

円形弾性体の衝撃解析における不連続変形法の適用

Application of DDA to Impact Analysis of Elastic Circular Element

小池 明夫*, 三上 隆**

Akio KOIKE, Takashi MIKAMI

*正会員 北海道大学助手 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (060-8628 札幌市北区北 1 3 条西 8 丁目)

**フェロー 工博 北海道大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (同上)

Discontinuous Deformation Analysis (DDA) was developed by G.H.Shi and has been often applied to rock mechanics problems. The original DDA handles only a polygonal element, therefore the judgment of penetration between elements is complicated. The authors develop elastic circular element for DDA and applied to impact analysis. From several numerical analyses, we could find the spring parameter that satisfies 1-dimensional wave equation. The developed method are applied to contact issues between falling rock and sand cushion, then good results are derived which agree with the past experimental results. It is shown that the developed method is effective to impact analysis of granular materials.

Key Words : DDA, impact analysis, elastic circular element

1. はじめに

岩盤や地盤といった不連続体を解析する手法として、現在、個別要素法と不連続変形法が広く応用されている。個別要素法¹⁾はCundallにより開発された手法で、要素は剛体を仮定し要素間の力はバネおよびダッシュポットにより伝達される。要素ごとに独立した運動方程式を立て時間領域で差分近似し、この運動方程式を逐次的に解くことによって要素全体の挙動が求められる。個別要素法は、多角形要素および円形要素がよく用いられ、接触部に局所的剛性マトリクスを用いることにより準静的な変形機構を詳細に調べた研究²⁾や、モルタル部を非線形バネでモデル化することによりコンクリートの破壊シミュレーションを行った研究³⁾など広い分野に適用され発展してきた。一方の不連続変形法⁴⁾はShiにより開発された手法で、要素は多角形の弾性体を仮定し、要素の接触時には貫入量に応じたバネが挿入される。弾性ひずみや接触等のポテンシャルエネルギーを最小化することにより連立方程式が得られ、これを逐次的に解くことにより要素の変形と運動が追跡できる。不連続変形法はこれまで主に岩盤工学の分野で適用され⁵⁾、多くの解析例がある^{6) 7)}。不連続変形法の利点は要素内のひずみが直接求められることにある。しかし、要素形状に多角形を用いているため、要素数が増えるにつれ接触判定に必要な計算量も飛躍的に増大するという問題が残っていた。そこで本研究では、不連続変形法を発展させ円形弾性体要素を扱えるように定式化を行った。これにより、要素自身の変形が直接的にひずみとして表される不連続変形法の特長と、接触判定が比較的容易になる円形要素の特長を併せ持つこととなる。本文では、2次元解析において接触時に挿入されるバネ定数が要素の変形および運動に与える影響を調べ、衝撃解析に対して有効な手法であることを示した。

2. 円形弾性体モデルにおける不連続変形法の定式化

2.1 円形弾性体要素の変形

時間ステップあたりの変形が微小で、要素は相似変形すると仮定すると、自然状態で半径 r_i である要素 i 内の任意の点 (x, y) における変位 (u, v) は次式で表される (図-1)。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-(y-y_0)}{l} & \frac{(x-x_0)}{l} \\ 0 & 1 & \frac{(x-x_0)}{l} & \frac{(y-y_0)}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ l\Delta\phi_i \\ l\Delta\epsilon_i \end{pmatrix} = [T_i][D_i] \quad (1)$$

ここに、 (x_0, y_0) は要素の中心座標、 l は代表長さ、 Δu_i は x 方向変位増分、 Δv_i は y 方向変位増分、 $\Delta\phi_i$ は回転角増分、 $\Delta\epsilon_i$ はひずみ増分であり、 $[T_i]$ は 2×4 の要素変形マトリクス、 $[D_i]$ はこれら 4 つの変位増分からなる 4×1 の未知数マトリクスを表す。

円形弾性要素が相似変形する場合、応力とひずみは要素内で一様でせん断成分はゼロとなる。平面応力状態の応力とひずみの関係を次式に示す。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_\theta = \sigma, \tau_{r\theta} = 0 \\ \epsilon_r &= \epsilon_\theta = \epsilon, \gamma_{r\theta} = 0 \\ \sigma &= \frac{E}{1-\nu} \epsilon \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 E は要素のヤング率、 ν は要素のポアソン比である。

2.2 連立平衡方程式

解析対象が n 個の要素で構成されている場合、連

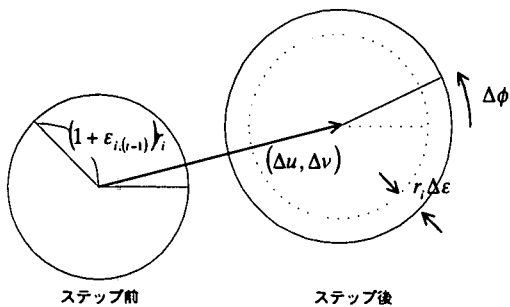


図-1 ステップ間の変位

立平衡方程式は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここに、 K_{ij} は 4×4 の係数マトリクス、 F_i は 4×1 の荷重マトリクスを表す($1 \leq i, j \leq n$)。これらの平衡式は、外力やひずみによるポテンシャルエネルギーを未知数で最小化することによって導かれる。

不連続変形法では、ステップ初期の変位 $[D_{i(t-1)}]$ と変位速度 $[V_{i(t-1)}]$ から係数マトリクスと荷重マトリクスが決定され、時間ステップごとに式(3)を解くことによりステップ間の変位増分 $[D_i]$ が求まる。ここで、変位速度 $[V_{i(t-1)}]$ は

$$[V_{i(t-1)}] = \frac{\partial [D_{i(t-1)}]}{\partial t} \quad (4)$$

である。時間ステップ間隔を Δt とすると、ステップ間の変位増分 $[D_i]$ はテーラー展開を2階の導関数で打ち切ると、

$$[D_i] = \Delta t \cdot [V_{i(t-1)}] + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 [D_{i(t-1)}]}{\partial t^2} \quad (5)$$

と表される。ステップ後の変位 $[D_{i(t)}]$ と変位速度 $[V_{i(t)}]$ は時間積分によって次式のように求められる。

$$\begin{aligned} [D_{i(t)}] &= [D_{i(t-1)}] + [D_i] \\ [V_{i(t)}] &= \frac{2}{\Delta t} [V_{i(t-1)}] - [D_i] \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 サブマトリクス

ポテンシャルエネルギーの種類は大きく3つに分類される。1つめは弾性ひずみによるもの、2つめは外力によるもの(集中荷重、体積力)、3つめは運動制限によるもの(慣性力、粘性抵抗、変位拘束、接触)である。連立平衡方程式は全てのサブマトリクスを重ね合わせることによって作られる。以下に、それぞれのサブマトリクスを導く。

(1) 弾性サブマトリクス

要素 i における弾性ひずみによるポテンシャルエネルギー Π_e は次式で表される。

$$\Pi_e = \iint_A \frac{1}{2} (\sigma_r \epsilon_r + \sigma_\theta \epsilon_\theta + \tau_{r\theta} \gamma_{r\theta}) d\theta dr \quad (7)$$

ここに、 A は要素 i の領域である。(2)式と(6)式の関係から、 Π_e はステップ初期のひずみ $\epsilon_{(t-1)}$ とステップ間ひずみ増分 $\Delta \epsilon$ により次式で表され、

$$\Pi_e = \pi r_i^2 \frac{E}{1-\nu} (\epsilon_{(t-1)} + \Delta \epsilon)^2 \quad (8)$$

このポテンシャルエネルギー Π_e を最小化するために $[D_i]$ で偏微分して、以下のとおり弾性サブマトリクスを得る。

$$[K_{ii}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi \frac{r_i^2}{l} \frac{2E}{1-\nu} \end{pmatrix}, [F_i] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pi r_i^2 \frac{2E}{1-\nu} \epsilon_{(t-1)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

(2) 集中荷重サブマトリクス

要素 i 上の点 (x_i, y_i) に集中荷重 (F_x, F_y) が作用しているとき、点 (x_i, y_i) における変位を (u_i, v_i) とすると、集中荷重によるポテンシャルエネルギー Π_f は次式で表される。

$$\Pi_f = -(F_x u_i + F_y v_i) = -[D_i]^T [T_i(x_i, y_i)]^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} \quad (10)$$

このポテンシャルエネルギー Π_f を最小化するために $[D_i]$ で偏微分して、以下のとおり集中荷重サブマトリクスを得る。

$$[F_i] = [T_i(x_i, y_i)]^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} \quad (11)$$

(3) 体積力サブマトリクス

要素 i に一樣な体積力 (f_x, f_y) が作用しているとき、体積力によるポテンシャルエネルギー Π_w は次式で表される。

$$\Pi_w = -\iint_A (f_x u + f_y v) d\theta dr = -[D_i]^T \begin{pmatrix} \pi r_i^2 f_x \\ \pi r_i^2 f_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

このポテンシャルエネルギー Π_w を最小化するために $[D_i]$ で偏微分して、以下のとおり体積力サブマトリクスを得る。

$$[F_i] = \begin{pmatrix} \pi r_i^2 f_x \\ \pi r_i^2 f_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

(4) 慣性力サブマトリクス

要素 i の単位面積当りの質量を M とすると、単位

面積当りの慣性力 (f_x, f_y) は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = -M \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{pmatrix} \quad (14)$$

要素 i の慣性力によるポテンシャルエネルギー Π_i は、

$$\begin{aligned} \Pi_i &= -\iint_A (f_x u + f_y v) d\theta dr \\ &= M [D_i]^T \cdot \iint_A [T_i]^T [T_i] d\theta dr \cdot \frac{\partial^2 [D_{i,(t-1)}]}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (15)$$

となり、このポテンシャルエネルギー Π_i を最小化するために $[D_i]$ で偏微分し、(5)式の関係を用いると、以下のとおり慣性力サブマトリクスを得る。

$$\begin{aligned} [E_{ii}] &= M \frac{2}{\Delta t^2} \cdot \iint_A [T_i]^T [T_i] d\theta dr \\ [F_i] &= M \frac{2}{\Delta t} \cdot \iint_A [T_i]^T [T_i] d\theta dr \cdot [V_{i,(t-1)}] \end{aligned} \quad (16)$$

ここに、

$$\iint_A [T_i]^T [T_i] d\theta dr = \begin{pmatrix} \pi r_i^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi r_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi r_i^4}{2 l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\pi r_i^4}{2 l^2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

である。

(5) 粘性抵抗サブマトリクス

要素 i に速度に比例する抵抗力が作用する場合、粘性係数を η とすると、粘性による抵抗力 (f_x, f_y) は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = -\frac{\eta}{\Delta t} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (18)$$

要素 i の粘性抵抗によるポテンシャルエネルギー Π_v は、

$$\begin{aligned} \Pi_v &= -\iint_A (f_x u + f_y v) d\theta dr \\ &= -[D_i]^T \iint_A [T_i]^T \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} r d\theta dr \end{aligned} \quad (19)$$

となり、このポテンシャルエネルギー Π_v を最小化するために $[D_i]$ で偏微分し、(18)式の関係を用いると、以下のとおり粘性抵抗サブマトリクスを得る。

$$[E_{ii}] = \frac{\eta}{\Delta t} \cdot \iint_A [T_i]^T [T_i] d\theta dr \quad (20)$$

(6) 変位拘束サブマトリクス

変位を拘束する場合、拘束点に剛性の高いバネを作用させ変位の拘束を行う。要素 i 上の点 (x_i, y_i) にバネ定数 k_f の固定バネが x 方向と y 方向両方に

作用しているとき、点 (x_i, y_i) における変位を (u_i, v_i) とすると、固定バネの力 (f_x, f_y) は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = -k_f \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (21)$$

この変位拘束によるポテンシャルエネルギー Π_m は、固定バネに蓄えられたエネルギーであり、

$$\begin{aligned} \Pi_m &= \frac{k_f}{2} (u_i^2 + v_i^2) \\ &= \frac{k_f}{2} [D_i]^T [T_i(x_i, y_i)]^T [T_i(x_i, y_i)] [D_i] \end{aligned} \quad (22)$$

となる。ポテンシャルエネルギー Π_m を最小化するために $[D_i]$ で偏微分して、以下のとおり変位拘束サブマトリクスを得る。

$$[E_{ii}] = k_f [T_i(x_i, y_i)]^T [T_i(x_i, y_i)] \quad (23)$$

(7) 垂直接触サブマトリクス

要素 i が接触した場合、垂直方向には貫入量に比例した接触力が作用すると仮定する。要素 i と要素 j が貫入しているとき(図-2)、貫入量 δ_n は次式で表される。

$$\begin{aligned} \delta_n &= \cos \alpha \cdot (\Delta u_i - \Delta u_j) + \sin \alpha \cdot (\Delta v_i - \Delta v_j) \\ &\quad + (1 + \varepsilon_{i,(t-1)} + \Delta \varepsilon_i)_i + (1 + \varepsilon_{i,(t-1)} + \Delta \varepsilon_j)_j - L_{ij} \\ &\quad - ((1 + \varepsilon_{i,(t-1)})_i + (1 + \varepsilon_{i,(t-1)})_j - L_{ij}) \\ &\quad + \left(\cos \alpha \quad \sin \alpha \quad 0 \quad \frac{r_i}{l} \right) [D_i] \\ &\quad + \left(-\cos \alpha \quad -\sin \alpha \quad 0 \quad \frac{r_j}{l} \right) [D_j] \\ &= \delta_0 + [E_i][D_i] + [E_j][D_j] \end{aligned} \quad (24)$$

ここに、 α は要素 i の中心座標から要素 j の中心座標へのベクトルと x 軸がなす角、 L_{ij} はそのベクトルの長さである。

この貫入量 δ_n がステップ初期においてゼロ以上となったとき、バネ定数 k_p の接触バネを挿入する。垂直接触によるポテンシャルエネルギー Π_k は接触バネに蓄えられたエネルギーであり、

$$\Pi_k = \frac{k_p}{2} \delta_n^2 \quad (25)$$

となる。ポテンシャルエネルギー Π_k を最小化するために $[D_i]$ および $[D_j]$ で偏微分して、以下のとおり垂直接触サブマトリクスを得る。

$$\begin{aligned} [K_{ii}] &= k_p [E_i]^T [E_i] [K_{ij}] = k_p [E_i]^T [E_j] \\ [K_{ji}] &= k_p [E_j]^T [E_i] [K_{jj}] = k_p [E_j]^T [E_j] \\ [F_i] &= -k_p \delta_0 [E_i] [F_j] = -k_p \delta_0 [E_j] \end{aligned} \quad (26)$$

(8) せん断接触サブマトリクス

要素 i が接触した場合、垂直方向だけでは

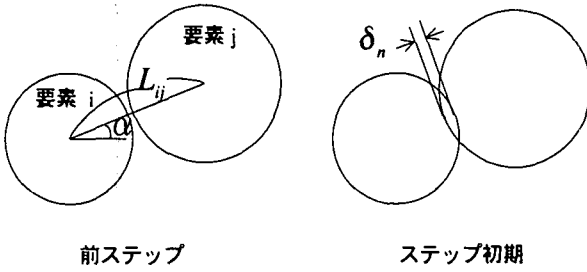


図-2 要素の貫入

なくせん断方向にも接触力が作用する。要素*i*と要素*j*が図-2のように接触しているとき、せん断移動量 δ_s (右ずれを正にとる)は次式で表される。

$$\begin{aligned} \delta_s = & -\sin \alpha \cdot (u_i - u_j) + \cos \alpha \cdot (v_i - v_j) \\ & + (1 + \varepsilon_{i,(t-1)} + \Delta \varepsilon_i) \cdot \Delta \phi_i + (1 + \varepsilon_{j,(t-1)} + \Delta \varepsilon_j) \cdot \Delta \phi_j \\ = & \begin{pmatrix} -\sin \alpha & \cos \alpha & \frac{r_i}{l}(1 + \varepsilon_{i,(t-1)}) & 0 \end{pmatrix} [D_i] \\ & + \begin{pmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha & \frac{r_j}{l}(1 + \varepsilon_{j,(t-1)}) & 0 \end{pmatrix} [D_j] \\ = & [G_i][D_i] + [G_j][D_j] \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、 $\Delta \phi_i, \Delta \varepsilon_i, \Delta \phi_j, \Delta \varepsilon_j$ は高次の微小量として無視した。

せん断接触中の要素の状態は、すべりを起こすか固定されるかのどちらかである。

まず、すべり状態について考察する。貫入量 δ_n で接触している点には、Coulomb則に従う摩擦力が作用すると考える、摩擦係数を μ としたとき、貫入量 δ_n となるまでに作用する平均摩擦力 f_s は次式で表される。

$$f_s = -\text{sgn}(\delta_n) \frac{\mu}{2} k_p \delta_n = -f_0 \delta_n \quad (28)$$

ここで、 sgn は符号化関数であり、摩擦力はせん断移動量の向きと反対に作用する。

この平均摩擦力によるポテンシャルエネルギー Π_s は、

$$\begin{aligned} \Pi_s = & -f_s \delta_s = f_0 \delta_n \delta_s \\ = & f_0 \{ \delta_0 + [E_i][D_i] + [E_j][D_j] \} [G_i][D_i] + [G_j][D_j] \end{aligned} \quad (29)$$

となる。ポテンシャルエネルギー Π_s を最小化するために $[D_i]$ および $[D_j]$ で偏微分して、以下のとおりせん断接触サブマトリクスを得る。

$$\begin{aligned} [K_{ii}] = & f_0 \{ [G_i][E_i] + [E_i][G_i] \} [K_{ij}] = f_0 \{ [G_i][E_j] + [E_i][G_j] \} \\ [K_{ji}] = & f_0 \{ [G_j][E_i] + [E_j][G_i] \} [K_{jj}] = f_0 \{ [G_j][E_j] + [E_j][G_j] \} \\ [F_i] = & -f_0 \delta_0 [G_i][F_j] = -f_0 \delta_0 [G_j] \end{aligned} \quad (30)$$

次に、すべりを起こさずにせん断方向に固定される場合を考察する。バネ定数 k_s の剛性の高いせん断固定バネで固定されると考える。すべりが発生せずに固定されるときは条件は次式となる。

$$|f_s| \geq |k_s \delta_s| \quad (31)$$

このとき、せん断固定によるポテンシャルエネルギー Π_f は、

$$\begin{aligned} \Pi_f = & \frac{k_s}{2} \delta_s^2 \\ = & \frac{k_s}{2} \{ [G_i][D_i] + [G_j][D_j] \}^2 \end{aligned} \quad (32)$$

となる。このせん断固定によるポテンシャルエネルギー Π_f を最小化ために $[D_i]$ および $[D_j]$ で偏微分して、以下のとおりせん断接触サブマトリクスを得る。

$$\begin{aligned} [K_{ii}] = & k_s [G_i][G_i] [K_{ij}] = k_s [G_i][G_j] \\ [K_{ji}] = & k_s [G_j][G_i] [K_{jj}] = k_s [G_j][G_j] \end{aligned} \quad (33)$$

3. 接触バネ定数の検討

前章で示した手法を落石などの衝撃問題に適用する場合、接触時に挿入されるバネ定数により解析解は大きく左右されることになる。個別要素法においては、バネ定数の決定法として、Hertzの理論に代表される局所変形の弾性解に基づくもの、弾性波伝播速度に基づくもの⁸⁾がある。本手法では要素自体の変形と重心位置の移動の両者により力が伝達されていくので、これらの方法をそのまま用いることはできない。

本手法における接触バネ定数の影響を検討するために、1次元波動問題を題材として以下に示すモデルを作成し、ケーススタディを行った。

3.1 基本ケース

円形弾性体要素を1次元的に配列し、一端から比較的剛な衝撃球を衝突させたとき(図-3)、粒子の運動がどのように伝播していくかを調べた。

基本ケースとしてパラメータを表-1のとおり設定し数値解析を行った。解析結果のうち、伝播要素の重心移動速度とひずみの時系列曲線図を図-4に示す。

図-4より、重心移動速度とひずみは要素を通して、ピーク値が徐々に減衰しながら次々と伝播している様子が読み取れる。重心速度ピーク時刻とひずみピーク時刻は一致していない。

密度 ρ 、ヤング率 E とすると、1次元波動方程式の解から、波動伝播速度 c は次式で表される。

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (34)$$

単位堆積重量から求めた要素の密度を ρ_0 とすると、密度 ρ_0 は $\rho_0 = 2.2 \text{ (t/m}^3\text{)}$ であるから、このとき波動伝播速度 c_0 は $c_0 = 67.41 \text{ (m/s)}$ である。一方、伝播要素に外接する正方形から密度 ρ_1 を求めると、

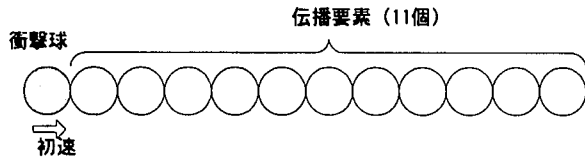
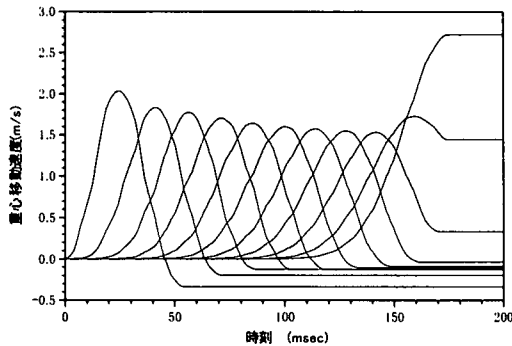


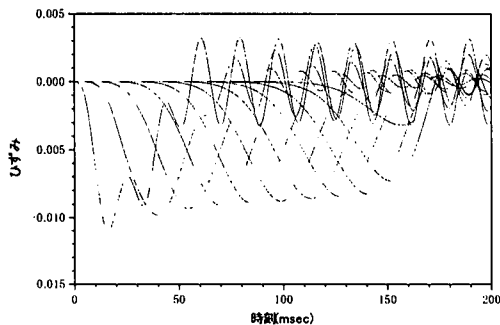
図-3 1次元波動解析モデル

表-1 基本ケース解析パラメーター一覧

	衝撃球	伝播要素
ヤング率(tf/m ²)	1.0×10^5	1.0×10^4
ポアソン比	0.3	0.3
単位体積重量(tf/m ³)	2.2	2.2
半径(m)	0.5	0.5
初速(m/s)	3	0
接触バネ定数(tf/m)	1.0×10^4	
ステップ間隔(sec)	1.0×10^{-4}	



(a) 重心移動速度曲線図



(b) ひずみ曲線図

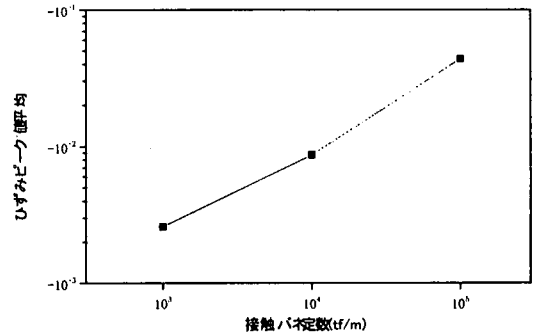
図-4 基本ケース解析結果

$\rho_1 = 1.727 \text{ (t/m}^3\text{)}$, 波動伝播速度 c_1 は $c_1 = 76.09 \text{ (m/s)}$ となる。

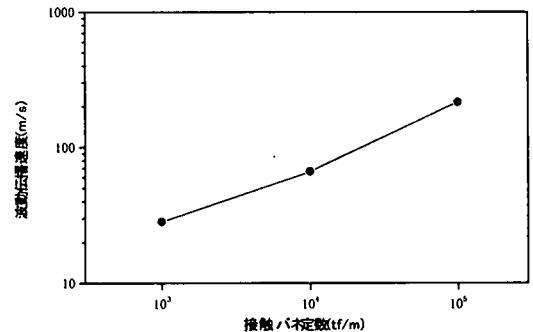
これら1次元波動方程式の解より得られる波動伝播速度と、図-4の重心移動速度 c_r およびひずみのピークから読み取った波動伝播速度 c_t を比較すると表-2となる。これより、基本ケースのパラメータの組み合わせは、1次元波動方程式の解とほぼ等しい波動伝播速度値が得られていることがわかる。

表-2 波動伝播速度の比較

単位(m/s)	
波動方程式による伝播速度 c_0	67.41
波動方程式による伝播速度 c_1	76.09
速度ピークの伝播速度 c_v	66.71
ひずみピークの伝播速度 c_t	66.42



(a) ひずみの変化



(b) 伝播速度の変化

図-5 接触バネ定数の大小の影響

3.2 接触バネ定数の大きさによる影響

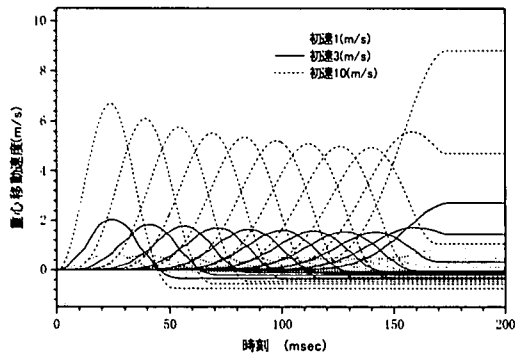
他のパラメータはそのままに接触バネ定数のみを変化させ、バネ定数の大きさが解析結果に及ぼす影響について調べた。ひずみと波動伝播速度についての解析結果を図-5に示す。伝播要素は自由端となっており、最後尾の要素については解析値が他と大きく異なっているため、ひずみピーク値の平均はこれを除いた10要素の平均を用いている。

図-5より、接触バネ定数が増大するにつれ、ひずみと波動伝播速度も比例的に増大することがわかる。

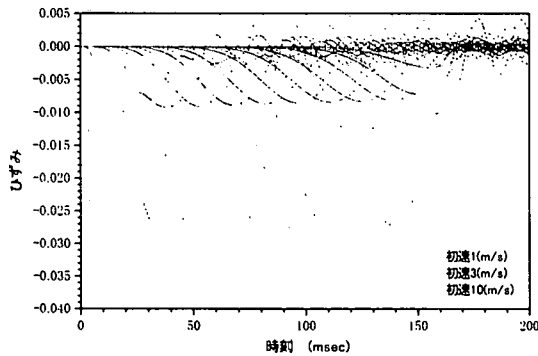
3.3 衝突速度の影響

衝撃球の初速を変化させ、衝突速度の影響を調べた。ひずみと重心移動速度の解析結果を示したものが図-6である。

図-6より、衝突速度が増大するにつれ、ひずみと重心移動速度は共に、衝突速度に比例して増大しているのがわかる。波動伝播速度については、衝突速度に依存していない。これは、(34)式にある



(a) 重心移動速度曲線図



(b) ひずみ曲線図

図-6 衝突速度の影響

ように、波動伝播速度の解が衝突速度に依存しないことと一致している。

3.4 要素のスケールの影響

要素の直径を変化させ、接触バネ定数との関係を調べた。ひずみと波動伝播速度の解析結果を示したものが図-7である。

図-7より、要素の直径が変化しても、ひずみと波動伝播速度はほぼ一定の値をとることがわかる。よって、弾性波の伝播について解析を行う場合には、接触バネの大きさは要素スケールに関係なく材料物性により決定される。

3.5 接触バネ定数の設定

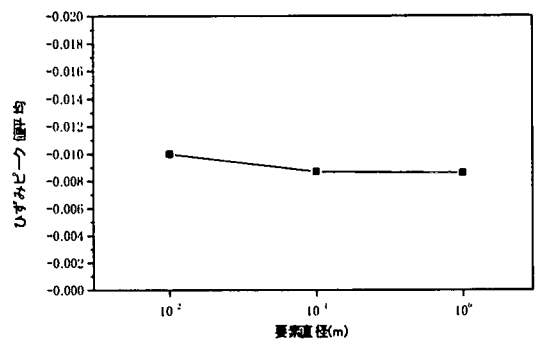
以上までの解析により、衝撃解析において接触バネを設定するには、次のようにすればよいと考えられる。

波動伝播速度やひずみの値が既知の場合には、その値に合うように接触バネ定数の大きさを決める。そうでない場合には、要素のヤング率と同程度の大きさに設定する。

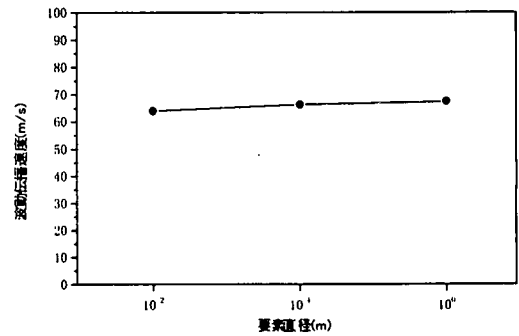
4. 衝撃解析例

本研究で示した手法により落石と敷砂緩衝材の衝撃解析を行った例を以下に示す。

4.1 解析モデル



(a) ひずみの変化



(b) 伝播速度の変化

図-7 要素スケールの影響

表-3 衝撃解析ケース一覧

	敷砂粒子配列	敷砂厚(cm)	敷砂要素数
Case1	格子状	90.0	360
Case2	最密	87.9	395
Case3	格子状	120.0	480
Case4	最密	122.6	553

直径0.6mの落石が鉛直上方から速度10m/sでコンクリート覆工上の敷砂緩衝材に衝突する解析を行った。敷砂を直径0.1mの円形弾性体要素としてモデル化し、要素の配列については格子状配列と最密配列の場合について、敷砂厚については約0.9mと約1.2mの場合についてそれぞれ解析を行った。表-3に解析ケース一覧を示す。解析領域は衝突位置から左右にそれぞれ2mの範囲をとり、覆工要素と敷砂の左右端の要素は中心位置に固定バネを適用し固定している。また、各要素には鉛直下方に9.8m/s²の重力加速度が作用している。Case1の解析モデルを図-8に、各ケースで用いた解析パラメータを表-4に示す。

4.2 解析結果

(1) 要素配列による衝撃伝播特性の違い

Case1およびCase2の解析結果から、図-9に要素の変形図を、図-10に要素中心位置にひずみをプロットしコンターで結んだひずみの分布図をそれぞれ

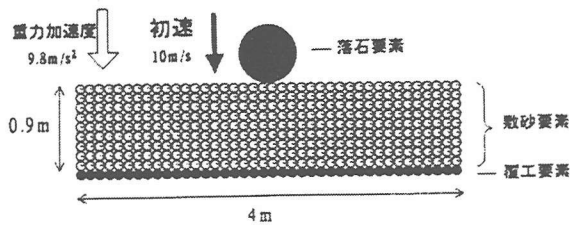


図-8 衝撃解析モデル図

表-4 衝撃解析パラメータ一覧

	落石要素	敷砂要素	覆工要素
単位体積重量(tf/m ³)	2.0	1.8	2.5
ヤング率(tf/m ²)	1000000	10000	3000000
ポアソン比	0.25	0.35	0.20
接触バネ定数(tf/m)	1.0×10 ⁴		
ステップ間隔(sec)	1.0×10 ⁻⁴		
摩擦係数	0.5		
固定バネ定数(tf/m)	1.0×10 ⁶		

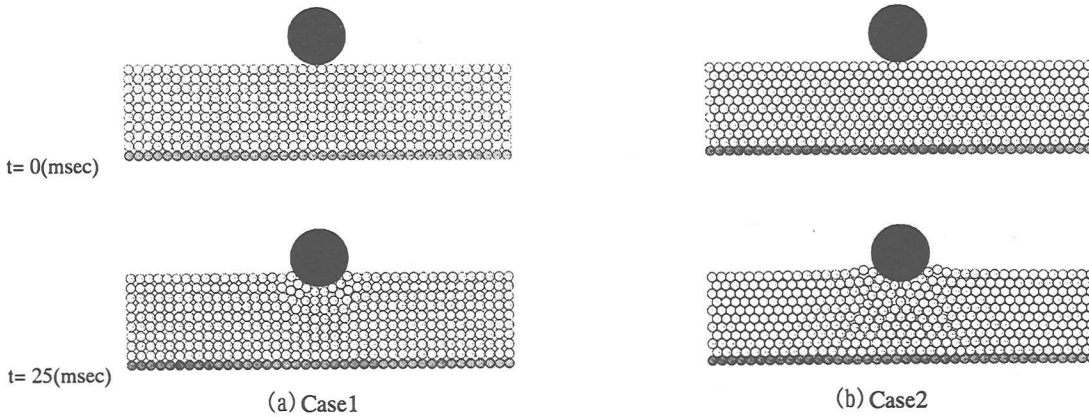


図-9 衝撃解析要素変形図

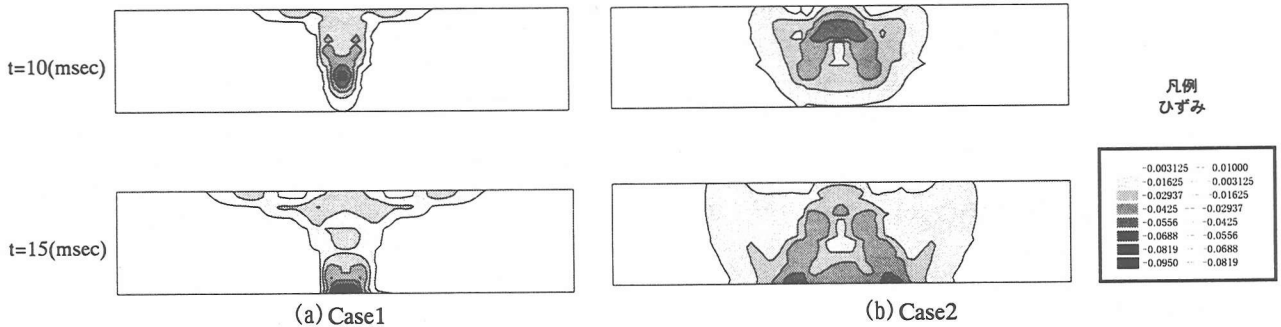


図-10 ひずみ分布図

示す。図-9から、落石要素が敷砂要素を押しのかながら沈下していく様子が読み取れる。25msec後の落石の沈下量はCase1で0.143m、Case2で0.116mとなっている。これは要素配列による密度の差を反映しているものと考えられる。図-10からは、格子状配列であるCase1では衝撃は鉛直下方に1次元的に伝播しているのに対し、最密配列のCase2では約30°の分散角で伝播していることがわかる。配列の特徴により衝撃の分散特性が異なっている。

(2) 敷砂厚による緩衝効果

敷砂厚を約 0.9m および約 1.2m として解析を行い、敷砂厚が緩衝効果に及ぼす影響について検討した。

図-11 は落石直下に位置する各要素のひずみピーク値を示した図である。覆工のすぐ上にある最下段要素のひずみは、格子状配列である Case1 で-0.089、

Case3 で-0.095 となり、一方、最密配列である Case2 で-0.038、Case4 で -0.036 という結果となった。最密配列では衝撃力が分散するため、格子状配列よりもひずみピーク値は小さい値となっている。同じ要素配列で敷砂厚の異なるケースを比較すると、ピーク値はほぼ等しい値となっており、敷砂厚約 0.9m と約 1.2m では緩衝効果にあまりあまり差は認められない。

ひずみをもとに衝撃力を計算し、覆工上での衝撃力と敷砂中を伝播してくる衝撃力の比を求めると、Case1 で 1.59 倍、Case2 で 1.33 倍、Case3 で 1.66 倍、Case4 で 1.31 倍という結果となった。ほぼ 1.3 倍から 1.7 倍となっている。これらの傾向は既存の衝撃実験の結果とよく一致している⁹⁾。

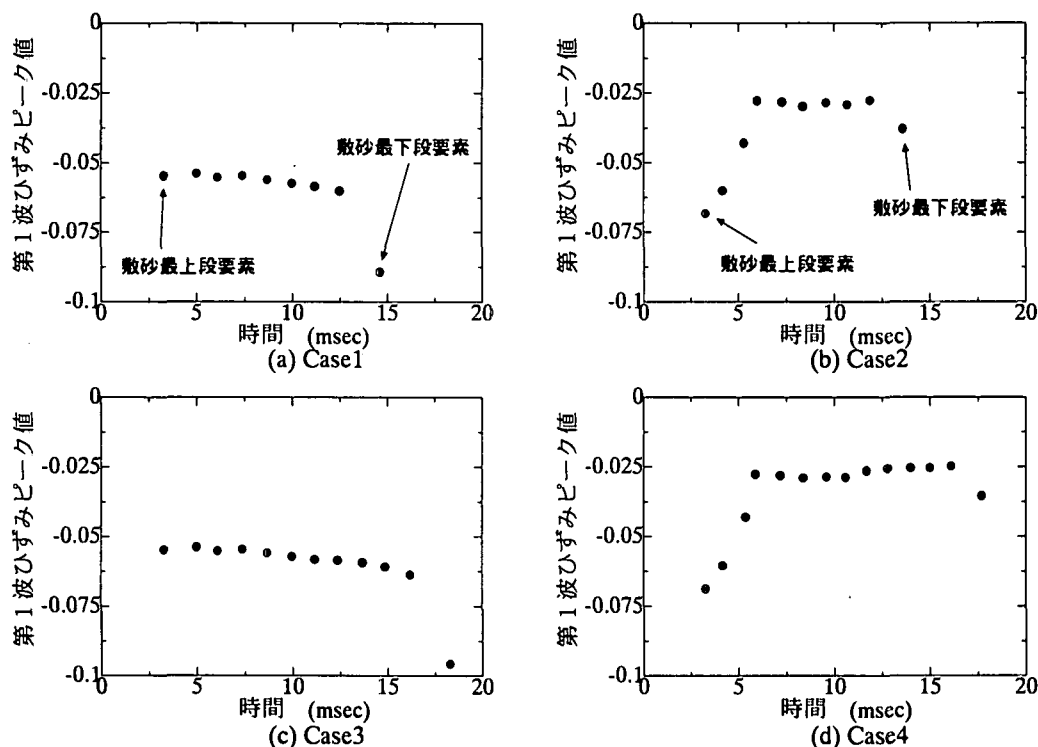


図-11 落石直下要素のひずみピーク値

5. まとめ

本研究では、不連続変形法を発展させ、円形弾性体要素を扱えるように定式化を行った。また、接触バネの影響について検討を行い、落石の衝撃解析に適用した。これらの結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 本手法により、ひずみや粒子速度が要素を伝播していく様子を表せる。
- (2) 接触バネ定数を要素のヤング率と同程度に設定すれば、波動伝播速度は1次元波動方程式の解とほぼ等しくなる。
- (3) ひずみと波動伝播速度の値は、接触バネ定数の大きさに左右され、要素のスケールには依存しない。
- (4) 要素配列により衝撃の伝播特性の違いが認められる。
- (5) 落石による衝撃が覆工上で増加する様子を再現している。

以上のことから、本研究で示した手法は粒状体の衝撃解析に有効な手法であると結論づけることができる。同様に、本手法は粉体の流れ解析にも適用可能であると考えられる。

今後は、線形なバネではなくより複雑な接触機構を取り入れ、様々な衝撃実験の結果と照合することによって、本手法の信頼性および実用性を高めていきたいと考えている。相似変形を仮定した本研究のモデル化は、要素の変形を厳密に定式化しているとはいえないが、第1次的な近似解を与えるものと考えられる。本手法の適用限界について明らかにしていく予定である。

参考文献

- 1) Cundall, P.: A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movements in Blocky Rock Systems, *Symp of ISRM Nancy France*, pp. 11-18, 1971.
- 2) 岸野祐次: 新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析, 土木学会論文集, Vol.406/III-11, pp. 97-106, 1989.
- 3) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション, 森北出版, 1997.
- 4) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Discontinuous Deformation Analysis and its Application to Rock Mechanics Problems, *Proc. 25th U.S. Symp. on Rock Mech.*, pp. 269-277, 1984.
- 5) 佐々木猛, 大西有三, 吉中龍之進: 不連続変形法 (DDA) とその岩盤工学への適用に関する研究, 土木学会論文集, No.493/III-27, pp. 11-20, 1994.
- 6) 坂田英一, 西村毅, 小林茂雄, 中川浩二: 不連続変形法 (DDA) による鉄筋コンクリート構造物発破解体時における倒壊挙動のシミュレーション, 土木学会論文集, No.589, pp. 205-217, 1998.
- 7) 大西有三, Chen, G.: 不連続変形法 DDA による岩盤崩落のシミュレーション, 材料, Vol.48, No.4, pp. 329-333, 1999.
- 8) 大町達夫, 荒井靖博: 個別要素法で用いる要素定数の決め方について, 構造工学論文集, Vol.32A, pp. 715-723, 1986.
- 9) 岸徳光, 中野修, 松岡健一, 西弘明: 野外実験による敷砂の緩衝性能, 構造工学論文集, Vol.39A, pp. 1587-1597, 1993.

(2000年4月21日受付)