 \leq \phi_0 \leq 1$ の範囲について図示されている.

図によると沖合への損失土砂が存在する場合も一定速度で前進する場合も Ω はほとんど同様の性質を有していることがわかる. その性質とはすなわち以下のようなものである. γ がある程度小さいとき, $\phi_0 = 1$ 付近を除いて正の Ω は二つ存在するが, $\phi_0 = 1$ 付近では一つも存在しない. また γ が小さくなるにしたがって正の Ω が存在しない領域は $\phi_0 = 1$ のごく近傍に限定されるようになる. 逆に γ が大きくなると正の Ω の存在する領域は $\phi_0 = 0$ 近傍に限定されるようになる. しかも γ が 0.2 よりやや大きいある限界値 γ_c を越えると正の Ω は全く存在しなくなる.

ϕ_0 は河口の位置であり, $\phi_0 = 0$ がポケットビーチの中央に, $\phi_0 = 1$ がポケットビーチの両端に相当している. 正の Ω の存在は定常解の不安定性を意味しているのであるから, 上に述べた解空間の特性はつぎのことに対応している. γ の値が限界値 γ_c より大きいとき,

ビーチ上のどの位置にあっても河口は安定に存在できる. そして γ_c の値は, 沖合への損失土砂が存在するモデルで $\gamma_c = 0.24$ となり, 一定速度で前進するモデルでは θ の値によって若干変化し, $0 < \theta < \pi/2$ の範囲で $\gamma_c = 0.20 \sim 0.24$ となる.

一方 γ がこの限界値 γ_c を下回るとビーチ中央付近に不安定な領域が発生し, 河口はそこに安定的に存在できなくなる. さらに γ が小さくなると, 河口が存在できない領域も大きくなり, $\gamma = 0.05$ 程度となると河口はビーチ両端のごく近傍にしか存在できなくなる. すなわち図-1 のように河口は岬の近傍にしか存在できなくなるのである.

6.3 γ の物理的意味

解析の結果から γ の値が小さくなると河口はビーチ中央付近で不安定になることが明かとなった. 次にこの γ の物理的意味について考えてみる.

γ は次のように表わされる.

$$\gamma = \frac{PH}{LD} \quad (23)$$

γ を決定するのは P , H , L , D という四つの長さスケールであることがわかる. このうち L は河川供給土砂によって式 (14) より次のように表わされる.

$$L = \frac{Q_f R_0 \theta}{2\kappa D} \quad (65)$$

上式を式 (23) に代入すると次式が得られる.

$$\gamma = \frac{2\kappa PH}{Q_f R_0 \theta} = 2 \frac{\kappa D / (R_0 \theta D)}{Q_f / PH} \quad (66)$$

κD は $\cos \alpha_b \sin \alpha_b = 1$ のときの沿岸漂砂量を表わす値であり, $R_0 \theta D$ は汀線長と汀線に沿った水深の積を表わしている. したがって式 (66) 中の分子 $\kappa D / (R_0 \theta D)$ は単位汀線長・単位水深当りの沿岸漂砂輸送能力 (ビーチの規模に対する相対的な沿岸漂砂輸送能力; 以降, 相対的漂砂輸送能力と呼ぶ) を表わす値と解釈できる.

前述のように河口の移動が河口砂州によって生じるとすれば P は河口砂州の幅となる. 河口砂州の幅についてもいくつか研究が存在し^{10), 11)}, 波高や波長, 粒径によって決まることがわかっている. しかしここで行っているような極めて大雑把な議論では, 河口砂州の幅 P は川幅と同オーダーと考えてよいだろう. そうすると式 (66) 中の分母 Q_f / PH は, 河川上流からの供給土砂量 Q_f を河口部の断面積に相当する PH で割った値, すなわち河口部の単位断面積当りの供給土砂量 (河川の規模に対する相対的な供給土砂負荷量; 以降, 相対的供給土砂負荷量と呼ぶ) と解釈できる.

以上のことから γ は, ビーチの相対的漂砂輸送能力と河川の相対的供給土砂負荷量の比を表わしていることがわかる. γ が大きいということは, 河川の相対的供給土砂負荷量に比較してビーチの相対的漂砂輸送能力が十分であることを意味しており, 逆に γ が小さいということは, ビーチの相対的漂砂輸送能力が十分でないことを意味している. このことを前項の結果と併せると次のことが結論できる. γ が大きくビーチが相対

的供給土砂負荷量に見合った十分な相対的漂砂輸送能力を有しているとき、河口はビーチ全域で安定となる。それに対して γ が小さくビーチが十分な相対的漂砂輸送能力を有していないとき、河口はビーチ中央付近で不安定となり、ビーチ両端にしか存在できない。そしてこれは、ビーチの輸送能力に対して負荷量が多すぎると、河口位置の微小な変化に対して河口左右岸の運搬能力に生じたアンバランスが増幅され、河口位置は不安定となることを意味していると考えられる。

6.4 実現象への適用と理論の限界

本理論を実際のフィールドに適用する場合に注意しなければならないことは、フィールドで重要となる岬による波浪の遮蔽効果、洪水時のフラッシュ効果、河川自身の流路変動などの影響が完全に無視されていることである。ビーチ両端の岬による波浪の遮蔽効果はその近傍での河口の安定性をさらに増加させるものと考えられる。また中小河川ではそれほど大きな影響を持たないと考えられるが、流量の大きな大河川では洪水時における砂州フラッシュ効果も顕著となる。この効果は砂州の形成を阻み、河口の移動を抑制する働きを有することから、河口を安定化させることが予想される。さらに河口位置の決定には河川の流路変動も大きな影響を及ぼしている。実際の河口位置は、ここで考えたような河口位置の不安定性と河口部上流における河川の流路変動との相互作用によって、決定されるものと考えられる。これらの影響も理論に取り入れていく必要がある。今後の課題である。

また理論によれば、河川供給土砂が多く波の土砂輸送能力が小さいときのみ河口はビーチ中央域で不安定になり、ビーチの端に寄ってしまうことになる。ところが実際に見られるほとんどのポケットビーチでは、河川から供給される土砂が非常に小さい。それでも多くのビーチで河口は端に寄っている。また前述した実験でも、河川からの土砂の供給量を非常に小さくした場合もやはり河口は最終的にビーチの端に寄ってしまうことが確認されている。考えられる原因としては、現象の非線形性の影響がある。実験の際に河口がビーチの一端に寄ってしまう過程を見ていると、河道内の3次元性の強いデューンが通過する際に河口が擾乱を受け、わずかに振動する場合が観察される。本理論では微小な擾乱を想定し線形安定解析によって河口位置の安定性を調べたが、擾乱が大きくなりそれによる振動の振幅が大きくなると線形安定解析の結果は適用できなくなる。たとえば現象が亜臨界分岐 (subcritical bifurcation) をするような場合には、線形安定解析では安定と判定されても、有限振幅の擾乱に対しては不安定となる場合がある。これについても今後の課題である。

7. 結論

one-line theory から導かれる、ポケットビーチにおける定常な汀線形状の解は以前から知られていた。定常解は平衡状態における解であるが必ずしも安定であるとは限らない。本研究では one-line theory に河口位置変化のモデルを組み合わせ、定常解に対し振動を与

えることによって、その安定性を調べた。理論解析の結果、次のことが明らかとなった。

- ポケットビーチにおける河口の安定性を決めるのは、ビーチの相対的沿岸漂砂輸送能力と河川上流からの相対的供給土砂負荷量の比であり、ビーチが十分な漂砂輸送能力を有するとき河口はビーチ全域において安定的に存在できる。
- 河川からの相対的供給土砂負荷量に対しビーチの相対的沿岸漂砂輸送能力が十分大きくないとき、河口はビーチ中央付近で安定に存在できなくなり、ビーチ両端の岬に隣接して存在するようになる。

謝辞 : 本研究は科学研究費の援助を受けた。また日本政府の援助による AIT のプロジェクト Education and Research Project for Sustainable Development in Greater Mekong Sub-Region の一環として行われた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 宇多高明, 酒匂敏次, 野村光寿: ポケットビーチに流入する中小河川の河口位置決定メカニズムと河口処理, 水工学論文集, Vol. 41, pp. 863-870, 1997.
- 2) 長林久夫, 安田禎輔, 寺中啓一郎: 平坦な海岸にある中小河川の河口変動特性, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 471-475, 1994.
- 3) 泉 典洋, H. P. V. Vithana: ポケットビーチの河口位置に関する実験, 投稿準備中.
- 4) Coastal Engineering Research Center: *Shore Protection Manual*, U. S. Army Corps of Engrs., U. S. Govt. Printing Office, 3 Vols, 1977.
- 5) Pelnard-Considere, R.: *Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sable et de galets*, Société Hydrotechnique de France, IV^{es} Journées de l'Hydraulique, Les Energies de la Mer, Paris, Question 3, 1954.
- 6) Komar, P. D.: *Beach processes and sedimentation*, 2nd ed., Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- 7) 青田茂雄, 首藤伸夫: 河口断面積変化過程の数値モデル, 第 24 回水理講演会論文集, pp. 203-208, 1980.
- 8) 兜山博之, 田中 仁, 首藤伸夫: 河口開口位置変化の予測モデル, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp. 456-460, 1994.
- 9) Tanaka, H., Kabutoyama, H. and Shuto, N.: Numerical model for predicting seasonal migration of a river mouth, *Computer Modelling of Seas and Coastal Regions II*, pp. 345-352, 1995.
- 10) 山本晃一: 河口処理論 (I) -主に河口砂州をもつ河川の場合-, 土木研究所資料, 第 1394 号, 223 p, 1978.
- 11) 和田尚大, 田中 仁, 山路弘人: 河口砂州形状の算定式に関する研究, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp.596-600, 1998.
- 12) 貝塚爽平, 太田陽子他編: 写真と図でみる地形学, 東京大学出版会, 1985.

(2001 年 4 月 20 日 受付)