

数値流体解析による非定常空気力の算出について

Calculations of Unsteady Aerodynamic Forces using CFD

丸岡 晃*・平野 廣和**

Akira Maruoka and Hirokazu Hirano

*正会員 工博 八戸工業高等専門学校助手 建設環境工学科 (〒 039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1)

**正会員 工博 中央大学教授 総合政策学部 (〒 192-0393 東京都八王子市東中野 742-1)

This paper deals with a study on calculating unsteady aerodynamic forces of a bridge deck section using computational fluid dynamics (CFD). The large eddy simulation (LES) with the Smagorinsky sub-grid scale (SGS) model is applied for the turbulent model. The IBTD/FS finite element formulation is applied for the methodology of the numerical flow simulation. For a treatment of the flow around an oscillating structure, the whole domain rigidly moves the same translational and rotational motions as the structural motions without any deformation of the finite element mesh. In order to confirm the effectiveness of present technique, the flow analyses around a flat plate with vertical and rotational forced motions were performed, and present results were compared with the theoretical solutions.

Key Words : *unsteady aerodynamic forces, CFD, LES, Smagorinsky SGS model*

1. はじめに

長大橋梁に用いられることが多い比較的偏平な箱桁断面は、基本的に流れに対して鈍い形状であるため、耐風工学的には、その形状・振動諸元等によって各種の問題を発生させることがある。その一例として、高風速域においての自励振動である連成フラッターの発生が挙げられる。連成フラッターは、周知の通り橋梁本体を破壊させる可能性がある振動なので、フラッター安定性を評価することは、長大橋梁の耐風設計上必要不可欠である。この安定性の評価には、非定常空気力が多く用いられ、従来から風洞実験によるばね支持試験や非定常空気力測定試験によって推定されてきた。

一方、近年の急速な計算機性能の向上に伴い、数値流体力学 (CFD: computational fluid dynamics) が大きな進歩を遂げ、風工学の分野でも着実に成果を挙げている。特に、橋梁断面に作用する静的空気力の予測に関しては、これまで多くの研究¹⁾がなされ、その有効性が認知されつつある。また、動的問題に関しても、比較的辺長比の小さい断面については渦励振やたわみ 1 自由度のギャロッピングを解析した報告例^{1),2),3)}も見られる。しかしながら、連成フラッターやねじれフラッターの発生が予想される偏平な橋梁断面の非定常空気力の予測に関しては、未だ報告例^{4),5)}の数も少なく、信頼性ならびに精度の評価もこれからの課題となっている。

このような背景から、CFD が長大橋梁の耐風設計実務に取り入れられるためには、高い精度で橋梁断面に作

用する非定常空気力が解析可能な数値解析手法の開発が希求されている。よって、本論文では、橋梁断面に作用する非定常空気力を算出する数値解析手法の開発を目的とする。具体的には、基礎方程式に、large eddy simulation (LES) における Smagorinsky sub-grid scale (SGS) モデルによる空間的な filtering 操作を施した非圧縮粘性 Navier-Stokes 方程式を採用し、解析手法に、著者らが提案した IBTD/FS 有限要素法⁶⁾を用いる。また、振動する物体まわりの流れを扱うための動的解析手法に、有限要素メッシュを変形させず、領域全体を剛体的に振動させる方法を適用する。これらにより、非定常空気力を算出する解析手法を構築する。次に、本手法の妥当性の検証として、平板翼の理論値が存在する厚みのない平板のたわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析から、非定常空気力の算出を行い、理論値と比較することにより、本手法の有効性の確認を行う。

2. 基礎方程式

流れ場は、非圧縮性粘性流れとする。また、乱流モデルには、LES における Smagorinsky SGS モデルを適用する。本研究では、高レイノルズ数領域で偏平な断面まわりの流れを扱うため、剥離・再付着の現象をよく再現でき、さらに、非定常空気力の算出に直接起因する物体表面の変動圧力をより正確に求めることが必要になる。そこで、平均量・変動量とも実験とよく対応する解が得られることが知られている LES を用いた。

2.1 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式

解析領域を Ω とすると、非圧縮性粘性流れの LES による基礎方程式は、filtering 操作の施された以下の非圧縮性 Navier-Stokes 方程式によって表される。

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(p, \mathbf{u}) = 0 \quad \text{on } \Omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{on } \Omega \quad (2)$$

ここで、各変数は filtering による格子平均である。 $\mathbf{u}$ は流速、 p は圧力、 $\mathbf{f}$ は外力、 ρ は密度、また、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソルであり、次のように定義される。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(p, \mathbf{u}) &= -(p + \frac{2}{3} \rho k_t) \mathbf{I} + 2(\mu + \rho \nu_t) \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \\ \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) &= \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 μ は粘性係数、 $\mathbf{I}$ は単位テンソル、また、 k_t および ν_t は SGS 成分の乱流エネルギーおよび渦動粘性係数である。

境界条件は、以下のように入えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{on } \Gamma_g \quad (4)$$

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{h} \quad \text{on } \Gamma_h \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{n}$ は境界 Γ における外向き単位法線ベクトル、また、 Γ_g および Γ_h は、それぞれ、ディレクレおよびノイマン型境界条件に対応する境界である。

2.2 Smagorinsky SGS モデル

乱流モデルに Smagorinsky SGS モデルを導入した場合、SGS 成分の渦動粘性係数は以下になる。

$$\nu_t = (C_s h)^2 (2\varepsilon_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

ここで、 C_s は Smagorinsky 定数、また、 h は filter 幅であり、壁面付近では h に Van Driest の壁面減衰関数 $(1 - \exp(-y^+/25))$ を乗じている。

3. 数値流体解析手法

数値流体解析手法に有限要素法の解析手法である IBTD/FS 法⁶⁾を適用する。本手法において、運動方程式 (1) は IBTD 法、連続式 (2) は FS 法により離散化される。本手法では、流速と圧力は分離して求め、それぞれ、陰的に解くことになるが、代数方程式の行列が対称となる特徴を持つため、対称行列用の代数方程式の解法のみで解析することが可能である。本研究では、代数方程式の解法に SCG 法を用いた。また、有限要素には、流速と圧力に対して双 1 次の四角形要素を用いた。

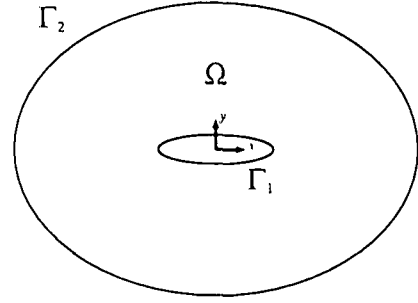


図 1 解析領域

4. 動的解析手法

振動する物体まわりの流れを扱うための動的解析手法に、有限要素メッシュを変形させず、領域全体を物体の運動に合わせて剛体的に並進および回転移動させる方法を適用する。本手法では、初期のメッシュさえあればよく、通常の ALE 法^{7),8),9)}と異なり、時間更新ごとのメッシュ変形を必要とせず、計算時間が削減される。

図-1 に示す解析領域 Ω の 2 次元物体まわりの流れを例として説明する。ここで、 Γ_1 は物体まわりの境界、 Γ_2 は物体から十分に離れた境界である。また、座標系の原点を物体の図心に置く。静的状態では、境界条件は以下になる。

$$\mathbf{u} = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (8)$$

ここで、 Γ_1 ではノンスリップ条件、 Γ_2 では一様流 $\mathbf{u}_0$ を与える。なお、静的三分力を算出する場合のような迎角の変化が必要な問題においても、式 (8) に相対的な方向を与えることによって、メッシュを変形させず、剛体的に扱うことも可能である。

物体の運動は、2 自由度並進移動および 1 自由度回転移動の 3 自由度となる。非定常空気力の算出には、たわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析が必要になる。たわみおよびねじれ振動は、それぞれ、鉛直方向のみの並進移動および回転移動に対応する。

4.1 並進移動

並進移動には、坂本らによる物体の並進移動による慣性項を逆符号の外力項として運動方程式に加える方法²⁾を適用する。

図-2 に示すような並進移動を考える。 $(\mathbf{x}, t)$ を固定座標系、 $\mathbf{U}$ を物体の移動速度とすると、物体と同様に並進移動する移動座標系 $(\boldsymbol{\xi}, \tau)$ は以下のように表される。

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} - \int_0^t \mathbf{U} dt \quad (9)$$

$$\tau = t \quad (10)$$

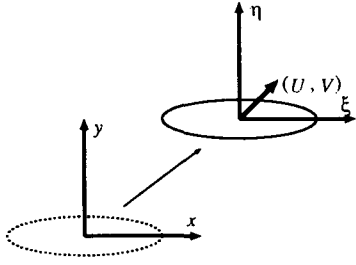


図-2 並進運動

また、境界条件は、 Γ_1 で物体の移動速度 U が与えられ、以下になる。

$$u = U \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (11)$$

$$u = u_0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (12)$$

式 (9)(10) から以下の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial t} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -U \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \tau} \\ \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (13)$$

また、物体の移動速度 U に対する相対速度は次式のようにになる。

$$v = u - U \rightarrow u = v + U \quad (14)$$

式 (13)(14) を基礎方程式 (1)(2) および境界条件 (11)(12) に代入すると、並進移動における基礎方程式と境界条件が以下のように得られる。

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial \tau} + v \cdot \nabla' v - f \right) - \nabla' \cdot \sigma'(p, v) = 0 \quad (15)$$

$$\nabla' \cdot v = 0 \quad (16)$$

$$v = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (17)$$

$$v = u_0 - U \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (18)$$

ここで、 $\nabla' = \frac{\partial}{\partial \xi}$ である。

本手法では、物体の移動速度 U に対する相対速度 v が未知数となる。並進移動は、物体の並進移動による慣性項 $\rho \frac{\partial U}{\partial \tau}$ と逆符号の外力項を領域全体に一定値として加えることによって表現している。なお、流速 u を未知数とした場合には、ALE 法^{7),8),9)} と一致する。

4.2 回転移動

回転移動には、差分法でよく用いられる時間を含めた一般座標変換による方法¹⁰⁾を適用する。ただし、有限要素法では一般座標に変換する必要がないため、座標変換は初期の有限要素メッシュの回転移動のみとする。

図-3 に示すような回転移動を考える。 (x, t) を固定座標系、 α を回転速度とすると、物体と同様に回転移

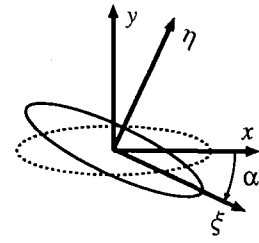


図-3 回転運動

動する移動座標系 (ξ, τ) は以下のように表される。

$$\xi = Rx \quad (19)$$

$$\tau = t \quad (20)$$

ここで、 R は回転行列であり、以下のように表される。

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (21)$$

また、境界条件は、 Γ_1 で物体の移動速度 U が与えられ、以下のようにになる。

$$u = U \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (22)$$

$$u = u_0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (23)$$

ここで、 $U = (\dot{\alpha}y, -\dot{\alpha}x)$ である。

式 (19)(20) から以下の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial t} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -U \\ 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \tau} \\ \frac{\partial f}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (24)$$

また、流速 u の回転を以下のように定義する。

$$u' = Ru \rightarrow u = R^{-1}u' \quad (25)$$

式 (24)(25) を基礎方程式 (1)(2) および境界条件 (22)(23) に代入し、さらに、運動方程式に左側から回転行列 R を乗じ、回転させると、回転移動における基礎方程式と境界条件が以下のように得られる。

$$\rho \left(\frac{\partial u'}{\partial \tau} + (u' - U') \cdot \nabla' u' - f \right) - \nabla' \cdot \sigma'(p, u') = 0 \quad (26)$$

$$\nabla' \cdot u' = 0 \quad (27)$$

$$u' = U' \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (28)$$

$$u' = Ru_0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (29)$$

ここで、 U' は移動座標 ξ によって表された移動速度であり、 $U' = (\dot{\alpha}\eta, -\dot{\alpha}\xi)$ となる。

本手法は、通常の ALE 法^{7),8),9)} に対して流速と運動方程式に回転移動を与えたものと一致する。なお、並進移動の場合と同じように、物体の回転移動 U' に対する相対速度 $v' = u' - U'$ を未知数とすることも可能であるが、その場合、並進移動のときと異なり、物体の回転移動による慣性項および境界 Γ_2 で与える境界条件が一定値とならない。

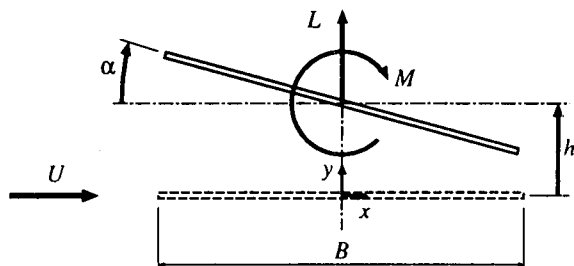


図-4 変位および空気力に関する座標系の定義

5. 平板の非定常空気力係数の算出

本解析手法の妥当性の検証のため、厚みのない平板のねじれおよびたわみ 1 自由度強制振動解析を行うことによって非定常空気力を算出し、平板翼の理論値との比較を行った。本来の目的は、流れの 3 次元性が顕著に現れる比較的高いレイノルズ数で、かつ、厚みのある断面での解析を目的として、LES を用いた非定常空気力の算出のための解析手法を開発したが、ここでは、本動的解析手法の妥当性の検証として、平板翼の理論値が存在する厚みのない平板での 2 次元解析を行うこととした。

5.1 非定常空気力係数

風速 U の気流中で弦長 B の平板が円振動数 ω で鉛直たわみ変位 h 、ねじれ変位 α の 2 自由度調和連成振動をしているときの非定常揚力 L および空力モーメント M は次式で表せる。

$$L = \pi \rho B^3 \omega^2 \left(C_{LH} \frac{h}{B} + C_{LA} \alpha \right) \quad (30)$$

$$M = \pi \rho B^4 \omega^2 \left(C_{MH} \frac{h}{B} + C_{MA} \alpha \right) \quad (31)$$

ここで、 C_{LH} 、 C_{LA} 、 C_{MH} 、 C_{MA} は、非定常空気力係数であり、複素数で示される。また、図-4 によって、変位および空気力に関する座標系を定義する。

5.2 解析条件

解析諸元を表-1 に示す。ここで、 D は見付け幅を示す。ただし、平板上に 2 重節点を配置することによって、平板に厚みを持たせていない ($D = 0$)。レイノルズ数 ($Re = 1.0 \times 10^5$) は長さスケールの代表長に弦長 B を用いている。また、迎角 $\alpha = 0^\circ$ 、 0.5° の静的解析は、動的解析の初期条件とする流れ場を得るために行ったものである。

平板の解析で用いた解析領域を図-5 に示す。平板は解析領域の中央に配置した。

静的解析の境界条件は、平板上と流入・上下端で式 (7)(8)、また、流出端で移流型境界条件を与えた。そ

表-1 解析諸元

平板諸元	$B/D = \infty$ ($D = 0$)
要素分割	230×112
最小要素長	$h_{\min} = 4.375 \times 10^{-4} B$
レイノルズ数	$Re = 1.0 \times 10^5$
時間増分	$\Delta t = 0.005 B/U$
モデル定数	$C_s = 0.1$
迎角 (静的解析)	$\alpha = 0^\circ, 0.5^\circ$

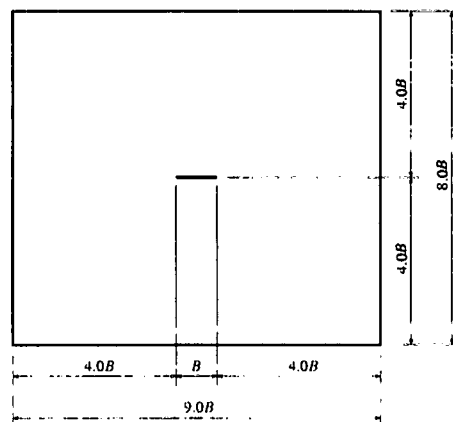


図-5 解析領域

して、動的解析の境界条件は、平板上と流入・上下端で、並進運動および回転運動に対して、それぞれ、式 (11)(12) および式 (22)(23)、また、流出端で移流型境界条件を与えた。移流型境界条件の与え方は、文献¹¹⁾と同様な流速と圧力の移流方程式を用いたが、ディレクレ型ではなく、移流方程式を流出側のトラクションに代入し、ノイマン型境界条件に変形して与えた。移流速度は、物体の運動に影響を受けないように流入条件と同様とした。

動的解析は、次式の変位により、それぞれ、たわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析を行う。

たわみ 1 自由度強制振動： $h = h_0 \cos \omega t$

ねじれ 1 自由度強制振動： $\alpha = \alpha_0 \cos \omega t$

動的解析のときの換算風速と加振振幅を表-2 に示す。換算風速は、 $U/(fB) = 2.5, 5.0, 10.0, 20.0$ の合計 4 ケースである。動的解析における初期条件は、たわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析に対し、それぞれ、迎角 $\alpha = 0^\circ$ および $\alpha = 0.5^\circ$ の静的解析によって得られた流れ場を用いた。よって、平板の移動速度が 0 からスタートするため、静的状態からなめらかに動的状態に接続することができる。動的解析における周期数は 3 周期とし、2 周期目と 3 周期目において非定常空気力係数を求めたところ、全て一致した解が得られた。

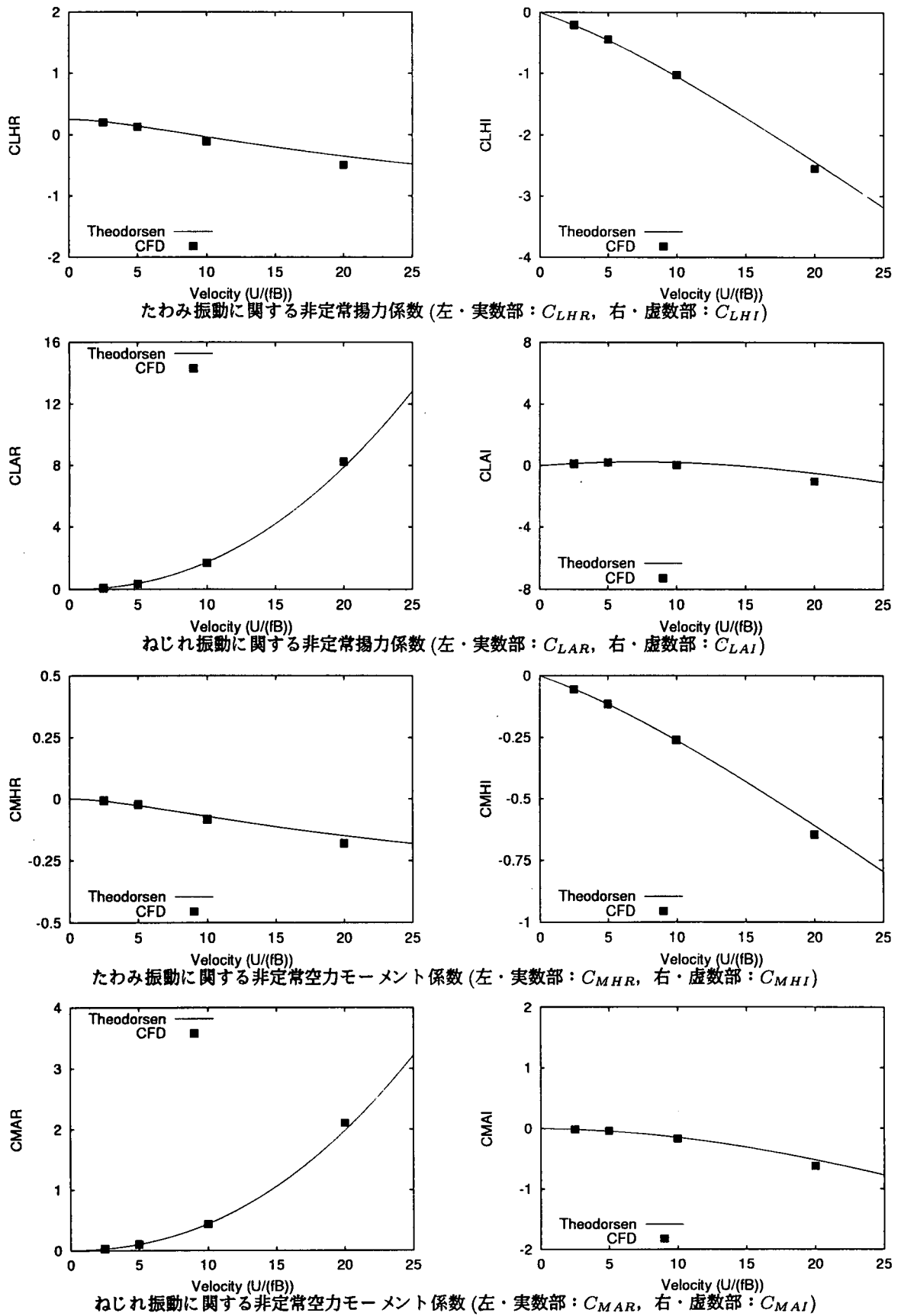


図-6 非定常空気力係数の解析結果と理論値の比較

表-2 換算風速と加振振幅

換算風速	$U/(fB) = 2.5, 5.0, 10.0, 20.0$
たわみ片振幅	$h_0 = 0.005B$
ねじれ片振幅	$\alpha_0 = 0.5^\circ$

表-3 静的空気力係数 (C_L, C_M) の勾配

	$\frac{dC_L}{d\alpha}$	$\frac{dC_M}{d\alpha}$
Theory	6.283	1.571
CFD	6.142	1.565

5.3 静的解析

表-3 に、数値解析により得られた静的空気力係数 (C_L, C_M) の勾配 ($\frac{dC_L}{d\alpha}, \frac{dC_M}{d\alpha}$) と非粘性のポテンシャル流れを仮定した平板翼の理論値との比較を示す。理論値に比べ数値解析により得られた揚力勾配は若干低い値を示しているものの、静的空気力 (C_L, C_M) の勾配は、理論値とほぼ同等な結果が得られた。よって、 C_L, C_M の勾配が共に理論値とほぼ一致していることから、粘性流れ ($Re = 1.0 \times 10^5$) の LES における 2 次元解析であっても理論値に従った流れを再現できていると考えられる。

5.4 動的解析

図-6 に、数値解析により得られた非定常空気力係数と Theodorsen による平板翼の理論値との比較を示す。換算風速 $U/(fB)$ が比較的高い解析結果においては、数値解析結果と平板翼の理論値とで定量的に完全な一致は見られなかった。これは、理論値が非粘性流れから得られるものであるのに対し、本解析では、粘性流れを取り扱っていることによると考えられる。しかし、低い換算風速から高い換算風速において、風速の変化に伴う非定常空気力の変化を定性的にとらえられていると考えられる。よって、非定常空気力の算出に関して、ここで提案した動的解析手法を適用することの有効性が示された。

6. おわりに

Smagorinsky モデルによる LES を適用した数値解析手法および領域全体を剛体的に移動させる動的解析手法を用いて、平板のたわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析を行い、非定常空気力の算出を行った。ここで得られた結果と平板翼の理論値とを比較し、風速の変化に伴う平板の非定常空気力の変化を定性的にとら

えることができた。これにより、本論で提案した解析手法が、長大橋梁の非定常空気力の算出方法として有望であることが確認された。今後は、比較的偏平な矩形断面や長大橋実断面に対する適用性の検討が課題である。

最後に、本研究の一部は、(財) 鹿島学術振興財団からの給付を受けたことを付記する。

参考文献

- 1) 土木学会構造工学委員会「風工学における数値計算の応用と評価」研究小委員会活動成果報告書, 1999.
- 2) 坂本 成弘, 持田 灯, 村上 周三: 振動する 2 次元角柱に作用する変動風圧力に関する LES と実験の比較, 建築学会構造系論文集, 第 470 号, pp.35-42, 1995.
- 3) 田村 哲郎, 伊藤 嘉晃: 動力学特性値の辺かによる空力不安定振動の応答評価, 建築学会構造系論文集, 第 504 号, pp.15-21, 1998.
- 4) 平野 廣和, 渡邊 茂, 丸岡 晃, 林 健一, 池ノ内 昌弘: 偏平箱桁断面の空力応答特性に関する流体と構造の連成解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.395-402, 1997.
- 5) 白井 秀治, 与口 正敏, 植田 利夫, 山口 映二: 長大吊橋断面の空気力特性に関する数値流体解析, 平成 11 年度非定常空気力懇談会, 1999.
- 6) 丸岡 晃, 太田 真二, 平野 廣和, 川原 陸人: 同次補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.383-394, 1997.
- 7) Hirt, C.W., Amsden, A.A. and Cook, J.L.: An arbitray Lagrangian Eulerian computing method for all flow speeds, *Journal of Computational Physics*, Vol.14, pp.227-253, 1974.
- 8) Hughes, T.J.R., Liu, W.K. and Zimmermann, T.K.: Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.29, pp.329-349, 1981.
- 9) 野村 卓史: ALE 法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, 土木学会論文集, Vol.416, pp.285-294, 1990.
- 10) Sterger, J.L.: Implicit finite-difference simulation of flow about arbitray two-dimensional geometries, *AIAA Journal*, Vol.16, No.7, pp.679-686, 1978.
- 11) 高橋 正倫, 田村 哲郎: Miliska 型スタガード格子による円柱まわりの流れのシミュレーション, 第 12 回数値流体力学シンポジウム, pp.141-142, 1998.

(2000 年 4 月 21 日 受付)