

伝達マトリックス法による隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の座屈解析

Buckling analysis of thin-walled members with round corners by transfer matrix method

竹村慎一郎^{*}, 大賀水田生^{**}, 重松恒美^{***}

Shinichiro TAKEMURA, Mitao OHGA and Tsunemi SHIGEMATU

*学生員 愛媛大学大学院理工学研究科博士後期課程 生産工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

**正会員 工博 愛媛大学教授 工学部環境建設工学科 (同上)

***正会員 工博 徳山工業高等専門学校教授 工学部土木建築工学科 (〒745-8585 徳山市久米高城3535)

An analytical procedure to estimate both the buckling strength and the mode shapes of thin-walled members with round corners when subjected to the axial loads is presented using the transfer matrix method. As the analytical models, both box-section members without and with stiffeners are introduced. The transfer matrices are derived from the differential equations for the plate and shell panels composing the cross section of the members. The extended transfer matrix relating the state vector of the cross section and that of the stiffener are used to allow the transfer procedure over the cross section of the thin-walled members with stiffeners. The buckling strength of the members is obtained for various sizes of the round corners. And the effects of the round corners of the cross section on the buckling strength are examined.

Key Words : transfer matrix method, both plate and shell panels, thin-walled member with round corners, axial load, stability analysis

1. はじめに

伝達マトリックス法(TMM)は、薄肉断面部材を構成する各パネルに対する支配方程式より誘導される格間伝達マトリックスを掛け合わせることにより解析を行う理論的な方法であり、近似的に解を求めるFEM等の他の解析法と比較して著しく少ない変数で高精度な解を得ることが可能であるが、1方向に三角関数を導入することにより板パネルなどの2次元問題に^{1),2)}、さらに薄肉断面部材を構成する各パネル間の状態量を関係づける座標変換マトリックスを導入することにより薄肉断面部材に拡張されている^{3)~5)}。

本研究では、板およびシェルパネルに対する格間伝達マトリックスを組み合わせて用いることにより、伝達マトリックス法を隅角部に曲率を有する薄肉断面部材が軸方向圧縮力を受ける場合の座屈解析に適用した。解析モデルとしては、無補剛断面部材(図-1(a))のみならず補剛断面部材(図-1(b))を取り扱っているが、補剛断面部材に対しては板およびシェルパネルに対する格間伝達マトリックスに加えて、補剛材パネルと部材パネルの連成を考慮できる拡張伝達マトリックスおよび座標変換マトリックスを導入している。さらに、本解析法を用いて隅角部に曲率を有する箱型断面部材が軸方向圧縮

力を受ける場合の座屈解析を行い、隅角部の曲率の大きさが部材の座屈強度および座屈モードに及ぼす影響を検討した。

2. 座屈解析式

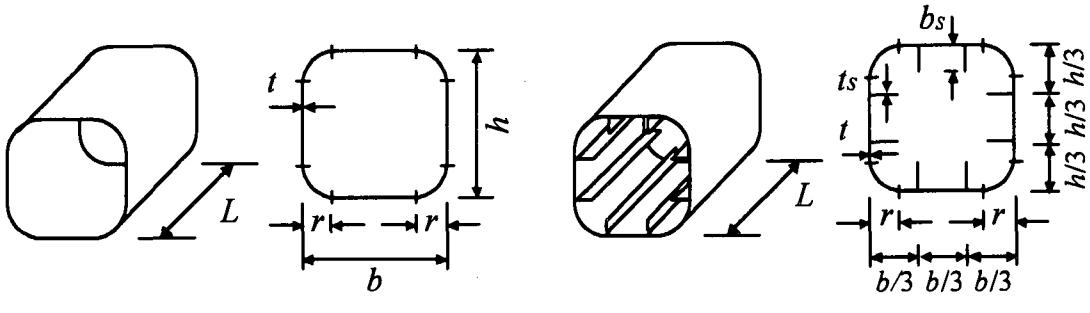
2.1 シェルパネルに対する伝達マトリックス

x 方向に軸圧縮力を受けるシェルパネルの釣合方程式(図-2(a))¹⁾および変位-ひずみ関係式(図-2(b))¹⁾より、状態量に関する偏微分方程式が次のように得られる⁶⁾。なお、図-2に示すように部材軸、円周および面外方向座標軸を x, φ, z としている。

$$\frac{\partial}{r\partial\varphi} \mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Z} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{Z} = \{w, \varphi_\varphi, M_\varphi, V_\varphi, v, u, N_\varphi, N_{\varphi x}\}^T$, u, v, w : x, φ, z 方向変位, φ_φ : 回転角, $N_\varphi, N_{\varphi x}$: 面内力, M_φ : 曲げモーメント, $V_\varphi = Q_\varphi + M'_{\varphi x}$: 換算せん断力, Q_φ : せん断力,

$$' \equiv \frac{\partial}{\partial x}$$



(a) 無補剛断面部材

(b) 補剛断面部材

図-1 解析モデル

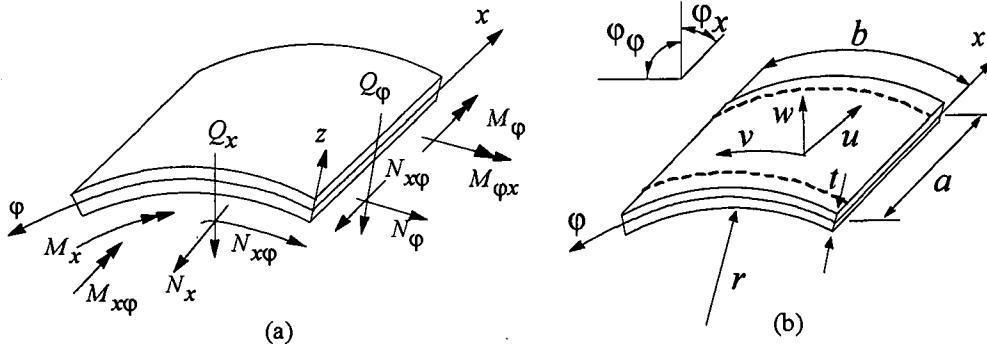


図-2 シェルパネル

図-2(b)に示すように、シェルパネルの $x=0, a$ の 2 辺が単純支持されている場合、状態量は x 方向の三角関数を用いて次のように表すことができる^{1), 2)}。

$$\begin{aligned} w(x, \varphi) &= \bar{w}(\varphi) \sin \alpha x \\ \varphi_\varphi(x, \varphi) &= \bar{\varphi}_\varphi(\varphi) \sin \alpha x \\ M_\varphi(x, \varphi) &= \bar{M}_\varphi(\varphi) \sin \alpha x \\ V_\varphi(x, \varphi) &= \bar{V}_\varphi(\varphi) \sin \alpha x \\ u(x, \varphi) &= \bar{u}(\varphi) \cos \alpha x \\ v(x, \varphi) &= \bar{v}(\varphi) \sin \alpha x \\ N_\varphi(x, \varphi) &= \bar{N}_\varphi(\varphi) \sin \alpha x \\ N_{\varphi x}(x, \varphi) &= \bar{N}_{\varphi x}(\varphi) \cos \alpha x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{\varphi}_\varphi \\ \tilde{M}_\varphi \\ \tilde{V}_\varphi \\ \tilde{v} \\ \tilde{u} \\ \tilde{N}_\varphi \\ \tilde{N}_{\varphi x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha & 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha K_{12}}{K_{11}} & 0 & \frac{\alpha K_{12}}{K_{11}} & 0 & 0 & -\frac{I_{12}}{r I_{11}} & -\frac{\alpha' K_{12}}{r I_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{4\alpha a_{11}}{K_{11}} & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{11} & 0 & \frac{\alpha K_{12}}{K_{11}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ -\frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a I_{12}}{I_{11}} & \frac{\alpha' K_{12}}{I_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{2\alpha^2 K_{12}}{r I_{11}} & 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 & \frac{\alpha' K_{12}}{I_{11}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{11} & -\frac{a I_{12}}{I_{11}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{w} \\ \tilde{\varphi}_\varphi \\ \tilde{M}_\varphi \\ \tilde{V}_\varphi \\ \tilde{v} \\ \tilde{u} \\ \tilde{N}_\varphi \\ \tilde{N}_{\varphi x} \end{pmatrix} \quad (3)$$

または、

$$\frac{d}{rd\varphi} \mathbf{Z} = \mathbf{Z}^* = \mathbf{A}_s \cdot \mathbf{Z} \quad (4)$$

ここに、 $\alpha = \frac{m\pi}{a}$ ， a ：部材長， m ： x 方向の座屈モード

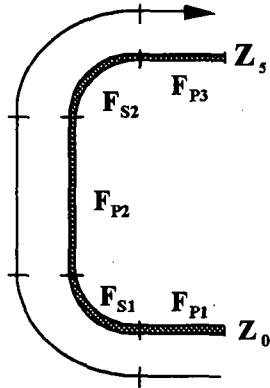
式(2)を式(1)に代入することにより、次のような変数 φ に関する常微分方程式が得られる：

$$\begin{aligned} I_{11} &= I_{22} = \frac{Et}{1-\nu^2} , \quad I_{21} = I_{12} = \frac{\nu Et}{1-\nu^2} , \quad I_{33} = \frac{Et}{2(1+\nu)} , \\ K_{21} = K_{12} &= \frac{\nu Et^3}{12(1-\nu^2)} , \quad K_{33} = \frac{Et^3}{24(1+\nu)} , \end{aligned}$$

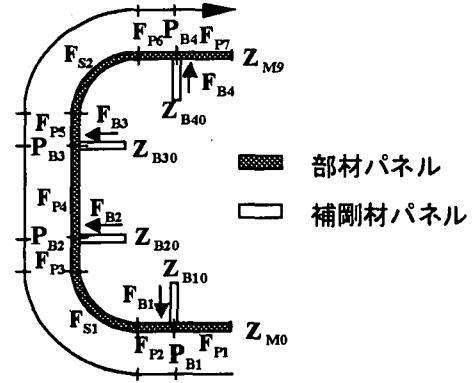
ここに、

$$I_{11} = I_{22} = \frac{Et}{1-\nu^2} , \quad I_{21} = I_{12} = \frac{\nu Et}{1-\nu^2} , \quad I_{33} = \frac{Et}{2(1+\nu)} ,$$

$$K_{21} = K_{12} = \frac{\nu Et^3}{12(1-\nu^2)} , \quad K_{33} = \frac{Et^3}{24(1+\nu)} ,$$



(a) 無補剛断面



(b) 補剛断面

図-3 状態量の伝達

$$\begin{aligned}
 K_{11} = K_{22} &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad A_{86} = \frac{1}{\alpha K} \left(I_{11} - \frac{I_{12}^2}{I_{22}} \right), \\
 A_{41} &= \left(\frac{\alpha^3}{K_0} \left(K_{11} - \frac{K_{12} K_{21}}{K_{22}} \right) - \frac{\pi^2 k K}{b^2 \alpha^2} \right), \\
 \tilde{w} &= K \bar{w}, \quad \tilde{\varphi}_\phi = \frac{K_0}{\alpha} \bar{\varphi}_\phi, \quad \tilde{M}_\phi = \frac{1}{\alpha^2} \bar{M}_\phi, \quad \tilde{V}_\phi = \frac{1}{\alpha^3} \bar{V}_\phi, \\
 \tilde{v} &= K \bar{v}, \quad \tilde{u} = K \bar{u}, \quad \tilde{N}_\phi = \frac{1}{\alpha^3} \bar{N}_\phi, \quad \tilde{N}_{\varphi\phi} = \frac{1}{\alpha^3} \bar{N}_{\varphi\phi},
 \end{aligned}$$

E : ヤング係数, ν : ポアソン比, t : 板厚,

\mathbf{A}_s : シエルパネルに対する係数マトリックス,

$$k = \frac{b^2 t}{\pi^2 K} \sigma_s : 座屈係数, b : 断面幅, r : 曲率半径,$$

$$K = \frac{t^3 E}{12(1-\nu^2)} : パネルの曲げ剛性, \bullet \equiv \frac{d}{rd\phi}$$

板厚が一定の等断面円筒シエルパネルの場合、上記の常微分方程式(4)の係数マトリックス \mathbf{A}_s は定数であり、シエルパネルに対する格間伝達マトリックス \mathbf{F}_s が次のように得られる。

$$\mathbf{Z} = \exp(\mathbf{A}_s r \phi) \cdot \mathbf{Z}_0 = \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{Z}_0 \quad (5)$$

ここに、

$$\exp(\mathbf{A}_s r \phi) = \mathbf{I} + (\mathbf{A}_s r \phi) + \frac{1}{2!} (\mathbf{A}_s r \phi)^2 + \frac{1}{3!} (\mathbf{A}_s r \phi)^3 + \dots,$$

\mathbf{I} : 単位マトリックス

2.2 板パネルに対する伝達マトリックス

板パネルに対する格間伝達マトリックスは、式(4)においてシエルパネルの曲率半径を $r = \infty$ および $y = r\phi$ と置くことにより求められる。

ここに、 y : 板の周方向座標, \mathbf{A}_p : 板パネルに対する係数マトリックス

2.3 座屈条件式

薄肉断面部材を構成する板パネルおよびシエルパネルの両端の状態量を関係づける格間伝達マトリックス、隣接するパネル間の状態量を関係づける座標変換マトリックス、および部材パネルと補剛材パネルの連成を考慮できる拡張伝達マトリックスを用いることにより、無補剛および補剛断面部材(図-1)の座屈条件式が次のように得られる^{3)~5)}。

2.3.1 無補剛断面部材

部材を構成する部材パネル(板パネルおよびシエルパネル)に対する格間伝達マトリックス \mathbf{F}_p および \mathbf{F}_s を掛け合わせることにより、無補剛断面部材両端の状態量 \mathbf{Z}_s および \mathbf{Z}_0 間の関係式が次のように得られる(図-3(a))。

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{F}_p \mathbf{F}_s \mathbf{F}_p \mathbf{F}_s \mathbf{F}_p \mathbf{Z}_0 = \mathbf{U} \mathbf{Z}_0 \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{U} は伝達マトリックスである。

ここで両端の境界条件(両端とも対称)を考慮することにより、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w}_0 \\ \tilde{M}_{\varphi 0} \\ \tilde{u}_0 \\ \tilde{N}_{\varphi 0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

または、

$$\mathbf{U}' \mathbf{Z}'_0 = 0 \quad (9)$$

式(9)が非自明な解を持つためには伝達マトリックス \mathbf{U}' の行列式 $|\mathbf{U}'|$ が

$$|\mathbf{U}'| = 0 \quad (10)$$

となることが必要であり、式(10)が求める座屈条件式となる。

2.3.2 補剛断面部材

図-3(b)に示すように、部材を構成する部材パネルおよび補剛材パネルに分割し、部材パネル \mathbf{F}_p および \mathbf{F}_s と補剛材パネル \mathbf{F}_B との接合線 1~4 での変位の連続条件式および断面力の釣合条件より、補剛断面部材の最終状態量 \mathbf{Z}_{M9} と部材パネルおよび補剛材パネルの初期状態量 \mathbf{Z}_{M0} , \mathbf{Z}_{B1} , \mathbf{Z}_{B2} , \mathbf{Z}_{B3} および \mathbf{Z}_{B4} との関係式が次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^L = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_p \mathbf{F}_{ps} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{F}_{pi} & \mathbf{F}_p \mathbf{F}_{ps} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B^T \\ [\mathbf{F}_p]^\delta & -[\mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta \\ [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{F}_{pi}]^\delta & [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta \\ [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{pi}]^\delta & [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta \\ [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip}]^\delta & [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{ip} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_M \\ \mathbf{Z}_{B1} \\ \mathbf{Z}_{B2} \\ \mathbf{Z}_{B3} \\ \mathbf{Z}_{B4} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_p \mathbf{F}_{ps} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{is} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B^T & \mathbf{F}_p \mathbf{F}_{ps} \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{is} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B^T & \mathbf{F}_p \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B^T \\ 0 & 0 & 0 \\ -[\mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta & 0 & 0 \\ [\mathbf{F}_p \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta & -[\mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta & 0 \\ [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta & [\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{si} \mathbf{F}_{pi} \mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta & -[\mathbf{P}_B \mathbf{F}_B]^\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_M \\ \mathbf{Z}_{B1} \\ \mathbf{Z}_{B2} \\ \mathbf{Z}_{B3} \\ \mathbf{Z}_{B4} \end{bmatrix}$$

ここに、上添字 δ および F は、それぞれ状態量ベクトルの変位および断面力成分であることを示しており、 \mathbf{P}_B は補剛材パネルの局部座標系に依存する状態量を部材パネルの局部座標系に変換させる座標変換マトリックスである^{3)~5)}。

さらに、求めた座屈荷重を用いて格間伝達マトリックスを作成し、再び伝達操作を行うことにより、座屈荷重に対応する座屈モードが決定される。

したがって、本解析法では相対する 2 辺の境界条件などいくつかの制限があるものの、部材の断面を構成するパネル数および部材長に関係なく、極めて少ない変数（無補剛部材：8 個）で部材の座屈強度および座屈モードを精度よく求めることができる。

3. 解析結果

3.1 無補剛断面部材での検討

図-4 に無補剛断面部材(図-1(a))：断面幅比: $h/b=1.0$ 、厚幅比: $t/b=0.013, 0.02, 0.027$ 、曲率比: $r/b=0.0 \sim 0.3$ 、部材長比: $L/b=0.5 \sim 50.0$ の座屈係数曲線を示している。図-4 の縦軸には座屈係数 k ($= b^2 \sigma_x t / (\pi^2 K)$, $K = Et^3 / (12(1-\nu^2))$)、横軸には部材長比 L/b をとっている。なお、部材長比 L/b は 0.25 間隔で計算を行った。

図-4 より明らかなように、いずれの厚幅比においても部材長比の小さい範囲(局部座屈領域)では各部材の座屈係数は一定の値を示しているが、隅角部の曲率が大きな部材ほど座屈係数が大きくなる傾向を示している。一方、部材長比の大きい範囲(全体座屈領域)では部材長比が大きくなるにしたがい部材の座屈係数が減少する傾向を示しているが、隅角部の曲率の大きさが座屈係数に及ぼす影響はほとんど認められない。また、局部座屈から全体座屈へ移行する部材長比についても、曲率が大きくなるほど小さくなる傾向を示している。なお、部材長比の非常に小さい範囲において座屈係数が急激に変化しているが、これは部材長比が小さい範囲においては、各座屈モードに対する座屈係数が部材長比の変化にともない急激に変化するためである。

図-5 に座屈係数 k と曲率の大きさとの関係を示している。図-5 の縦軸には各部材に対する座屈係数 k を隅角部に曲率を有しない場合($r/b=0.0$)での座屈係数 k_0 ($= b^2 \sigma_x t / (\pi^2 K)$, $K = Et^3 / (12(1-\nu^2))$)で除した値 k/k_0 、横軸には曲率比 r/b をとっている。なお、曲率比 r/b は 0.05 間隔で計算を行った。

図-5 より明らかなように、いずれの厚幅比の部材においても、曲率比が非常に小さい範囲($0.05 < r/b$)では座屈係数がほぼ一定もしくは若干小さくなる傾向を示しているが、曲率比 $r/b > 0.05$ では隅角部の曲率の増大とともに座屈係数が増大する傾向を示している。この隅角部の曲率が部材の座屈強度に及ぼす影響は、厚幅比 t/b が小さいほど大きくなっている。また、いずれの厚幅比の部材においても、ある曲率比 r/b の値で曲線の傾向が異なっているが、これは曲率の増加にともない部材軸方向の座屈モード数が変化したためと考えられる(図-6, 7)。なお、厚幅比 $t/b=0.027$ 、部材長比 $L/b=20$ の場合の座屈係数は曲率比 $r/b=0.3$ で低下しているが、これは、部材の座屈モードが局部座屈モードから全体座屈モードに移行したためである(図-5(c))。

図-6 に座屈時の部材および部材断面の変形形状を示しており($t/b=0.02$, $r/b=0.0 \sim 0.3$, $L/b=2, 5, 30, 50$)、さらに図-7 に部材軸方向の座屈モード数と部材長との関係を示している($t/b=0.02$, $r/b=0.0 \sim 0.3$, $L/b=0.5 \sim 50$)。

図-6 より明らかなように、部材長比が小さい場合($L/b=2, 5$)、いずれの曲率比においても部材の全体的な変形が生じない局部座屈モードを示しているが、曲率比が小さい場合($r/b=0.0, 0.1$)、部材の断面を構成している個々の板パネルの局部的な変形形状を示しているのに対し、曲率比が大きい場合($r/b=0.2, 0.3$)は断面全体としての変形を示している。また、部材軸方向の座屈モード数は曲率比 r/b の増大とともに大きくなる傾向を示している。部材長比 $L/b=30$ の場合、曲率比が小さい範囲($r/b=0.0, 0.1$)では、局部座屈モードを示しているのに対し、曲率比が大きい場合($r/b=0.2, 0.3$)は、全体座屈モードを示しており、部材断面の歪みは見受けられない。さらに部材長比 $L/b=50$ の場合は、いずれの曲率比においても全体座屈モードを示しており、これらのことより、部材長が

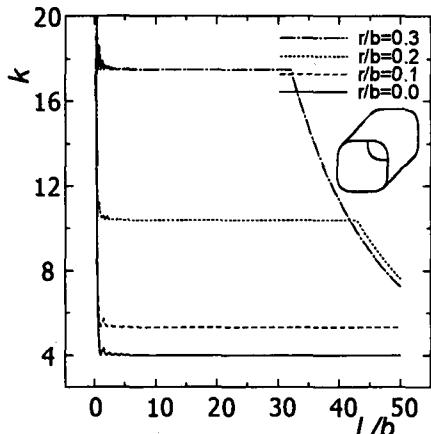
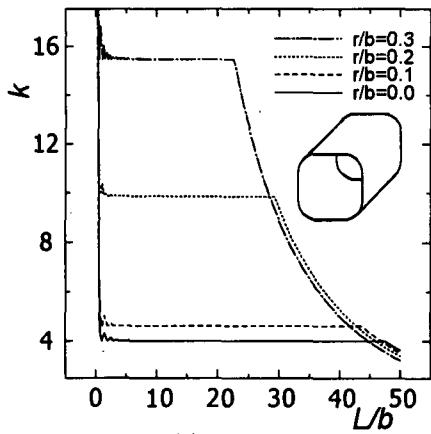
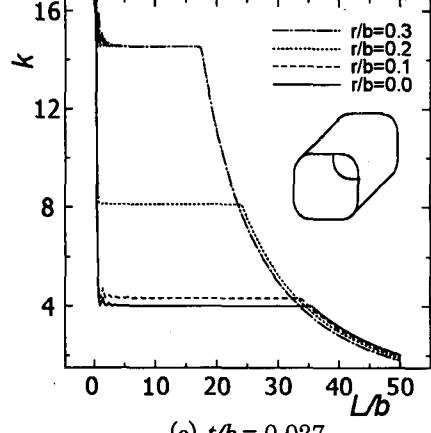
(a) $t/b = 0.013$ (b) $t/b = 0.020$ (c) $t/b = 0.027$

図-4 座屈係数曲線（無補剛断面部材）

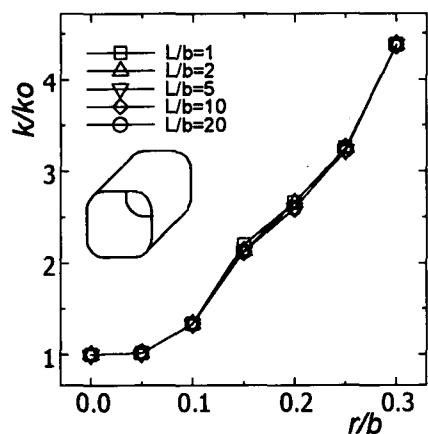
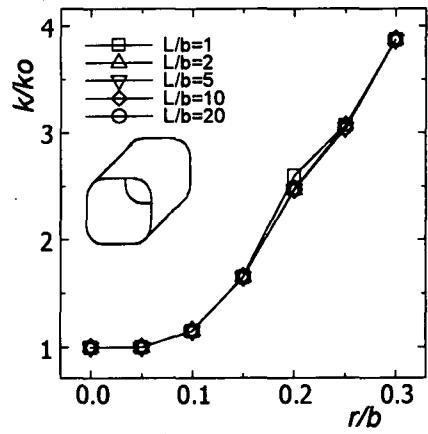
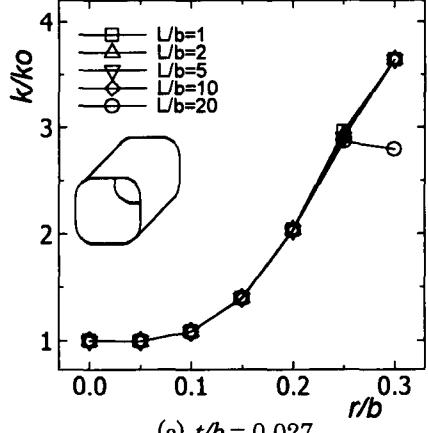
(a) $t/b = 0.013$ (b) $t/b = 0.020$ (c) $t/b = 0.027$

図-5 座屈係数比曲線（無補剛断面部材）

大きくなるほど、隅角部の曲率が大きくなるほど、全体座屈モードが支配的になることが明らかになった。

図-7より明らかなように、曲率比 $r/b=0.1$ の場合を除いて、曲率比の増大にともない部材軸方向の座屈モード数も大きくなる傾向を示している。なお、図-7の局部座屈領域での曲線がステップ状になっているのは、縦軸に示している部材軸方向の座屈モード数が離散的な値をとることに起因している。

3.2 補剛断面部材での検討

図-8に補剛断面部材(図-1(b))：断面幅比 $b/b=1.0$ 、厚幅

比 $t/b=0.013, 0.02, 0.027$ 、補剛材厚比 $t_s/t=1.0$ 、補剛材幅比 $b_s/b=0.1$ 、曲率比 $r/b=0.0 \sim 0.3$ 、部材長比 $L/b=0.5 \sim 50.0$)での座屈係数曲線を示している。図-8の縦軸には座屈係数 k ($= b^2 \sigma_x t / (\pi^2 K)$, $K = Et^3 / (12(1-\nu^2))$)、横軸には部材長比 L/b をとっている。なお、部材長比 L/b は 0.25 間隔で計算を行った。

図-8より明らかなように、無補剛断面部材の場合と同様、局部座屈領域では曲率比が大きな部材ほど座屈係数は大きくなる傾向を示しているのに対し、全体座屈領域では曲率比の

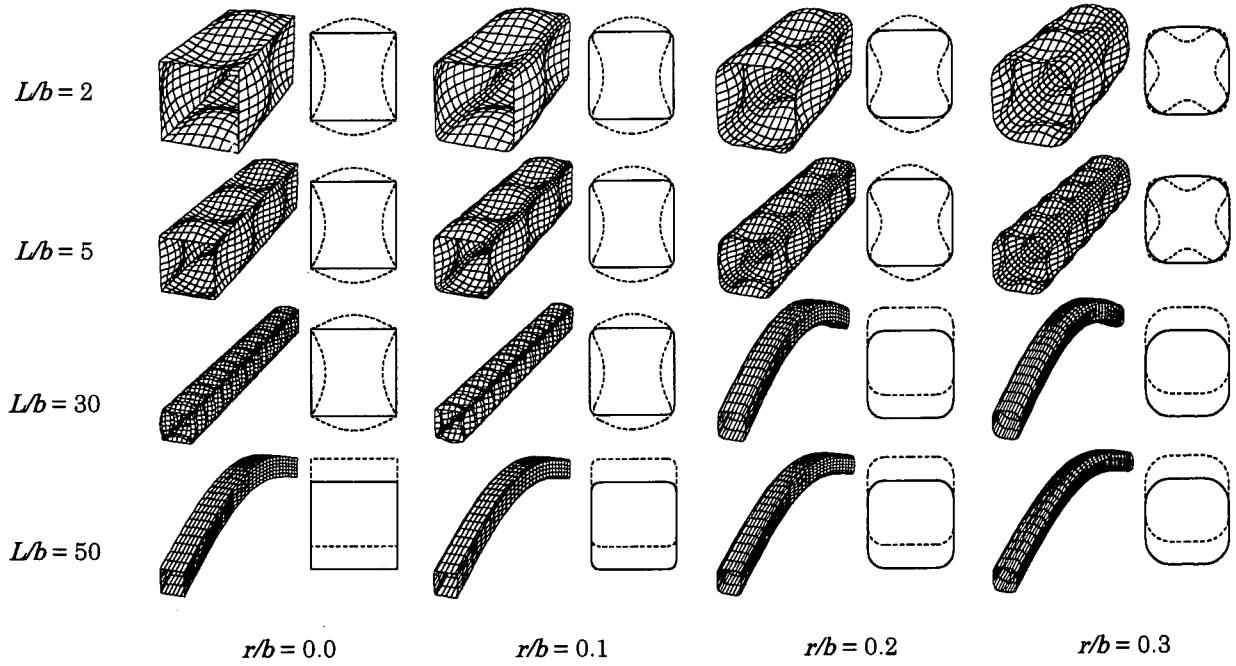


図-6 変形形状(無補剛断面部材, $t/b=0.02$)

大きさが座屈係数に及ぼす影響はほとんど認められない。また局部座屈から全体座屈へ移行する部材長比については、曲率比が大きくなるほど小さくなる傾向を示している。なお、部材長比の小さい範囲において座屈係数が急激に変化しているが、これは部材長比が小さい範囲においては、各座屈モードに対する座屈係数が部材長比の変化にともない急激に変化するためである。

図-9に座屈係数 k と曲率の大きさとの関係を示している。図-9の縦軸には各部材に対する座屈係数 k を曲率を有しない場合 ($r/b=0.0$) での座屈係数 k_0 ($= b^2 \sigma_x t / (\pi^2 K)$, $K = Et^3 / (12(1-\nu^2))$) で除した値 k/k_0 、横軸には曲率比 r/b をとっている。なお、曲率比 r/b は 0.05 間隔で計算を行った。

図-9より明らかなように、いずれの厚幅比においても、曲率比の小さい範囲 ($0.15 < r/b$) では座屈係数はほぼ一定もしくは若干小さくなる傾向を示しているが、曲率比の大きい範囲 ($r/b > 0.15$) では隅角部の曲率の増大とともに座屈係数は増大する傾向を示している。この隅角部の曲率が部材の座屈強度に及ぼす影響は、無補剛断面の場合と同様、厚幅比 t/b が小さいほど大きくなっているが、曲率の増大とともに座屈係数の増大率は無補剛断面部材の場合と比較して小さくなる傾向を示している。一方、 $L/b=1$ の部材については、厚幅比が小さいほど曲率比を大きくしても座屈係数の増大率は小さくなる傾向を示している。なお、厚幅比 $t/b=0.027$ 、部材長比 $L/b=20$ の場合の座屈係数は曲率比 $r/b=0.25, 0.3$ で低下しているが、これは、部材の座屈モードが局部座屈モードから全体座屈モードに移行したためである(図-9(c))。

図-10に座屈時の部材および部材断面の変形形状を示しており ($t/b=0.02$, $r/b=0.0 \sim 0.3$, $L/b=2, 5, 20, 30$)、さらに図-11

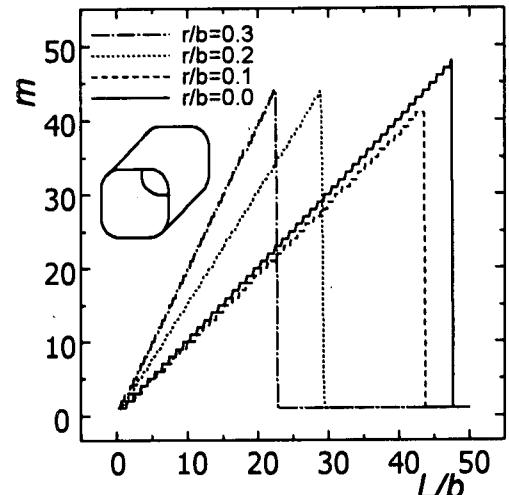


図-7 座屈モード数曲線(無補剛断面部材, $t/b=0.02$)

に部材軸方向の座屈モード数と部材長との関係を示している ($t/b=0.02$, $r/b=0.0 \sim 0.3$, $L/b=0.5 \sim 50$)。

図-10より明らかなように、部材長比が小さい場合 ($L/b=2, 5$)、いずれの曲率比においても部材の全体的な変形が生じない局部座屈モードを示しており、曲率比の大きさに関わらず部材の断面を構成している個々の板パネルの局部的な変形形状を示しているが、断面全体としての変形は見受けられない。部材長比 $L/b=30$ の場合、曲率比 $r/b < 0.2$ では局部座屈モードを示しているのに対し、曲率比 $r/b=0.3$ では全体座屈モードを示しており、部材断面の歪みは見受けられない。さらに部材長比 $L/b=30$ の場合は、いずれの曲率比においても全体座屈モードを示しており、これらのことより、無補剛断面の

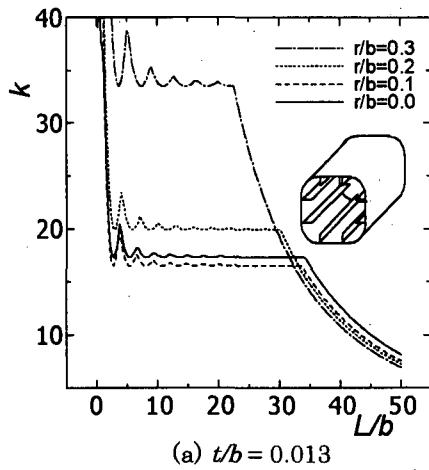
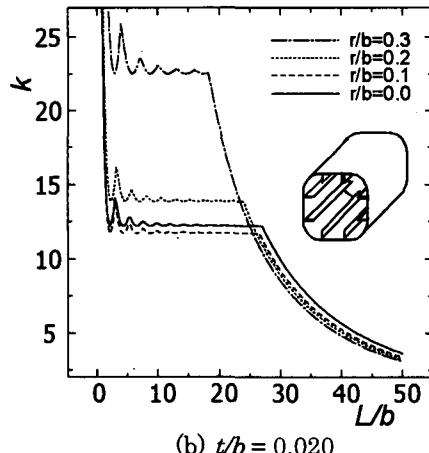
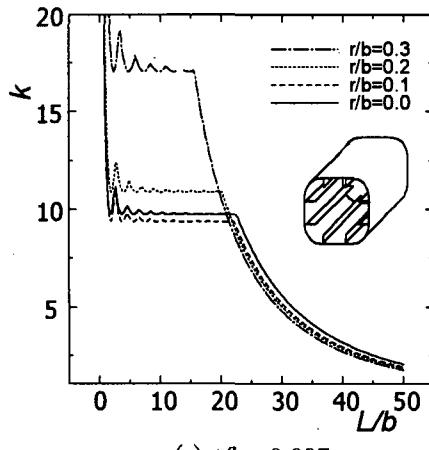
(a) $t/b = 0.013$ (b) $t/b = 0.020$ (c) $t/b = 0.027$

図-8 座屈係数曲線（補剛断面部材）

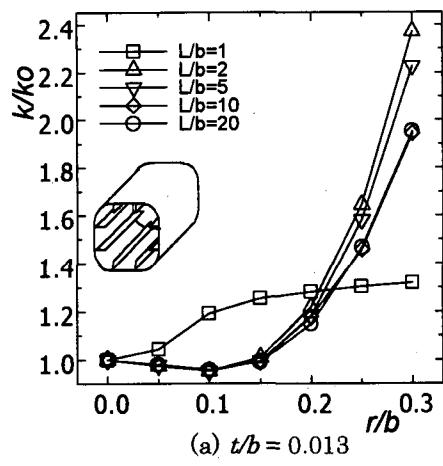
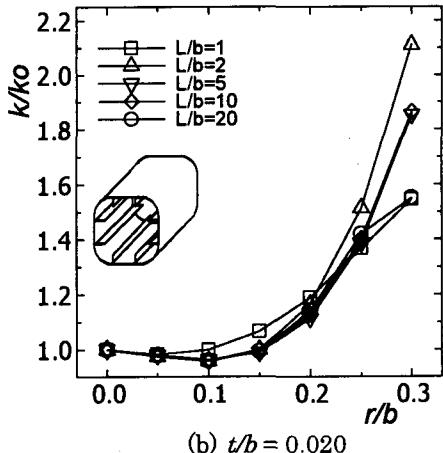
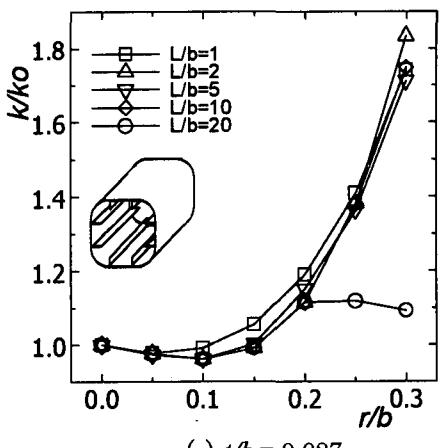
(a) $t/b = 0.013$ (b) $t/b = 0.020$ (c) $t/b = 0.027$

図-9 座屈係数比曲線（補剛断面部材）

場合と同様、部材長が大きくなるほど、隅角部の曲率が大きくなるほど、全体座屈モードが支配的になることが明らかになった。

図-11より明らかなように、無補剛断面部材の場合とは異なり、曲率比の増大にともない部材軸方向の座屈モード数は小さくなる傾向を示している。

4. 結論

本研究では、伝達マトリックス法を用いて断面隅角部に曲

率を有する箱型断面部材が軸圧縮力を受ける場合の線形座屈解析を行い、隅角部に設ける曲率の大きさが部材の座屈強度に及ぼす影響について検討した。

本研究により得られた結論は以下の通りである。

- 1) 板およびシェルパネルに対する格間伝達マトリックスを組み合わせて用いることにより、伝達マトリックス法を隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の座屈解析に適用できることが明らかとなった。なお、TMMを曲率を有しない箱型断面部材や円筒シェル断面部材に適用した場合の妥

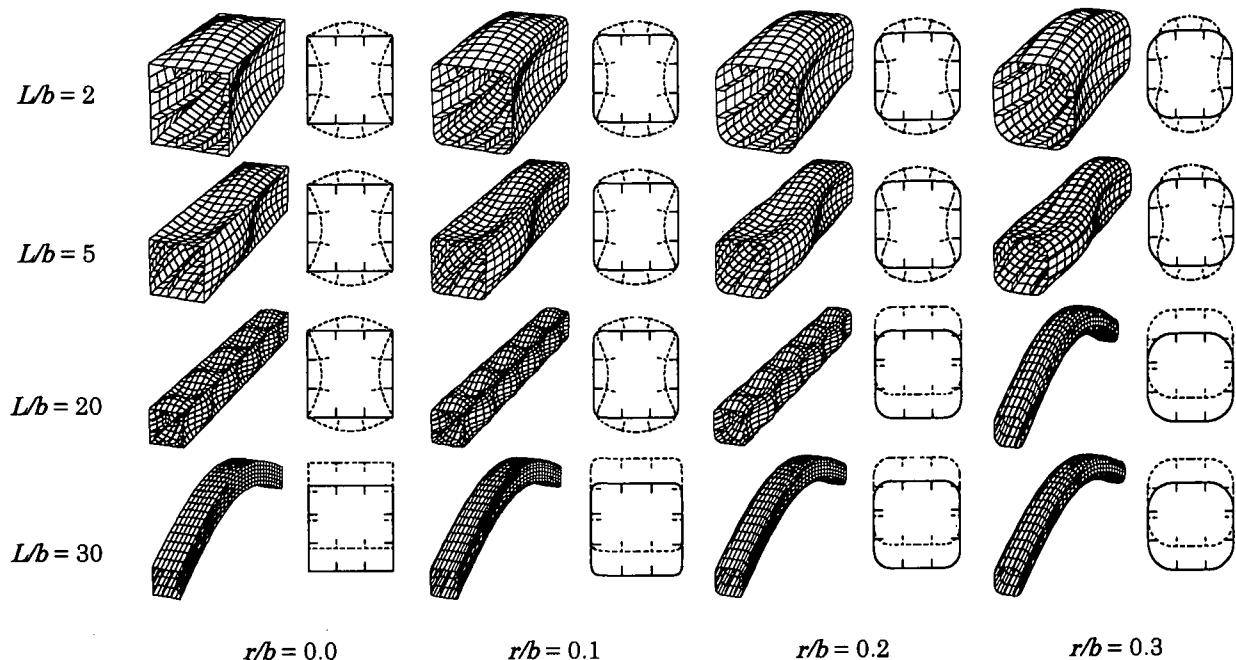


図-10 変形形状(補剛断面部材, $t/b=0.02$)

当性および有効性については既に明らかにされているが^{5),6)}, 今後, 本研究のような断面隅角部に曲率を有する箱型断面部材に適用した場合の妥当性および有効性についても, 他の解析法との比較, 検討を行う必要がある。

- 2) 無補剛および補剛断面部材いずれにおいても, 局部座屈が支配的な領域においては, 隅角部の曲率の大きさが増大するにともない座屈強度も大きく増大するが, その傾向は補剛断面部材に比較して無補剛断面部材の方が大きく, また板厚が薄いほど顕著となっている。
- 3) 無補剛および補剛断面部材いずれにおいても, 全体座屈が支配的な領域においては, 隅角部の曲率が座屈強度に及ぼす影響はほとんど認めらない。
- 4) 無補剛および補剛断面部材いずれにおいても, 局部座屈から全体座屈へ移行する部材の長さは曲率が大きくなるにしたがい小さくなる傾向を示している。

参考文献

- 1) Uhrig,R. : Elastostatik und Elastokinetik in Matrizen-Schreibweise, Berlin, Springer-Verlag, 1973.
- 2) Tesar,A. and Fillo,L. : Transfer Matrix Method, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- 3) Ohga,M., Kawaguchi,K. and Shigematsu,T. : Buckling analysis of thin-walled members with closed cross sections, Thin-walled Structures, 22(1), pp.51-70, 1995.
- 4) Ohga,M., Shigematsu,T. and Kawaguchi,K. : Buckling analysis

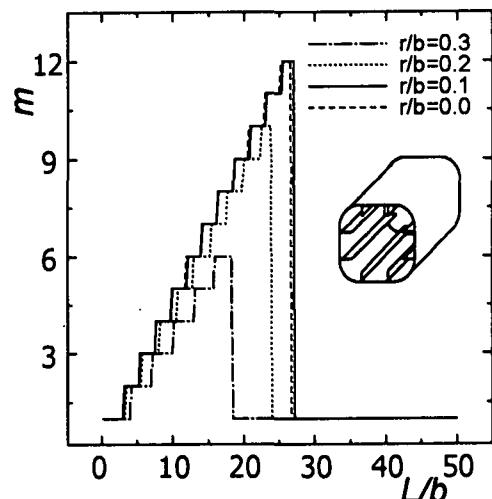


図-11 座屈モード数曲線(補剛断面部材, $t/b=0.02$)

of thin-walled members with variable thickness, J.Struct. Engrg, ASCE, 121(6), pp.919-924, 1995.

- 5) Ohga,M., Hara,T. and Kawaguchi,K. : Buckling mode shapes of thin-walled members, Computers & Structures, Vol.54, No.4, pp.767-773, 1995.
- 6) M.Ohga, H.Takao, T.Shigematsu. : Natural frequencies and modes of open cylindrical shells with a circumferential thickness taper, Journal of Sound and Vibration, 183(1), pp.143-156, 1995.

(2001年4月20日受付)