

特異摂動展開による非局所型構成則の誘導について

On Derivation of the Nonlocal Constitutive Law from the Singular Perturbation Method

小山 茂*

Shigeru KOYAMA

*正会員 博(工) 信州大学助手 工学部社会開発工学科(〒380-8553 長野市若里 4-17-1)

It is important to clarify activities of geological structures until earthquakes occur. In this paper, we propose a theory for numerical analysis to predict initiation and development of faults. The formulation is based upon the multiscale analysis and the faults are treated as localized deformations. Considering high order terms in the singular perturbation method, we deduce a nonlocal constitutive law, such that stresses are determined by not only strains but also strain gradients, whose effect dissolve a problem that the numerical results depend on the mesh size in finite element analysis.

Key Words : *geological structures, faults, multiscale analysis, localized deformation, strain gradient*

1. はじめに

地震発生に至るまでの地殻活動のメカニズムを明らかにすることは、我が国をはじめとする地震多発地帯に住む人々にとって重要で切実な問題である。これまでの我が国における地震に関する研究は、特定地域における観測網の整備や観測技術の高度化を中心に行われてきた。その一方で、現在だけではなく将来にわたる地殻活動の推移を把握し、できるだけ精度良く地震発生の可能性を予測するためには、数値シミュレーション技術の開発も不可欠であると思われる。測地学審議会地震火山部会の中間報告においても、今後の基本方針の一つの柱として、観測技術と結びついた数値シミュレーション手法の開発が挙げられている¹⁾。

地殻構造の数値シミュレーションを実現させるためには、解決すべき事項が幾つか生じると予想されるが、当面は以下に示す二点が問題となるであろう。第一点は、解析領域が極めて広大であることに起因する、計算機上でのメモリの確保である。例えば、有限要素法によって市町村レベルの広さを解析しようとする場合でも、解析領域は最低数キロから数十キロのオーダーとなる。地殻構造の均質性は全く期待できないので、全領域(以下巨視構造)に比較してかなり小さな領域(以下微視構造)で地殻構造の物性が変化すると、微視構造を考慮した解析を行うためには、膨大な数のメッシュ分割すなわち膨大な量のメモリが必要となる。第二点は、断層のモデル化の問題である。断層の位置、方向が観測データに基づいてある程度特定されている場合には、断層をジョイント等の特殊要素でモデル化し解析することが可能である。ところが、将来起り得る地震は必ずしも既存の断層が震源になるとは限らず、将来に発生する断層が震源

となる可能性も考慮しなくてはならない。このような場合、断層の発生をも予測できるようなモデルが必要となるであろう。

本研究では上記二点の問題の解決を念頭に置き、断層の発生と進展とを統一的に扱えるモデル解析のための一理論を提案する。定式化は、特異摂動展開²⁾に基づいたマルチスケール解析によって行う。この手法を用いると、微視構造と巨視構造に対して別個の境界値問題を設定できることが知られている。初めに微視構造を対象とした有限要素解析を行い、次に微視構造解析の結果を用い巨視的な材料物性を算定して巨視構造を対象とした有限要素解析を行い、最後にその結果を用いて微視構造の力学的挙動を算定することが可能となるためメモリの効率化をはかることができるようになり、第一の問題点を解決できる。第二の問題点に関しては、断層を変形の局所化した領域と見なすことによって対処する。一般に変形の局所化解析において問題となるのは、通常の連続体力学に基づく解析を行うと、局所化する領域がメッシュサイズに依存し、要素数を増加させても解が一つに収束しないという点にある³⁾⁴⁾。これに対しメッシュ依存性を解消するような数々の構成則が提案されてはいるものの、一般的に構成則自体が複雑になり過ぎるという嫌いがある。詳しくは後に説明するが、本研究では特異摂動展開の高次項を考慮することによって、巨視的な応力がひずみだけではなくひずみ勾配によっても決定されるということを導いている⁵⁾。応力がひずみ勾配にも依存するという考えは、一般化連続体力学⁶⁾に属するものである。本来は微視構造を有する材料の力学的挙動を記述するために提案された理論であるが、有限要素解析による変形の局所化問題に適用すると解のメッシュ依存性は改善されることが知られている⁷⁾⁸⁾。本手法に従えば、

メッシュサイズ依存性の問題を解決でき、構成則も比較的簡潔な形で表現されるというメリットがある。

2. 定式化

2.1 解析対象

解析対象の一例として、図-1 に示すような、内部に微視構造を有する材料から構成される構造を考える。各材料は弾塑性体であるものとする。図中の D と d はそれぞれ、巨視構造および微視構造のスケールを表しているが、前者は後者に比較して極めて大きいものとし、この D と d により ε を

$$\varepsilon = \frac{d}{D} \ll 1 \quad (1)$$

で定義する。空間座標を $\mathbf{X}$ として、変位、ひずみ、応力をそれぞれ $u_i(\mathbf{X})$, $\epsilon_{ij}(\mathbf{X})$, $\sigma_{ij}(\mathbf{X})$ と表記する。弾性定数に関しては、微視のスケールで変化することを考慮して $C_{ijkl}(\mathbf{x})$ と表すことにする。ここで、 $\mathbf{x} = \varepsilon^{-1}\mathbf{X}$ は微視スケールに導入した座標系である。

もし解析対象が均一構造であるならば、有限要素解析の際には D のオーダーでメッシュ分割をすれば十分である。しかしながら、このような構造全体の力学的挙動が微視構造の配置および物性に支配されるということは過去の様々な研究により指摘されていることであり、正確な計算を行うためには d のオーダーでメッシュ分割しなくてはならない。これは、必要とされる計算機メモリのことを考えると、現在ではほぼ実現不可能であるということに注意しておく必要がある。

2.2 特異摂動展開

特異摂動展開に基づくマルチスケール解析によって、巨視的スケールと微視的スケールに対してそれぞれ別個の境界値問題を誘導する。マルチスケール解析の一つである均質化法⁹⁾においては、微視構造の空間的配置が周期性を有するものと仮定し、巨視的弾性定数の算定は $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限を取ることによって評価しているが、本解析では微視構造の空間的配置の周期性は仮定せず、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限も考えない。また、形式的に線形問題に対する記述をするが、非線形問題に関しては線形問題の結果を増分形式で表すことにより直接応用することが可能であることを断っておく。

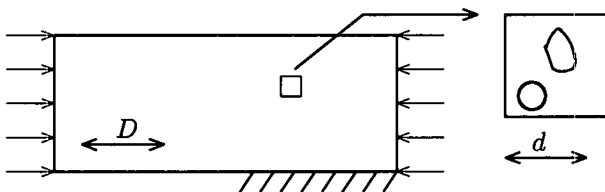


図-1 解析対象の一例

変位 $u_i(\mathbf{X})$ を特異摂動展開する。

$$u_i(\mathbf{X}) \approx \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n u_i^n(\mathbf{X}, \mathbf{x}) \quad (2)$$

簡単のために、体積力が無いものとして上式をつり合い式

$$\sigma_{ij,i}(\mathbf{X}) = \{C_{ijkl}(\mathbf{x})u_{k,l}(\mathbf{X})\}_{,i} = 0$$

に代入するが、 $\mathbf{x}$ の定義により連鎖則が適用されることに注意すると

$$\begin{aligned} & \varepsilon^{-2} d_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) d_l u_k^0(\mathbf{X}, \mathbf{x})\} \\ & + \varepsilon^{-1} [D_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) d_l u_k^0(\mathbf{X}, \mathbf{x})\} \\ & + d_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) (D_l u_k^0(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + d_l u_k^1(\mathbf{X}, \mathbf{x}))\}] \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n [D_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) (D_l u_k^n(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + d_l u_k^{n+1}(\mathbf{X}, \mathbf{x}))\} \\ & + d_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) (D_l u_k^{n+1}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + d_l u_k^{n+2}(\mathbf{X}, \mathbf{x}))\}] \\ & = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

が得られる。ここで、 D_i と d_i はそれぞれ、 $\partial/\partial X_i$ および $\partial/\partial x_i$ を表す。

ε^1 より高次の項は微小とみなし無視できるものとして、 ε^0 次の項まで上式を解くことを考える。 $u_i^0(\mathbf{X}, \mathbf{x})$ は巨視的変位であると定義すると、 $u_i^0(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = u_i^0(\mathbf{X})$ のように $\mathbf{X}$ のみの関数となるため、 ε^{-2} の項は自動的に 0 になる。

ε^{-1} の項に関しては、巨視的変位と微視的変位を関連付ける 3 階のテンソル $\chi_{ijk}^1(\mathbf{x})$ を新たに導入することにより

$$u_i^1(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = \chi_{ijk}^1(\mathbf{x}) D_j u_k^0(\mathbf{X}) \quad (4)$$

のように変数分離すると

$$d_i [C_{ijkl}(\mathbf{x}) \{I_{klmn} + d_l \chi_{kmn}^1(\mathbf{x})\}] = 0 \quad (5)$$

となる。ここで I_{ijkl} は 4 階の単位テンソルである。上式を見ても明らかのように、 ε^{-1} の項からは $\chi_{ijk}^1(\mathbf{x})$ についての微分方程式が得られることが分かる。

ε^0 の項については、ある領域で $\mathbf{x}$ に関して積分をする

$$D_i \int_{\mathbf{x}} C_{ijkl}(\mathbf{x}) \{I_{klmn} + d_l \chi_{kmn}^1(\mathbf{x})\} d\mathbf{x} d_n u_m^0(\mathbf{X}) = 0 \quad (6)$$

と書くことができる。いま $\bar{C}_{ijkl}$ を

$$\bar{C}_{ijkl} = \int_{\mathbf{x}} C_{ijmn}(\mathbf{x}) \{I_{mnkl} + d_n \chi_{mkl}^1(\mathbf{x})\} d\mathbf{x} \quad (7)$$

によって定義すると、式 (6) は以下のように書くことができる。

$$D_i \{\bar{C}_{ijkl} D_l u_k^0(\mathbf{X})\} = 0 \quad (8)$$

上式は、数学的には $u_i^0(\mathbf{X})$ に関する二階の偏微分方程式であるが、 $\bar{C}_{ijkl}$ を巨視的な弾性定数であるとみなすと、物理的には巨視的スケールに関するつり合い式であると解釈できる。

解析の手順は、はじめに微視構造に対する支配方程式である式(5)を適当な境界条件の下で解き、その結果を式(7)に代入して巨視的平均弾性を算定する。次に、式(8)によって $u_i^0(\mathbf{X})$ を実際の境界条件の元で解き、巨視的な変位を求める。微視的変位については、巨視的解析結果で求めた $u_i^0(\mathbf{X})$ と微視的解析で求めた $\chi_{ijk}^1(\mathbf{x})$ を式(2)と式(4)に代入することによって計算することができる。この手法によって、微視スケールの挙動と巨視スケールの挙動とを関連付けさせながら、それぞれに対して別個の境界値問題を設定できるようになるため、計算機メモリの効率化をはかることが可能となる。

2.3 微視構造の境界条件と平均弾性

式(5)が本解析の出発点であるとは述べたが、解析で得られるすべての諸量は $\chi_{ijk}^1(\mathbf{x})$ の値に依存する。したがって、微視構造を解析する際の境界条件の設定方法には注意を払う必要がある。

均質化法のように、微視構造の空間的配置が周期的であると仮定する場合には、巨視的平均弾性は唯一の値として決定することができる。ところが、一般の不均一な材料の微視構造に対しては、その周期性が必ずしも満たされるとは限らないであろう。そこで、同一の平均ひずみを生じさせるような条件の下での、あらゆる境界値問題におけるひずみ場について成立する不等式¹⁰⁾

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}} \epsilon_{ij}^{\Sigma} C_{ijkl} \epsilon_{kl}^{\Sigma} d\mathbf{x} \\ & \leq \int_{\mathbf{x}} \epsilon_{ij}^G C_{ijkl} \epsilon_{kl}^G d\mathbf{x} \leq \int_{\mathbf{x}} \epsilon_{ij}^E C_{ijkl} \epsilon_{kl}^E d\mathbf{x} \quad (9) \end{aligned}$$

を用い、巨視的平均弾性の上下界を求めることによって対処する。ここで、上付きの Σ, G, E はそれぞれ、一様応力境界条件、一般の境界条件、一様ひずみ境界条件を与えたときに得られる諸量を表すものとする。

いま、ひずみ場についても特異摂動展開を施すと、 $u_i^0(\mathbf{X})$ に関する項が

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}^{0\Sigma}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) &= \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1\Sigma}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) \\ \epsilon_{ij}^{0G}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) &= \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1G}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) \\ \epsilon_{ij}^{0E}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) &= \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1E}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) \quad (10) \end{aligned}$$

となり、更にある領域に関して積分すると

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}} \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1\Sigma}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = D_j u_i^0(\mathbf{X}) \\ & \int_{\mathbf{x}} \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1G}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = D_j u_i^0(\mathbf{X}) \\ & \int_{\mathbf{x}} \{I_{ijkl} + d_j \chi_{ikl}^{1E}(\mathbf{x})\} D_k u_l^0(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = D_j u_i^0(\mathbf{X}) \quad (11) \end{aligned}$$

が得られる。つまり、平均ひずみに関しては境界条件によらず一定の値になることが分かる。式(10)を式(9)に代入して式(11)を考慮すると、

$$\bar{C}_{ijkl}^{\Sigma} \leq \bar{C}_{ijkl}^G \leq \bar{C}_{ijkl}^E \quad (12)$$

となる。ここで $\bar{C}_{ijkl}^{\Sigma}, \bar{C}_{ijkl}^G, \bar{C}_{ijkl}^E$ はそれぞれ、一様応力、一般、一様ひずみ境界条件下で得られる平均弾性であり、

$$\begin{aligned} \bar{C}_{ijkl}^E &= \int_{\mathbf{x}} C_{ijmn}(\mathbf{x}) \{I_{mnkl} + d_n \chi_{mkl}^{1E}(\mathbf{x})\} d\mathbf{x} \\ \bar{C}_{ijkl}^G &= \int_{\mathbf{x}} C_{ijmn}(\mathbf{x}) \{I_{mnkl} + d_n \chi_{mkl}^{1G}(\mathbf{x})\} d\mathbf{x} \\ \bar{C}_{ijkl}^{\Sigma} &= \int_{\mathbf{x}} C_{ijmn}(\mathbf{x}) \{I_{mnkl} + d_n \chi_{mkl}^{1\Sigma}(\mathbf{x})\} d\mathbf{x} \quad (13) \end{aligned}$$

を満足する。

最も現実の構造を反映するような巨視的弾性定数 $\bar{C}_{ijkl}$ は $\bar{C}_{ijkl}^G$ に相当することは明らかで、常に

$$\bar{C}_{ijkl}^{\Sigma} \leq \bar{C}_{ijkl} \leq \bar{C}_{ijkl}^E \quad (14)$$

を満足する必要がある。しかし、これ以上 $\bar{C}_{ijkl}$ を具体的に特定することは不可能であろう。そこで本手法では、微視構造に対して一様ひずみ境界条件と一様応力境界条件だけの解析を行い、得られた結果は各所量に対する上界と下界を示すものとする。

2.4 ひずみ勾配依存構成則

前章の議論を更に進め、式(3)を ϵ^1 の項まで解くことを考える。 ϵ^{-1} の項までの計算は前と同様であるが、それ以降の項については形式的に

$$\begin{aligned} & \bar{C}_{ijkl} D_i D_l u_k^0(\mathbf{X}) + \epsilon \bar{C}_{ijklm} D_i D_l D_m u_k^0(\mathbf{X}) \\ & + R_j(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

と書くことができる。ここで、 $\bar{C}_{ijklm}$ は

$$\bar{C}_{ijklm} = \int_{\mathbf{x}} C_{ijpq}(\mathbf{x}) \{d_q \chi_{pklm}^2(\mathbf{x}) + \chi_{pkl}^1(\mathbf{x}) \delta_{qm}\} d\mathbf{x} \quad (16)$$

によって決定される。 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。 $R_j(\mathbf{X}, \mathbf{x})$ は余剰項であり、その表現と扱いについては後に説明することにする。また、 $\chi_{ijkl}^2(\mathbf{x})$ は巨視的変位と微視的変位の2次項を関連付ける4階のテンソルであり、

$$u_i^2(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = \chi_{ijkl}^2(\mathbf{x}) D_k D_l u_j^0(\mathbf{X}) \quad (17)$$

となるように変数分離したときに定義される量である。実際に計算を行う際には、前章の巨視的平均弾性の算定と同様に上界と下界の二つの値を求めることになる。例えば一様ひずみ境界条件が与えられる時には、

$$\bar{C}_{ijklm}^E = \int_{\mathbf{x}} C_{ijpq}(\mathbf{x}) \{d_q \chi_{pklm}^{2E}(\mathbf{x}) + \chi_{pkl}^{1E}(\mathbf{x}) \delta_{qm}\} d\mathbf{x} \quad (18)$$

とすれば良い。一方、 $\chi_{ijkl}^2(\mathbf{x})$ に関する支配方程式については、式(15)が成立するために余剰項 $R_j(\mathbf{X}, \mathbf{x})$ が0になる必要があるという条件から、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} R_j(\mathbf{X}, \mathbf{x}) &= d_i \{C_{ijkl}(\mathbf{x}) d_l \chi_{kmpq}^2(\mathbf{x})\} + d_i \{C_{ijkp}(\mathbf{x}) \chi_{kmq}^1(\mathbf{x})\} \end{aligned}$$

$$+C_{pjkl}(x)\{d_l\chi_{kmq}^1(x)\}+C_{pjm q}(x)-\bar{C}_{pjm q}=0 \quad (19)$$

いま、巨視的変位 $u_i^0(\mathbf{X})$ を摂動展開すると、

$$u_i^0(\mathbf{X}) \approx \sum_{n=0} \varepsilon^n U_i^n(\mathbf{X}) \quad (20)$$

上式を式 (15) に代入すると、 $U_i^0(\mathbf{X})$ と $U_i^1(\mathbf{X})$ に関して、

$$\bar{C}_{ijkl}D_iD_lU_k^0(\mathbf{X})=0$$

$$\bar{C}_{ijkl}D_iD_lU_k^1(\mathbf{X})+\bar{C}_{ijklm}D_iD_lD_mU_k^0(\mathbf{X})=0 \quad (21)$$

となる二つの支配方程式が得られる。ここで、上式第2式目を以下のように変形する。

$$D_i\bar{C}_{ijkl}D_l\{\delta_{lt}U_k^1(\mathbf{X})+(\bar{C})_{klpq}^{-1}\bar{C}_{pqrst}D_sU_r^0(\mathbf{X})\}=D_i\bar{C}_{ijkl}D_lA_{kl t}(\mathbf{X})=0 \quad (22)$$

したがって、摂動展開した巨視的変位の1次の項 $U_i^1(\mathbf{X})$ は

$$U_k^1(\mathbf{X})=A_{kll}(\mathbf{X})-(\bar{C})_{klpq}^{-1}\bar{C}_{pqrst}D_sU_r^0(\mathbf{X}) \quad (23)$$

と書くことができる。 $U_i^1(\mathbf{X})$ は上式により求めることもできるが、巨視的な量 ($U_i^0(\mathbf{X})$) が変動量 ($U_i^1(\mathbf{X})$) を平均 (積分) することにより得られるという平均化の理論を思い起こせば、 $U_i^0(\mathbf{X})$ は $U_i^1(\mathbf{X})$ の勾配に直接関係づけられることが期待できる。つまり、 $A_{kll}(\mathbf{X})$ は近似的に無視することが可能であり、 $U_i^0(\mathbf{X})$ と $U_i^1(\mathbf{X})$ との関係は

$$U_i^1(\mathbf{X}) \approx \Xi_{ikl}D_lU_k^0(\mathbf{X}) \quad (24)$$

と置くことができる。ここで Ξ_{ijk} は

$$\Xi_{ijk}=-(\bar{C})_{ilmn}^{-1}\bar{C}_{mnjkl} \quad (25)$$

である。式 (20) と式 (24) とを式 (2) に代入することにより、変位 $u_i(\mathbf{X})$ と $U_i^0(\mathbf{X})$ との関係が

$$u_i(\mathbf{X}) \approx U_i^0(\mathbf{X})+\varepsilon\{\Xi_{ikl}+\chi_{ikl}^1(x)\}\{D_lU_k^0(\mathbf{X})\}+\cdots \quad (26)$$

で近似できる。またその逆関係は

$$U_i^0(\mathbf{X}) \approx -\varepsilon\{\Xi_{ikl}(\mathbf{X})+\chi_{ikl}^1(x)\}\{D_lu_k(\mathbf{X})+\cdots \quad (27)$$

である。上式の左辺は $\mathbf{X}$ のみの関数、右辺は $\mathbf{X}$ と x の関数となっているが、左辺に関しても x について平均をとることにより近似的に $\mathbf{X}$ のみの関数とすることができる。そこで上式の x についての平均をとった後、式 (21) の第一式に代入すると巨視的スケールに関するつり合い式が得られる。

$$D_i\{\bar{C}_{ijkl}D_lu_k(\mathbf{X})+\varepsilon\bar{C}_{ijklm}D_lD_mu_k(\mathbf{X})\}=0 \quad (28)$$

ここで $\bar{C}_{ijklm}$ を改めて

$$\bar{C}_{ijklm}=-\bar{C}_{ijpl}\left\{\Xi_{pkm}+\int_x\chi_{pkm}^1(x)dx\right\} \quad (29)$$

と置いた。式 (28) の第二項目は、ひずみ勾配がつくる応力成分と解釈することができる。したがって、巨視的応力 $\sigma_{ij}(\mathbf{X})$ は

$$\sigma_{ij}(\mathbf{X})=\bar{C}_{ijkl}\epsilon_{kl}(\mathbf{X})+\varepsilon\bar{C}_{ijklm}\epsilon_{klm}(\mathbf{X}) \quad (30)$$

のように表現でき、巨視的応力がひずみだけではなくひずみ勾配によっても決定されることが分かる。ここで、ひずみ勾配 $\epsilon_{ijk}(\mathbf{X})$ は

$$\epsilon_{ijk}(\mathbf{X})=\frac{1}{3}\{D_jD_ku_i(\mathbf{X})+D_kD_iu_j(\mathbf{X})+D_iD_ju_k(\mathbf{X})\} \quad (31)$$

で定義される。式 (28) を $\sigma_{ij}(\mathbf{X})$ を用いて表しておくと

$$D_i\sigma_{ij}(\mathbf{X})=0 \quad (32)$$

であり、ひずみ勾配を考慮してもつり合い式は満足されることが分かる。

3. 数値解析例

ここでは、極簡単な数値解析例を示す。図-2 に示すような棒部材の変位制御による一軸引っ張りに本手法を適用し、定性的な評価を行う。ヤング率を $E=2\times 10^4\text{N/mm}^2$ とするが、中央部 $x=95\text{mm}$ から $x=105\text{mm}$ までの区間については図-3のような微視構造を有するものと仮定する。ユニットセルの斜線部の応力-ひずみ関係を、現象論的ではあるが図-4 のような軟化型とし、 $h=-0.1E$ 、各材料の強度 σ_t を 2N/mm^2 を基準にして最大 $\pm 10\%$ の範囲で乱数によりばらつきを持たせた。また巨視的平均弾性等の各所量は問題の設定上、ユニットセルの境界条件が一樣ひずみの場合のみにについて計算している。

図-5 に数値解析によって得られた荷重-変位曲線の一例を示す。20要素と80要素の結果には多少のばらつきが認められるものの、通常の連続体力学に基づく有限要素解析に見られるような、メッシュ数が増加するにつれて軟化後の曲線の傾きが急になっていくようなことはなかった。各要素数に対して荷重-変位曲線はほぼ一定であると考えて良く、ひずみ勾配の効果が現れているものと考えられる。

4. おわりに

特異摂動展開に基づくマルチスケール解析によって、断層の発生と進展とを統一的に扱うことを念頭に置いた一理論を提案した。このモデルによって、計算機メモリ使用の効率化と断層の扱い方に関する問題が解決できる可能性はある。しかしながら今回は、簡単な一次元の解析によって変形の局所化が有限要素メッシュサイズに依存しないということを確認しただけであり、現実の断層圧縮破壊時の変形の局所化問題の数値解析手法としての妥当性に関しては検証できていない。そこで今後は

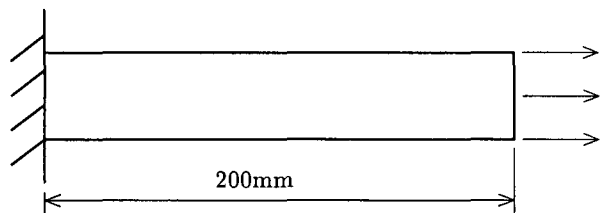


図-2 解析対象

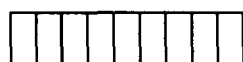


図-3 ユニットセル

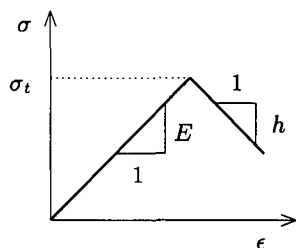


図-4 応力-ひずみ関係

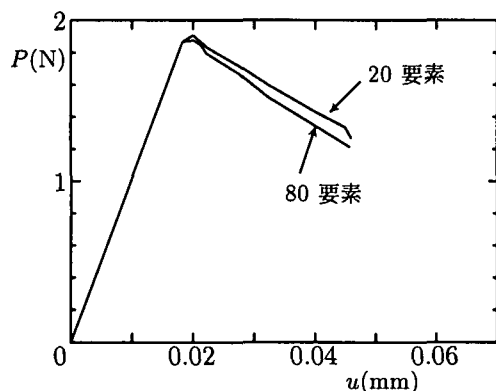


図-5 荷重-変位曲線

参考文献

- 1) 地震予知のための新たな観測研究計画の推進について（中間報告），測地学審議会地震火山部会，1998.
- 2) Kevorkina, J. and Cole, J. D. : *Multiple Scale and Singular Perturbation Methods*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- 3) 富田佳宏：有限要素法による大変形弾塑性問題解析の展望，塑性と加工（日本塑性加工学会誌），Vol. 36, No. 408, pp. 2-9, 1995.
- 4) Pietruszczak, S. T. and Mroz, Z. : Finite element analysis of deformation of strain-softening materials, *J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 17, pp. 327-334, 1981.
- 5) 小山茂，堀宗男：微視構造を有する変形の局所化，計算工学講演会論文集，Vol. 4, No. 2, pp. 753-754.
- 6) Kunin, I. A. : *Elastic Media with Microstructure I*, Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 26, 1982.
- 7) Aifantis, E. C. : On the microstructural origin of certain inelastic models, *J. Engrg Mater. Tech.*, Vol. 106, pp. 326-334, 1984.
- 8) Bazant, Z. P. and Lin, F. B. : Nonlocal yield limit degradation, *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, Vol. 26, pp. 1805-1823, 1998.
- 9) Guedes, J. M. and Kikuchi, N. : Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Comput. Mech. Appl. Engrg.*, Vol. 83, pp. 143-198, 1991.
- 10) Hori, M. and Nemat-Nasser, S. Double-Inclusion Model and overall moduli of multi-phase composites, *Mech. Mat.*, Vol. 14, pp. 189-206, 1993.
- 11) 寺田賢二郎，菊地昇：非均質弾塑性体のマルチスケール解析のための一般化アルゴリズム，土木学会論文集，No. 633/I-49, pp. 217-229, 1999.

(2000 年 4 月 21 日 受付)

二次元，三次元問題へと拡張し，実際に地殻活動の数値シミュレーションへと適用できるかどうかの具体的な検討を行う予定である。また最近，均質化法分野において，two-scale 収束論に基づいた漸近展開を行わない新しいマルチスケール解析法が提案されている¹¹⁾。それと同時に，従来方法による計算結果が離散誤差を含む可能性を指摘しているため，この点についても検討を行う予定である。