

PC クラスタを用いた ALE 並列有限要素法による 非線形自由表面流れ解析

ALE Parallel Finite Element Analysis of Non-linear Free Surface Flows using PC Cluster

桜庭雅明*・田中聖三**・樫山和男***

Masaaki SAKURABA, Seizo TANAKA and Kazuo KASHIYAMA

*正会員 工修 日本工営株式会社 情報システム部 (〒102-8539 東京都千代田区麹町 5-4)

**正会員 工修 日本技術開発株式会社 大阪支社 (〒531-0072 大阪市北区豊崎 5-6-10)

***正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

This paper presents a parallel finite element for the analysis of non-linear free-surface flows. The incompressible Navier-Stokes equation based on ALE description is employed for the basic equations. The stabilized FEM based on the SUPG/PSPG method is employed for the discretization. Parallel implementation of the unstructured grid based formulation is carried out on the PC cluster. The present method is applied to the sloshing problem of a rectangular tank and actual dam. The effect of parallelization on the efficiency of the computations are examined using some different network environments.

Key Words : *parallel FEM, ALE method, PC cluster, matrix-free GMRES, free surface flow*

1. はじめに

自由表面を有する流体の解析は移動境界問題の一つであり、時々刻々と変化する自由表面の複雑な挙動を捉えることは、工学上重要である。タンクやダム堤体、水理構造物に作用する流体力を正確に評価するためには、自由表面形状及び流況を正確に評価する必要がある。この問題を検討する方法としては、模型実験と数値シミュレーションによる方法に大別することができるが、近年のコンピュータの性能と数値流体力学 (CFD) 手法の飛躍的進歩、さらには数値流体解析を行う環境の整備費用の低廉化によって数値シミュレーションによる手法が数多く用いられるようになってきている。

近年、非圧縮粘性流体の自由表面流れ解析の手法として、Navier-Stokes 方程式に対して直接離散化を行う手法が一般的となってきた。それらの手法は界面捕捉法 (interface-capturing method) と界面追跡法 (interface-tracking method) に分類することができる。界面捕捉法の代表的な手法として VOF (Volume of Fluid) 法^{1),2)} や EDICT (Enhanced-Discretization Interface-Capturing Technique) 法³⁾ が挙げられ、これらの手法では Euler 的立場により自由表面を取り扱っている。界面捕捉法は、自由表面の取り扱いが比較的容易であり、複雑な挙動を解析することが可能であるが界面近傍の計算精度に課題が残されている。一方、界面追跡法の代表的な手法としては、ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法^{4),5)} や Space-Time 法⁶⁾ の一つである DSD/SST (Deformable-Spatial Domain/Stabilized Space-Time) 法⁷⁾ が挙げら

れる。これらの手法は自由表面を Lagrange 的に追跡し、解析領域を時々刻々と変化させて解析する手法であり、解析精度の点で有効な手法である。特に DSD/SST 法は、自由表面形状が複雑であっても精度良く解析することが可能であり、適用性は高いことが確認されている⁷⁾。しかし、この手法は同一問題の場合、計算の自由度が ALE 法に比べて倍になることから、計算時間や計算機容量の点で課題が残されている。したがって、計算精度、時間及び計算機容量の点で現状においては ALE 法は最も有効な解析手法あるといえる。ALE 法については、これまで多くの研究が行われており、既に著者らも六面体の混合補間要素 (流速双一次/圧力 0 次: Q1/P0 要素) を用いた ALE 並列有限要素法の提案を行っており、解析精度及び並列化効率の評価を行っている⁸⁾。しかしながら、解析領域が複雑な場合や波の非線形性が卓越する場合には要素形状の歪みによる数値的な不安定性が生じ、手法の適用性に問題が生じた。また、圧力の不安定性を除去するために圧力安定化行列⁹⁾⁻¹¹⁾を導入していたが、並列化に伴う通信を行うために各要素がどの要素と接しているかのデータを準備する必要があった。さらに、混合補間要素のため、可視化等にも不便さを生じていた。

そこで本論文では、任意形状への適合性の良い四面体の同次補間要素 (圧力・流速 1 次: P1/P1 要素) を用いた ALE 並列有限要素法を提案するものである。安定化手法としては、Petrov-Galerkin 法に基づく流線流化法/圧力安定化法 (SUPG/PSPG 法)¹²⁾ を用いた。並列計算法としては、領域分割に基づく方法^{13),14)} を用い、通信には MPI (Message Passing Interface)¹⁵⁾ を用

いた。並列計算機としては、計算コストの点で有利な PC クラスタ型並列計算機¹⁶⁾を使用した。また、連立 1 次方程式の解法には、大規模計算に有利な Matrix-free 法¹⁷⁾に基づく GMRES 法^{18), 19)}を用いた。数値解析例としては、三次元矩形水槽内のスロッシング解析とダム湖の地震動水面応答解析を行い、本手法の有効性について検討を行った。なお、PC クラスタ型並列計算機におけるネットワーク性能の差異における並列化効率への影響を検討するために、10Base-T 及び 100Base-TX (リピーターハブ及びスイッチングハブ) を用いて比較検討を行った。

2. 基礎方程式と境界条件

非圧縮粘性流体の基礎方程式は、ALE 表記された Navier-Stokes の運動方程式と連続の式で表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

ここに、 Ω は解析領域、 $\mathbf{u}$ は流速、 $\bar{\mathbf{u}}$ は相対流速、 ρ は密度、 $\mathbf{f}$ は物体力を表している。また、応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は以下の式で表される。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (4)$$

ここに、 p は圧力、 μ は粘性係数である。また、Dirichlet 型、Neumann 型境界条件は、次のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{on } \Gamma_g \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{h} \quad \text{on } \Gamma_h \quad (6)$$

ここに、 $\mathbf{g}, \mathbf{h}$ はそれぞれ流速、トラクションの既知量を示し、 Γ_g, Γ_h は流速、トラクションが既知の境界、 $\mathbf{n}$ は外向き単位法線ベクトルを示す。

また、3次元問題において自由表面位置 $z = H(x, y, t)$ は、運動学的条件により以下のように求められる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \bar{u}_s \frac{n_1}{n_3} + \bar{v}_s \frac{n_2}{n_3} + w_s \quad (7)$$

ここに、添字 s は自由表面での物理量を意味し、 n_i は外向き単位法線ベクトルの各成分である。自由表面上では、力学的条件として、stress-free 条件が適用される。

3. 安定化有限要素法による離散化

(1) 有限要素方程式の導出

空間領域の離散化には Petrov Galerkin 法に基づく流線風上化法 (SUPG 法²⁰⁾) / 圧力安定化法 (PSPG 法) に基づく安定化有限要素法¹²⁾を適用する。基礎方程式 (1), (2) に対する重み付き残差方程式は次式ようになる。左辺第 1-3 項は通常の Galerkin 項、第 4 項は移流卓越に対して安定化を施す SUPG (Streamline upwind/Petrov Galerkin) 項及び圧力振動を回避するための安定化項で

ある PSPG (Pressure stabilizing/Petrov-Galerkin) 項、第 5 項は自由表面の数値不安定性を回避する安定化項である衝撃捕捉 (Shock-Capturing) 項である。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \mathbf{w} \cdot \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}) : \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \left\{ \tau_{supg} \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{w} + \tau_{pspg} \frac{1}{\rho} \nabla q \right\} \\ & \cdot \left\{ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \right\} d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega^e} \tau_{cont} \nabla \cdot \mathbf{w} \rho \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Gamma_h} \mathbf{w} \cdot \mathbf{h} d\Gamma \quad (8) \end{aligned}$$

ここに、 $\mathbf{w}, q$ は流速、圧力の重み関数、 $\tau_{supg}, \tau_{pspg}, \tau_{cont}$ は安定化パラメータであり、以下のように定義される²¹⁾。

$$\tau_{supg} = \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{2\|\mathbf{u}\|}{h_e} \right)^2 + \left(\frac{4\nu}{h_e^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$\tau_{pspg} = \tau_{supg} \quad (10)$$

$$\tau_{cont} = \frac{h}{2} \|\mathbf{u}\| \xi(Re_u) \quad (11)$$

$$Re_u = \frac{\|\mathbf{u}\| h_e}{2\nu}, \quad (12)$$

$$\xi(Re_u) = \begin{cases} \left(\frac{Re_u}{3} \right) & Re_u \leq 3 \\ 1 & Re_u > 3 \end{cases} \quad (13)$$

ここに、 h_e は要素サイズ、 ν は動粘性係数、 Re_u は要素レイノルズ数である。式 (8) に対して、P1/P1 要素を用いて補間を行うと次のような有限要素方程式を得る。

$$\begin{aligned} & (\mathbf{M} + \mathbf{M}_\delta) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{K}(\bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{K}_\delta(\bar{\mathbf{u}})) \mathbf{u} \\ & - (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\delta) \frac{1}{\rho} p + \nu \mathbf{S} \mathbf{u} - (\mathbf{N} + \mathbf{N}_\delta) \mathbf{f} = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{C}^T \mathbf{u} + \mathbf{M}_\varepsilon \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{K}_\varepsilon(\bar{\mathbf{u}}) \mathbf{u} \\ & - \mathbf{N}_\varepsilon \mathbf{f} + \mathbf{C}_\varepsilon \frac{1}{\rho} p = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

ここに、 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$ は、係数行列であり、添字 δ, ε は、それぞれ SUPG 項、PSPG 項に起因するものを表す。時間方向の離散化において、時間微分 $\partial \mathbf{u} / \partial t$ は次のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\Delta t} \quad (16)$$

ここに、 Δt は時刻レベル n と $n+1$ 間の時間ステップサイズである。この時間の離散化において、流速 $\mathbf{u}$ 、および圧力 p は以下のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}_{n+1} + (1 - \alpha) \mathbf{u}_n \quad (17)$$

$$p = p_{n+1} \quad (18)$$

ここに、 α は時間積分の安定性と精度をコントロールするパラメータであり、ここでは、2次精度を有する $\alpha = 0.5$ を選択する。また、連続式は陰的に取り扱う。

3.1 要素分割の再構成法

ALE法は、メッシュ速度の導入により解析領域内の節点位置を任意に設定することが可能である。しかし、式(7)で得られる自由表面の位置に対して安定かつ精度良く解析を行うためには、計算中に要素形状は極端に歪まないようにする必要がある。本研究では、時間ステップ間における移動境界上での節点鉛直変位量を境界値として領域内の節点に関するLaplace方程式を解くことにより、全節点の位置を求める方法を用いている。

$$\nabla^2 V = 0 \quad (19)$$

$$V = \Delta H \quad \text{on } \Gamma_m \quad (20)$$

$$V = 0 \quad \text{on } \Gamma_f \quad (21)$$

ここに、 V は、節点鉛直変位量であり、 Γ_m, Γ_f はそれぞれ自由表面境界、固定境界を表わす。また、 ΔH は、時間ステップにおける自由表面位置の増分である。式(19)の解法として、Element-by-Element SCG法を用いる。なお、式(7)については陽的オイラー法を用いて計算を行っている。

4. 非線形方程式の求解法

有限要素方程式(14)、(15)は非線形の方程式であり流体挙動を正確に把握するためには、非線形解析を高精度かつ安定に行う必要がある。本研究では、その非線形方程式系をNewton-Raphson法を用いて反復的に解くものとする。また、反復過程における線形連立方程式の解法には、大規模計算に有利なMatrix-free法に基づいたGMRES法を適用するものとする。計算方法は以下に説明するとおりである。

4.1 反復解法

非線形の有限要素方程式(14)、(15)は、次式のような連立方程式で表すことができる。

$$\mathbf{R}(\mathbf{d}_{n+1}) = 0 \quad (22)$$

ここで、 $\mathbf{d}_{n+1}$ は、時刻レベル $n+1$ での未知節点量($\mathbf{u}, p$)である。Newton-Raphson法は、式(22)の非線形方程式をTaylor展開した形で表示することにより次式のように線形方程式に変換できる。

$$\mathbf{J}_{n+1}^k (\Delta \mathbf{d}_{n+1}^k) = -\mathbf{R}(\mathbf{d}_{n+1}^k) \quad (23)$$

$$\mathbf{J}_{n+1}^k = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{d}^k} \quad (24)$$

ここに、 k はNewton-Raphsonの繰り返し回数を表し、 $\Delta \mathbf{d}_{n+1}^k$ は、 $\mathbf{d}_{n+1}^k$ に対する増分を表す。式(23)で表され

る線形方程式は、各時間ステップにおいて収束するまで繰り返すことにより解かれる。

4.2 GMRES法による求解法

本手法では、式(23)の線形方程式に対してMatrix-free法¹⁷⁾に基づくGMRES法^{18),19)}を用いて解を求めている。GMRES法のアルゴリズムは図-2に示すとおりであり、計算の繰り返し部分として適当な反復回数を繰り返す箇所(inner loop)と、それまでに得られた近似解を初期近似解としてリスタートさせる箇所(outer loop)が含まれている。Matrix-free法では反復法内部における要素毎の行列とベクトルの積の重ね合わせを行っているループ内で要素毎の行列を作成する。これにより、要素毎の行列を記憶する必要がなくなりより大規模な問題への適用が可能となる。

5. 並列計算手法

本手法では、Matrix-free法に基づくGMRES法による流速と圧力の求解とElement-by-Element SCG法による節点変位量の求解に並列計算手法を適用する。並列計算手法は、超並列計算に有利である分散メモリー型並列計算機を対象として領域分割法に基づく方法を適用する^{13),14)}。また、並列計算機には計算コストの観点で有効なPCクラスタ型並列計算機を使用し、並列化の方法には機種依存性の少ないMPI(Message Passing Interface)¹⁵⁾を使用して入出力を除くすべてを並列化した。PCクラスタ型並列計算機の仕様は表-1に示すとおりであり、本手法では8台のPC(Personal Computer)をEthernetで接続した。前章で示した離散化手法に対する並列計算の手順は以下に示とおりである(図-1参照)。

- 1) 与えられた有限要素メッシュに対して領域分割法を適用し、部分領域データと部分領域境界上の節点データを取得。
- 2) 各プロセッサは担当する部分領域に関するデータを入力する。
- 3) 各プロセッサは担当する部分領域について、線形の連立方程式(23)を作成する。
- 4) 隣接プロセッサ通信と全プロセッサ通信を行い、流速及び圧力を求める。
- 5) 各プロセッサは担当する部分領域について、Laplace方程式における有限要素方程式を作成する。
- 6) 隣接プロセッサ通信と全プロセッサ通信を行いながら、節点変位を求め、次いで自由表面位置を求める。
- 7) Newton-Raphson法により解が収束するまで3)~6)を繰り返す。
- 8) 時間ステップが終了するまで3)~7)を繰り返す。

表-1 PC クラスタ型並列計算機仕様

PC cluster parallel computer	
CPU	Pentium III
Clock cycle	600MHz
Cache size	512KB
Memory size	512MB
O.S.	Linux-2.0.36
Network	100Base-TX

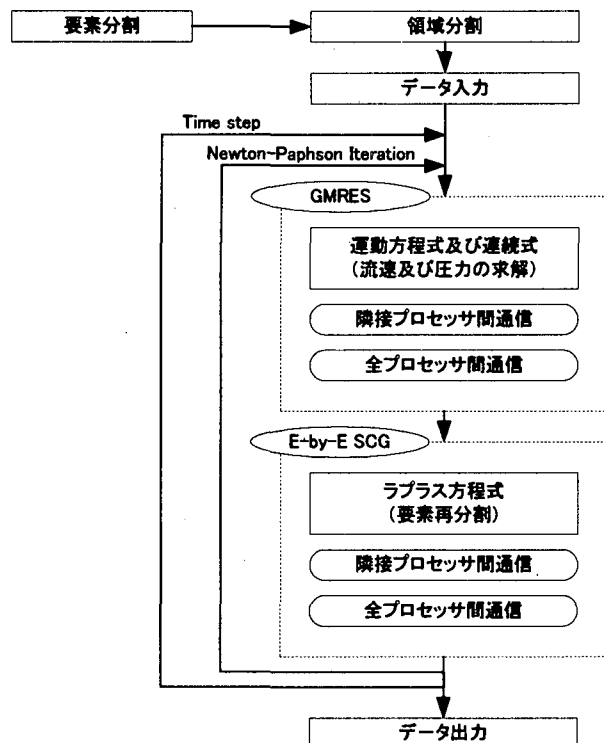


図-1 フローチャート

5.1 領域分割法

領域分割法に基づく並列計算法において、効率よい並列計算を行うためには、領域分割において、1)各プロセッサの計算負荷の均等化（要素の均等化）、2)プロセッサ間の通信の最小化（隣接する小領域境界上の節点の最小化）を行う必要がある、これを実現するためにいくつかの領域分割法が提案されている。本手法では、計算領域を均等化して通信量が最小化することが可能である Greedy アルゴリズムに基づく領域分割法^{13),14)}を適用した。

5.2 流速・圧力求解の並列計算法

式(23)の求解方法としては、Matrix-free法に基づいた GMRES 法を用いている。本手法を用いる際に要素行列とベクトルの積として重ね合わせを行う箇所 (matrix-vector product 図-2の①参照) があり、この部分においては隣接するプロセッサ間の通信を必要とする。また、図-2の②の箇所において内積計算が行われ

GMRES outer iterations

for $l = 1, \dots, n_{outer}$

compute initial residual

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$$

①

define first Krylov vector

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{r}_0 / \|\mathbf{r}_0\|_2$$

②

initial right hand side

$$\mathbf{p} = \mathbf{r}_0$$

GMRES inner iteration

for $j = 1, \dots, n_{inner}$

matrix-vector product

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}\mathbf{v}_j$$

①

Gramm-Schmidt orthogonalization

for $i = 1, \dots, j$

$$h_{i,j} = (\mathbf{w}, \mathbf{v}_i)$$

②

$$\mathbf{w} = \mathbf{w} - h_{i,j}\mathbf{v}_i$$

$$h_{j+1,j} = \|\mathbf{w}\|_2$$

②

define next Krylov vector

$$\mathbf{v}_{j+1} = \mathbf{w} / h_{j+1,j}$$

previous Givens rotations on $\bar{\mathbf{H}}$

for $i = 1, \dots, j - 1$

$$\begin{cases} h_{i,j} = c_i h_{i,j} + s_i h_{i+1,j} \\ h_{i+1,j} = -s_i h_{i,j} + c_i h_{i+1,j} \end{cases}$$

compute next rotation

$$\gamma = \sqrt{h_{j,j}^2 + h_{j+1,j}^2}$$

Givens rotation on $\bar{\mathbf{H}}$

$$c_j = h_{j,j} / \gamma; \quad s_j = h_{j+1,j} / \gamma$$

Givens rotation on $\mathbf{P}$

$$\begin{cases} h_{j,j} = \gamma \\ h_{j+1,j} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_j = c_j p_j \\ p_{j+1} = -s_j p_j \end{cases}$$

inner loop convergence check

if $|p_{j+1}| < \epsilon$ exit loop

back substitution

$$y_j = h_{j,j}^{-1} p_j$$

form approximate solution

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^j y_i \mathbf{z}_i$$

outer loop convergence check

if $|p_{j+1}| < \epsilon$ exit loop

restart

$$\text{else } \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}$$

図-2 GMRES 法のアルゴリズム

ている。この箇所は全節点間の情報通信が必要となることから、全プロセッサ間通信を行う。隣接プロセッサ間通信と全プロセッサ間通信の方法については文献⁸⁾に詳しい

5.3 節点変位求解の並列計算法

本手法では、メッシュの再構成法としてLaplace方程式で表される節点変位求解方程式(19)を有限要素法により離散化して解いている。この方程式についても領域分割法に基づく並列計算を行っており、連立方程式の求解法にはElement-by-Element SCG法を用いて陰的に解いている。この方程式の並列化についても文献8)に詳しく、Element-by-Element計算部分に対して隣接プロセッサ間通信、ベクトルの内積計算部分については全プロセッサ間通信を行っている。

6. 数値解析例

6.1 矩形貯槽内スロッシング解析

(1) 計算精度の検証

本手法の計算精度を比較検討するために、貯水槽内流体のスロッシング問題を取り上げる。解析モデルは図-3に示すような幅1.0m、奥行き0.1m、高さ1.0mの矩形水槽に50%で満たされていると仮定する流体に次式で表わされる水平加速度を与える。

$$f = A\omega^2 \sin \omega t. \quad (25)$$

ここに、 A は振幅、 ω は角速度であり、それぞれ0.0093m、5.311rad/secである。また、流体は水を仮定し、密度 ρ および動粘性係数 ν はそれぞれ、 $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ となる。境界条件は壁面でslip条件を与えた。有限要素として四面体のP1/P1要素を用いる。有限要素分割は40(長手方向)×4(奥行き方向)×20(高さ方向)とし、総節点数、総要素数はそれぞれ4,305、19,200となっている。並列化にあたり、解析領域はスライス型に領域分割を行っている。なお、微小時間増分量 Δt は0.001secとして、要素再分割は毎時間ステップごとに全要素に対して行っている。図-4に貯槽内左壁における水位の時刻歴を示す。この図より、解析結果は実験値⁴⁾と良い一致を示している。また、図-5に各時刻における流体領域形状を示す。図より、自由表面形状を安定によく捉えることが確認できる。以上の結果より、本手法の妥当性及び有効性を確認することができた。

(2) 並列化性能評価

次に、PCクラスタのネットワーク構成と計算規模(要素数)の違いによる並列化性能の違いに関する検討を行った。ネットワーク構成としては、表-1に示すPCクラスタに対して、(1)10Base-Tにリピーターハブを使用したもの、(2)100Base-TXにリピーターハブを使用したもの、(3)100Base-TXにスイッチングハブを使用したものについて並列化性能を検討した。また、要素分割としては、粗い分割(節点総数4,305、要素総数19,200)のものと細かい分割(節点総数29,889、要素総数153,600)のものについて検討した。並列化性能評価

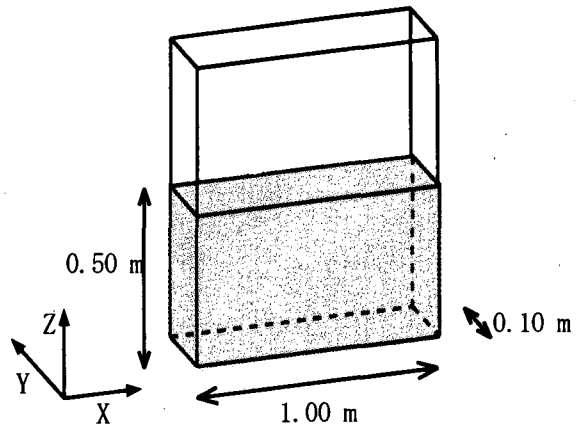


図-3 解析モデル(矩形水槽)

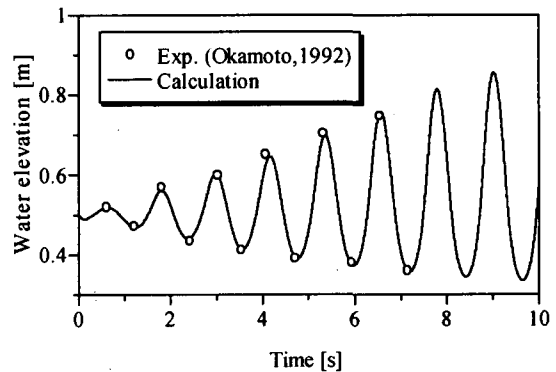


図-4 左壁の水位変動量の時刻歴

として、演算速度倍率と並列化効率を図-6に示す。ここで演算速度倍率は、プロセッサを1台使用した場合に対する倍率であり、並列化効率は演算速度倍率が理想倍率と等しくなる場合を100%としている^{10), 11)}。なお、図中の(S)と(N)はそれぞれ、スイッチングハブとリピーターハブを示している。この結果より、粗い要素分割(Coarse mesh)の場合、並列化効率は低くプロセッサを増やしても高い並列化効率を得ることができない。これは、実際の計算に対して通信時間が比較的多く占有しているためである。この結果に対して、細かい要素分割(Fine mesh)の場合は実際の計算時間が長くなるため、通信時間の占有する割合が少なくなり、高い並列化効率を得ることができる。また、ネットワーク構成の違いを比較すると、10Base-Tを用いた場合はプロセッサ数が増加すると通信時間が多くなるため並列化の効果が得られていない。特に、粗い要素分割を用いた場合は1~2台のプロセッサ数の方が計算時間が早い結果となる。一方、細かい要素分割において100Base-TXを用いた場合は非常に高い並列化効率を得られる。特に、100Base-TXを利用した結果はほぼ理想倍率に近い

結果となる。以上の結果より、本手法は大規模問題に対して100Base-TXにスイッチングハブの環境を用いることにより理想倍率に近い並列化効率が得られることが確認された。

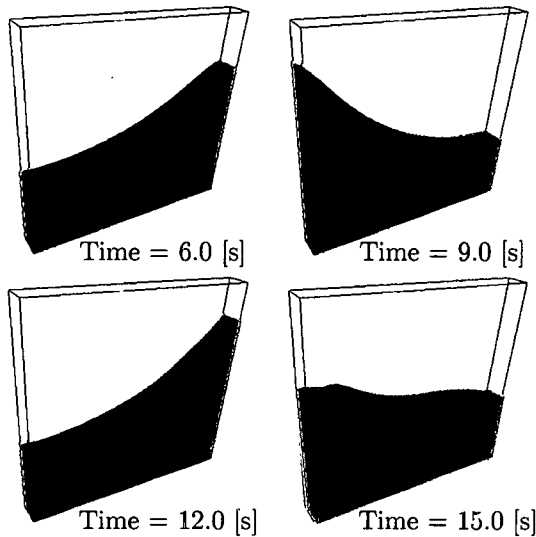


図-5 水面形状の時刻歴

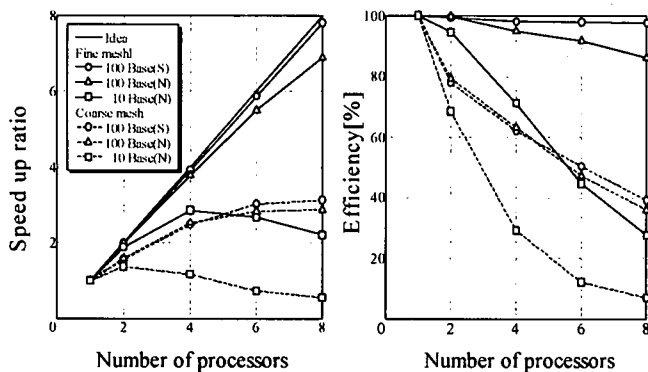


図-6 並列化性能評価（要素分割及びネットワーク性能による違いの評価）

6.2 地震動によるダム湖の水面応答解析

(1) 実問題適用性の検討

本手法の実問題への適用として、ロックフィルダムの地震動による水面応答解析を取り上げる。解析モデルとして、図-7のような段差を有する底面と勾配約1:2.5の斜面を有する3次元領域を考える。初期水位は底面より29.0mとし、26.0m以上の斜面は鉛直壁として取り扱う。有限要素には四面体要素を用い、総節点数、総要素数はそれぞれ4,485、221,040となっている。並列化にあたり、領域分割にはGreedy法を底面に対して適用し、それを鉛直方向に積み上げる方法を採用している。境界条件として、底面および斜面では $non-slip$ 条件、鉛直壁では $slip$ 条件を課す。また、微小時間増分量 Δt は0.005secとした。加振条件としては、地震波応答解析に

より得られたダム外壁のX軸方向水平移動速度（図-8）を用いる。地震波応答解析については、参考文献²²⁾に詳しい。図-7に示すA～Dの水位計測点で最も水位変動量の大きかったA点での水位の時刻歴を図-9に示す。また、図-10に計算開始より37.0,54.0,65.5,80.0秒後のZ軸方向スケールを100倍した水面形状を示す。ここで、図中のカラーバーは水位を表す。この結果より、地震動により励起された水面応答を捉えることができ、地震波を外力条件とした水面形状は安定に表現できていることが確認できる。

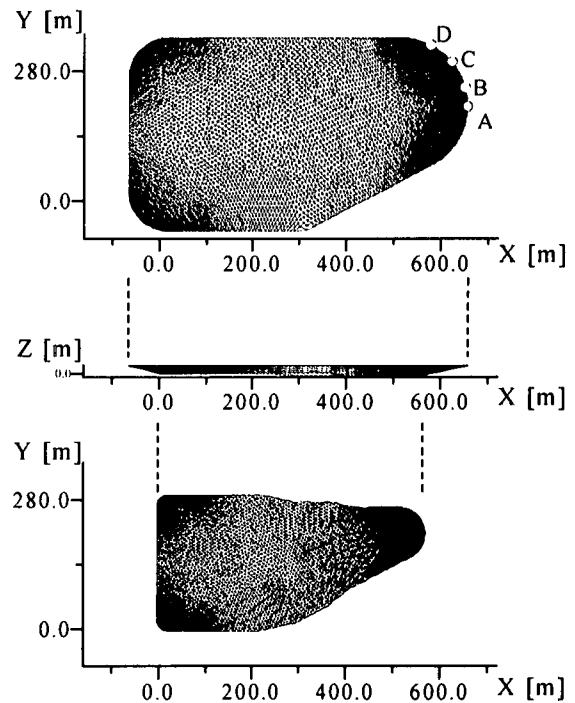


図-7 解析モデル（ダム上面、側面及び底面）

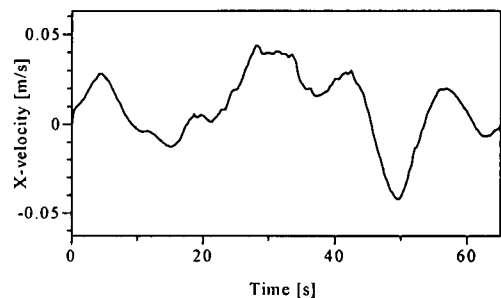


図-8 入力に用いた地震波データ

(2) 並列化性能評価

次に、ダム湖の水面応答解析に対する並列化性能の検討を行った。矩形貯水槽内スロッシグ解析と同様に、ネットワーク構成の違いによる演算速度倍率と並列化効率を図-11に示す。この図より、矩形貯水槽内ス

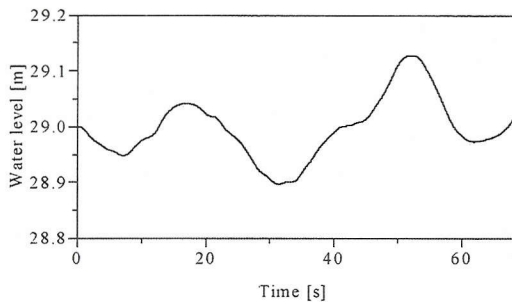


図-9 A点における水位の時刻歴変化

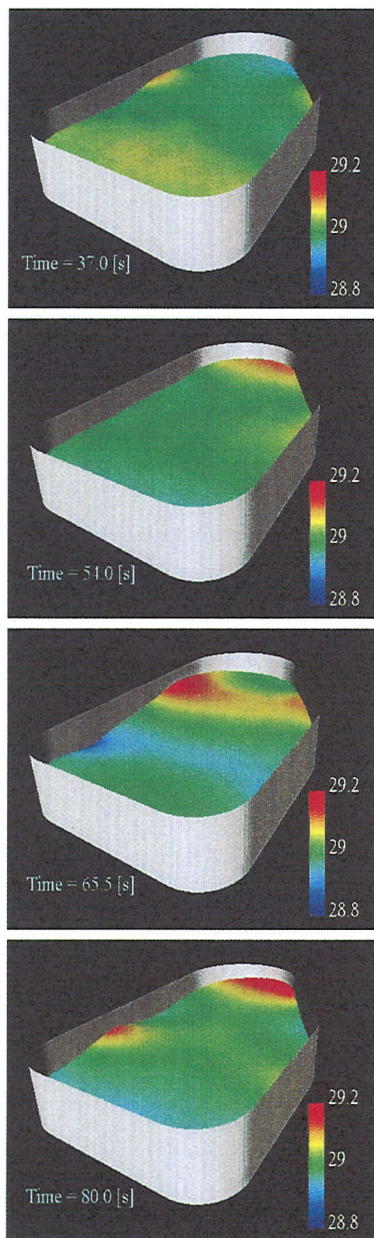


図-10 時刻歴の鳥瞰図

ロッシング解析と同様に100Base-TXにスイッチングハブを利用した場合はほぼ理想的な並列化効果を示していることが確認できる。ただし、並列化効率の傾向が矩形水槽の場合と異なるのは、領域分割の差異の影

響であり、特に100Base-TXの場合にはその影響が顕著である。図より、領域分割の方法により並列化効率に差異が見られるものの、実問題においても本手法は高い並列化性能を得ることができ、大規模な問題に対する有効性が確認された。

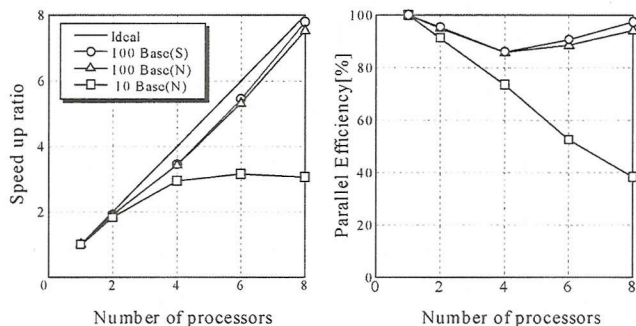


図-11 並列化性能評価（ネットワーク性能による違いの評価）

7. 結論

本論文では、非圧縮粘性流れの非線形自由表面流れ解析を高精度かつ安定に計算可能なSUPG/PSPG法に基づくALE並列有限要素法を提案した。数値解析例として矩形貯槽内スロッシング解析及びダム湖の水面応答解析を行い、本解析手法の妥当性及び有効性を検討した。また、PCクラスタ型並列計算機を用いた並列計算を実施してネットワーク構成との差異が並列化効率に及ぼす影響を検討した。その結果、以下の結論が得られた。

- 矩形貯槽内スロッシング解析において実験値と良い一致を示しており、計算精度と安定性の観点から本手法の有効性が確認できた。
- ダム湖の水面応答解析において、地震動により励起される水面応答を捉えることができ、実問題への有効性が確認できた。
- 並列化性能評価に関する検討を行った結果、100Base-TXにスイッチングハブの環境を用いることにより、ほぼ理想的な並列化効率を得ることができた。
- 非線形有限要素方程式の解法にNewton-Raphson法を用い、各反復過程における線形連立一次方程式の解法にはMatrix-free法に基づくGMRES法を用いた。Matrix-free法は要素毎の行列を記憶する必要が無いため、計算機容量の点でも大規模問題に対して有利である。

以上の結果より、本手法は大規模な自由表面流れ解析に対して有効であることといえる。今後は、開水路の流れのような流出境界を有する条件に対して本手法を適用する予定である。

参考文献

- 1) Hirt, C. W., Nichols, B. D. : Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries. *J. Comp. Phys.*, 39, pp.201-225, 1981.
- 2) Nakayama, T. and Shibata, M. : A finite element technique combined with gas-liquid two-phase flow calculation for unsteady free surface flow problems, *Comput. Mechanics*, 22, pp.194-202, 1998. No.56-531, pp.3248-3256, 1990.
- 3) T. E. Tezduyar, S. Aliabadi, M. Behr: Enhanced - Discretization Interface - Capturing Technique (EDICT) for computation unsteady flows with interfaces, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 155, pp.235-248, 1998.
- 4) 岡本隆, 川原陸人: ALE有限要素法による二次元スロッシング解析, 土木学会論文集, No.441/I-18, pp.29-48, 1992.
- 5) Nomura, T. : ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 112, pp.291-308, 1994
- 6) S. Aliabadi and T. E. Tezduyar: Space-time finite element computation of compressible flows involving moving boundaries and interfaces, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 107, pp.209-224, 1993.
- 7) M. Behr, T. E. Tezduyar : Finite Element Solution Strategies for Large-Scale Flow Simulations, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 94, pp.353-371, 1992.
- 8) 桜庭雅明, 田中聖三, 玉城宏幸, 樫山和男: 大規模自由表面流れ解析のためのALE並列有限要素法, 応用力学論文集, No.2, pp.233-240, 1999.
- 9) 樫山和男, 猪俣渉: 混合補間要素を用いた非圧縮粘性流れ解析のための高精度安定化有限要素法, 土木学会論文集, No.591/I-43, pp.125-137, 1998.
- 10) 樫山和男, 玉井典: 非構造格子に基づく大規模非圧縮性粘性流れ解析のための超並列計算法, 土木学会論文集, No.668/I-54, pp.43-43, 2001.
- 11) Kashiya, K. Tamai, T., Inomata, W. and Yamaguchi, S. : A parallel finite element method for incompressible Navier-Stokes flows based on unstructured grids, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 190, pp.333-344, 2000
- 12) T. E. Tezduyar, S. Mittal, S. E. Ray, and R. Shih: Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 95, pp.221-242, 1992.
- 13) Farhat, C. : A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, *Computers & Structures*, Vol.28, No.5, pp.579-602, 1988.
- 14) Farhat, C. and Lesoinne, M. : Automatic partitioning of unstructured meshes for the parallel solution of problems in computational mechanics, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, Vol.36, pp.745-764, 1993.
- 15) Gropp, W. : Using MPI, Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface, 307p., The MIT Press, 1994
- 16) 須江克章, 桜庭雅明, 樫山和男: PCクラスターを用いた自作並列計算機の構築とその有効性の検討: 計算工学講演論文集: 4: pp.389-392: 1999.
- 17) Z. Johan, T. J. R. Hughes, K. K. Mathur and S. L. Johansson : A data parallel finite element method for computational fluid dynamics on the Connection Machine system, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 99, pp.113-134, 1992.
- 18) M. Behr, T. E. Tezduyar : Finite element solution strategies for large-scale flow simulations, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 112, pp.3-24, 1994.
- 19) Y. Saad. and M. Schults : GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Scientific and Statistical Computing*, 7, pp.856-869, 1986.
- 20) Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R.: Streamline upwind / Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 87, pp.364-384, 1991.
- 21) I. Guler, M. Behr and T. E. Tezduyar : Parallel Finite Element Computation of Free-Surface Flows, *Computational Mechanics* : 23 : pp.117-123 : 1999.
- 22) 原田隆典, 大角恒雄, 奥倉英世: 3次元直交座標系における波動場の解析解とその地震波形作成への応用: 土木学会論文集 No.612/I-46: pp.99-108: 1999.

(2001年4月20日 受付)