

ラチスモデルによる材料のせん断破壊シミュレーション

SIMULATION OF SHEAR FAILURE OF MATERIALS
USING LATTICE TRUSS MODEL

北川 智弘*・有尾 一郎**・浅井 光輝***・池田 清宏****

KITAGAWA Tomohiro, ARIIO Ichiro, ASAI Mitsuteru and IKEDA Kiyohiro

*広島県庁 (〒 730-0011 広島市中区基町 10-52)

**広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻 (〒 739-2753 東広島市鏡山 1-4-1)

***東北大学大学院生博士課程土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻)

****東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻)

A lattice type model is employed to simulate the shear deformation and failure of uniform and non-uniform materials. Uniform materials are modeled as assemblages of a number of unit cells, which undergo bifurcation buckling to express the local softening behavior of materials. Non-uniform materials are represented with the use of the image-based geometry modeling with the consideration of micro-macro scale model to simulate the formation of a cross shear band.

Key Words : *Bifurcation Analysis, Unit Truss Cell, Fracture Simulation, Shear Bands, Non-uniform Materials*

1. はじめに

粒状体等の材料のせん断帯(すべり線)形成のメカニズムが明らかにされつつある。例えば, Rudnicki・Rice(1975)は変形の局所化に関する分岐の一般条件を, Hill・Hutchinson(1975)は均質な平面引張状態からの弾塑性分岐を示した。また, Vermeer(1984)は滑り線の生成を検知できる compliance modelを開発し, Prevost(1984)は局所化の有限要素シミュレーションを行った。さらに, Yatomi・Yashima・Iizuka・Sano(1989)は非共軸の Cam-clay モデルの滑り線解析手法や飯塚ら(1999)は水-土連成を考慮した粘土供試体の圧縮せん断破壊シミュレーション法を開発している。

一方, コンクリート材料に対する非線形解析法も急速に整備されてきており, Cosserat 理論などの非局所連続体力学による巨視的破壊手法⁷⁾, あるいは永井らの3次元イメージベース FEM によるメゾレベル解析法⁸⁾など様々な解析法が提案されている現状にある。最近では, 土やコンクリートなどの不均質な材料に対して, 微視的な材料特性と巨視的挙動とを関連させる Global-Local 解析法⁹⁾や微視破壊要素に基づくコンクリート構成モデルの開発¹⁰⁾などの解析も盛んに行われている。特に, 材料の不均質性とそれに誘発されるひび割れの発生・進展を可視的に再現することは工学的に非常に重要な課題の一つである。

土やコンクリートなどの(複合)材料は, 一般に不均質な土粒子や骨材などの組成からなり, これ

らの材料の不均質性を考慮したクラックの発生・進展を数値的に解析することは工学的に重要である。これを可能にする解析方法として, 材料を等価なトラスや梁などの線部材に置換し, 部材の配置により不均質性を表現し, 部材の破断としてクラックを再現するラチスモデルが提案されている¹¹⁾。このラチスモデルは, 局所的な材料損傷のモデル表現に優れ, 複雑な材料構成則を用いることなく材料の破壊を再現できる利点がある。

本研究は, 材料の微視的な構成関係をラチス(ユニットセル)を用いてモデル化することにより, 材料の強度特性を表現し, 均質材料の完全系と不完全系モデルならびに不均質材料の圧縮せん断破壊シミュレーションを試みるものである。

2. 平面ラチスモデルの分岐解析

本章では, 均質材料のモデル化に用いるユニットセルの分岐挙動と解析対象領域の格子分割に対する基本的な試行調査を行う。

2.1 微視的要素の不安定分岐と材料構成

材料の軟化挙動を表現する微視的要素として, 図-2(a)に示すユニットセルを用いる。このセルの下部を固定し, 鉛直方向の荷重パラメータ f を載荷したときの釣合曲線を図-1に示す。図中の BP は二重分岐点となり, 2本の分岐経路が現れるが, そのうちの1つは分岐点で急激に耐力を失った。この S 字形の分岐経路を微視的材料要素の破壊(脆

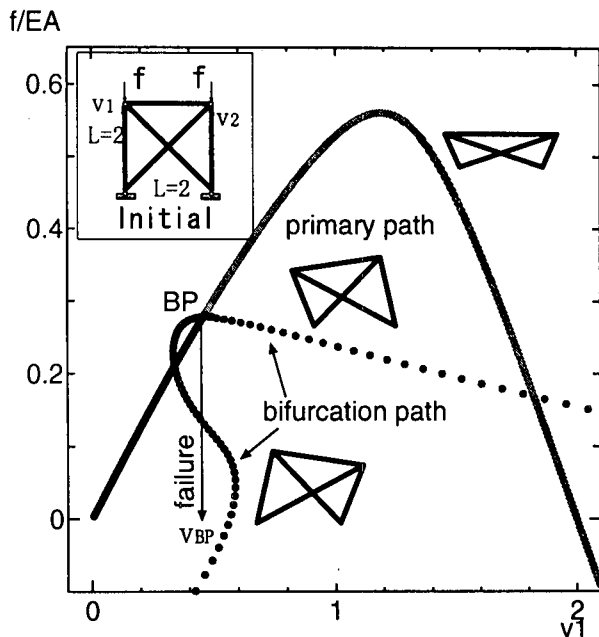


図-1 ユニットモデルの釣合曲線

性破壊)と見なすことによって、材料全体の軟化特性を表現することを試みる。

2.2 平面ラチス構造の分岐解析

(1) 長方形ユニットセル

均質材料の計算モデルとして、横幅と高さの比が1:2の図-2(a)に示す長方形ユニットセル(単位セル)を用いて作成した図-2(b)に示す10cm×20cmの平面ラチスモデルについて解析を行う。境界条件は底辺の節点に対してはXY方向を全て固定とし、残りの節点に対しては全てフリーとした。図-2(b)に示す平面格子をx軸方向に分割数 n_x 、y軸方向に分割数 n_y に分割する。 $n_x (= 10)$ を一定のもと、 n_y を幾何学的なパラメータとして変化させたときの平面格子構造の力学挙動を調べた。ただし、均質な材料を想定し部材の断面剛性 EA は全て一定とした。

図-3に示す座屈荷重 f_{cr} と分割数 n_y の関係から明らかなように、 $1 \leq n_y \leq 4$ までは座屈荷重は線形的に増大し、 $n_y = 5$ で急激に低下し、 $5 \leq n_y \leq 30$ の値は近い値を示した。 $n_y \leq 6$ では平面格子の上部で破壊しているのに対し、 $n_y \geq 7$ では平面格子の下部で破壊した。さらに、 $n_y \geq 10$ においては斜めに破壊が進展していることが観測された。このような破壊モードは均質な材料の破壊に見られるものである。 $n_y = 20$ のときの変形と応力分布を図-4に示す。同図(b)の黒い部分は応力が弾性限界内にとどまる領域を、白い部分は脆性破壊した領域をそれぞれ示し、引張力と圧縮力

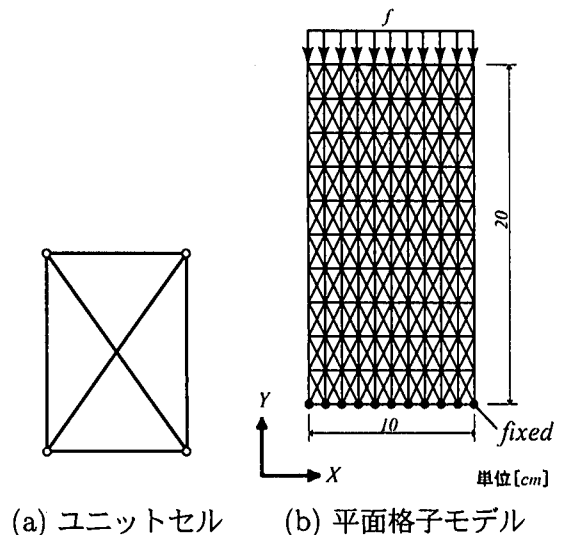


図-2 平面格子の解析モデル

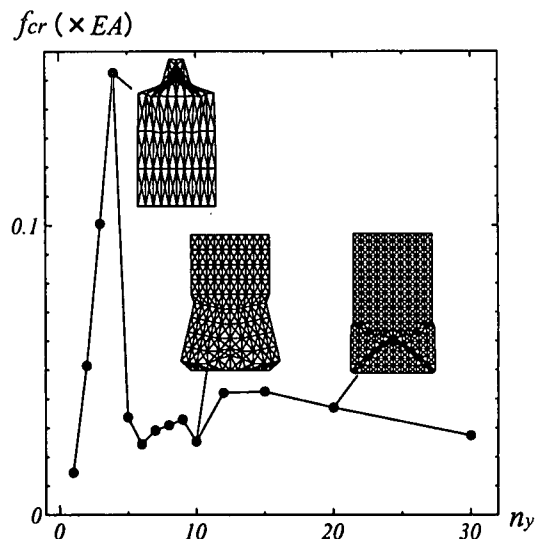


図-3 座屈荷重 f_{cr} と分割数 n_y の関係

が集中するせん断帯が形成される部分に対応する。

(2) 正方形ユニットセル

供試体を正方形ユニットセルで分割したときの力学的挙動を調査する。座屈荷重 f_{cr} とユニットセルの数 n_{cell} の関係を図-5に示す。ユニットセルの数が多くなるほど座屈荷重が大きくなるが、座屈荷重がある値に漸近しているのが分かる。これは、ユニットセルの数が増加するにつれて、対象とする構造物や材料の力学現象に近付いていくためと考えられる。それぞれのユニットセル数に対する平面格子の破壊モードを図-6に示す。ユニットセル数が32~72の場合は平面格子の上部から破壊しているのが分かる。これは、ユニットセルの数が少ないとそれぞれのユニットセルが受け持つ荷重が大きくなり、格子上部が局所分岐座屈を起

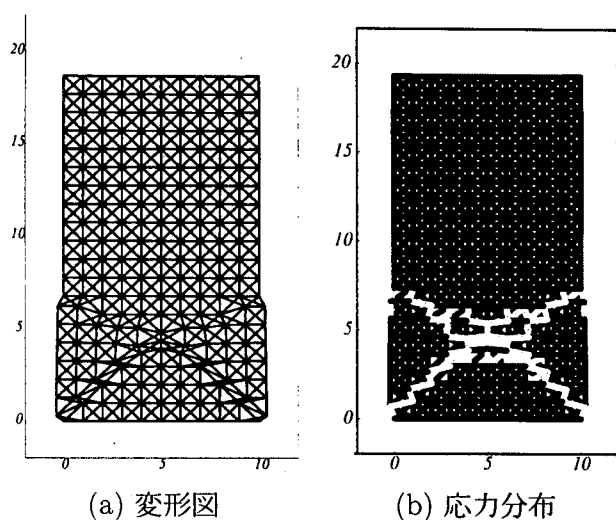


図-4 $n_y = 20$ のときの応力状態

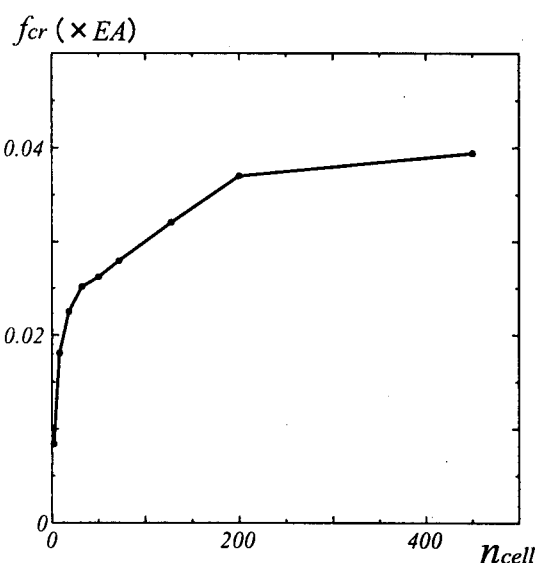


図-5 ユニットセル数 n_{cell} と座屈荷重 f_{cr} の関係

こすことによるものである。一方、ユニットセル数が128以上の場合は平面格子下部にX型の袈裟懸け状の破壊パターン(せん断帯の形成)が確認できる。

このように、分割数が多くなると長方形と正方形のユニットセルはともに、妥当な結果を与えており、メッシュ形状への依存性は少なくなっている。

3. 均質材料のせん断破壊シミュレーション

本章では、均質材料のモデルとしてユニットセルで構成された均質な長方形と正方形の供試体の圧縮せん断破壊の有限変位解析シミュレーションを行う。

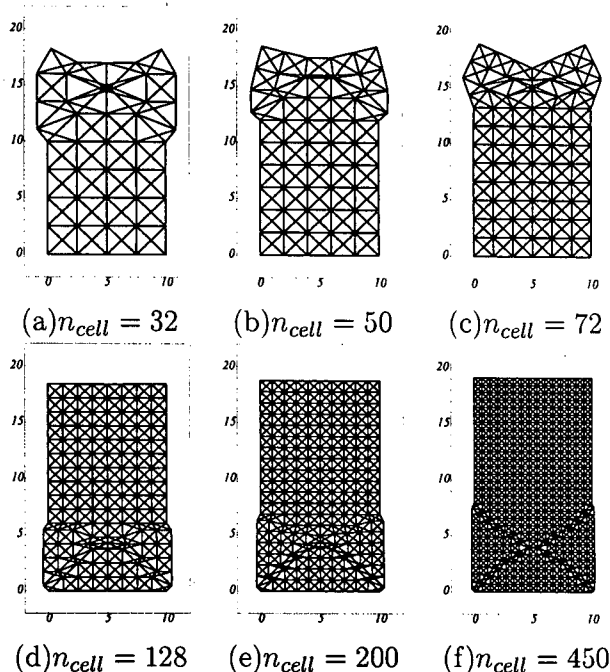


図-6 正方形ユニットセルの数による平面格子の破壊モード

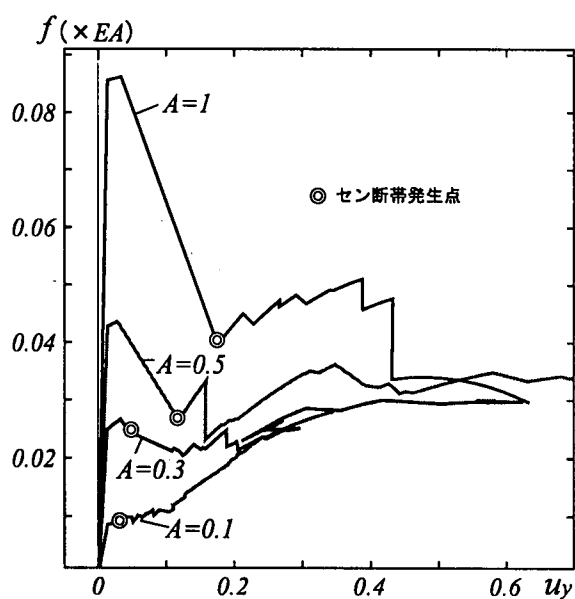


図-7 断面剛性の違いによる荷重-変位曲線の変化

3.1 長方形領域

本節では、長方形供試体の一軸圧縮試験のシミュレーションを試みる。図-2に示すユニットセルを用いて局所的な材料の軟化特性をモデル化する。すなわち、ある程度微視的な局所領域の粒子集合体をトラス要素で表現し、トラス要素の断面積 A の大きさを変化させることにより、材料の剛性と局所的な強度を変化させる。図-2に示すユニットセルから構成される一軸圧縮試験供試体のラチスモデルの節点数は496、要素数は1845、自由度は960である。

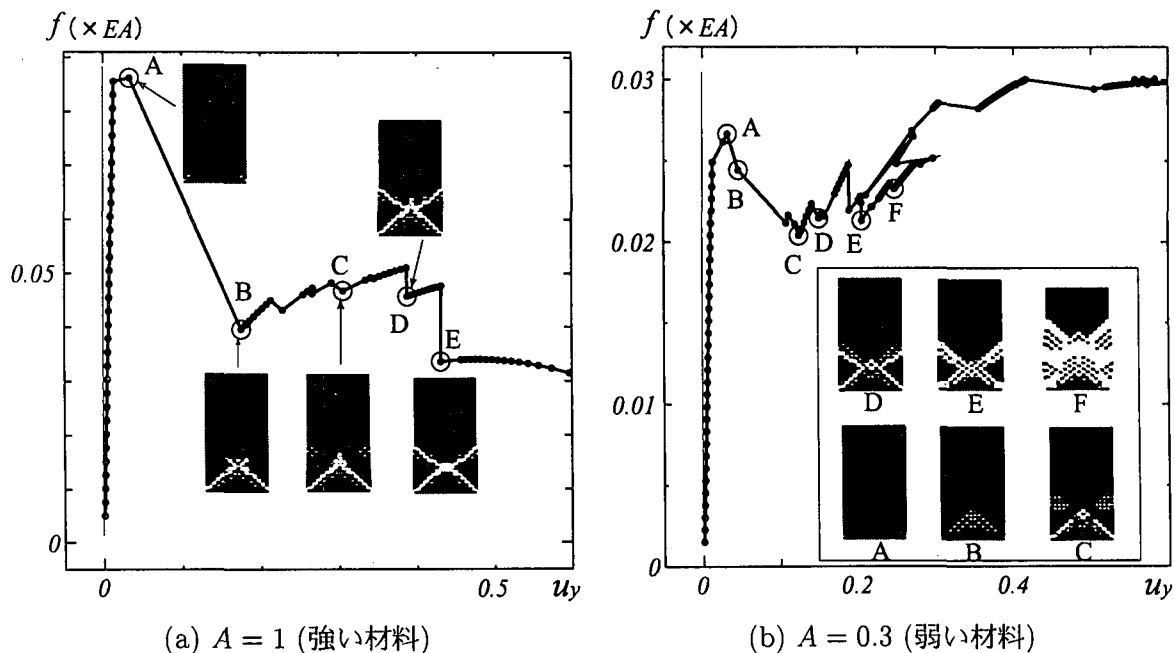


図-8 完全長方形供試体の荷重-変位曲線

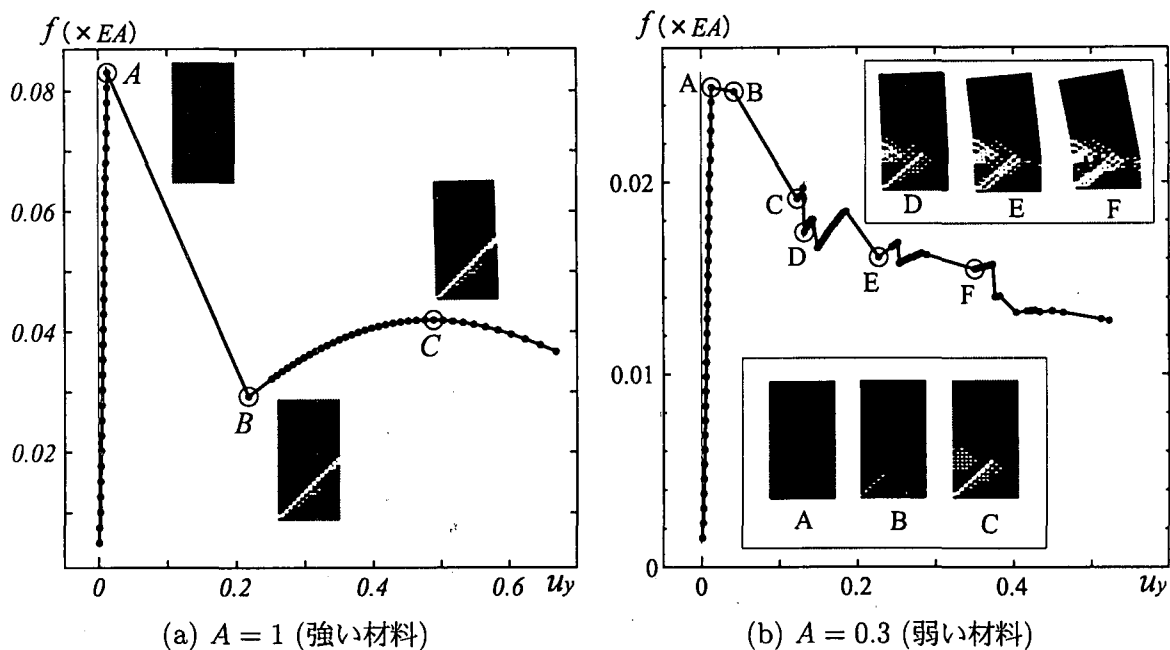


図-9 不完全長方形供試体の荷重-変位曲線

(1) 完全系の解析結果

材料が均質で供試体の形状、荷重条件、支持条件などに不整がない完全系の長方形供試体の一軸圧縮試験に対する解析シミュレーションについてまとめる。断面剛性 ($E = 1$) A の違いによる荷重-変位曲線の変化を図-7 に示す。ここに、変位は荷重載荷中央部の荷重同一方向の変位であり、これ以降もこの変位を用いることとする。荷重-変位曲線に不連続部分が多数存在するが、これはユニット

セルの粗密化や急激な分岐座屈挙動 (軟化) に伴う荷重の急激な低下によるものと考えられる。材料の強度が小さい (A が小さい) 場合には、なだらかに荷重が増加し、強度が大きい場合には脆性的な破壊を起こしている。これは、砂 (密な砂と緩い砂) やコンクリート材料 (水セメント比の大きさの違い) などでもよく観察される挙動である。

次に、強い材料として $A = 1$ のケースと、弱い材料として $A = 0.3$ のケースの荷重-変位曲線を図

-8に示す。応力状態図は、実際の材料の破壊状況をイメージしやすくするため弾性状態にある要素を黒で、脆性化した要素を白で表示した。また、脆性化した要素が連続している部分をすべり面、すなわちせん断帯として考察する。

図-8(a)の $A = 1$ (材料が強い場合)は、A点までは弾性的な挙動を示すが、B点の三角形の対称なせん断帯の発生により急激に荷重が減少する。その後微小な荷重の増減が続いた後、D点において袈裟懸け状のせん断帯に進展していくことが確かめられた。その後E点で荷重が急激に低下した後、ひずみ軟化の状態に変形が進み完全に破壊する。

これに対して、図-8(b)の $A = 0.3$ (材料が弱い場合)は、A点で脆性要素が発生しはじめ、B点でせん断帯の原形が現れはじめ、C点で $A = 1$ の場合と同様に下部に三角形の対称なせん断帯が発生するとともに荷重も急激に減少する。その後、D点で袈裟懸け状のせん断帯に進展し、さらに脆性要素が上部へと進行した破壊モードになった。

本解析結果はせん断帯の発生部位に違いがあるものの、 $A = 1$ 及び $A = 0.3$ ともに同様の袈裟懸け状のせん断帯が確認でき、飯塚ら⁶⁾が、水-土連成弾塑性有限要素解析により求めた破壊モードに類似した傾向が得られた。

(2) 不完全系の解析結果

前項では、不整のない完全系を解析した。ここでは、荷重による初期不整の影響を調べる。初期不整は、図-2の右端部の荷重を完全系より20%低減することで非対称の荷重不整を与えることにする。

このときの荷重-変位曲線を図-9に示す。 $A = 1$ の場合、図-9(a)より、A点でのピーク荷重に達した後、境界面左部から斜め方向にせん断帯が発生するとともにB点にまで荷重が急激に低下している。

また、図-9(b)に示す $A = 0.3$ の場合にはA点でピーク荷重に達した後、B点で脆性要素が発生しはじめ、C点でせん断帯が発生するとともに $A = 1$ の場合と同様に荷重が急激に低下する。その後荷重-変位曲線はひずみ軟化の傾向となっている。応力状態をみると、D点で供試体左側面中央よりやや下の部分が破壊し、さらにE点及びF点では、破壊部分とせん断帯の幅が拡大している。

$A = 1$ と $A = 0.3$ の完全系は袈裟懸け状のせん断帯を形成し、不完全系は斜めせん断帯を発現し、いずれもせん断帯発生時に耐荷力が低下した。 $A = 1$ の場合、せん断帯発生後の挙動に大きな違いは見られないが、 $A = 0.3$ の場合、せん断帯発生後、完全系がひずみ硬化しているのに対し、不

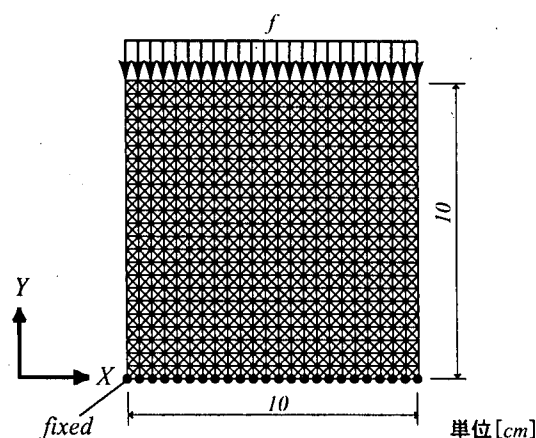


図-10 正方形供試体の解析モデル

完全系ではひずみ軟化となっている。この結果をDrozとBazantの解析結果¹⁶⁾と比較すると、今回解析した完全系は袈裟懸け状のせん断帯($a = 1$)に、また不完全系は斜めせん断帯($a = 2$)に対応している。また、せん断帯発生点が2次分岐点に対応し、完全系は耐荷力増加傾向へ、不完全系は耐荷力が減少する傾向は同一の結果であった。

3.2 正方形領域

前節では、長方形供試体をモデル化したものであったが、ここでは、供試体の幾何形状の違いによる破壊モードの変化について調べるため、図-10に示す24×24節点からなる正方形供試体(10cm×10cm)について解析を行う。このとき、 $A = 0.3$ とし完全系と上右端部に荷重不整を与えた不完全系を考える。

完全系及び不完全系の荷重-変位曲線と各段階における応力状態図を図-11に示す。同図(a)に示す完全系の場合、A点で脆性要素が発生しはじめ、B点において下境界部の左右両端からせん断帯が発生するとともに荷重が急激に低下している。その後、荷重-変位曲線はひずみ硬化の様相を示しているが、応力状態図を見ると、せん断帯の長さ及び幅が徐々に進展しているのが分かる。さらにF点に達すると袈裟懸け状の破壊部分(ひび割れ幅)が広がっているのが確認できる。

同図(b)に示す不完全系の場合、A点で脆性要素が発生しはじめ、B点において左下部から45度の角度でせん断帯が発生しているのが確認できる。せん断帯の発生とともに荷重が低下しているが完全系ほどの低下は起こっていない。これは、完全系ではX型の2本のせん断帯が同時に発生したのに対し、不完全系では1本であったために完全系ほど大きな低下が見られなかったためと考えら

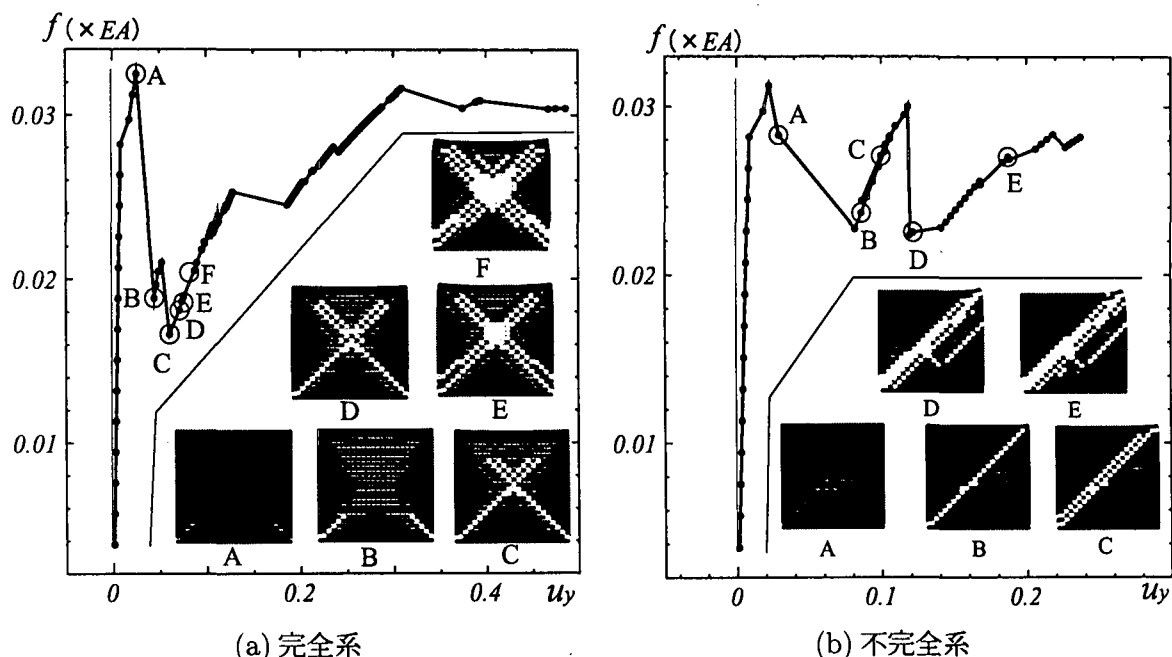


図-11 正方形供試体の荷重-変位曲線 ($A = 0.3$)

れる。応力状態は、C点で最初のせん断帯よりやや上側に同じ角度でもう1本別のせん断帯が発生している。さらに変形が進むとD点で再び荷重が急激に低下する。これは、せん断帯をすべり面としてすべりが起こったためと考えられる。

4. 不均質材料のせん断破壊シミュレーション

本章では、不均質な材料のせん断挙動をラチスモデルによりシミュレーションする。

4.1 複合材料におけるラチスモデルの概説

コンクリート材料を微視的に観察すると、主にモルタルと粗骨材からなる2相の複合材料と見なせる。その微視的な領域では粗骨材間に応力が集中することにより、その領域を図-12に示すようなトラスや梁により離散化するラチスモデルが提案されている。ここでは、図-12(c)と同様のラチスモデルを使用し、マトリクス(モルタル)と介在物(粗骨材)とを異なる物性を与えたユニットセルで表現する手法を用いる¹⁸⁾。またこのラチスモデルは、材料の不均質性を的確に数値解析に反映させるために、材料断面のデジタル画像から直接モデルを生成するイメージベースモデリングを採用する。

4.2 解析モデルと解析結果

不均質材料の例として、コンクリート円柱供試体の切断面 ($15 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$) のデジタル画像を、150

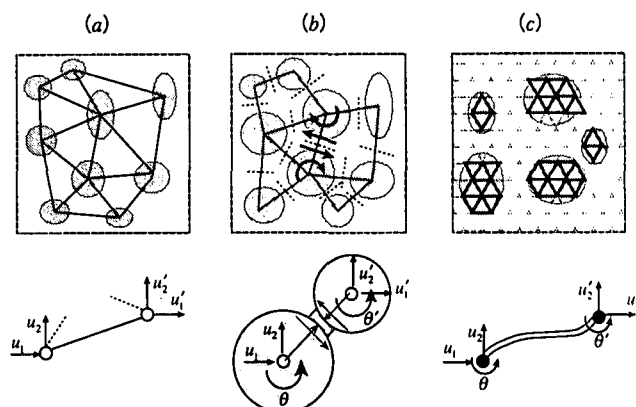


図-12 複合材料におけるラチスモデル

$\times 300$ (pixels) の画像に解像度を調節し、節点数 45000、自由度 90000 の解析モデルを作成した。図-13に示すように、両端固定した境界条件 (Model-A) と両端ローラー支持された境界条件 (Model-B) の2つの異なる境界条件下において一軸圧縮試験の解析シミュレーションを行なった。

図-14は部材のひずみ分布によりひび割れの発生状況を示し、図-15はこのときの荷重-変位関係図である。異なる境界条件による図-14が示すひび割れ分布の相違は、van Mier らが示す実験結果¹⁹⁾と同様の傾向であり、またその破壊モードも類似した結果が求められた。その破壊状況を前述の均質材料のシミュレーション結果と比較すると、均質材料の完全系モデルでは袈裟懸け状のせん断帯のみが発生したのに対し、不均質材料では Model-

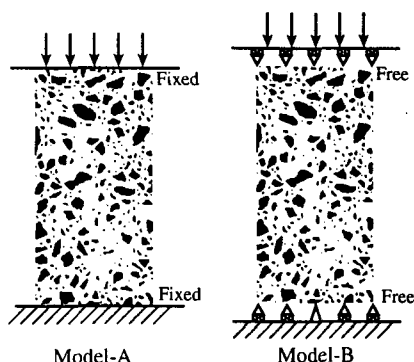


図-13 不均質材料の解析モデル

A, -B ともに異種材料界面で無数の短いひび割れが現れた。これは材料界面での付着破壊を表しており、不均質な複合材料における非線形性の主要因となる界面剥離を再現しているものと考えられる。また、両端固定の境界条件である Model-A では、均質材料のせん断帯と同様に、微視的な破壊が材料全体として袈裟懸け状となるせん断方向に集中して発現した。これに対し、Model-B では、界面破壊が全領域にほぼ均等に分散して発生していることが確認できる。以上より、せん断方向への破壊の進展あるいはせん断帯の形成は、材料の不均質性に関与しておらず、載荷面の境界条件や荷重不整に強く影響する結果となった。

また、図-15 が示す荷重-変位関係について均質体における結果と比較すると、かなり滑らかな曲線が求められている。この原因としては、1) 不均質性により材料の損傷が付着破壊として離散的かつ小規模で発生していること、2) 先の供試体寸法に比べユニットセルの大きさが小さいことに起因し微視的な破壊が全体挙動に与える影響が小さくなった等の理由が考えられるとともに、均質体の材料強度(断面剛性)によって滑らかさが異なることにも注目できる。

5. 結語

本研究では、均質な材料の一軸圧縮試験の破壊シミュレーションを行った結果、完全系および不完全系モデルに対して定性的にはある程度現実的な破壊挙動を示せた。

一方、不均質材料の破壊シミュレーションの結果では、載荷面において固定境界条件の場合にのみ、界面剥離破壊に伴うミクロクラックがせん断方向に集中し、均質材料におけるせん断帯と同様の袈裟懸け状の損傷が観測された。また、一軸圧縮試験では境界条件によって、界面剥離破壊によ

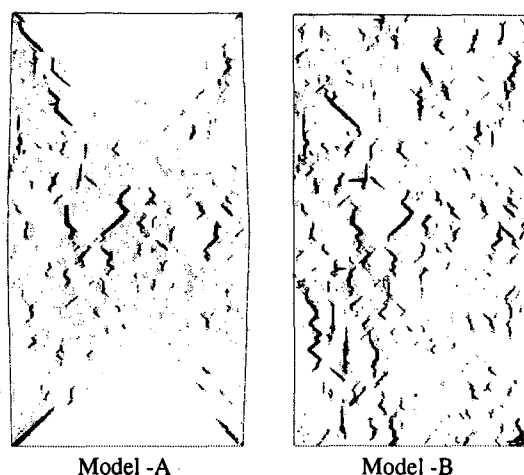


図-14 破壊時におけるひび割れ進展状況

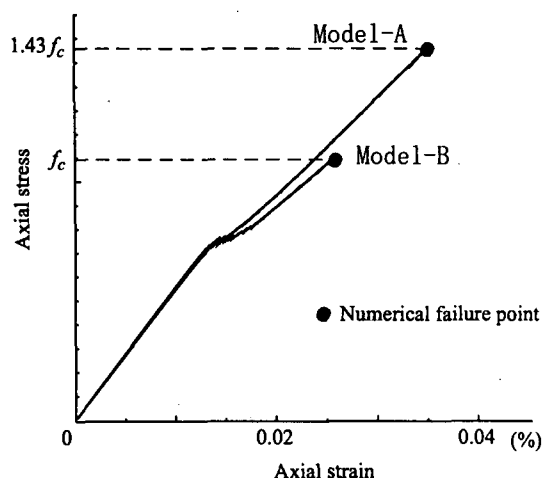


図-15 荷重-変位関係図

る材料の損傷は全域に広がり、大きなせん断帯の形成は観測されなかった。

このように、本研究では複雑な材料構成則を用いることなく、大規模非線形解析を通して、材料のせん断破壊を可視的に数値シミュレーションすることの有用性の一端を示せた。

参考文献

- 1) Rudnicki, J.W. and Rice, J.R. : Conditions for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials, *J. Mech. and Phys. Solids*, Vol. 23, pp. 239-264, 1975.
- 2) Hill, R. and Hutchinson, J.W. : Bifurcation Phenomena in the Plane Tension Test, *J. Mech. and Phys. Solids*, Vol. 23, pp. 239-264, 1975.
- 3) Vermeer, P.A. : A simple Shear-Band Analysis using Compliances, *IUTAM, Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, pp. 493-499, 1982.
- 4) Prevost, J.H. : Localization of Deformations in Elastic-Plastic Solids, *Int. J. Numer. and Anal. Methods Geomech.*, Vol. 8, pp. 187-196, 1984.
- 5) Yatomi, C. Yashima, A., Iizuka, A., and Sano, I. :

- Shear Bands Formation Numerically Simulated by a Non-coaxial Cam-clay Model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
- 6) 飯塚 敦, 小林一三, 太田秀樹 : 粘土供試体の圧縮せん断破壊—観察とシミュレーション, 土と基礎—地盤工学会誌, 1999.
 - 7) Geer, M.G.D., de Borst, R. and Peerling, R.H.J. : Damage Analysis of Notched Concrete Beams Loaded in Four-Point-Shear, *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proc. of FRAMCOS-3, AEDIFICATIO Publishers*, Germany, 981-992, 1998.
 - 8) 永井 学志, 山田 貴博, 和田 章 : 階層型デジタル画像に基づく粗骨材-モルタル界面を考慮したコンクリート材料の非線形有限要素解析手法, 日本建築学会構造系論文集, No.528, 91-98, 2000.
 - 9) Terada, K., Saiki, I. and Matsui, K. : Kinematically Correct Formulation for Two-scale Finite Deformation Problems, *Transactions of JSCEs*, Vol.2, No.2000006, 2000.
 - 10) 寺井 雅和 : 微視破壊要素に基づくコンクリート構成モデルの開発, 日本建築学会構造工学論文集, Vol.47B, 51-59, 2001.
 - 11) Bazant, Z.P., Tabbara, M.R., Kazami, M.T. and Cobat, G.R. : Random Particle Model for Fracture of Aggregate or Fiber Composites, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 116(8), 1686-1705, 1990.
 - 12) Ikeda, K. and Murota, K. : Recursive Bifurcation as Sources of Complexity in Soil Shearing Behavior, *Solids Foundations*, 1997.
 - 13) Ikeda, K. and Murota, K. : Bifurcation as Sources of Uncertainty in Soil Shearing Behavior, *Solids Foundations*, 1996.
 - 14) Ikeda, K., Murota, K. and Nakano, M. : Echelon Modes in Uniform Materials, *Int. J., Solids and Structures*, 1994.
 - 15) 岡 二三生 : 地盤の破壊—現象と解析, 土と基礎—地盤工学会誌, 1999.
 - 16) Droz, P. and Bazant, Z.P. : Nonlinear Analysis of Stable States and Stable Paths of Propagation of Damage Shear Bands in Cracking and Damage -- Strain Localization and Size Effect, *Elsevier, London and New York*, 415-423, 1989.
 - 17) Bazant, Z.P. and Cedolin, L. : Stability of Structures; Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories, *Oxford University Press*, 1991.
 - 18) Asai, M., Terada, K., and Ikeda, K. : A Modified Lattice Model for Meso-scopic Numerical Analysis of Concrete Structures, *Journal of Engineering Mechanics*, Preprint.
 - 19) van Mier, J.G.M. : Failure of Concrete under Uniaxial Compression ; an overview, *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proc. of FRAMCOS-3, AEDIFICATIO Publishers*, Germany, 1169-1182, 1998.

(2001 年 4 月 20 日 受付)