

断層上の動力学的破壊モデルパラメタの推定法に関する研究

An Inversion Method to Analyse Dynamic Rupture Parameters of Faults

谷山 尚

Hisashi TANIYAMA

正会員 理修 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 浦和市下大久保255)

An inversion method to infer dynamic rupture parameters of earthquake faults is presented. An earthquake fault is divided into subfaults. Assuming that stress drop occurs within the subfault and that stress drop in other area of the fault is 0, the ground motion generated by each subfault is calculated. The seismic wave of an earthquake can be expressed as the sum of the waves of each subfault. The rupture time and the stress drop of each subfault are used as dynamic rupture parameters. I applied the inversion method to a simple model using synthetic seismogram generated numerically by 3-D finite difference method. The inferred parameters are exactly the same as the ones used to calculate synthetic seismogram.

Key Words: inversion, fault dynamics, rupture

1. はじめに

断層近傍の地震動に対しては断層上でどのような破壊が生じたかが大きな影響を与える。地震動予測の観点からも断層上で破壊過程を詳細に知ることは重要である。断層上でどのような破壊が起きたかを調べるために、これまでに数多くのインバージョン解析がなされてきている(例えば Hartzel and Heaton¹⁾, Takeo²⁾など)。しかしその多くは運動学的モデルに基づいた解析である。

運動学的モデルによる解析では、震源断層をいくつかの小断層(サブフォルト)に分割して、それぞれのサブフォルト内である時刻にすべりが発生した際に生じる地震波形を計算し、それらのサブフォルトからの波の重ね合わせで断層全体ですべりが起きた際に生じる地震動を表す。そして観測された地震波形と上記の重ね合わせた地震波形を比較して個々のサブフォルトにおける破壊時刻とすべり量を推定するのが一般的である。この際、断層上ですべり時間関数を予めランプファンクションなどの形で適当に与える。そのため運動学的モデルを用いた解析では必ずしも物理的に適切な解が得られるとは限らない。

このような問題は動力学的モデル(例えば Miyatake³⁾, Toki and Miura⁴⁾など)を用いれば生じない。動力学的モデルは断層上の破壊基準や応力降下量などから地震動を計算するモデルであり、すべり時間

関数についてはあらかじめその形を仮定するものではなく、計算の結果求まるものになる。

しかし、運動学的モデルで取られているような、断層をいくつかのサブフォルトに分割してそれらのサブフォルトからの波を重ね合わせる手法をそのまま動力学的モデルを用いた解析に適用するには問題がある。動力学的モデルを用いて個々のサブフォルトから生じる地震動を求め、それらをそのまま重ね合わせても断層全体を破壊させた際に生じる地震動と一致しないからである。これは個々のサブフォルトを破壊させるとサブフォルト外部の応力や変位が変化し、それらを単純に足し合わせると断層全体を破壊させた場合の応力や変位の分布とは異なってしまうためである。

Quin⁵⁾は1979年のImperial valleyの運動学的インバージョン結果をもとに動力学的モデルによる地震動の計算を試行錯誤的に行い、その中で最もよく一致するモデルを探すという方法によって動力学的モデルパラメタの推定を行っている。

Fukuyama and Mikumo⁶⁾は、動力学的モデルですべり時間関数を計算し、そのすべり時間関数を用いて運動学的モデルによるインバージョンを行って運動学的モデルパラメタを求め、さらに運動学的モデルパラメタを動力学的パラメタに変換するという手法を繰り返すことで1990年の伊豆大島近海の地震の解析を行っている。Ide and Takeo⁷⁾もほぼ同様な方法を採用して1993年の釧路沖地震の解析を行っているが、解を安定的に

求めるために最初に運動学的モデルによるインバージョンをしている。これらの解析において、動力学的モデルと運動学的モデルのパラメータは1対1に陽に関連しているものではないため、パラメータの変換の際にも誤差が入る可能性がある。

堀川・平原⁹⁾は動力学的モデルですべりの時刻歴を求め、そのすべりとグリーン関数をconvolutionすることで波形を計算する方法を用いて、運動学的モデルによるインバージョンを介さずに直接動力学的パラメータを求める試みを数値実験により行い、パラメータの内、応力降下量は比較的よく求まるのに対して強度は非線形性が強いために精度よく求めるは難しいと報告している。

一方、澤田¹⁰⁾は有限要素法を用いて断層上の個々の要素上で単位偶力を与えた際の地震波形を計算し、それらの重ね合わせで、断層全体が破壊した際に生じる地震動が表せることを示した上で、逆解析を試みている。その際、観測点での波形だけでなく、断層上での応力波形についても求めており、この応力波形についても重ね合わせを行うことで、破壊強度を推定するとともに破壊強度からの応力降下量（動的応力降下量）を推定することで残留応力を求めている。予めモデルパラメータを与えて計算した波形をもとに行ったインバージョン解析では、概してよい推定値が得られているものの、非線形性が強いために完全に正しい値は得られていない。

これらの他に、運動学的モデルによるインバージョン結果を元にして動的破壊を再現することによって、実際に起きた地震の断層上の破壊過程を詳細に調べた研究として、例えばIde and Takeo¹⁰⁾、Day et al.¹¹⁾、Olsen et al.¹²⁾等がある。

本研究では、断層面上のそれぞれの点で単位応力降下が起きた際の波形を重ね合わせて観測波形を表すことができるようなサブフォルト分割を行うことで、動力学的破壊モデルパラメータを観測波形から直接推定する方法を提案し、その手法によってパラメータが正しく求まるかどうかについて簡単なモデルを用いてテストした。

2. 解析手法

本解析では断層上の動力学的破壊モデルパラメータの推定法を提案する。そして予め適当なモデルパラメータを与えて震源断層全体を破壊させることによって計算した地表上の観測点での地震波形（模擬観測波形）を基に、提案した方法によってそれらのパラメータを正しく推定できるかどうかについてテストする。地震波形

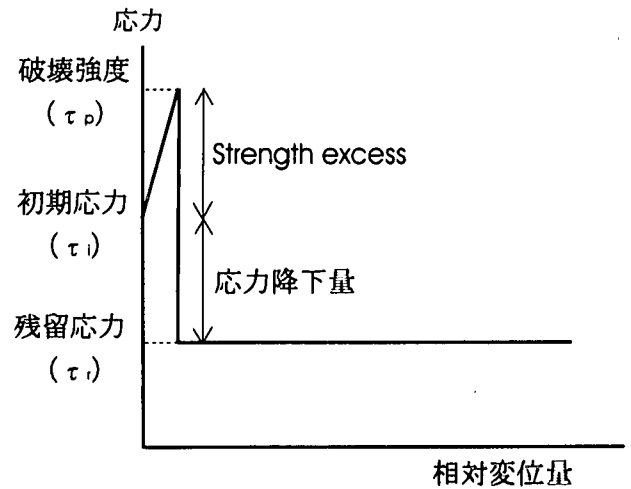


図-1 仮定した応力と相対変位量の関係

の計算は3次元差分法を用いて行い、動力学的破壊モデルパラメータとしては、破壊時刻と応力降下量を用いた。

2.1 動力学的モデル

地震は断層に沿う破壊現象であるので、断層運動は亀裂（クラック）の動的成長過程としてモデル化できる。このようにモデル化してシミュレーションする際には一般には破壊基準・破壊強度分布・初期応力分布・残留応力分布が必要であるが、本解析では断層面上での応力と相対変位量の関係として図-1に示したような関係を仮定し、応力降下量（ $\tau_i - \tau_r$ ）と破壊が起こる時刻をパラメータとした。すなわち、断層面上の点における初期応力からの剪断応力増分（ $\Delta\tau$ ）を、 $t < t'$ の時

$$\Delta\tau = \mu \left(\frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (1)$$

$t \geq t'$ の時

$$\Delta\tau = \tau_r - \tau_i \quad (1)'$$

とする。ここで t は時刻、 t' はその点における破壊時刻であり、 μ はラメの定数、 Δu は変位増分、 s および n はそれぞれすべりの方向と断層法線方向を表し、 τ_i 、 τ_r は図-1に示したようにそれぞれ初期応力、残留応力である。パラメータとして破壊強度 τ_p （或いは破壊強度と初期応力の差として定義される Strength excess）を用いなかったのは、波形からは破壊時刻の方が直接的に推定可能であることに加え、破壊強度は計算グリッドに依存する値であること、さらに、破壊時刻と応力降下量が推定されれば、それらを元に断層破壊を再構築することで破壊時刻直前の応力の値として破壊強度を推定することが可能であるためである。

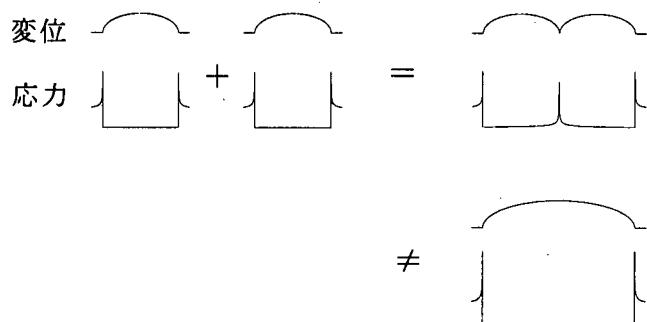


図-2 2つのサブフォルトを重ね合わせた場合の変位・応力分布（上図）と2倍の長さの断層の変位・応力分布（下図）の模式図

すべり時間関数については(1)および(1)'の条件に基づいて計算した結果自動的に求められる。

2.2 サブフォルトモデル

上述のように震源断層を単純にサブフォルトに分割して、それらから生じる波を重ね合わせても、断層全体を破壊させたときに生じる地震動とは一致しない。これは図-2に模式的に示したように、両者の間で断層上の変位・応力分布が異なることから明らかである。本解析では、震源断層をいくつかのサブフォルトに分割して、それぞれのサブフォルト内での破壊時刻と応力降下量の推定を試みるが、個々のサブフォルトから生じる波を重ね合わせた波形と、断層全体を破壊させた場合の波形が一致するようにするため、サブフォルトからの地震動を計算する際には、断層面上での点(ξ)における剪断応力増分 $\Delta\tau(\xi)$ に以下のような条件を課した。

$t < t'(\xi)$ の時

$$\Delta\tau(\xi) = \mu \left(\frac{\partial \Delta u_s}{\partial x_n} + \frac{\partial \Delta u_n}{\partial x_s} \right) \quad (2)$$

$t \geq t'(\xi)$ の時

$$\Delta\tau(\xi) = \tau_i - \tau_j \quad (\xi \text{ がサブフォルト内の点}) \quad (2)'$$

$$\Delta\tau(\xi) = 0 \quad (\xi \text{ がサブフォルト外の震源断層内の点})$$

(2)''

すなわち、震源断層をいくつかのサブフォルトに分割するが、個々のサブフォルトから生じる波形の計算をする際に、そのサブフォルト外部を非破壊領域とするのではなく、震源断層全体に渡って破壊するものとして計算を行う。ただし、破壊時刻に達した際の応力降下はそのサブフォルト内でのみ起こるものとし、そのサブフォルト外部かつ震源断層内の点では、その点における破壊時刻以降は応力増分は0（応力降下量が0）、すなわち初期応力と等しくなるものとする。このような条件によって個々のサブフォルトから生じる波

形を計算した上で、それらの波形を重ね合わせると、(1)および(1)'の条件に基づいて震源断層全体を破壊させた場合に生じる地震動と一致する。

前述したように澤田⁹⁾においては、破壊強度および破壊強度からの応力降下量（動的応力降下量）を動力的破壊モデルパラメタとしているため、サブフォルト外部の応力時刻歴についても予め計算し保持しておく必要があるが、上述のようなサブフォルトモデルを用いたことにより、本研究においては破壊時刻と初期応力からの応力降下量をパラメタに選ぶことも可能になり、それに伴ってサブフォルト外部の応力時刻歴を保持する必要はなくなっている。

2.3 インバージョン手法

i 番目の観測点における時刻 t_i の観測速度波形を $O_i(t_i)$ と表し、j 番目のサブフォルト解析で計算された i 番目の観測点での速度波形を $v_{ji}(t_i, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)$ と書く。ここで、 $\Delta\tau_j^d$ は j 番目のサブフォルトの応力降下量、 t_k^r は k 番目のサブフォルトの破壊時刻、N はサブフォルトの総数である。このとき、観測波形と個々のサブフォルトからの波の和として表した合成波形との間の残差の二乗和(e)は以下のように書ける。

$$e(\mathbf{p}) = \sum_{i,l} [O_i(t_l) - \sum_j v_{ji}(t_l, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)]^2 \quad (3)$$

ここで

$$\mathbf{p} = (\Delta\tau_1^d, \Delta\tau_2^d, \dots, \Delta\tau_N^d, t_1^r, \dots, t_N^r)^t$$

である。

本解析ではこの残差の二乗和を最小にするように $\mathbf{p}$ すなわち、各サブフォルト内の応力降下量と破壊時刻を求めるが、 $v_{ji}(t_i, \Delta\tau_j^d, t_1^r, t_2^r, \dots, t_N^r)$ は t_k^r の非線形関数になるため、イタレーションを行って推定値を求めた。各イタレーションステップではパラメタの先験値は独立で平均は0、分散は一定としたダンプ付き最小二乗解を用いた¹³⁾。

2.4 解析モデル

本解析では上で提案した手法によって応力降下量と破壊開始時刻の2つのパラメタが推定可能であるかどうかをテストすることに主眼を置き、計算には非常に単純なモデルを用いた。地下構造は一様と仮定し、P波速度、S波速度、密度はそれぞれ5200m/s、3000m/s、2.5g/cm³とした。震源断層については、断層幅6km、断層長8km、傾斜角90度、断層上端の地表からの深さが1kmの横ずれ断層とした。座標は、図-3のように、原点を地表面かつ断層中央上にとり、断層面がxy平面上にのるようにして、断層面に平行な水平方向をx軸、地表面に垂直な方向（上下方向）をy軸、断層に

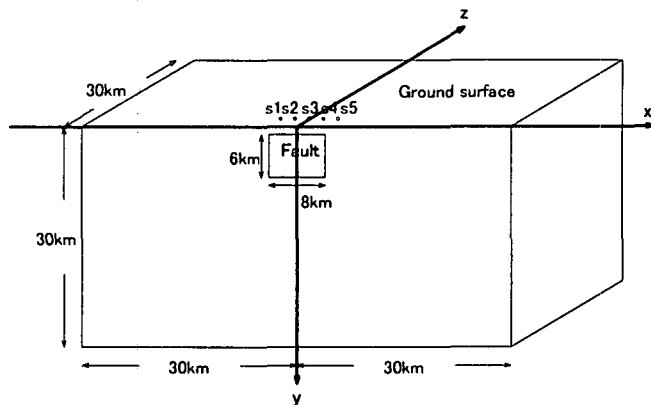


図-3 解析モデル

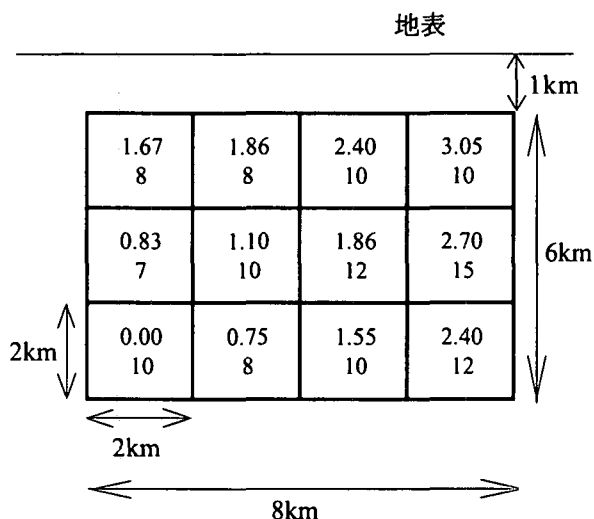


図-4 震源断層の分割図および模擬観測波形の動力学的破壊パラメータ分布. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

直交する水平方向をz軸とした. 断層を含む面に関する対称性を考慮して断層の片側半分だけをモデル化し, $-30\text{km} \leq x \leq 30\text{km}$, $0\text{km} \leq y \leq 30\text{km}$, $0\text{km} \leq z \leq 30\text{km}$ を計算領域として, 以下の, 運動方程式と弾性体の構成式を時間で微分した式を, 格子間隔を500mとしたスタッガード格子を用いた3次元差分法¹⁴⁾により, 時間間隔0.02秒で12秒間計算した.

$$\rho \dot{v}_i = \tau_{ij,j} \quad (4)$$

$$\dot{\tau}_{ij} = \lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (5)$$

ここで, ρ は密度, λ , μ はラメの定数, δ はクロネッカのデルタ, $\dot{\cdot}$ は時間微分, j はj成分での微分を表す.

震源断層を図-4のように2km×2kmの12個に分割した. 模擬観測波形を計算するための断層全体を破壊させる解析においては分割した断層内で同一の破壊時刻と応力降下量を与えて解析し, 個々のサブフォルトから生じる地震動の計算の際には分割したそれぞれ

1.67 10	1.86 10	2.36 10	3.00 10
0.83 10	1.18 10	1.86 10	2.64 10
0.00 10	0.83 10	1.67 10	2.50 10

図-5 モデルパラメータの初期値分布. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

1.663 8.00	1.874 8.00	2.415 10.0	3.046 10.0
0.822 7.00	1.100 10.0	1.866 12.0	2.715 15.0
0.00 10.0	0.745 8.00	1.551 10.0	2.400 12.0

図-6 インバージョンで得られたパラメータの推定値. 上が破壊時刻(s), 下が応力降下量(MPa).

の断層をサブフォルトとした.

模擬観測波形を計算する際に用いたパラメータを図-4に示す.

動力学的破壊モデルパラメータを推定する際の初期モデルでは破壊伝播速度をS波速度の0.8倍, 応力降下量を10MPaとした(図-5). 本解析ではモデルの単純化のためにこれらの応力降下は1タイムステップで生じるものとし, 摩擦特性については考慮しなかった.

地表の観測点は, 断層近傍で且つ断層全体をカバーできるように, 図-3に示したように断層から直交方向に2km離れた5点(s1($x=-4\text{km}$, $z=2\text{km}$), s2($x=-2\text{km}$, $z=2\text{km}$), s3($x=0\text{km}$, $z=2\text{km}$), s4($x=2\text{km}$, $z=2\text{km}$), s5($x=4\text{km}$, $z=2\text{km}$))とし, 解析には水平方向2成分(断層平行・断層直交)の速度波形を用いた. なお, 震源断層全体を破壊させた場合の波形が, 個々のサブフォルトを破壊させた際に生ずる波形の和として厳密に表せる条件を課すことを優先し, 波形にはフィルターをかけず, 計算された波形をそのまま扱った.

3. 解析結果

イタレーションを5回行った結果求めた結果を図-6に示す. 上段が破壊時刻, 下段が応力降下量の推

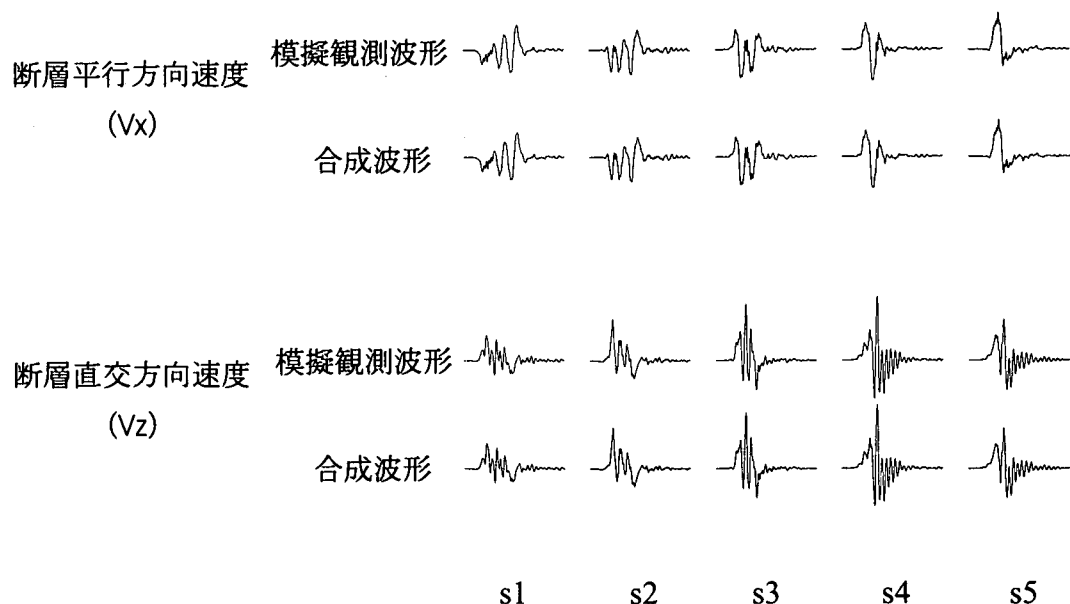


図-7 各観測点における模擬観測波形とインバージョン結果から合成した波形の比較図。上が断層平行方向水平速度波形、下が断層直交方向水平速度波形。

定値である。

1 タイムステップを 0.02 秒として計算しているため、求めた破壊時刻は模擬観測波形を計算するための破壊時刻データ（図-4）と全て同じタイムステップ内にあり、破壊時刻は正しく求まっている。また、応力降下量の推定値は元のデータと完全に一致しているが、これは破壊時刻が正しく求められた上で応力降下量のみを推定することは線形インバージョンになることによるものである。

図-7に、それぞれの観測点において、断層平行方向水平速度波形（上図）と断層直交方向水平速度波形（下図）を、模擬観測波と解析結果を元にサブフォルトからの波形を重ね合わせた合成波形について比較する。それぞれの波形の比較図において、上の波形が模擬観測波形、下の波形が合成波形である。破壊時刻・応力降下量ともに正しく推定されていることから両者の波形は全ての観測点においてどちらの成分も一致している。

本解析では提案した手法で動力的破壊モデルパラメタを推定可能であるかどうかのチェックを主目的としているため、模擬観測波形作成の際にも、サブフォルトの計算を行う場合と全く同様に断層を分割し、分割したそれぞれの領域内では破壊時刻・応力降下量ともに一定の値を取ると仮定し、また模擬波形にノイズをいっさい与えず、計算波形にフィルターをかけないなど、模擬地震波形をサブフォルトからの波の和として完全に表現できる条件下で計算している。さらに観

測点についても断層近傍に断層全体をカバーするように非常によい条件で配置している。これら条件は、実際に観測された波形を解析することを想定すると必ずしも妥当ではないといえるであろう。元のデータを完全に推定できたのはこれらの理由によるものと考えられる。今後、より現実に近い破壊過程や想定されるノイズを与えた模擬データを用いて解析を行うと共に、解析結果が初期値の選び方にどの程度影響を受けるかを調べるなどして、本手法の妥当性及び安定性について検討を加えた上で、実際に観測された地震動に対して適用し、動力的破壊パラメタの推定を行っていきたいと考えている。

4. 結論

本研究では、動力的破壊モデルパラメタを推定するための解析手法を提案した。本手法では震源断層をサブフォルトに分割してそれぞれのサブフォルトにおける破壊時刻と応力降下量を推定するが、個々のサブフォルトから生じる地震波形を計算する際に、応力降下はそのサブフォルト内でのみ生じるが、震源断層の他の領域でも破壊時刻になると応力は初期応力に一致するという条件を課して解析を行う。このような条件で個々のサブフォルトから生じる波を計算することで、震源断層全体を破壊させた際に生じる地震動を個々のサブフォルトからの波形の和として表せることを示し、非常に簡単なモデルを用いて数値的に作成し

た模擬観測波形から本解析手法によって震源断層の動
力学的破壊モデルパラメタの推定が可能かどうかにつ
いて検討した。

その結果,少なくとも本解析で用いたような単純な
解析モデルに対しては,パラメタを完全に正しく推定
できること示した。

今後,より複雑なモデルに対して適用して,本解析
手法の適用可能性および安定性について検討を加えた
上で,実際の観測地震波形に適用して動力学的破壊パ
ラメタを推定し,地震の動的破壊過程を明らかにして
いきたいと考えている。

参考文献

- 1) Hartzell, S. H. and Heaton, T. H.: Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial valley, California, earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 73, No. 6, pp.1553-1583, 1983.
- 2) Takeo, M.: An inversion method to analyze the rupture processes of earthquakes using near-field seismograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 77, No. 2, pp.490-513, 1987.
- 3) Miyatake, T: Numerical simulations of earthquake source process by a three-dimensional crack model. Part I. Rupture process, *J. Phys. Earth.* 28, pp.565-598, 1980.
- 4) Toki, K. and F. Miura: Simulation of a fault rupture mechanism by a two-dimensional finite element method, *J. Phys. Earth.*, 33, pp.485-511, 1985.
- 5) Quin, H.: Dynamic stress drop and rupture dynamics of the October 15 1979 Imperial valley California earthquake, *Tectonophysics*, 175, pp.93-117, 1990.
- 6) Fukuyama, E. and Mikumo, T.: Dynamic rupture analysis: Inversion for the source process of the 1990 Izu-Oshima Japan earthquake (M=6.5), *J. Geophys. Res.*, Vol. 98, No. B4, pp.6529-6542, 1993.
- 7) Ide, S. and Takeo, M.: The dynamic rupture process of the 1993 Kushiro-oki earthquake, *J. Geophys. Res.*, Vol. 101, No. B3, pp.5661-5675, 1996.
- 8) 堀川晴央・平原和朗: 波形インバージョンによる震源の動力学的パラメタの推定, 日本地震学会講演予稿集, No.2, B65, 1993.
- 9) 澤田純男: 断層の動的破壊過程と波動散乱特性に基づく強震動予測に関する研究, 京都大学博士論文, 1995.
- 10) Ide, S. and M. Takeo: Determination of constitutive relation of fault slip based on seismic wave analysis, *J. Geophys. Res.*, 102, pp.27379-27391, 1997.
- 11) Day, S. M., G. Yu and D. J. Wald: Dynamic stress changes during earthquake rupture, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 88, No. 2, pp.512-522, 1998.
- 12) Olsen, K. B., R. Madariaga and R. J. Archuleta: Three-dimensional dynamic simulation of the 1992 Landers earthquake, *Science*, 278, pp.834-838, 1997.
- 13) メンケ, W. (柳谷俊・塚田和彦 訳): 離散インパース理論, 古今書院, 1997.
- 14) Virieux, J. and R. Madariaga: Dynamic faulting studied by a finite difference method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, pp.345-369, 1982.

(2000年4月21日受付)