

三次元複数き裂相互作用の変位不連続法による数値解法

Analysis of Fracture Interaction using the Three -Dimensional Displacement Discontinuity Method

山本晃司*

Koji Yamamoto

*正会員 石油公団石油開発技術センター (〒261-0025 千葉県千葉市美浜区浜田 1-2-2)

Analysis of cracks and fractures in various materials is one of the major issues for the numerical method of applied mechanics. This paper presents a method to simulate the interaction between cracks which distribute on different planes in three-dimensional space. Displacement discontinuity (DD) method is applicable to the long-time computation on fluid-coupled solutions for a hydraulic fracturing, which may lasts several hours, or even days and months. The final fracture size could reach several hundreds meters, involving all fracture planes.

In the present paper, basic theory and numerical procedure are given with examples of the analysis of fracture interaction.

Key Words: multiple fractures, fracture interaction, displacement discontinuity method

1. はじめに

固体材料中のき裂伸展の予測は、構造物の安全性に大きな影響を与え、地盤・岩盤の問題ではその力学的・水力学的挙動に大きな影響を与えるため、分野を問わず、重要な応用力学の課題となっている。

一方で、石油開発や地熱資源開発においては、地下に圧入した流体で岩盤中にき裂を作り出し、坑井周辺の浸透性を高めることを通じて資源の生産性を増大させる、水圧破碎の技術が広く用いられている。これは積極的にき裂を生み出し、望ましい方向に形成させようとする技術である。

いずれの場合においても、自然界のき裂は複雑な非平面型の形状を持っており、近接した複数のき裂の相互作用や分岐・結合が見られる。石油産業においては既に、水圧破碎の過程をモデル化し、き裂設計を行うための数値シミュレータが実用レベルで広く用いられており、体系的な比較検討¹⁾もなされている。これらのモデルは、数値解法に若干の違いはあるが、いずれもき裂内の流動と弾性体の変形の連成解を解き、き裂先端の応力状態からき裂の伸展量を決定してき裂の伸展過程を模擬するものである²⁾³⁾⁴⁾。

このようなシミュレータでは、き裂の成長過程を継続して計算することが必要になるが、大規模水圧破碎においては全プロセスの経過時間が数時間から数日、特殊なケースでは数ヶ月継続する場合があり、

き裂のサイズも坑壁周辺のごく小さい領域を起点として最終的には数百 m に達する。そのため、このような長期間の過程を高速かつ安定的に解ける能力をもった数値解法が要求される。

従来の水圧破碎の数値シミュレータの多くは一平面内に伸展する単一のき裂を扱うモデルであり、初期に形成されるき裂が主応力軸と異なるような条件の下でのき裂伸展や、複数のき裂の相互作用を扱うことはできない物が多い。

平面のき裂開口挙動の計算の代表的な手法は Bui⁵⁾による、き裂開口のき裂面上の一階微分を未知変数として境界積分方程式を解く手法を基礎にしており、Gu & Yew⁶⁾はこの手法を平面型のき裂の有限要素法型の定式化に適用した。非平面型の三次元き裂モデルについては、西村ら⁷⁾が変位不連続を未知変数として、Kelvin 解をもとに座標変換を施して境界要素法で離散化する手法を提案している。

また、対象の空間全体を体積要素を用いて分割する方法⁸⁾が提案され、き裂間の相互作用や局所的なき裂の折れ曲がり挙動の解析に用いられているが、き裂が初期形状から大きく変化する大規模水圧破碎の問題には適していない。また、Kuriyama & Mizuta⁹⁾は本論と同じく三次元空間内の任意形状の平面境界に関する変位不連続法 (DDM: Displacement Discontinuity Method) の定式化を示して、球形キャビティに内圧が作用した場合と、

円形き裂が一定応力場に置かれた場合の挙動の解析解との比較を示している。

筆者らは、長期間の水圧破碎プロセスに適用させるため、広義の境界要素法的一种である変位不連続法を用いて、き裂内流動モデルと連成させたき裂平面のみを要素分割する複数・非平面き裂モデルを開発してきた。これは、初期のき裂が存在する面が最大引張主応力軸と直角な面と異なる条件においても、流体体積の保存の条件を満たしながら、複数き裂の全ての面上で応力と内部の流体圧力の釣り合いが満たされる条件を設定してき裂の進展を計算できるモデルである。

このモデルを使用した水圧破碎過程全体のシミュレーションについては、既報^{10),11),12)}で紹介しているが、本論文では複数き裂の相互作用の解析に本シミュレータを適用した事例を示し、ここで用いた手法がき裂伸展モデルとしての幅広い適用性を有していることを示す。

2. 変位不連続法によるき裂変形の解析

2.1 三次元変位不連続法

変位不連続法では、き裂部の向かい合う面の変位の差（変位不連続：き裂の開口及び滑り）を未知変数として、変位不連続によって生じる周囲の固体中の応力・変位を表すグリーン関数を求め、き裂面に加わる応力を境界条件として未知変数を求める手法である。

変位不連続は、図-1に示すようにき裂平面に対して三つのモードが存在し、次式によって定義される。

$$\phi_{kn}(\xi) = \lim_{\xi_n \rightarrow 0} u_k(\xi) - \lim_{\xi_n \rightarrow 0} u_k(\xi) = \delta(\xi) \phi_{kn} \quad (1)$$

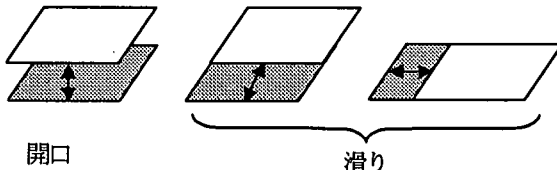


図-1 変位不連続の定義

ここで u_i は変位ベクトル、 ϕ_{kn} は法線が n 方向である平面に生じる k 方向への変位不連続を示す。 $k=n$ の場合が開口モードであり、 $k \neq n$ の場合は滑りモードに対応する。 $\delta(\xi)$ は Dirac のデルタ関数である。

変位不連続法は、一定開口幅のき裂セグメントとそれによって生じる周辺地層の応力と関係づけるアプローチとしてスタートし、Crouch らは¹³⁾ 既報¹⁴⁾ で示した有限長の一定の変位不連続を要素とする離散化手法を示した。

この手法を連続的な変位分布を持つき裂の問題に拡張するためには、弾性体の基礎式に対する基本解

を得る必要がある。ここでは Wiles & Curran¹⁵⁾ 及び Vandamme & Curran¹⁶⁾ に従って、Love¹⁷⁾ が求めた Dirac の δ 関数で表現される一点に集中する物体力 $b_i \delta(x)$ に関する基本解に基づいて考える。

ここで、ひずみ-変位式：

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

構成式：

$$\sigma_{ij} = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{k,k} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

つりあいの式：

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad (4)$$

より、Navier の方程式

$$\frac{1}{1-2\nu} u_{j,ij} + u_{i,jj} + \frac{1}{\mu} b_i = 0 \quad (5)$$

を得る。 u_i は変位ベクトル、 ε_{ij} はひずみテンソル、 σ_{ij} は応力テンソル、 b_i は物体力ベクトル、 μ は Lamé の定数、 ν はポアソン比である。

変位不連続を等価な直交する三成分の力の二重極に置き換えて、一点に集中する変位不連続と遠方の応力・変位場の関係を示す基本解を求める。点 ξ における変位不連続に対する点 x における応力 σ_{ij} と変位 u_i は次のように表される。

$$\sigma_{ij} = T_{ijkn}^*(x, \xi) \phi_{kn} \quad (6)$$

$$u_i = G_{ijkn}^*(x, \xi) \phi_{kn} \quad (7)$$

基本解 G^* 及び T^* は次のように表される。

$$T_{ijkn}^* = \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \times \left[\frac{1}{r^3} \{ (1-2\nu)(\delta_{ik}\delta_{jn} + \delta_{jk}\delta_{in}) - (1-4\nu)\delta_{ij}\delta_{kn} \} + \frac{3}{r^5} \{ \nu(\delta_{ik}y_jy_n + \delta_{jk}y_iy_n + \delta_{in}y_jy_k + \delta_{jn}y_iy_k) + (1-2\nu)(\delta_{kn}y_iy_j + \delta_{ij}y_ky_n) \} - \frac{15}{r^7} y_iy_jy_ky_n \right] \quad (8)$$

$$G_{ijkn}^* = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)} \times \left\{ \frac{1-2\nu}{r^3} (y_i\delta_{kn} - y_n\delta_{ki} - y_k\delta_{in}) - \frac{3y_iy_ky_n}{r^5} \right\} \quad (9)$$

ただし、 $y = x - \xi$ である。

連続する変位不連続、すなわち有限の大きさを持つき裂が遠方に生じる応力場は、点 ξ における集中変位不連続 $\phi_{kn}(\xi)$ とグリーン関数 T^* によって点 x に発生した応力を、 ξ に関してき裂面 Γ 上で積分することで得られ、

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Gamma} T_{ijkn}^*(x, \xi) \phi_{kn}(\xi) d\xi \quad (10)$$

で表される。

2.2 離散化手法

離散化手法は Vandamme & Curran¹⁶⁾による。このき裂面を、三角形で節点要素分割し、要素内の変位不連続分布を形状関数 N_i で表現すると、式(10)は次の形に書き改められる。

$$\sigma_{ij}(x) = \sum_{e=1}^E \left[T_{ijkn}^*(x, \hat{n}) \int_{\Gamma_e} \left\{ \sum_{i=1}^3 \phi_{kn}^{(i)} N_i(\xi) \right\} d\xi \right] \quad (11)$$

ここで e はき裂を構成する要素、 Γ_e は要素表面、 i は要素を構成する節点、 E は要素点数を示す。

き裂面内に流体があり、その圧力が $p(x)$ であるとすると、き裂表面では岩盤の表面応力の法線成分と水圧がつりあい、き裂表面でのせん断応力は0となる。き裂表面の一点 x においてはこの条件は、

$$\begin{aligned} p(x) n_i(x) \\ = \sigma_{ij}(x) n_j(x) \end{aligned} \quad (12)$$

$$= \sum_{e=1}^E \left[T_{ijkn}^*(x, \hat{n}) \int_{\Gamma_e} \left\{ \sum_{i=1}^3 \phi_{kn}^{(i)} N_i(\xi) \right\} d\xi \right] \cdot n_j(x)$$

と表せる。適当な数値積分を適用することにより、上式は

$$p^m n_i^m = T_{ij}^{mn} \phi_j^n \quad (13)$$

として、連立一次方程式のマトリックス表示で表現される。ここで、 m, n は節点を示す。これによりき裂内の流体圧力から、き裂開口および滑りを計算することができる。

ここで三次元曲面内のき裂を扱うため、我々は要素あるいは節点に固定された座標系（要素座標系）と、全体座標系の座標変換を考えることにする。

影響行列 T_{ij} は、節点 n （応力計算点、観測点）と節点 m （変位不連続、作用点）間の関係として求められる。そのため、節点 m の影響を計算する最には n を要素構成節点として含む要素に固定された座標系で影響行列を計算した上で、次の式のように全体座標系に変換される。

$$\begin{aligned} p n_{N_i} &= \sigma_{ij} n_{N_n} \\ &= (T_{ijkn}^G n_{N_k}^G) \phi_j^G \\ &= T^T (T_{ijkn}^L \cdot n_{N_k}^L) T \cdot \phi_j^G \\ &= T_{ij}^G \phi_j^G \end{aligned}$$

ここで、上添え字 G は全体座標系、 L は観測点を含む要素で定義された局所座標系を示す。 T は座標変換マトリックスである。

なお、ここで扱うグリーン関数は、 $r=0$ で r^3 のオーダーの特異性を持つ。そのため、マトリックスの対角成分 G_{singular} を計算するために、当該接点周辺に任意の大きさの平面領域を設定し、その領域の外側の平面を無限遠方まで積分することで値を決定している。この場合、水圧はき裂面に垂直に加わるので、せん断応力及びき裂面の滑りは考慮する必要がない。

具体的には、図-2で示すように、対象節点周辺の三角形要素を適当な線分で分割して構成される多角形を定義して、この内側では変位不連続が一定値であると考え、各辺までの距離 $a(\theta)$ より外側の領域を積分する。そして、Green 関数を次式のように、その一定値の外側の領域で積分する。

$$G_{\text{singular}} = - \int_{a(\theta) \theta_1}^{\infty \theta_2} \int G(r, \theta) r d\theta dr$$

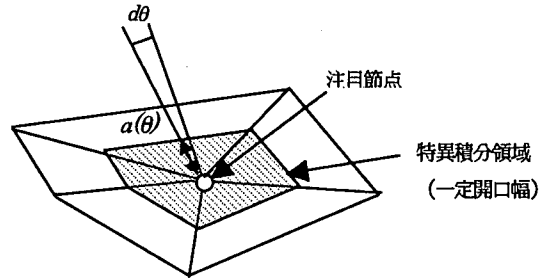


図-2 対角成分の計算領域

2.3 き裂先端の特異要素

ここでは、形状関数に一次関数を利用した三角形一次要素を採用した。ただし、き裂先端付近では線形破壊力学で予測される、き裂先端からの距離 r の平方根に比例する特殊要素を導入する。これは、き裂伸展問題では伸展速度がき裂先端での応力拡大係数に支配されるため、その値を精度良く知る必要があるためである。

き裂の周囲は一定幅 r_0 の三角形特異要素で分割する。き裂先端の要素は、先端部に節点の一つを持つタイプIと二つ持つタイプIIに分けられる。

タイプIにおける要素内の変位不連続分布は、

$$\begin{aligned}\phi &= N_1\phi_1 + N_2\phi_2 \\ N_1 &= (1-\tau) \cdot \sqrt{r/r_e} \\ N_2 &= \tau \cdot \sqrt{r/r_e}\end{aligned}\quad (14)$$

で、またタイプIIにおける要素内の変位不連続分布は、

$$\begin{aligned}\phi &= N_1\phi_1 \\ N_1 &= \sqrt{r/r_e}\end{aligned}\quad (15)$$

で表される。ここで、 τ はき裂外周に平行な方向の座標を示すパラメータで、要素の外周に平行な方向の長さ t_0 を元に、 $\tau = t/t_0$ である。(図-3)

なお、これらの特殊要素の体積 v は、 a_e が要素の重心でのき裂開口幅で代表するものとして、

$$\text{タイプI: } v = \frac{4}{5} a_e \sqrt{r} \quad (16)$$

$$\text{タイプII: } v = \frac{8}{15} a_e \sqrt{r} \quad (17)$$

となる。

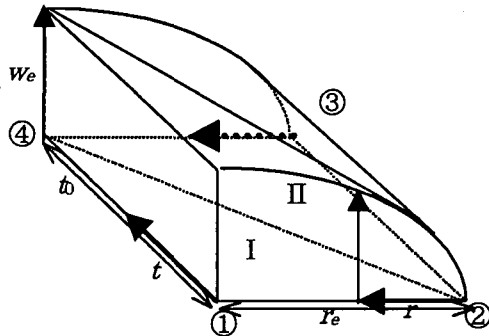


図-3 き裂先端要素

このき裂先端要素を用いることにより、き裂先端の応力拡大係数は、き裂先端から第二層目の節点の開口幅 w_e と、特異要素の幅 r_e を用いて、

$$K_I = \frac{E w_e}{2(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r_e}} \quad (16)$$

と決定できる。ここで得られた応力拡大係数は、次の時間ステップまでのき裂伸展量の決定に用いられる。

3. き裂開口と流体の質量保存

本シミュレータでは圧入流量、き裂容積、及びリークオフ量の釣り合い条件の下で、これまで述べてきた DD 法による応力解析と、FEM による流動解析の連成解から、ある時点における流体圧力とき裂

開口幅を求めている。ここで、流体は高粘性の非ニュートン流体であり、流速が比較的遅いため各ステップで定常状態となっていると考える。

単位時間あたりの圧入流量とリークオフ、及びき裂成長と開口幅の増加による体積増加率のつりあい方程式は、次の形で書かれる。

$$-\sum_e a_e f_{Le} - \frac{1}{\Delta t} \left(\sum_e a_e f_{We}^{(n)} - \sum_e a_e f_{We}^{(n-1)} \right) + \sum_e r_e f_{qe} = 0 \quad (18)$$

ここで、 f_L は各要素での単位時間あたりにき裂から周辺地層へ流体が流出する流量(リークオフ量)、 f_q は単位時間あたりの要素境界からの流入量、 f_w はき裂開口幅、 a は要素の面積、 r は要素境界、 n は計算ステップ、 Δt はステップ間の時間間隔を示す。従って、式(17)の左辺第一項はき裂から流出した流体の体積、第二項はき裂の容積の増加量、第三項はき裂に流入した流体の体積の、それぞれ単位時間あたりの値を示す。

この釣り合い方程式は体積保存の条件を満たす。同時に、流動解析部においては行列が非正則行列で、全ノイマン条件の境界条件での解法となるため、方程式が不能にならない条件ともなっている。

時間ステップ Δt が与えられた場合、ある時刻ステップ n におけるき裂容積 W は、前のステップのき裂開口幅より次の式で与えられる。

$$W = \sum_e a_e f_{We}^{(n)} = \Delta t \left(-\sum_e a_e f_{Le} + \sum_e r_e f_{qe} \right) + \sum_e a_e f_{We}^{(n-1)} \quad (19)$$

我々は、連成解析において応力解析で得られるき裂開口幅がき裂容積 $= W$ の条件を満たすように、積分定数 P を導入して、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} & -\mathbf{n} \\ \mathbf{a} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p} \\ W \end{Bmatrix} \quad (20)$$

を解くことにした。ここで、 $\mathbf{T}$ は変位不連続法の影響行列、 $\mathbf{p}$ は節点応力 ($= p \mathbf{n}_n$)、 ϕ は節点の変位不連続のベクトル表示であり、 $\mathbf{n}$ は各要素に関する法線ベクトル $\mathbf{n}_i$ の並びで作られたベクトル：

$$\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_3)^T$$

である。

流動解析は全ノイマン条件の元で偏微分方程式を解くため、その結果から得られる圧力ベクトル $\mathbf{p}$ は定数分の任意性を持っている。従って、連成解として最終的に得られる節点圧力 p_i は積分定数 P を加えた $p_i + P$ となる。

単一ボアホールから成長する複数き裂のき裂開

口幅は、系全体での流体の体積保存が成立するため、

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & -1 \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ W \end{bmatrix} \quad (21)$$

で計算される¹⁸⁾。添え字はき裂の番号である。一方、複数のボアホール、あるいは独立した圧入スケジュールを与えられる二つの区間から成長する複数き裂の開口幅は、それぞれのき裂ごとに流体の体積保存が成立するため、

$$\begin{bmatrix} T_{B^{(1)}1B^{(1)}1} & T_{B^{(1)}1B^{(1)}2} & -1 & T_{B^{(1)}1B^{(2)}1} & T_{B^{(1)}1B^{(2)}2} & 0 \\ T_{B^{(1)}2B^{(1)}1} & \ddots & \vdots & T_{B^{(1)}2B^{(2)}1} & \ddots & \vdots \\ a_{B^{(1)}1} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ T_{B^{(2)}1B^{(1)}1} & T_{B^{(2)}1B^{(1)}2} & 0 & T_{B^{(2)}1B^{(2)}1} & T_{B^{(2)}1B^{(2)}2} & -1 \\ T_{B^{(2)}2B^{(1)}1} & \ddots & \vdots & T_{B^{(2)}2B^{(2)}1} & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{B^{(2)}1} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{B^{(1)}1} \\ \vdots \\ P_{B^{(1)}} \\ \phi_{B^{(2)}2} \\ \vdots \\ P_{B^{(2)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{B^{(1)}1} \\ \vdots \\ W_{B^{(1)}} \\ p_2 \\ \vdots \\ W_{B^{(2)}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

で計算される。ここで、 $W_{B^{(1)}}$ 、 $W_{B^{(2)}}$ はそれぞれの圧入区間から圧入された流体の量に対応するき裂容積を示す。

以上の条件により、き裂の形状が与えられた場合には、特定の時刻 t におけるき裂の開口幅と圧力分布の連成解を、人工的な条件を与えること無しに得ることができる。

4. 複数き裂の相互作用

4.1 並列して存在する複数の円形き裂

(1)一定内圧を受けた複数のき裂

複数き裂の相互作用に関しては、二次元の変位不連続法¹⁹⁾、及び二次元の有限要素法²⁰⁾による解析手法が提案され、解析事例が示されているが、水圧破碎シミュレータのための三次元複数き裂の相互作用モデルは、先に述べた体積要素を用いたモデルのみである。現実のき裂は坑壁近傍の狭い領域を除いては二次元でモデル化するのは適当ではないため、三次元の相互作用モデルの開発は重要な役割を持っている。

ここでは一定の内圧 p_0 のかかる、半径 $R=1$ の円形き裂 (penny shape crack) が等間隔の平行な平面内に並列に存在する場合の、半径で規格化されたき裂開口幅の解析例を示す。このような並列したき裂は水平坑井からの水圧破碎で発生しうる。各き裂のき裂面は z - x 平面に平行で、中心は x - y 平面上に分布するものとする。地層のヤング率と内圧の比: $E/p_0 = 500$ 、 $\nu = 0.3$ である。

き裂が一枚の場合 (図-4) は、破線で示す数値解は実線で示す円形き裂に関する Sneddon による解

析解²¹⁾と一致する。また、き裂が幅 R の間に等間隔で3枚 (間隔 $d=R$)、4枚 ($d=2/3 \cdot R$)、5枚 ($d=1/2 \cdot R$) の場合の例を図-5に示す。さらに、き裂3枚で、き裂間隔がより近接したケース ($d=0.5R$ 及び $d=0.33R$) を図-6に示す。

この結果から、一定圧力のケースでは、き裂間隔が近づくほど個々のき裂開口幅が小さくなることが理解される。複数き裂を簡易的に扱う場合には、単一き裂モデルの計算から得られる開口幅がそれぞれのき裂開口幅の和と一致すると仮定して、き裂の透水性を評価する場合があるが、この仮定が成立するのは、き裂間の距離が半径に対して十分接近している場合に限られることがわかる。

さらに、き裂周辺の応力状態は式(10)で示されるように、開口・せん断滑りから決定される。主なケースについて、き裂周辺の応力状態の三次元での表示を図-7、図-8に示す。

(2)ボアホールからの流動を考慮した場合

き裂内へ流体を圧入した場合には、坑壁からき裂先端に向けての圧力勾配が生じる。ここでは、き裂3枚 (間隔 $d=R$) の場合で、すべてのき裂に一定流量の流体を圧入しているケースを計算した。 $z=0$ でのき裂開口幅及び圧力の断面内分布、ならびに圧力の三次元分布を図-9、図-10に示す。

各き裂の体積はほぼ一定であるが、中央のき裂は両側のき裂から圧縮されることにより、開口がき裂中心から上下方向に偏るため、 $z=0$ の断面内では開口幅が小さくなっているように見えるが、実際のき裂体積は三つのき裂とも同じである。

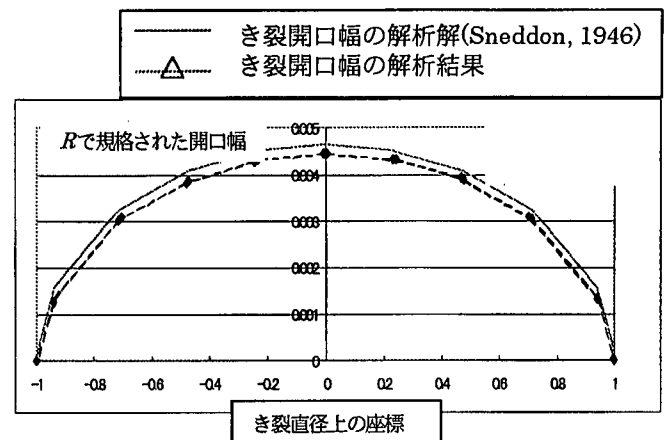


図-4 一定内圧が加わる単一き裂の開口幅分布 ($z=0$ 断面)

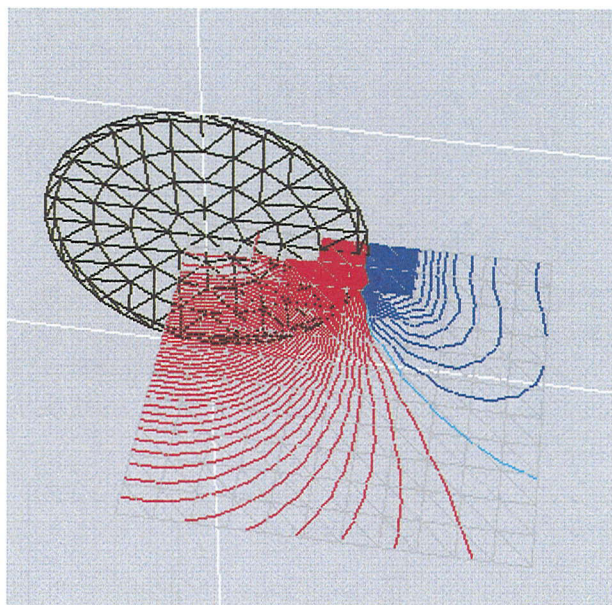
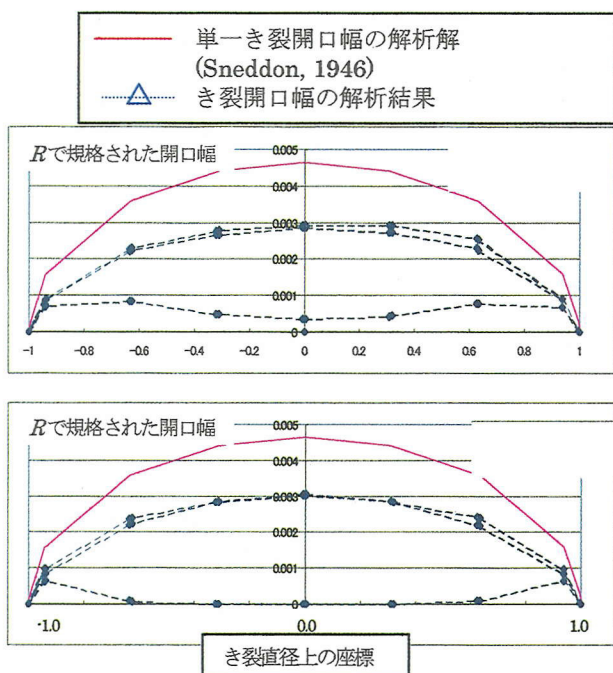
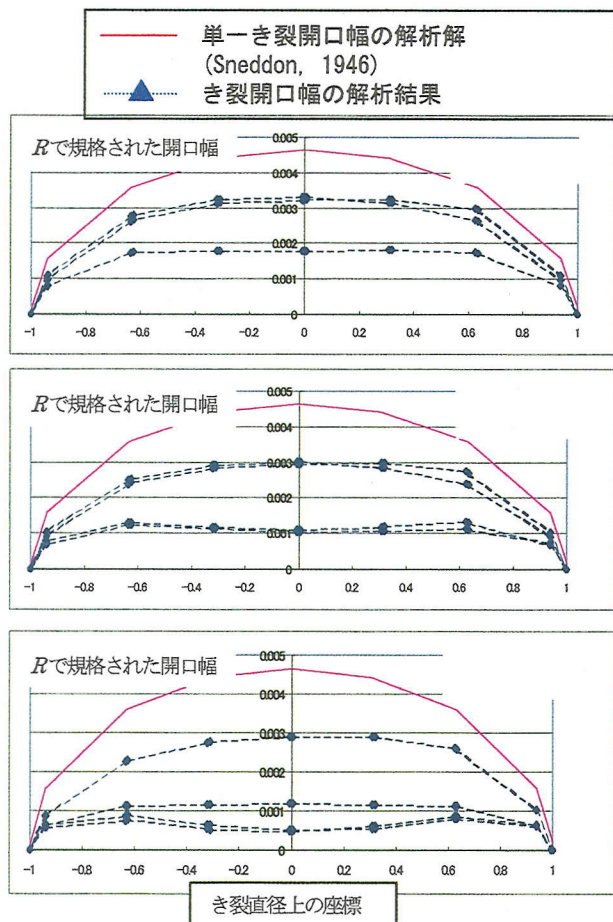


図-7 単一き裂のき中心を通る平面上の応力分布
 き裂法線方向の軸応力 σ_y のコンター図
 赤色：圧縮応力 青色：引張応力
 コンター間隔： $p_0/50$

*き裂表面での応力 $\sigma_y =$ 内圧 p_0 の境界条件がみたされおり、き裂先端付近では青色の線の密度が高くなり、引張の応力集中が生じていることが示される。薄青のラインは $\sigma_y=0$ (圧縮と引張の境界) を示す。

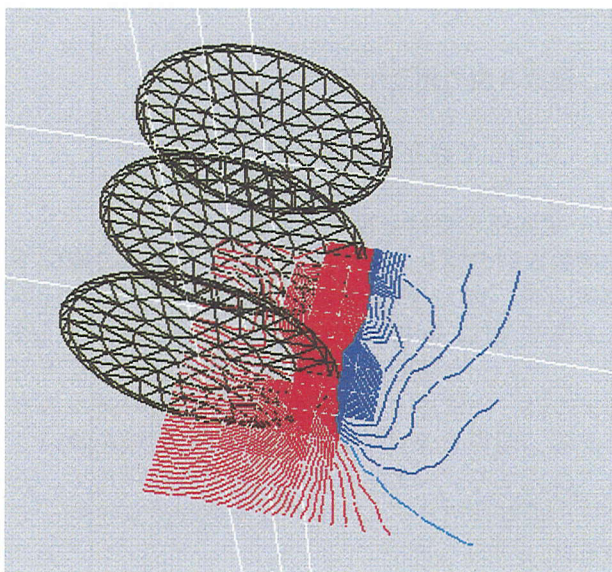


図-8 複数並列き裂の単一き裂のき中心を通る平面上の応力分布
 き裂3枚, $d=R$ の場合のき裂法線方向応力 σ_y のコンター図

赤色：圧縮応力 青色：引張応力
 コンター間隔： $p_0/50$

*各き裂表面での応力 $\sigma_y =$ 内圧 p_0 の境界条件がみたされおり、き裂先端付近では青色の線の密度が高くなり、引張の応力集中が生じていることが示される。き裂とき裂の間は $\sigma_y = p_0$ に近い大きな圧縮応力生じている。

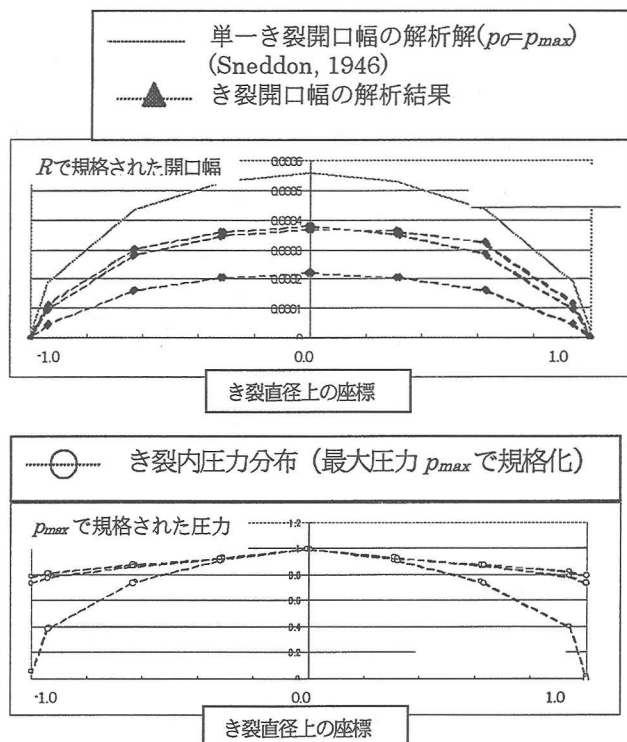


図-9 ボアホールからの一定流量での圧入によるき裂開口幅分布 (上) と圧力分布 (下) $z=0$ 断面

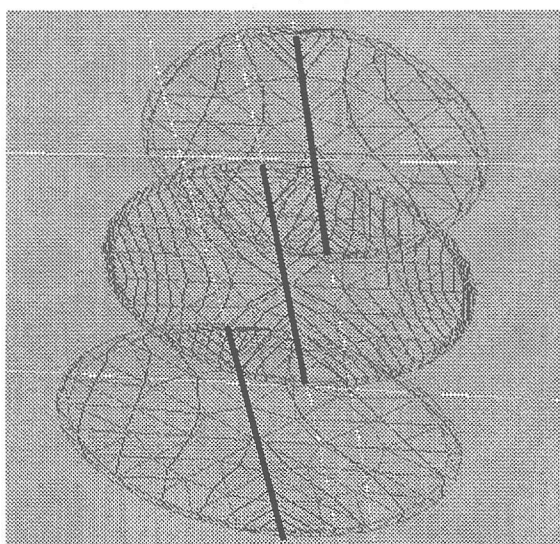


図-10 ボアホールからの一定流量の圧入の場合のき裂内流体圧力分布 (圧力コンター)

黒線: 圧入領域 (ボアホール)

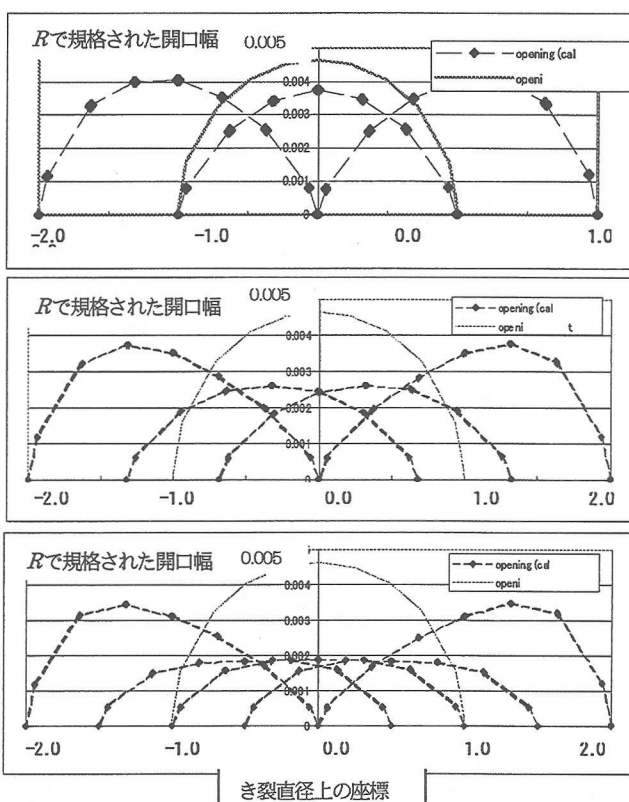
圧力コンター間隔: 最大圧力を 20 分割

*中央のき裂はき裂開口が制限されるため、外側の二枚のき裂に比べて大きな圧力損失が生じている

4.2 き裂面と $\pi/4$ の角度に分布する複数き裂

複数のき裂の中心がき裂平面と一定角度を成す直線上に分布して存在する場合は、傾斜した坑井からの水圧破砕などで発生しうる条件である。ここではき裂平面と $\pi/4$ の角度をなす直線上に複数のき裂が存在する問題を考える。前節と同様に、き裂間距離 $d=R, 2/3 \cdot R, 1/2 \cdot R$ のそれぞれの場合を考える。

図-11 に一定内圧 p_0 を加えた時の、 $z=0$ 平面上における半径で規格化されたき裂開口幅分布を示す。並列するき裂のケースと同様に、き裂間隔が短くなるほど中央に近いき裂の開口幅が小さくなること、それぞれのき裂はき裂群の中心に近いほど小さくなる非対称の開口幅分布を持つことがわかる。図-13 には、き裂開口幅の三次元分布及び周辺の応力場 (法線方向軸応力 σ_y) を示す。



上: き裂 3 枚, $d=R$

中: き裂 4 枚, $d=0.67R$

下: き裂 5 枚, $d=0.5R$

図-11 き裂平面と $\pi/4$ の角度をなす直線上に分布するき裂の開口幅分布 ($z=0$ 平面)

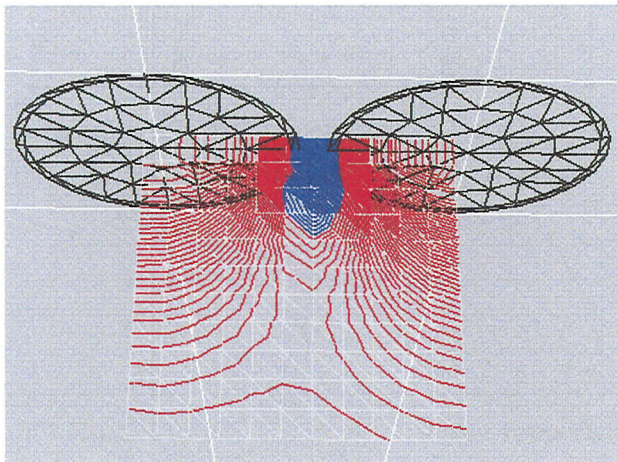
4.3 先端が相互に近接した二枚のき裂

二枚のき裂の先端が近接した場合の挙動は、二枚のき裂の接触・結合や、き裂の伸展停止につながるため、重要な問題である。

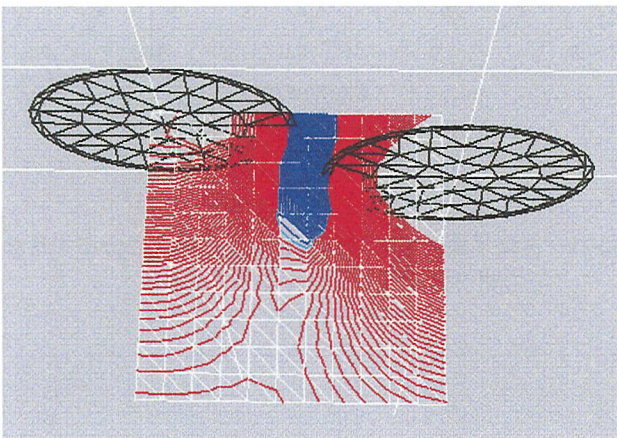
ここでは、平行な別の平面に存する同じ形状の二枚のき裂の先端が水平方向距離 $R/5$ 離れて存在する状況を、き裂平面間距離 $d=0, 2/5 \cdot R, R$ の三つケースについて計算した。図-12 にき裂先端近傍のき裂平面に垂直な方向の応力分布を示す。

き裂平面間距離 $d=0$ の場合は明らかに最大引張領域が双方き裂先端を結ぶ形で生じるため、この二枚のき裂は伸展するに従って結合する方向に進展していく。

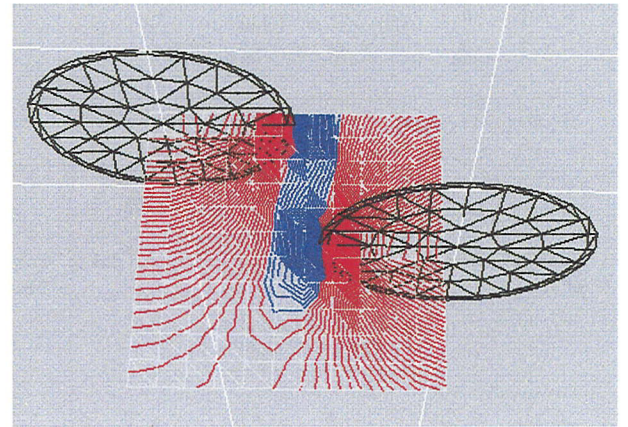
一方、き裂平面間距離 $d=R$ の場合はき裂面は、他方のき裂の存在によって生じた応力の影響を受けて挙動するが、き裂先端近傍での応力状態は、き裂伸展に従って刻々と変化するするため、この計算では、き裂形状の最終状態はわからない。



(1) $d=0$ (同一平面内)



(2) $d=1/5 \cdot R$



(3) $d=R$

図-12 先端の近接した二つのき裂の、き裂面に垂直な断面内 ($z=0$ 面) 上の応力分布 (き裂法線方向応力 σ_y)

赤色：圧縮応力 青色：引張応力

コンター間隔： $p_0/50$

*各き裂表面での応力 $\sigma_y =$ 内圧 p_0 であり、き裂先端の引張応力範囲はそれぞれ、き裂間の相互作用で単一き裂の場合よりも広がっている

4.4 異なる平面に存在する二枚のき裂の伸展計算例

ここで、これまで見てきたパラメータ・スタディを、より実的なき裂の伸展問題に適用した例を示す。ここで、き裂はき裂先端でのき裂面及びき裂先端の接線に垂直な断面内に存する、き裂先端を中心とする半径一定 (=き裂進展幅) の円の円周方向の応力が引張方向で最大となる方向 (最大周回引張応力方位) に伸展すると考え、ステップあたりの進展量はき裂先端で計算されたモード I の応力拡大係数 K_I と地層ごとに定義された破壊靱性値 K_{IC} の差に比例するように定める。き裂先端周りの応力拡大係数は式(10)に基づいて数値的に計算する。

ここでは、鉛直面内に存する二枚のき裂を考え、一枚は最小水平主応力に直交する平面内に存在し、もう一枚はそれと $\pi/6$ の角度を持つ平面内に存在する。二枚目のき裂のき裂中心は、一枚目のき裂の中心から $(-2.5R, -2.5R, 0)$ の位置にある。

き裂伸展の初期段階、中間段階でのき裂形状と、周辺の応力状態 (最小主応力) を図-13 に、二枚のき裂が接触する直前のき裂形状と開口幅分布を図-14 に示す。

ここでは、手前のき裂の左側の翼が初期応力によって背後のき裂と平行な方向に曲がるのと同時に、右側の翼が背後のき裂による圧縮応力の影響で背後に回りこみ、背後のき裂の中心付近に接触しようとする状況が計算されている。

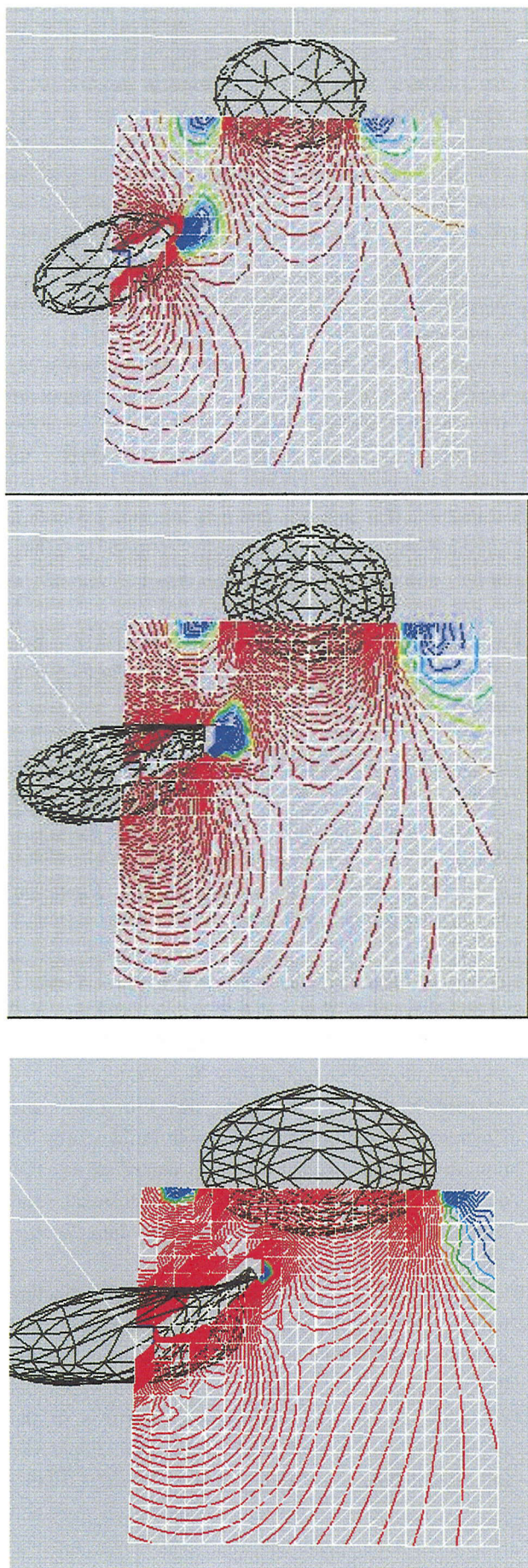


図-13 複数き裂の相互作用によるき裂の折れ曲がりの時間経過とき裂周辺の最小主応力

コンター間隔：初期のき裂内最大圧力/50

赤：最小主応力圧縮

青：最小主応力引張

*き裂先端周辺の引張応力が最大の方向にき裂が進展するが、その方向は初期応力と他方のき裂開口によって生じる圧縮応力の影響でき裂平面から離れて行き、き裂の折れ曲がりが生じる。

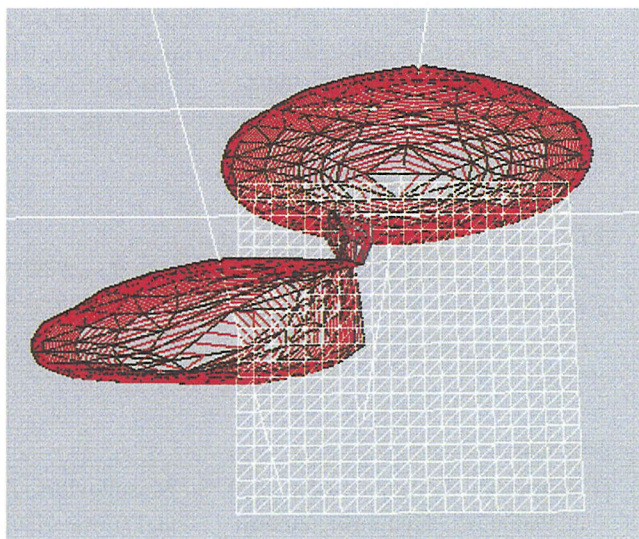


図-14 2枚のき裂が接触する直前のき裂開口幅分布

コンター間隔：最大開口幅/50

*き裂開口分布が、二つのき裂の相互作用で非対称になっている。

5. 結論

本論において、変位不連続法を用いて複数き裂の開口挙動に与えるき裂間の応力相互作用の影響が計算できることを、解析解との比較とパラメータ・スタディを通して示すことができた。

このように、複数のき裂が相互の伸展挙動に影響を与えることは、実際の材料中でしばしば見られることであり、このような現象のシミュレーションの基礎としてこの手法を適用することができることが確かめられた。この手法は、き裂面のみを要素分割すれば良いため、計算負荷が比較的小さく、またき裂形状が変化する場合でもメッシュ更新が比較的容易であるという利点があり、弾性体中のき裂伸展挙動を扱う手法として優れている。そのため、ここで目標とした水圧破砕のシミュレーションに留まらず、コンクリート・鋼構造の破壊、岩盤のグラウティング、掘削に伴う岩盤ジョイントの変形など様々な課題に適用できる可能性がある。

しかしながら、実際の材料中に見られるような多

数のき裂の相互作用を扱うには、節点要素数がさらに増加しても計算が可能となるような数値計算上の技法の検討が必要であろう。

また、複数き裂の挙動を扱う場合には、分岐、交差、き裂の融合といった、き裂系のトポロジーが変化する現象についても扱うことができる必要がある。変位不連続法の手法自体は、このようにき裂が二次元曲面内に止まらない場合にも適用可能であるが、接触・分岐の判定、メッシュの更新などの課題があり、今後の検討課題としている。

また、本論では扱わなかったき裂の伸展計算については、線形破壊力学の範囲内での取り扱いに加えて、き裂内流体の流速との関係など、実際の材料の破壊現象を適切に模擬できる物理モデルの構築が必要である。

謝辞

本研究は、石油公団石油開発技術センターが国内石油会社の協力を得て実施した共同研究の成果です。ここに、これまでの関係者の御協力に感謝を申し述べます。

参考文献

- 1) Warpinski, N. R., Abou-Sayed, I. S., Moschovidis, Z. & Parker, C.: Hydraulic fracturing Model Comparison Study: Complete Results, SAND93-7042, Sandia National Laboratories, 1993
- 2) Yew, C. H.: Lecture Notes on Hydraulic Fracturings presented at JNOC, 1992
- 3) Clifton, R. J. & Abou-Sayed, A. S.: On the computation of the three-dimensional geometry of hydraulic fractures, SPE7943: *Proc. 1979 Low Permeability Gas Reservoirs*, 1979
- 4) Clifton, R. J. & Abou-Sayed, A. S.: A variational approach to the prediction of the three-dimensional geometry of hydraulic fractures, SPE9879: *Proc. 1981 Low Permeability Gas Reservoirs*, 1981
- 5) Bui, H. D.: An integral equation method for solving the problem of a plane crack of arbitrary shape, *J. Mech. Phys. Solid*, 25, 29-39, 1977
- 6) Gu, H. R. and Yew, C. H., Finite element solution of a boundary integral equation for mode I embedded three-dimensional fractures, *Int. J. Numer. M. in Eng.*, 26, 1525-1540, 1988
- 7) 西村毅, 林一夫, 阿部博之: 境界要素法による地下き裂問題の解析, 第7回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, 437-442, 1987
- 8) Morales, R. H., Brady, B. H. and Ingraffea, A. R.: Three-dimensional analysis and visualization of the wellbores and the fracturing process in inclined well, SPE25889, *Proc. SPE Rocky mountain regional low permeability reservoir sym.*, 1993

- 9) Kuriyama, K., Mizuta, Y.: Three-dimensional elastic analysis by the displacement discontinuity method with boundary division into triangular elements, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 30. 2. 111-123, 1993
- 10) 山本晃司, 島本辰夫, 市川 真, 伊東淳: 三次元水圧破碎シミュレータの開発, 第29回土木学会岩盤力学シンポジウム発表論文集, 1999
- 11) Yamamoto, K., Shimamoto T., Maezumi S.: Development of a True 3D Hydraulic Fracturing Simulator, SPE 54265: *Proc. Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition*, 1999
- 12) Yamamoto, K., Itoh, J., Shimamoto T., Ichikawa M.: Development of a 3-D hydraulic fracturing simulator for the fracture propagation analysis in complex in-situ stress field around oil wells, *Proc. 9th International Congress of Rock Mechanics*, 1999
- 13) Crouch, S. L.: Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method, I. Infinite body solution, *Int. J. Numerical Method in Engineering*, 10, 301-343, 1976
- 14) 安岡孝司, 山本晃司, 岡津弘明, 杉山広巳 “変位不連続法と3次元水圧破碎モデル”, 境界要素法論文集第10巻, 1993
- 15) Willes, T. D. & Curran, J. H.: A general 3-D displacement discontinuity method,” *Proc. 4th Int. Conf. for Numerical Method in Geomechanics* :103-111, 1982
- 16) Vandamme, L. & Curran, J.H.: A Three-dimensional hydraulic fracturing simulator, *Int. J. Numerical Method in Engineering*, 28, 909-927, 1989
- 17) Love, A. E. H. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge Univ. Press, 1944
- 18) 山本晃司, 島本辰夫, 前角繁之, 瓜生暢哉: 水圧破碎の複数き裂伸展モデル, 第31回土木学会岩盤力学シンポジウム発表論文集, 2001
- 19) Mizuta, Y., Li, H., Kuriyama, K., Liu, C. L. and Kayupov, M. A.: Studies in order to build a fully 3D boundary element based model to contribute to HDR design, Workshop on Three Dimensional and Advanced Hydraulic Fracturing Modeling Seattle, 2000
- 20) Germanovich, L., Astakhov, H.: Multiple fracture model, Workshop on Three Dimensional and Advanced Hydraulic Fracturing Modeling in Seattle, 2000
- 21) Sneddon, I. N.: The distribution of stress in the neighborhood of a crack in an elastic solid, *Royal Soc. of London, Proc.*, Vol. 187, Series A, 229-260, 1946

(2001年4月20日 受付)