

QSI スキームを用いた流体解析法の適用性について

Applicability of Computational Method with QSI Scheme to Fluid Dynamics

牛島 省*・瀬津 家久**

Satoru USHIJIMA and Iehisa NEZU

*正会員 工博 京都大学大学院助教授 環境地球工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

**正会員 工博 京都大学大学院教授 環境地球工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

A computational method has been proposed for viscous incompressible flows with QSI (quintic spline interpolation) scheme. This method is based on general curvilinear coordinates and collocated grid arrangement, which allows us to deal with moving boundary problems. In order to confirm the validity of this computational method, it was applied to the rectangular and polar cavity flows. In addition, it was also applied to small amplitude standing waves and free-surface flows within a cavity. As a result, it has been shown that the predicted results are in good agreement with the theory and other computational results and that the QSI scheme is effective to predict various fluid flows with sufficient accuracy.

Key Words : QSI scheme, collocated grid, BFC, ALE method, free-surface flow

1. はじめに

流体解析においては、基礎方程式中の移流項に対する解析スキームの精度が得られる解の正確さを大きく左右する一つの要因であることから、従来より多くの検討が行われ、各種の計算手法が提案されている^{1) 2) 3) 4) 5) 6)}。高精度のスキームが必要とされる乱流の直接計算 (DNS) までを視野にいたした場合、既往研究^{2) 7) 8)}を参考にすると、現時点では 5 次の精度を有するスキームを適切に用いることでほぼ妥当な解が得られることが示唆されている。このため、著者ら⁹⁾は境界近傍や不等間隔格子でも比較的扱いやすい 5 次精度相当の解析スキームとして、局所 5 次スプライン内挿に基づく QSI (quintic spline interpolation) スキームを提案した。この QSI スキームにより、5 次風上差分よりも精度の高い解が得られることが示されている。本研究では、同スキームを用いたより一般的な解法、すなわち一般座標系上における collocated 格子配置に基づく流体解析法を作成し、その適用性について考察する。

一般座標系を用いた有限差分法による流体解析では、基本変数として流速の反変成分を staggered 格子上で用いる方法と、直交座標系の流速成分を collocated 格子で用いる方法が適しているといわれ¹⁰⁾、後者による平行平板間の乱流解析手法の有効性が示されている¹¹⁾。collocated 格子の利用は、このような計算精度の向上だけでなく、すべての変数がセル中心に配置されるため、各種の境界条件の設定においても有利であると考

えられる。これらを考慮して、本研究では collocated 格子上で直交座標系の流速成分を基本変数とする手法に QSI スキームを導入し、正方形および polar キャビティ内の流れを対象としてその有効性を検討する。

本研究ではさらに、この手法を移動一般座標系へ拡張し、自由液面流れへ適用する。自由液面流れの計算では、流体質量を十分な精度で保存させるため、流速と圧力を同時緩和することが望ましい。このため、一般座標系上の collocated 格子における HSMAC 法に相当する、C-HSMAC 法を示す。この手法を用いて、重力および表面張力が復元力となる微小静振波 (セイシュ) および容器内の自由液面流れの計算を行い、その結果について考察を加える。

2. 数値解析手法

2.1 基礎方程式と時間方向の離散化

鉛直 2 次元流れ場において x_2 軸が鉛直上方を向くように直交座標系 x_i ($i = 1, 2$) をとる。外力として重力のみを考えると、Navier-Stokes 式は次式のように表される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -g \delta_{2i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + F U_i \quad (1)$$

ここに、 u_i は直交座標系における x_i 方向の流速成分、 g は重力加速度、 δ はクロネッカーのデルタ、 ρ は流体密度、 p は圧力、 $F U_i$ は移流項と粘性項を含む項である。

(1) 式に対して時間方向に離散化を行い、圧力項を陰

的に扱うと次式が得られる.

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \left(-g \delta_{2i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + FU_i \right) \Delta t \quad (2)$$

ここに, Δt は 1 ステップの時間きざみ幅, 上添字 n , $n+1$ は時間ステップを表す. 次のように流速成分を変数とする関数 f を定義する.

$$f(u_i^n) = -u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_i^n}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

ここに, ν は動粘性係数である. 移流項と拡散項の時間方向の離散化に 2 次の Runge-Kutta 法を適用すると, FU_i は関数 f を用いて次式で与えられる.

$$FU_i = f(u_i^*) \quad (4)$$

ここで, u_i^* は次式から求められる.

$$u_i^* = u_i^n + \frac{\Delta t}{2} f(u_i^n) \quad (5)$$

2.2 一般座標系における基礎方程式

流体の境界形状が与えられた場合, これを境界条件として, 計算領域内部の格子点位置が定められる. この格子生成法に関しては, これまでにいくつかのものが提案されているが¹²⁾, ここでは直交座標系と一般座標系 ξ_m ($m=1,2$) の関係が次のポアソン方程式に従うものとする¹³⁾.

$$\frac{\partial^2 \xi_m}{\partial x_j \partial x_j} = P_m(\xi_1, \xi_2) \quad (6)$$

ここに, P_m は, 直交座標系により表される物理空間中において, 格子点間隔を制御するために用いられる関数である. 物理空間中の格子点位置は, (6) 式の独立変数と従属変数を交換した次式から求められる.

$$\frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_n} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} + P_m \frac{\partial x_i}{\partial \xi_m} = 0 \quad (7)$$

(7) 式は楕円型の偏微分方程式であるので, 与えられた境界条件のもとに数値解を求めることができる.

基本変数として直交座標系上の変数を用いる場合, 一般座標系において (2) 式は次のように表される.

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \left(-g \delta_{2i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_m} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} + FU_i \right) \Delta t \quad (8)$$

なお, 物理空間と写像空間中の時間は同一であり, とともに t と表す.

自由液面のように, 境界形状が時間とともに変形する場合には, ALE 法¹⁴⁾に基づき, 各時間ステップごとに (7) 式を解いて格子生成を行う. この場合, 境界形

状の変形により内部の格子点位置も移動するため, x_i および ξ_m の時間微分が 0 とはならない. 従って, このような移動一般座標系においては, 基礎方程式中に格子点移動速度成分を含むものとなる. このため, (3) 式は次のように表される.

$$f(u_i^n) = -(U_m^n - U_{0m}^n) \frac{\partial u_i^n}{\partial \xi_m} + \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(\nu \frac{\partial u_i^n}{\partial \xi_n} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \quad (9)$$

ここに, U_m は流速の反変成分, U_{0m} は物理空間中の格子点の移動速度の反変成分であり, それぞれ以下のように定義される.

$$U_m = u_i \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \quad (10)$$

$$U_{0m} = \frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \quad (11)$$

また, 連続式は, 次のように表される.

$$\frac{\partial (JU_m^{n+1})}{\partial \xi_m} = 0 \quad (12)$$

ここに, J はヤコビアンであり, 次式で与えられる.

$$J = \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \quad (13)$$

2.3 QSI スキームによる移流項の解法

前報⁹⁾では, 直交座標系における等間隔 collocated 格子上で QSI スキームの適用方法を示したが, 一般座標系でもほぼ同様で, 以下のような手順をとる. まず, 写像空間中において, 格子点上に離散化された流速 u_i に対して, ξ_m 方向に 5 次スプライン関数 S_{im} を求める. スプライン関数を求めるための格子点は, 流速の反変成分 $U_m^n - U_{0m}^n$ の符号を考慮し, 風上側に 3 点, その反対側に 2 点とる. S_{im} は ξ_m に関する 5 次の多項式となるが, この 1 次の項の係数 C_{im1} を用いれば, (9) 式右辺第 1 項は次のように表される.

$$-(U_m^n - U_{0m}^n) \frac{\partial u_i^n}{\partial \xi_m} = -(U_m^n - U_{0m}^n) C_{im1} \quad (14)$$

5 次スプライン関数は, Herriot ら¹⁵⁾により提案された手法により求め, その係数 C_{im1} を用いて (14) 式により移流項を計算する.

2.4 流速と圧力の同時緩和

Rhie & Chow¹⁶⁾により提案された collocated 格子では, セル中心に流速と圧力を配置する. そして, 圧力と流速の振動解を防ぐために, さらにセル境界面で定義される流速を圧力計算に利用する.

この変数配置に従い、図-1-aに示すように、物理空間中においてセル中心に位置し、次式を満足する流速 $u_{c,i}$ を導入する。

$$u_{c,i}^{n+1} = u_i^n + (-g \delta_{2i} + F U_i) \Delta t \quad (15)$$

上式は、(8) 式から圧力項を除いたものとなっている。すなわち、

$$u_i^{n+1} = u_{c,i}^n - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_m} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \quad (16)$$

一方、図-1-aに示すように、セル境界上に $u_{b,i}$ なる流速を定義する。これらは $u_{c,i}$ を空間内挿することにより求める。

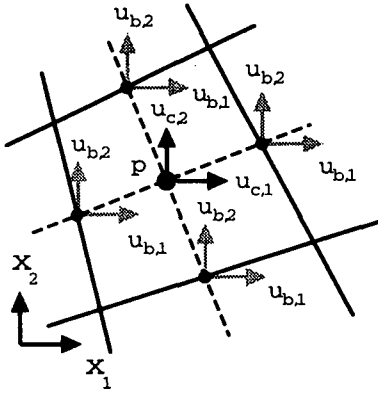


図-1-a 物理空間中の変数配置

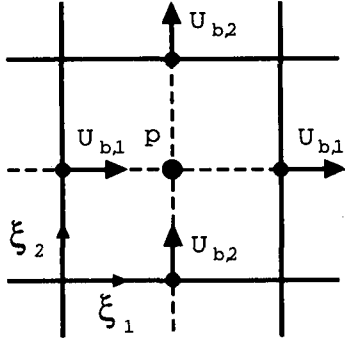


図-1-b 写像空間中の変数配置

図-1 各空間中の変数の定義位置

次に、図-1-bに示すように、セル境界上で流速の反変成分 $U_{b,m}$ を求める。 $U_{b,m}$ により表示された連続式と、collocated 格子で用いられる $U_{b,m}$ と圧力の関係式はそれぞれ次のように表される。

$$\frac{\partial (J U_{b,m}^{n+1})}{\partial \xi_m} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial U_{b,m}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} g^{mj} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_j} \quad (18)$$

ここで、 g^{mk} は基本テンソルの反変成分である。

$$g^{mk} = \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \quad (19)$$

$n+1$ ステップにおいて、(17) 式と (18) 式を同時に満足する流速と圧力を求めるため、HSMAC 法¹⁷⁾を利用する解法を考える。ここでは、一般座標系における collocated 格子上での解法となるため、この手法を C-HSMAC 法と表記することとする。 $n+1$ ステップにおける流速成分 $U_{b,m}^{n+1}$ と圧力 p^{n+1} が次のように (18) 式の時間方向の離散化式を満足するものとする。

$$U_{b,m}^{n+1} = U_{b,m}^n - \frac{\Delta t}{\rho} g^{mj} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial \xi_j} \quad (20)$$

一方、 n ステップにおける圧力を用いた次式を考える。

$$U_{b,m}^* = U_{b,m}^n - \frac{\Delta t}{\rho} g^{mj} \frac{\partial p^n}{\partial \xi_j} \quad (21)$$

(20) 式から (21) 式の各辺を引くと次式が導かれる。

$$U'_{b,m} = -\frac{\Delta t}{\rho} g^{mj} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j} \quad (22)$$

ここに、

$$U'_{b,m} = U_{b,m}^{n+1} - U_{b,m}^* \quad (23)$$

$$\phi = p^{n+1} - p^n \quad (24)$$

である。(23) 式を (17) 式に代入し、(22) 式を用いると、 ϕ に対する次のポアソン方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left(J g^{mj} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j} \right) \\ &= \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial \xi_m} (J U_{b,m}^*) \equiv \frac{\rho}{\Delta t} D^* \end{aligned} \quad (25)$$

C-HSMAC 法は、(22) 式、(23) 式、(24) 式および (25) 式を繰り返し解くことにより、連続式の誤差 D^* を十分小さくする方法である。

計算領域内の全てのセルにおいて、 $k+1$ 回目の更新値 D^{*k+1} が、与えられたしきい値 D_0^* より小さくなった時点で解が収束したと見なす。このとき、 D^{*k+1} は $J U_{b,m}^{n+1}$ の連続性に対する誤差に相当する。collocated 格子を用いた既往の流体計算でしばしば用いられてきた fractional step 法や SMAC 法¹⁸⁾では、定常解に到る過程において、圧力補正を行った後の $n+1$ ステップの流速成分の連続性は保証されていない。これに対して、C-HSMAC 法では $J U_{b,m}^{n+1}$ の連続性に対する誤差は D_0^* 以下に制御されていることになり、非定常問題や移動境界問題などを扱う際に有利である。

この C-HSMAC 法により p^{n+1} が得られるので、セル中心における $n+1$ ステップの流速は、(16) 式から求められる。なお、以下に示す計算例では、 D^* は固定境界問題では 10^{-8} 、自由液面問題では 10^{-10} とした。

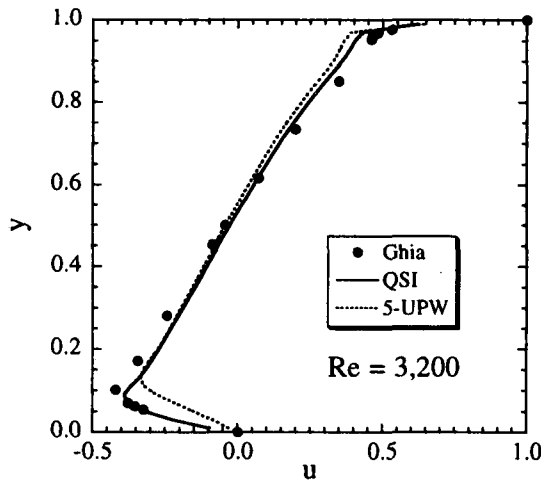


図-2-a u (50×50 uniform grid)

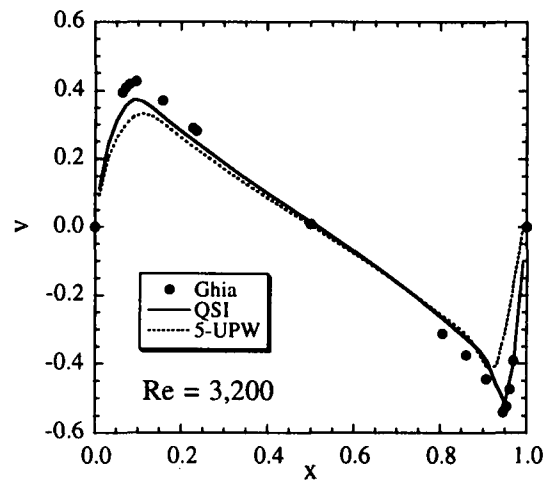


図-2-b v (50×50 uniform grid)

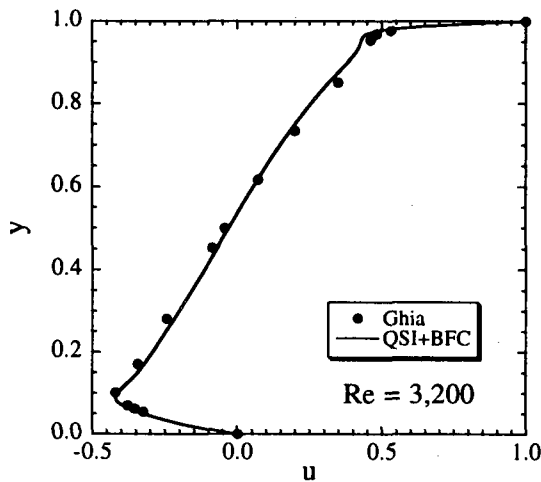


図-2-c u (42×42 non-uniform grid)

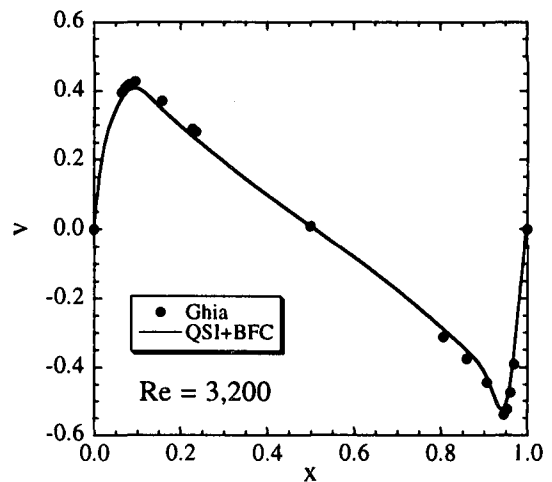


図-2-d v (42×42 non-uniform grid)

図-2 正方形キャビティ内の流速分布の比較

3. 計算手法の適用性

3.1 正方形キャビティ内の流れ

本報の流体計算手法を正方形キャビティ内の流れ¹⁹⁾に適用する。これは、計算スキームの精度比較を行うためのベンチマーク計算として過去にしばしば取り上げられているものである。最初にスキームの相違を見るため、比較的粗い等間隔格子(セル数 50×50)を利用した計算を行った。その結果、図-2-a、図-2-bに示すように、QSI スキームを用いた場合には、5 次風上差分より精度の高い結果が得られることが確認された。

次に、格子点を壁面近傍に密に配置した場合には、図-2-c、図-2-d に示されるように、QSI スキームでは、さらに少ないセル数 (42×42) でも Ghia¹⁹⁾ の結果とほぼ一致する解が得られた。

3.2 polar キャビティ内の流れ

図-3-a に示される polar キャビティ内の流れの計算を行う。同様の計算は最近横嶋・中山²⁰⁾ によっても行われている。図-3-b に生成したメッシュ分布 (42×42) を示す。図-3-b では、図-1-a の破線で示された格子線も表示されており、1 つのセルが 4 つのメッシュで構成されている。

u を半径方向、 v を円周方向の流速成分とすると、円周方向中央の半径方向断面上の u と v の結果を求めた。図-3-c に示すように、 $Re=60$ の条件では実験結果²¹⁾ とよく一致する解が得られた。一方、 $Re=350$ の場合では、図-3-d に示すように、実験結果との相違がわずかに見られる。これは、Fuchs ら²¹⁾ が指摘するように、実験では流れに 3 次元性が現れるためと考えられる。本報の計算結果は、Fuchs ら²¹⁾ の 2 次元計算の結果とは概ね一致する。

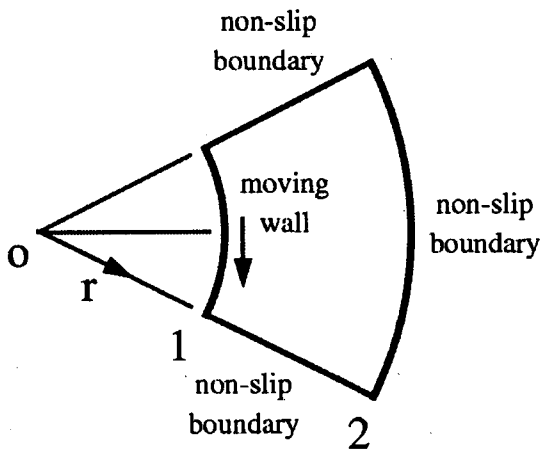


図-3-a polar キャビティ

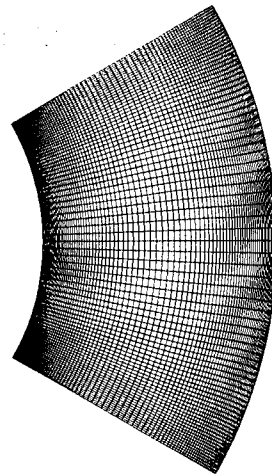


図-3-b 生成したメッシュ分布

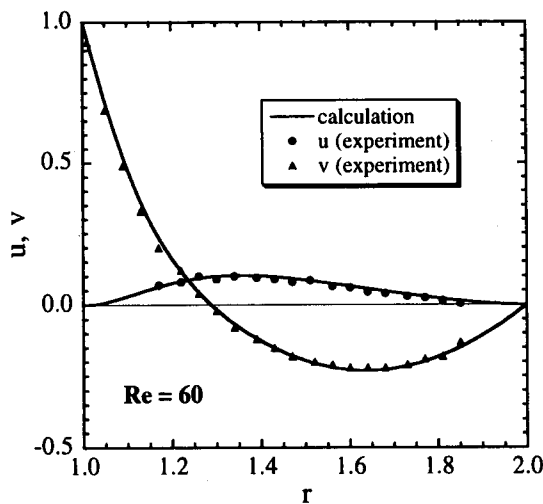


図-3-c 解析結果と実験結果の比較 (Re = 60)

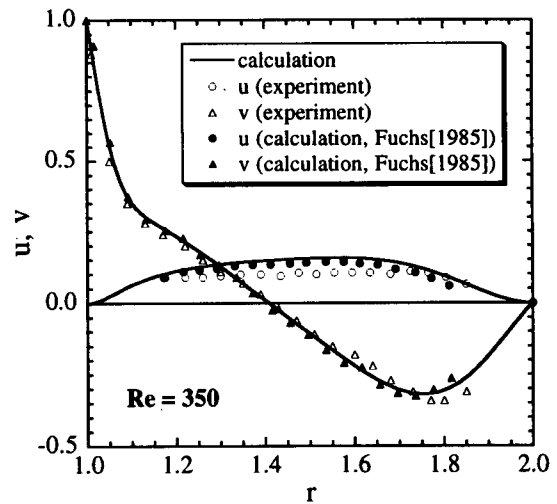


図-3-d 解析結果と実験結果の比較 (Re = 350)

図-3 polar キャビティ内流れの計算

3.3 矩形容器内の微小静振波

計算手法を矩形容器内に生ずる振幅が微小な静振波(セイシュ)へ適用し、理論解との比較を行う。図-4に示すように、矩形容器幅を l 、流体が静止した状態の水深を h とし、容器両端に腹、中央に節を持つ静振波を考える。この静振波は、初期条件として次式の水面形を与えることで発生する。

$$\eta = A \cos\left(\frac{\pi x_1}{l}\right) \quad (26)$$

ここに、 η は図-4に示すように、静止水面を基準とする水面高さである。これと同様の静振波の計算は、これまで解析手法の検証のためにしばしば行われているが^{22) 23)}、いずれも復元力として重力のみを考え、水面変動の定性的な挙動を見るものであった。ここでは、復元力として重力と表面張力の両方を考慮し、理論解との定量的な比較を行う。

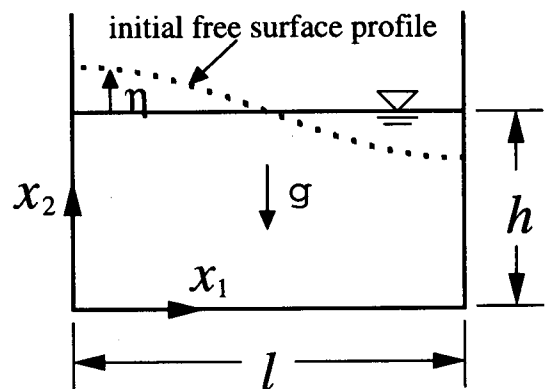


図-4 矩形容器の形状と座標系

容器内の流体が完全流体 ($\nu = 0$) であるとき、微小振幅波理論から得られる表面張力を考慮した分散関係式を用いると、この静振波の周期 T は次式で与えられる。

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k \left(g + k^2 \frac{\sigma}{\rho} \right) \tanh(kh)}} \quad (27)$$

k は波数で、ここでは $k = \pi/l$ となる。従って、初期水面形を (26) 式で与えると、流体が非粘性であるため、理論上は (27) 式の周期を有する水面振動が減衰せずに持続するものとなる。

上記のような微小静振波へ本報の計算手法を適用する。計算条件として、容器幅 l 、水深 h および流体密度 ρ をすべて 1.0 とし、初期条件として与える (26) 式の η の振幅は $A = 0.01$ とする。計算セル数は、 15×15 とした。非粘性流体の場合、液面上における流速の境界条件として応力境界条件が利用できないため、液面上で $\partial u_{si} / \partial \xi_2 = 0$ という条件を設定した。ここに、 u_{si} は液面上の流速成分である。圧力の境界条件としては、次式を用いた。

$$p_s = p_a - \frac{\sigma h_{xx}}{(1 + h_x^2)^{3/2}} \quad (28)$$

ここに、 p_s および p_a はそれぞれ液面上および気体側の圧力、 σ は表面張力である。また、 $h_x = \partial h / \partial x_1$ および $h_{xx} = \partial^2 h / \partial x_1^2$ である。

計算では、最初に σ あるいは g を 0 として、復元力が重力あるいは表面張力のみとなる静振波の計算を行い、得られた周期を (27) 式の理論値と比較した。図-5 は、重力波 ($\sigma = 0$) および表面張力波 ($g = 0$) の周期を理論値と比較した結果を示すものである。計算結果が理論値と一致することから、重力および表面張力の効果が適切に扱われていると考えられる。

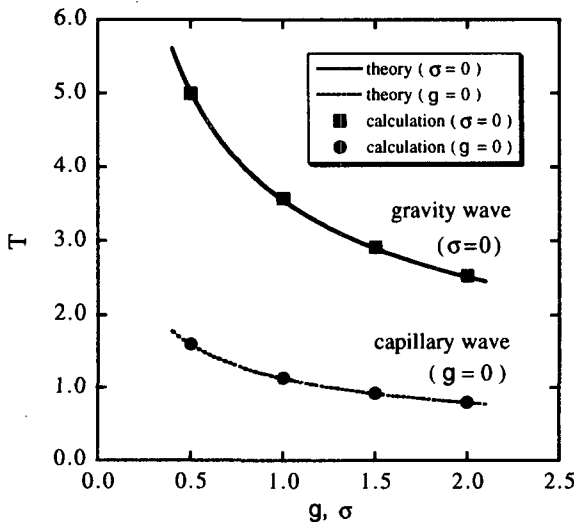


図-5 重力波および表面張力波の周期の比較

上記の計算で得られた容器両端 ($x_1 = 0, l$) における η の時間的な変動の一例を図-6 に示す。復元力が重力あるいは表面張力のいずれの場合でも、初期の水面形により生じた静振波が減衰せずに持続するものとなっている。

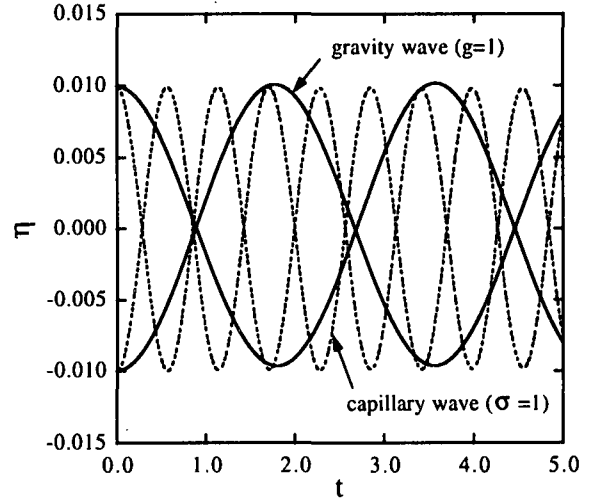


図-6 重力波および表面張力波の η の時系列

次に、重力と表面張力が同時に作用する場合の静振波の計算を行い、理論値と比較した。 $g = 1$ かつ $\sigma = 0$ のときの周期を T_0 とするとき、(27) 式にここでの計算条件を用いると、 T/T_0 は次式のように表される。

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 \alpha}} \quad (29)$$

ここに、 $\alpha = \sigma/g$ である。(29) 式と計算値を比較した結果を図-7 に示す。この結果から、重力と表面張力の両者が作用する場合の静振波の周期も適切に再現されることが示された。

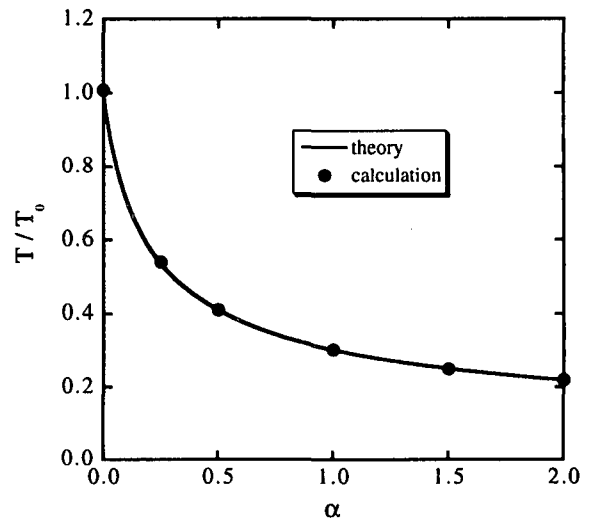


図-7 重力と表面張力が作用する静振波の周期の比較

3.4 容器内の自由液面流れ

図-8に示すような底面が移動壁となる容器内において、内部の流動とそれに伴う自由液面形状の計算を行う。両側面は流速が0である non-slip 壁とする。底面

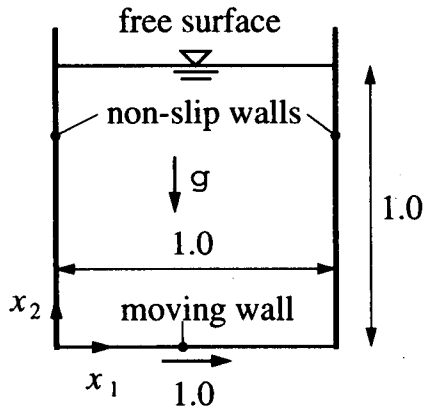


図-8 底面が移動壁となる容器内の計算条件

の移動速度は 1.0、容器幅と初期水深はともに 1.0 とし、流体の粘性は、移動速度と初期水深に基づく Reynolds 数が 320 となるよう設定した。また、流体の密度は 1.0、重力加速度は 0.5 とした。液面では表面張力および粘性の影響はないものとし、圧力境界条件は $p_s = p_a$ 、流速境界条件は $\partial u_{si} / \partial \xi_2 = 0$ とした。3.1 でより高 Re 数の流れが 42×42 の不等間隔セルで適切に解かれたので、これと同じ計算格子を用いた。静止状態を初期値とし、非定常計算を続けて定常解を求めた。

移流項に対して風上差分と QSI スキームを用いた 2 種類の計算を行い、結果を比較した。解析により得られた定常状態における流速ベクトル分布を図-9と図-10に示す。QSI スキームで得られた結果と比較すると、風上差分を使用した場合には容器内の循環流の中心がやや右下方に位置しており、数値粘性のため流速分布の拡散が大きい。

図-11は、定常状態における水深 h の x_1 方向の分布を比較したものである。図に示されるように、移流項に対する計算スキームの違いにより液面形状が異なる。3.1 の正方形キャビティ流れの計算結果などを考慮すると、ここでは QSI スキームを用いた計算結果が真値に近いと考えられるが、この相違が生じたことは、次のことを意味する。すなわち、液面が内部流動の影響を受ける場合、液面形状を数値解析で精度良く求めるためには、単に移動境界面の取り扱いだけでなく、基礎方程式中の移流項に対して高精度のスキームを用いる必要がある。従って、単純なスロッシング現象のような例題ではなく、一般の自由液面流れの問題を扱う場合には、ここで示した QSI 法を組み込んだ流体解析法は 1 つの有用な選択肢に成り得ると考えられる。

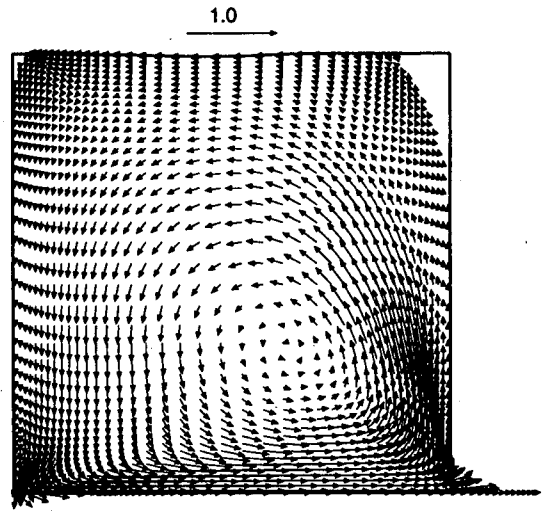


図-9 計算で得られた流速ベクトル (1 次風上差分)

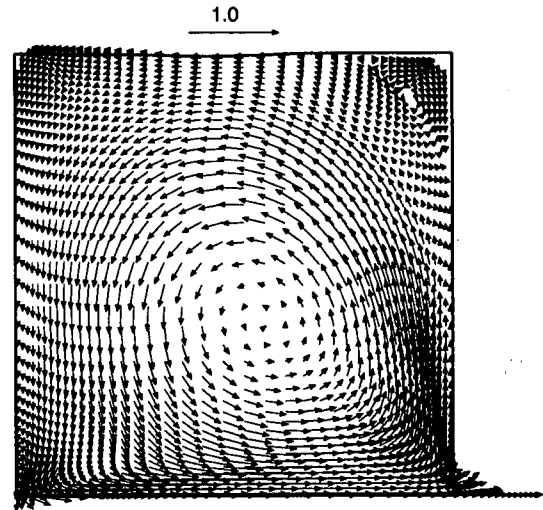


図-10 計算で得られた流速ベクトル (QSI スキーム)

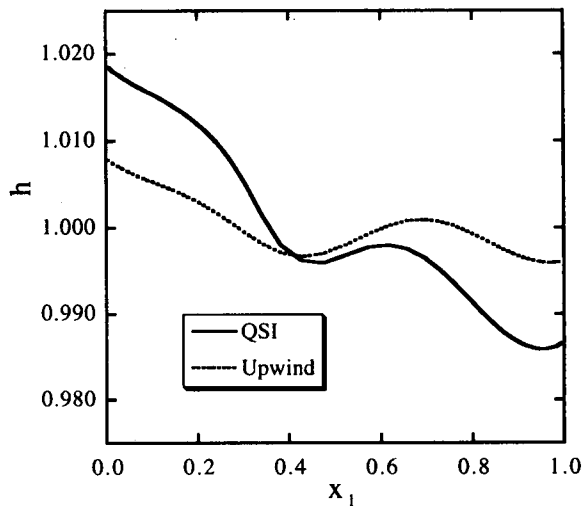


図-11 自由液面形状の比較

4. おわりに

本研究では、QSI スキームを用いた流体解析手法の適用性について検討を行った。同スキームを用いた一般的な流体解析法を得るため、一般座標系上における collocated 格子配置に基づく流体解析法の概要、すなわち写像空間中での QSI スキームの利用方法、また流速と圧力を同時緩和するための C-HSMAC 法などについて具体的な手順を示した。

この解析手法を正方形および polar キャビティ内の流れに適用した結果、ベンチマークの基準となる計算結果、あるいは実験結果によく一致する結果が得られ、計算スキームの精度が明瞭となる高レイノルズ数の流れなどでは、5 次風上差分手法より高精度であることが示された。

さらに、移動一般座標系へ拡張された本解析手法を自由液面流れへ適用した。重力および表面張力が復元力となる矩形容器内の微小静振波の計算を行った結果、理論解と一致する計算結果が得られることが示され、基本的な検証がなされた。次に、底面が移動壁となる容器内の自由液面流れの計算を行った。その結果、内部流動が液面に影響を与える場合、液面形状を数値解析で精度良く求めるためには、基礎方程式中の移流項に対して高精度のスキームを用いる必要があり、QSI スキームはこの点で有用性が高いことなどが示された。

参考文献

- 1) T. Kawamura and K. Kuwahara. Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness. *AIAA Paper*, Vol. 84-0340, 1984.
- 2) 宮内敏雄, 平田徹, 店橋護. 高次精度差分法による三次元一様等方性乱流の直接数値計算 (スペクトル法および実験との比較). 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 61, No. 592, pp. 4400-4405, 1995.
- 3) B. P. Leonard. A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Comput. Meths. Appl. Mech. Eng.*, Vol. 19, pp. 59-98, 1979.
- 4) T. Yabe and T. Aoki. A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation II. Two- and three-dimensional solver. *Computer Physics Communications*, Vol. 66, pp. 233-242, 1991.
- 5) T. Komatsu, F. M. Holly, N. Nakashiki, and K. Ohgushi. Numerical calculation of pollutant transport in one and two dimensions. *J. Hydrosoci. and Hydraul. Eng., JSCE*, Vol. 3, No. 2, pp. 15-30, 1985.
- 6) 朝位孝二, 小松利光, 大串浩一郎, 羽田野袈裟義. 移流方程式の高精度数値計算手法に関する研究. 土木学会論文集, Vol. II-42, No. 586, pp. 13-22, 1998.
- 7) 岩瀬世彦, 河本真司, 棚橋隆彦. 差分法による 3 次元移流方程式の高精度計算について. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 57, No. 540, 1991.
- 8) 宮内敏雄, 平田徹, 店橋護. 高次精度差分法による二次

- 元円柱周り流れの直接数値計算高次精度差分法による三次元一様等方性乱流の直接数値計算 (流出境界条件の検討). 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 62, No. 600, pp. 2942-2949, 1996.
- 9) 牛島省, 棚津家久, 山上路生, 坂根由季子. 5 次スプライン関数を用いた移流項の高次精度解析手法 (QSI 法) の提案. 水工学論文集, Vol. 45, pp. 571-576, 2001.
- 10) Y. Zang, R. L. Street, and J. R. Koseff. A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates. *J. Comp. Phys.*, Vol. 114, pp. 18-33, 1994.
- 11) 梶島岳夫, 太田貴士, 岡崎和彦, 三宅裕. コロケート格子による非圧縮流れの高次差分解析. 機械学会論文集 B 編, Vol. 63, No. 614, pp. 3247-3254, 1997.
- 12) J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi, and C. W. Mastin. *Numerical Grid Generation*. Elsevier Science, New York, 1985.
- 13) J. F. Thompson, F. C. Thames, and C. W. Mastin. Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies. *J. Comput. Phys.*, Vol. 15, No. 1, pp. 299-319, 1974.
- 14) C. W. Hirt, A. A. Amsden, and J. L. Cook. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, pp. 227-253, 1974.
- 15) John G. Herriot and Christian H. Reinsch. Procedures for quintic natural spline interpolation. *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 2, No. 3, pp. 281-289, 1976.
- 16) C. M. Rhie and W. L. Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- 17) C. W. Hirt and J. L. Cook. Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain. *J. Comp. Phys.*, Vol. 10, pp. 324-340, 1972.
- 18) A. A. Amsden and F. H. Harlow. A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations. *J. Comp. Phys.*, Vol. 6, pp. 322-325, 1970.
- 19) U. Ghia, K. N. Ghia, and C. T. Shin. High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *J. Comput. Phys.*, Vol. 48, pp. 387-411, 1982.
- 20) 横嶋哲, 中山昭彦. DNS 及び LES のための一般座標系コロケート格子を用いた差分法の開発と検証. 水工学論文集, Vol. 45, pp. 565-570, 2001.
- 21) L. Fuchs and N. Tillmark. *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 5, p. 311, 1985.
- 22) B. Ramaswamy. Numerical simulation of unsteady viscous free surface flow. *Journal of Computational Physics*, Vol. 90, pp. 396-430, 1990.
- 23) S. Ushijima. Three-dimensional arbitrary Lagrangian-Eulerian numerical prediction method for non-linear free surface oscillation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, pp. 605-623, 1998.

(2001 年 4 月 20 日 受付)