

個別要素法解析による粒子特性が異なる粒状体中の微細構造の発達・消滅過程の考察

Processes of Development and Disappearance of Micro-structure in Granular Materials with Different Grain Properties
by Distinct Element Method Analysis

桑原直範*・前田健一**

Naonori KUWABARA and Kenichi MAEDA

*学生員 名古屋工業大学大学院工学研究科博士前期課程 (〒466-8555 愛知県名古屋市昭和区御器所町)

**正会員 工博 名古屋工業大学講師 システムマネジメント工学科 (〒466-8555 愛知県名古屋市昭和区御器所町)

The considerably non-linear deformation behavior of granular materials is controlled by grain properties and microstructure formed. Grain properties are assigned by grain shape and resistant friction angle between grains. Microstructures in granular material are formed as contact paths of grains. In this paper, the deformations of granular media with different grain shapes and friction properties were simulated by DEM in two-dimension. On the basis of analysis results and observation of the formation of microstructure under isotropic compression and bi-axial shear, the relationships between macro deformation and the formation process of microstructures were discussed in detail.

Key Words: granular materials, microstructure, deformation, micromechanics

1. はじめに

粒状体の顕著な非線形変形挙動は、粒子形状、粒子の摩擦特性、粒子破砕性など個々の粒子が持つ性質および粒子の接触関係によって形成される微細構造の形成・消滅に支配されると考えられる。

粒子形状や粒子間摩擦抵抗角は粒子間滑りに対する安定性や接点での変形性に影響するとともに、粒子の幾何学的接触によって形成される間隙構造の変化の自由度を決定する極めて重要な因子であるといえる^{1,2)}。球形の粒状体に比べて粒子形状が角張っている粒状体の変形は延性的であるとともに、拘束圧や密度変化の影響を受けやすいことが実験で示されている³⁻⁵⁾。しかし、これらの粒子特性がマクロな変形・破壊挙動に及ぼす影響のメカニズムについては明確にはされていない。

一方、マクロな変形を受ける粒状体内部では全ての粒子に接点力が伝達されるのではなく、粒子接点力を伝達する経路網が現れ微細構造を形成することが知られている⁶⁾。また、マクロな変形に伴い微細構造が発達・消滅することで、粒状体の非線形性が生じることが実験的にも解析的⁷⁾にも示されている。微細構造の発達は粒状体要素の挙動を考える場合だけではなく、土圧や支持力問題など境界値問題を考える場合にも重要な役割を果たすと考えられる。しかし、微細構造の発達・消滅を統一的に記述する発展則の提案には未だ至っていないのが現状である。

本論文では、個別要素法 (DEM) を用いて粒子形状、摩擦特性が異なる粒状体の二次元変形解析を行っている。解析結果から、粒子接点の接触状態の安定性に着目してマクロな変形・破壊挙動と内部微細構造の形成過程について検討する。

2. 解析手法と解析条件

粒状体は構成粒子の運動が並進運動だけでなく粒子間滑りや回転などが生じる高次不静定材料である。本論文では、内部の力学量の不連続性も観察することを考慮し、粒状体を離散体として解析する個別要素法 (Distinct Element Method)⁸⁾ を用いる。

2.1 用いた DEM の概要

個別要素法 (DEM) 解析では粒子を剛体粒子と仮定し、要素物質の変形特性は要素間の接触点に弾性バネ、粘性ダッシュポットやスライダを想定することで表現する。粒子 I と粒子 J の場合について粒子 I を中心にした例を図-1 に示す。バネとダッシュポットは接触面法線方向と接線方向の両方に配し、接線方向にはクローンの摩擦則に従うスライダによって要素間の摩擦すべりを考慮している。粒子個々の運動方程式を時間領域で差分近似することで、個々の粒子要素の運動を数値積分により求める。粒子間もしくは粒子と境界との接触力増分は、接触面法線方向と接線方向の相対並行変位、相対回転角によつ

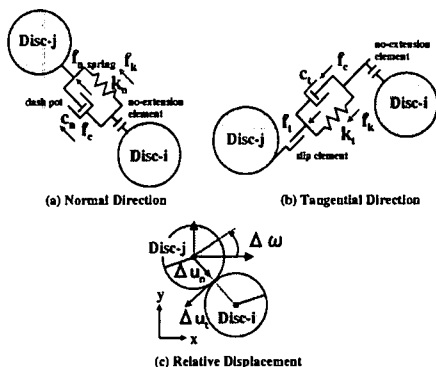


図-1 DEM における接点メカニズム

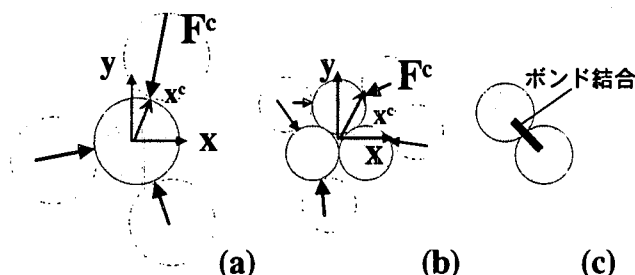


図-2 解析に用いた粒子とその接触状態:

(a)円形粒子, (b)非円形粒子, (c)ボンド結合粒子

て算定される。

本解析では、壁境界要素を用いて供試体のマクロな変形・応力を制御している。供試体にマクロな作用をもたらす壁の速度は、十分に小さなものとし静的条件下で制御した。粒子要素として、円形粒子、接触粒子全てを十分大きな強度を有するボンドで結合した粒子と同径の3粒子を三角形状に連結させ1つの粒子とした非円形粒子の3種類の粒状体を用いた(図-2参照)。ボンドで結合した粒子の集合体の変形は粒子自身の変形(バネの変形)のみに依存する。また、非円形粒子の場合、円形粒子の集合体を作成した後、1円形粒子と結合した3円形粒子とを置き換えることで供試体を作成している。プログラムはPFC2D(Itasca社製)を使用した。

2.2 解析パラメータ

用いた解析パラメータを表-1に示す。粒子と壁の摩擦はなく、粒子・壁間の剛性は粒子間のものに等しくした。本研究では、内部構造の変化に伴う粒状体の非線型挙動を調べるためにバネは線形弾性としている。減衰定数は臨界減衰状態になるように設定した。また、粒子数を自由に変化させ、供試体の大きさは粒径との相対性のみとするために体積力としての重力は作用させない。したがって、粒子パッキングや発生する微細構造は境界応力によってのみ支配される。また、本論文では円形粒子およびボンド結合粒子の間隙率は0.14、非円形粒子の間隙率は0.20の解析結果について示す。

全供試体において初期パッキングは等方応力(初

表-1 DEM 解析に用いたパラメータ

Parameters	Particle - Particle
Density (kg/m ³)	2700
Diameters (mm)	0.5-1.0
Normal Spring Coefficient k_n (kN/m/m)	5×10^8
Tangential Spring Coefficient k_s (kN/m/m)	5×10^7
Damping	Critical Damping
Resistant Friction Angle ϕ_μ (deg.)	$\tan \phi_\mu = 0.01, 0.25, 1.00$

期等方応力 $\sigma_{m0}=kn \times 10^{-4}$)の下で行っている。したがって供試体は等方供試体である。また、粒子数は最大で4000個程度としている。

図-3(a, b)に円形粒子($\tan \phi_\mu=0.25$)の場合のDEM解析された供試体の様子を等方圧縮時と二軸圧縮破壊時について示している。粒子要素、壁境界と粒子接点力の伝達の様子が描かれている。

2.3 供試体内応力・ひずみの定義

応力・ひずみについては、図-4のように、それぞれ三成分で考える。添え字のp, sは純せん断と単純せん断に対応し、m, vはそれぞれ平均直応力と体積(面積)ひずみを意味する。いずれも圧縮側を正としている。また、最大せん断応力 τ_m と最大せん断ひずみ γ_m は次式で定義される。

$$\tau_m = \sqrt{\tau_p^2 + \tau_s^2}, \quad \gamma_m = \sqrt{\gamma_p^2 + \gamma_s^2} \quad (1)$$

粒子に作用する接点力を粒子が占める領域で平均化することで等価な応力 σ_{ij}^p ($i, j=x, y$)が定義できる⁹⁾。

$$\sigma_{ij}^p = -\left(1/V^p\right) \sum_{N_c} x_i^c F_j^c \quad (2)$$

ここで、 N_c : 接点数、 V^p : 粒子面積、 x_i^c : 力の作用点、 F_j^c : 接点力である(図-2参照)。さらに一般性を持たせるために、物質要素の回転に自由度を加えたMicropolar理論¹⁰⁾を適用すると釣り合い式は次のようになる。

$$\sigma_{ij,j}^p = 0 \quad (3)$$

$$m_{i,j} + \sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p = 0 \quad (4)$$

式(4)が偶応力 m に関する釣り合い式で、回転抵抗が発揮されれば偶応力が存在し $\sigma_{yx}^p \neq \sigma_{xy}^p$ となる。そこで、回転抵抗の発揮度を回転抵抗度として応力比の関数 $(\sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p)/\sigma_m^p$ で表すことにする。このような偶応力を発生させる回転抵抗を表現するために、接点に転がり抵抗を材料定数として導入する方法も提案されている¹¹⁾。しかし、本計算モデルでは、使用モデルの接点自体に偶応力を伝達するメカニズムは有していない。よって、本論文では、粒子の回転抵抗度が、釣り合い状態にある非円形粒子の幾何学的配置や接点力ベクトルに依存して発現すると考える。

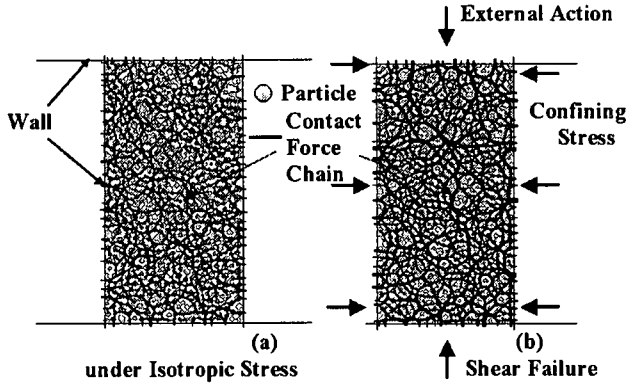


図-3 円形粒子粒状体の様子: (a)等方圧縮時, (b)せん断破壊時

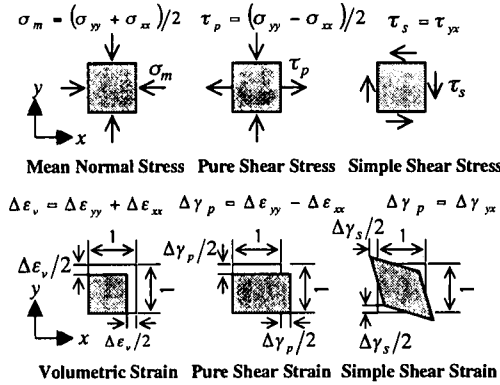


図-4 x-y 座標系における応力・ひずみ成分の定義

次に図-5 に示すような微細構造の領域に働く応力について定義する。構造が受ける等価な応力 $\sigma^{(i)}_{ij}$ は、隣接する構造から受ける接点力を注目する構造の領域で平均化することで算定できる。本論文では近似的に、式(2)で得られた粒子の等価応力を用いて微細構造を構成する全粒子で平均化し求める。応力 $\sigma^{(i)}_{ij}$ は次式で表される。

$$\sigma^{(r)}_{ij} = \frac{1}{V^{(r)}} \sum \sigma^p_{ij} \cdot V^p \quad (5)$$

ここで、 $V^{(r)}$ は微細構造の占める面積である。

また、微細構造の平均ひずみ増分 $\Delta \varepsilon^{(i)}_{ij}$ は、構造領域内の変形が一樣で、変位分布が線形変換に従うと仮定することで次式で定義できる。

$$\tilde{v}_i^{p(m)} = \Delta \alpha^{(r)}_{ij} \tilde{x}_j^{p(m)} \quad (6)$$

$$\Delta \alpha^{(r)}_{ij} = \Delta \varepsilon^{(r)}_{ij} - \Delta \omega^{(r)}_{ij}$$

$$\tilde{x}_i^{p(m)} = x_i^{p(m)} - \bar{x}_i, \quad \tilde{v}_i^{p(m)} = v_i^{p(m)} - \bar{v}_i, \quad i, j = x, y \quad (7)$$

ここで、 $x_i^{p(m)}$ 、 $v_i^{p(m)}$ はそれぞれ微細構造に含まれる m 番目の粒子 p の位置ベクトル、速度ベクトル、また、 $\bar{x}_i$ 、 $\bar{v}_i$ は平均位置ベクトル、平均速度ベクトルである。変形勾配 $\Delta \alpha^{(i)}_{ij}$ は、平均ひずみ増分 $\Delta \varepsilon^{(i)}_{ij}$ (対称成分) と回転増分 $\Delta \omega^{(i)}_{ij}$ (非対称成分) で表せる。変形勾配 $\Delta \alpha^{(i)}_{ij}$ は $v_i^{p(m)}$ と式(6)の $\tilde{v}_i^{p(m)}$ との残差 $\sum (\tilde{v}_i^{p(m)} - v_i^{p(m)})^2$ が最小となるように算定する。

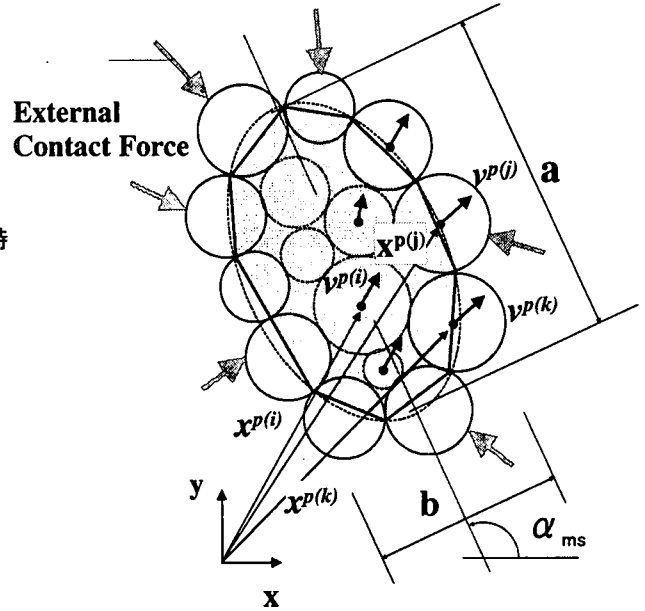


図-5 閉じた粒子接触経路「微細構造」

マクロな応力 σ_{ij} 、ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ij}$ とミクロな微細構造の $\sigma^{(i)}_{ij}$ 、 $\Delta \varepsilon^{(i)}_{ij}$ との関係は構造の占める面積割合 $f^{(r)}$ を用いて次式で与えられる^{12), 13)}。

$$\sigma_{ij} = \sum f^{(r)} \cdot \sigma^{(r)}_{ij} \quad (8)$$

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \sum f^{(r)} \cdot \Delta \varepsilon^{(r)}_{ij} \quad (9)$$

図-5 のように閉じた構造の幾何学特性をその長軸長 a 、短軸長 b 、長軸方向を x 軸から反時計回り方向に α_{ms} で表現する。微細構造の形状は扁平度として $(a^2 - b^2)/(a^2 + b^2)$ で評価し、この値は構造が円形($a=b$)の場合は0、扁平なほど大きな値を示す¹⁴⁾。また粒子接点に発揮される摩擦角 ϕ_c は接触面に垂直・接線方向の接点力をそれぞれ f_n, f_t とすると、粒子間に滑りが発生する条件は以下になる。次式で表せる。

$$|\phi_c| / \phi_\mu \geq 1, \quad \tan \phi_c = \frac{f_t}{f_n} \quad (10)$$

したがって、 $|\phi_c| / \phi_\mu$ の値が大きい程、接点にはせん断力が生じ滑りに対して危険な状態にある。また、動員摩擦角の最大値を ϕ_{cmax} とする。本論文ではこの値の大きさを滑りに対する危険度とし、この値が大きいほど接点の安定度は低いことになる。ここで、構造の座屈のような変形モードについて着目する場合には、粒子回転抵抗度を考慮した接点の安定度の定義が必要であるとのおもわれる。しかし、構造の崩壊におよぼす粒子回転と粒子間すべりの影響を分離することは難しく、本論文では直接的効果をもつ粒子間すべりのみで接点の安定性を議論する。

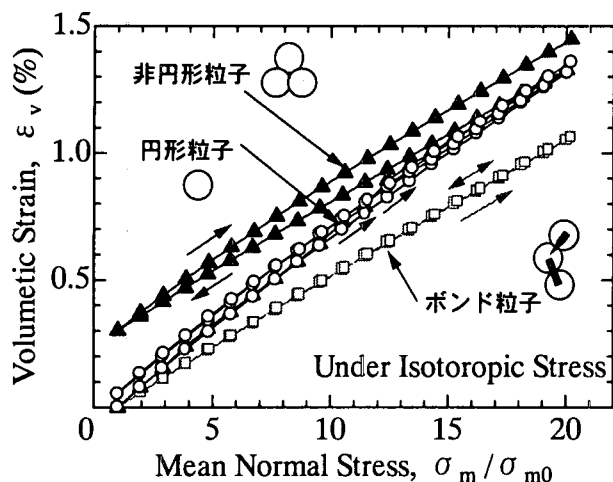


図-6 接点メカニズムが異なる粒状体の繰返し等方応力下の挙動

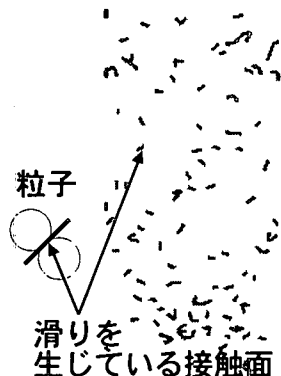


図-8 供試体内で粒子間滑り状態にある接点の平面分布 ($\sigma_m/\sigma_{m0}=5$) ; 接触面接線方向を線分で表示

3. 解析結果と考察

本節では等方圧縮・除荷・再載荷といった繰返し等方応力下と拘束圧および縦ひずみ (ε_{yy}) 速度一定下での二軸圧縮によりせん断試験を行った結果について検討する。また、その結果に基づいて供試体内部に発達・消滅する微細構造を観察する。

3.1 繰返し等方応力下の解析結果および考察

3.1.1 繰返し等方応力下の巨視的変形挙動

図-6 は、円形粒子、ボンド結合粒子と 3 粒子を三角形に連結させた非円形粒子の 3 種類の粒子から成る粒状体について等方圧縮・除荷時・再載荷時の変形挙動を示している。体積ひずみはボンド粒子、円形粒子、非円形粒子の順に大きくなっている。円形粒子、非円形粒子ともに若干ではあるが上に凸の曲線を示し、硬化していることが分かる。本解析例

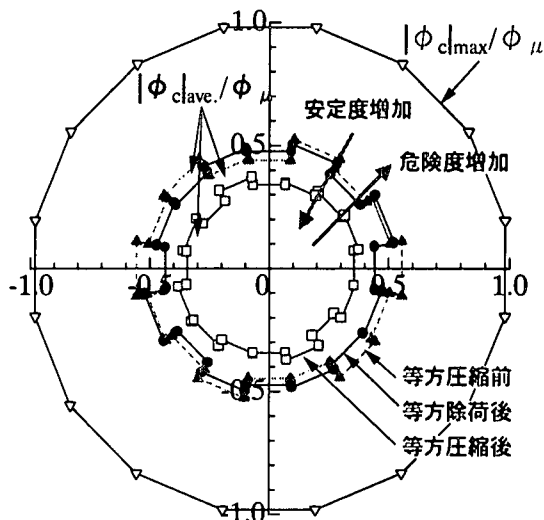


図-7 動員摩擦角に着目した等方応力下での接点角分布 ; 非円形粒子

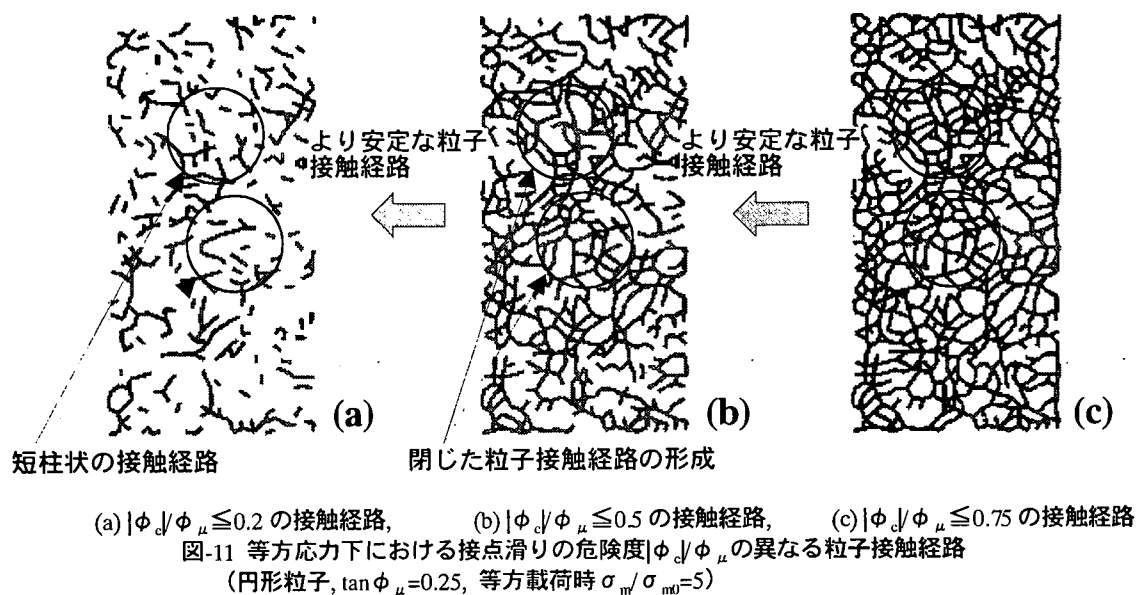
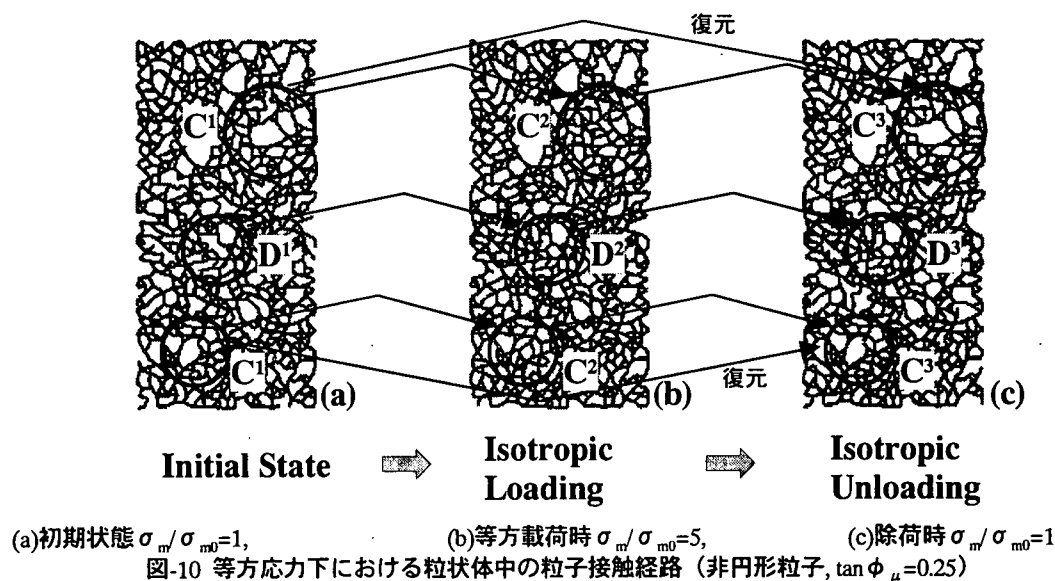
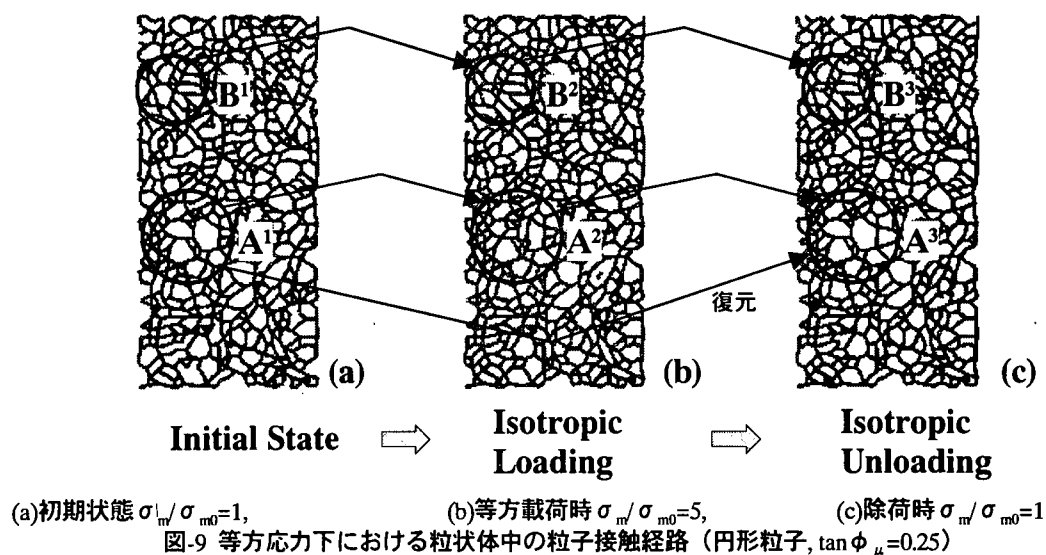
では、載荷時の体積ひずみは円形粒子と非円形粒子とでは、ほとんど差がみられない。しかし、非円形粒子の場合、除荷後に大きな残留変形が生じている。以上のことから、等方圧縮時においても粒子接点の変形だけでなく、粒子の相対変位が比較的大きな割合を占めていることが分かる。

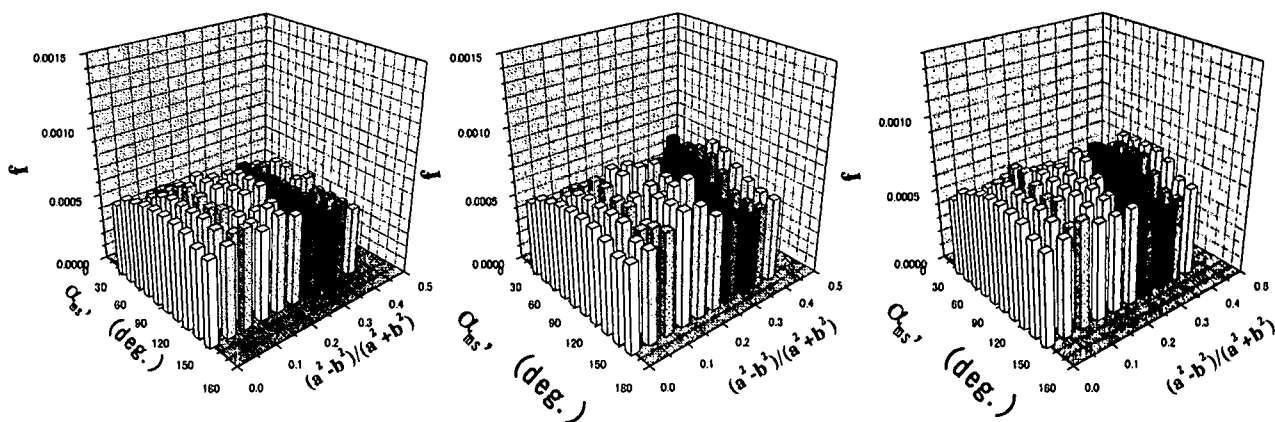
3.1.2 繰返し等方応力下の接点に関する統計量

まず、内部構造を粒子単位の統計的特性である接点角分布を用いてしらべる。図-7 は、非円形粒子の場合について、等方圧縮・除荷時における粒子間滑りに対する内部構造の接点の危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu$ に着目した接点角分布である。ここで、図中の動員摩擦角 ϕ_c 、 $|\phi_c|_{ave}$ 、 $|\phi_c|_{max}$ は、それぞれ、接点での動員摩擦角、接触面の法線が着目する方向角内にある接点の動員摩擦角の平均値、最大値である。危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu=1$ のとき、粒子は滑りを起こしておりその接点を含む微細構造は消滅するが、0 に近い値ほど安定性が高い。図から、等方応力下においても全ての方向で $|\phi_c|_{max}/\phi_\mu=1.0$ の値を示し粒子間滑りが生じていることがわかる。応力比一定下における粒子間すべり現象は他の研究者によっても指摘されている¹⁵⁾。また、平均値 $|\phi_c|_{ave}/\phi_\mu$ でも 0.5 程度の危険度を示している。圧縮過程では危険度の平均値は減少しており統計的に接点は安定化するといえる。

一方、除荷過程において危険度は高くなるが、除荷が終了した過圧密状態の方が初期状態に比べて安定度が高くなっている。円形粒子の場合にも同様の傾向がみられた。

図-8 は圧縮時の供試体内で滑りが発生している接触面を一定長の線分で示している。図からランダムな方向に複数の接点で滑りが発生しているといえる。以上のことから、等方圧縮・除荷においても接点にはせん断力が動員され、あらゆる方向に滑りが生じていることが分かった。





(a)初期状態($\sigma_m/\sigma_{m0}=1$), (b)等方圧縮時($\sigma_m/\sigma_{m0}=5$), (c)等方除荷時($\sigma_m/\sigma_{m0}=1$)
図-12 等方圧縮・膨張過程における微細構造の存在割合 f (円形粒子, $\tan \phi_\mu=0.25$)

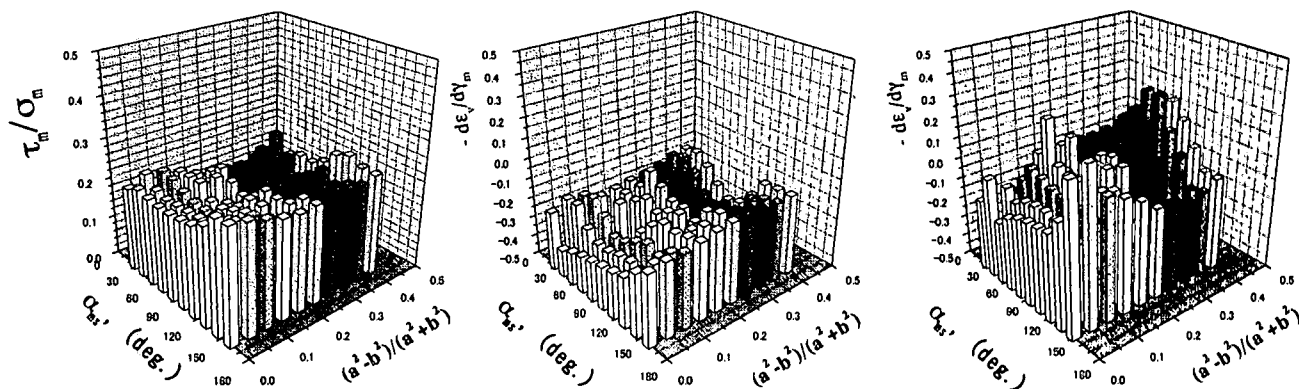


図-13 等方応力下における微細構造領域に
分担される応力比(円形粒子, $\tan \phi_\mu$
 $=0.25$, $\sigma_m/\sigma_{m0}=5$)

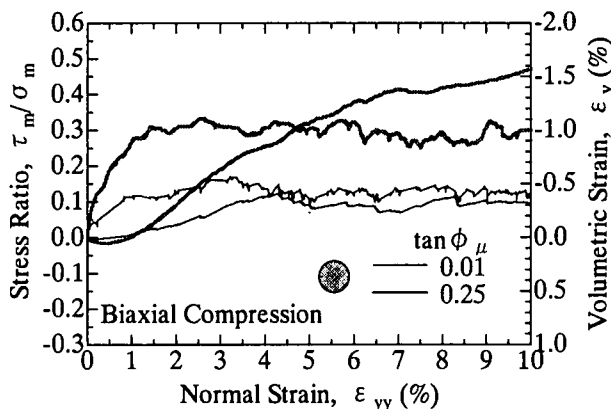
(a)等方圧縮過程($\sigma_m/\sigma_{m0}=5$), (b)等方除荷過程($\sigma_m/\sigma_{m0}=1$)
図-14 等方応力下における微細構造領域に生じるひずみ増分比(ダイレイタ
ンシー比)

3.1.3 繰返し等方応力下に形成される微細構造

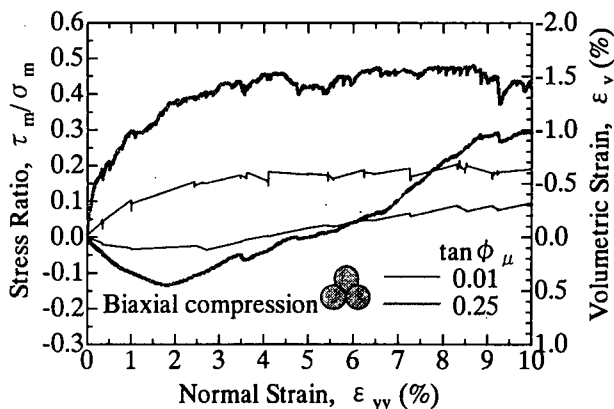
等方応力下のマクロな変形に伴い粒子の接触関係によって形成される微細構造の形態を調べる。図-9, 10 はそれぞれ円形粒子、非円形粒子の場合 ($\tan \phi_\mu=0.25$) について、初期状態 ($\sigma_m/\sigma_{m0}=1.0$)、等方圧縮時 ($\sigma_m/\sigma_{m0}=5.0$)、除荷時 ($\sigma_m/\sigma_{m0}=1.0$) に接触関係にある接点を線で結んだ粒子接触構造網を示している。また、詳細に観察するために各図とも特徴的な領域に着目する (領域 A, B, C, D)。いずれの場合も複雑な網目状の接触経路網を形成しており、円形粒子の集合体の方が非円形粒子の場合に比べて疎な接触経路網を形成している。圧縮過程では、粒子形状に関わらずいくつかの大きな構造つまり疎な接触経路網部分が粒子間すべりによって崩壊し、その内部に数個の小さな構造が発生し密になっている (領域 $A^1 \rightarrow A^2$, $B^1 \rightarrow B^2$, $C^1 \rightarrow C^2$, $D^1 \rightarrow D^2$)。除荷時には圧縮過程に生じた密な構造が消滅し、圧縮前

の疎な状態に復元している箇所が見出せる (領域 $A^2 \rightarrow A^3$, $C^2 \rightarrow C^3$)。一方、除荷によって圧縮前の状態に復元しない箇所もみられる (領域 $B^2 \rightarrow B^3$, $D^2 \rightarrow D^3$)。以上から、粒状体の等方圧縮に伴う硬化、除荷時の残留変形、弾性変形の発現には、粒子間滑りに起因する微細構造の発達・消滅が大きな因子であると考えられる。

次に、粒子接触経路の形成に及ぼす粒子接点の安定度の影響についてしらべる。図-11(a-c)はそれぞれ円形粒子 ($\tan \phi_\mu=0.25$) の等方圧縮時 (図-9(b)) において粒子間すべり危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.2, 0.5, 0.75$ の条件を満たす接点の接触経路を示している。危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu$ の閾値が低く安定度の高い接触経路 (図-11(a)) の存在割合は低く、経路も短柱状であり、その向きはランダムである。この条件下では供試体の着目する境界端からもう一方の端まで延びた接触経路は存在していない。危険度の閾値を高くすると ($|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.5$, 図-11(b))、短柱を核に樹形図的



(a) 円形粒子,



(b) 非円形粒子

図-15 粒子形状・粒子間摩擦抵抗角 ($\tan \phi_\mu=0.01, 0.25$) が異なる粒状体のせん断時の挙動 ;

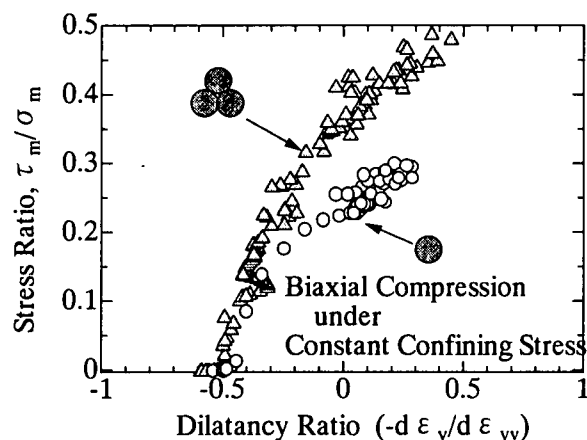


図-16 粒子形状の異なる粒状体の応力比-ひずみ増分比関係

に接触経路は延び、経路が閉じた構造が現れる。さらに $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.75$ (図-11(c)) の場合になって、接触経路は境界端から境界端まで達し供試体の外的作用に対する耐力を発現する構造を見出せる。

3.1.4 繰返し等方応力下の微視的変形挙動

接触経路の発達に伴い閉じた経路が生じることで形成された微細構造の幾何特性と分担応力、変形を調べる。図-12(a-c)は円形粒子の粒状体 ($\tan \phi_\mu=0.25$) について、等方応力下における閉じた粒子接触経路の微細構造 (図-5 参照) の存在割合 f (供試体全体に対する体積割合) を構造の形状 $(a^2-b^2)/(a^2+b^2)$ と長軸 a の向き α_{ms} に対して示している。供試体の軸方向 (縦方向) は $\alpha_{ms}=90(\text{deg.})$ の方向に一致する。等方応力下では $(a^2-b^2)/(a^2+b^2) \leq 0.4$ の形状の構造がその方向に関係なく、ほぼ一様に存在している。図-13は微細構造が占める領域に分担される応力比 τ_m/σ_m を示している。図からマクロには等方応力状態であっても粒状体内部の不均質性から 0.1~0.3 程度の大きなせん断が生じていることが分かる。

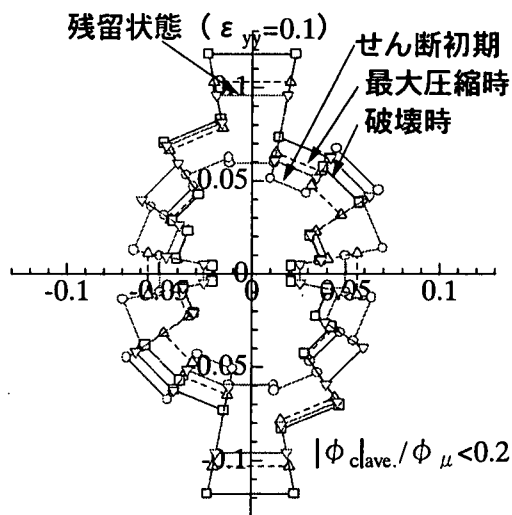


図-17 せん断過程におけるすべり安定度の高い接点角分布の遷移 (非円形粒子, $\tan \phi_\mu=0.25$)

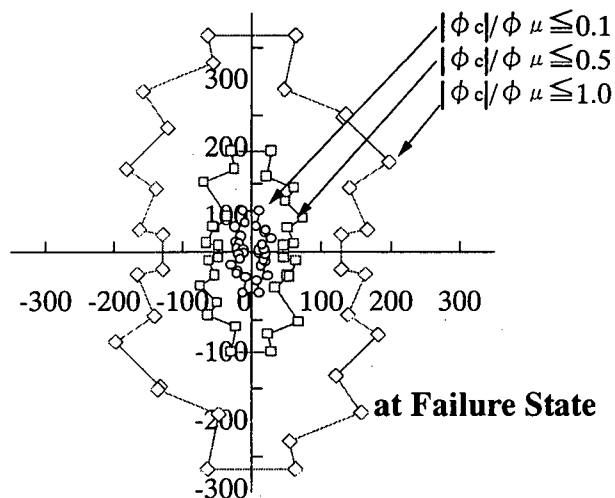


図-18 せん断破壊時のすべり安定度の違いに着目した接点角分布 (円形粒子, $\tan \phi_\mu=0.25$)

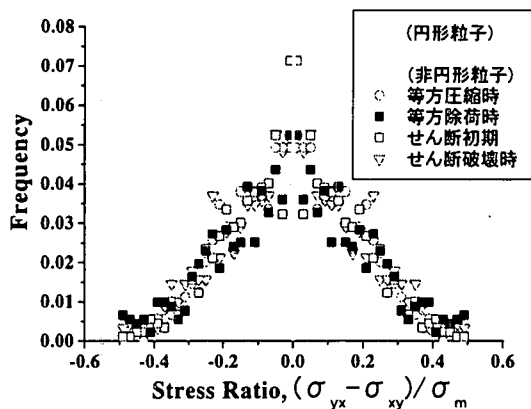


図-19 粒状体中に発揮される回転抵抗度の頻度分布；
($\tan \phi_\mu = 0.25$)

図-14(a, b)はそれぞれ、各構造領域で発生するひずみ増分比 $-d\epsilon_v/d\gamma_m$ (ダイレイタンシー比) を等方圧縮、除荷過程について示している。ダイレイタンシー比 $-d\epsilon_v/d\gamma_m$ が負値のとき圧縮変形増分、正值のときは膨張変形増分が生じる。全構造において等方圧縮過程 (図-14(a)) では $-d\epsilon_v/d\gamma_m \leq 0$ で圧縮性、等方除荷過程の場合 (図-14(b)) は、 $-d\epsilon_v/d\gamma_m \geq 0$ で膨張性をもったダイレイタンシーが生じている。他のケースについても同様の傾向がみられた。以上のことから、たとえ等方圧縮・除荷時であっても、微細構造レベルではせん断があらゆる方向に発生し、粒子間滑りやダイレイタンシーが生じているといえる。従来はせん断とは分離してモデル化されがちな等方圧縮・除荷変形もせん断時の変形と同様にダイレイタンシーが支配的であるといえる。

3.2 せん断時の解析結果および考察

3.2.1 せん断時の巨視的変形挙動

図-15(a, b)は粒子形状 (円形、非円形)、摩擦係数 ($\tan \phi_\mu = 0.01, 0.25$) が異なる粒状体の拘束圧一定二軸圧縮時におけるせん断変形・破壊挙動を示している。図から、粒子形状に関わらず摩擦係数が極端に小さくなると剛性、強度とも低下し圧縮性が極端に低くなる。一方、円形粒子に比べ非円形粒子の方が圧縮性が高く、破壊ひずみも大きい延性的な変形を示し、強度も 1.5-2.0 倍程度高くなっている。さらに、粒子形状が異なる粒状体 ($\tan \phi_\mu = 0.25$) のストレーダイレイタンシー関係を図-16 に示す。せん断初期では同一経路をたどるが、その後、直線関係は認められるものの同じダイレイタンシー比 ($-d\epsilon_v/d\gamma_m$) に対して発揮される応力比は非円形粒子の方が円形粒子にくらべ 1.5 倍程度大きい。以上のような円形粒子と非円形粒子の変形・破壊挙動の違いは砂の実験においても観察されている^{2), 5)}。したがって、ストレー

ダイレイタンシー関係には粒子間滑り以外の効果も大きな役割を担っていると考えられる。次小節では粒子形状や摩擦特性の異なる粒状体のせん断過程における統計的値である接点角分布や微細構造の形成過程について検討する。

3.2.2 せん断時の接点に関する統計量

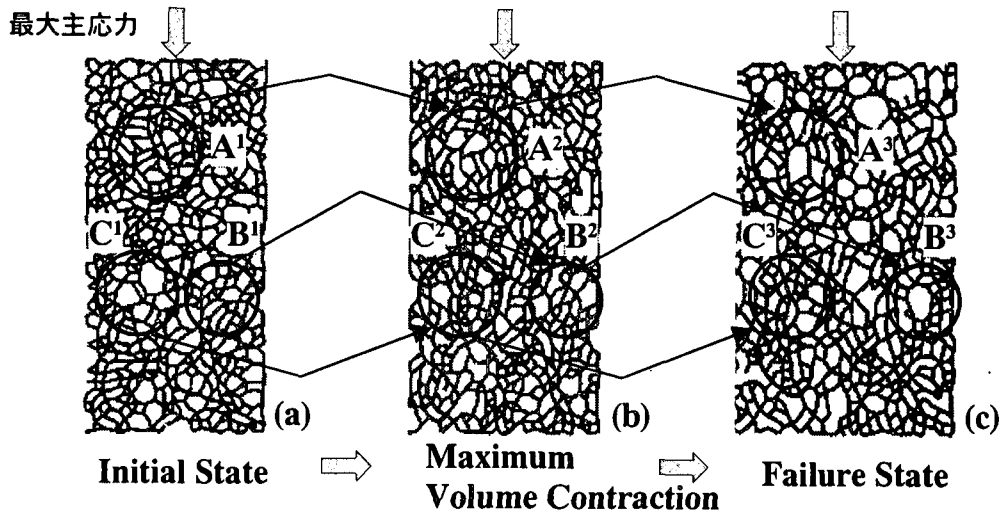
粒子単位の統計的特性である接点角分布について調べる。図-17 は、非円形粒子の場合のせん断初期、最大圧縮時、破壊時、残留状態 (軸ひずみ 10% 時) において、接点のすべり危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.1$ 以下の安定度の高い接点の配位数を示している。せん断に伴い分布形状が最大主応力方向に卓越し最小主応力方向に減少するように変化しており、最大主応力方向に異方性が誘導されていることがわかる^{5), 6)}。図-18 は、破壊時における、異なる粒子間滑りに対する危険度 ($|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.2, 0.5, 1.0$) の接点による接点角分布を示している。危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu$ の閾値が小さく安定な接触状態、例えば 0.2 以下の接点数は総接点数 (1.0 以下) に比べ 1/6 程度とかなり少なく、接触経路の形成条件が限定されていることがわかる。また、高い危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu$ 内に相当する接点角分布は大きくなるが、その分布形状はほぼ相似に変化している。これは、粒子接触経路の発達がある一定の規則に従っていることを示唆するといえる。

一方、円形粒子の場合について配位数、接点角分布を調べたが同様の結果が得られた。そこで、円形粒子と非円形粒子の変形挙動の違いについて接点メカニズムの観点から検討する。前述の小節 2.3 で述べたように非円形粒子は円形粒子と異なり回転に対して抵抗を発揮すると考えられる。図-19 に回転抵抗発揮度として定義した応力比 $(\sigma_{yx} - \sigma_{xy})/\sigma_m$ の頻度分布を等方圧縮応力下、せん断時について示す。円形粒子の場合には全粒子で常に応力比 $(\sigma_{yx} - \sigma_{xy})/\sigma_m = 0$ で回転抵抗が発揮されていない。一方、非円形粒子の場合には供試体内部に偶応力が発生しており、その頻度分布はマクロな応力状態に関わらず 0 を平均として正規分布に近い形状を示している。この粒子回転抵抗の発揮が延性的な巨視的変形・破壊挙動に寄与していると考えられる。

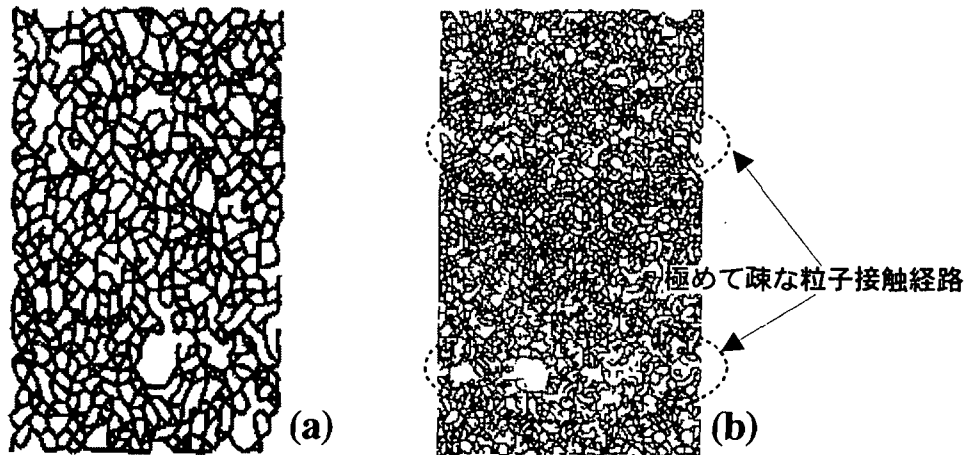
3.2.3 せん断時に形成される微細構造

次に、マクロなせん断変形に伴う粒子の接触経路の変化を調べる。図-20(a-c)はそれぞれ円形粒子の場合 ($\tan \phi_\mu = 0.25$) について、せん断時の初期、最大圧縮時、破壊時における粒子接触経路網を示している。また、詳細に観察するために各図とも特徴的な領域に着目する (領域 A, B, C)。

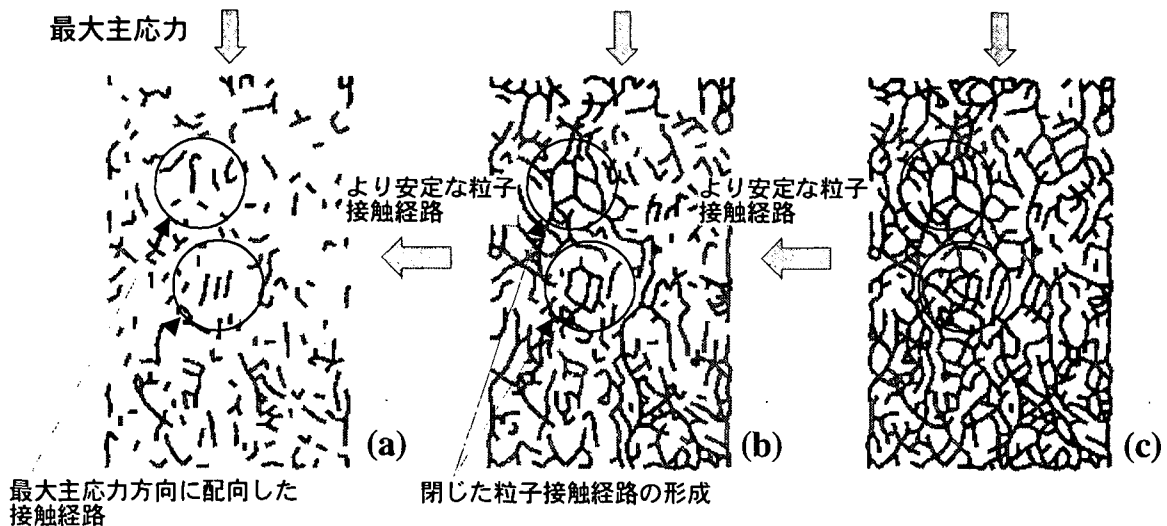
前述の等方圧縮・除荷過程の場合 (図-9, 10) と比較して、せん断過程の方が粒子接触経路網の形態の変化が顕著といえる。まず、領域 A, B の粒子接触経路網の変化について着目する。せん断過程初期では最大主応力方向 (図縦方向) とは大きな方向角差を



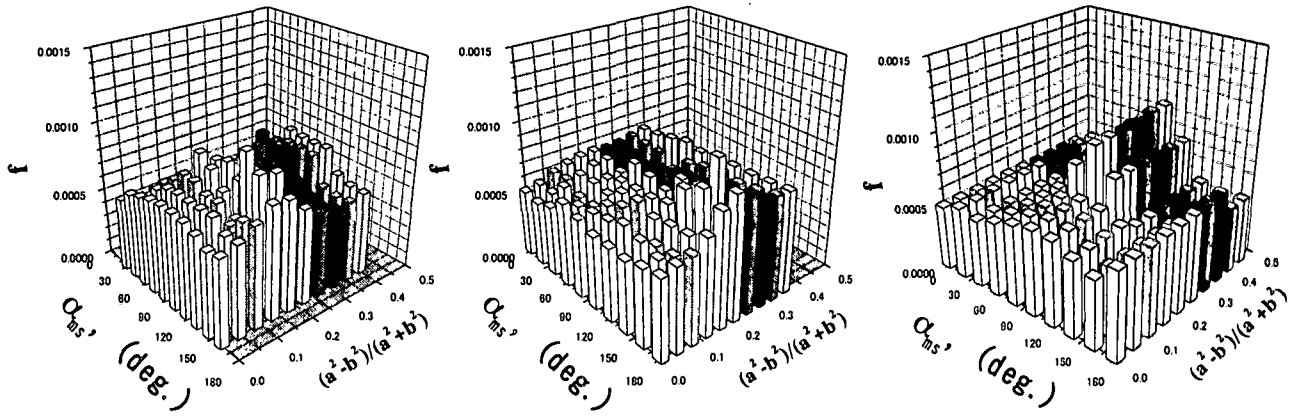
(a)せん断初期, (b)最大圧縮時, (c)破壊時
図-20 せん断時における粒状体中の粒子接触経路 (円形粒子, $\tan \phi_\mu = 0.25$);



(a)非円形粒子, $\tan \phi_\mu = 0.25$, (b)円形粒子, $\tan \phi_\mu = 0.01$
図-21 せん断破壊時における粒状体中の粒子接触経路



(a) $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.2$ の接触経路, (b) $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.5$ の接触経路, (c) $|\phi_c|/\phi_\mu \leq 0.75$ の接触経路
図-22 二軸圧縮破壊時における接点滑りの危険度 $|\phi_c|/\phi_\mu$ の異なる粒子接触経路 (円形粒子, $\tan \phi_\mu = 0.25$)

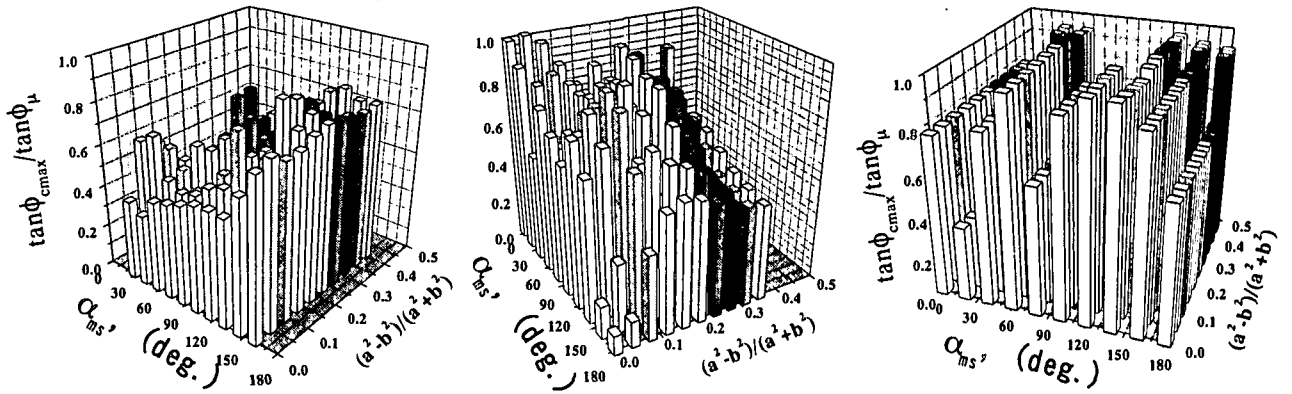


(a)せん断初期($\tau_m/\sigma_m=0.01$),

(b)最大圧縮時,

(c)破壊時

図-23 せん断過程における微細構造の存在割合 f (円形粒子, $\tan \phi_\mu=0.25$)

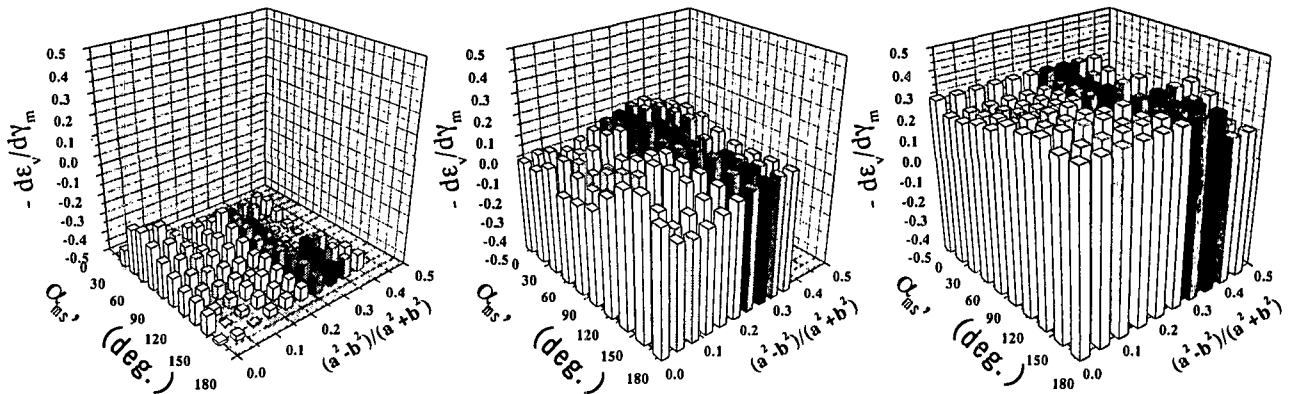


(a)せん断初期($\tau_m/\sigma_m=0.01$),

(b)最大圧縮時,

(c)破壊時

図-24 せん断過程における微細構造内の最大動員摩擦角(円形粒子, $\tan \phi_\mu=0.25$)



(a)せん断初期($\tau_m/\sigma_m=0.01$),

(b)最大圧縮時,

(c)破壊時

図-25 せん断過程における微細構造領域に生じるひずみ増分比 (ダイレイタンスー比)

有する接触経路がせん断に伴って消滅し、一方、破壊時には、接触経路網はより疎になり最大主応力方向に配向している(領域 $A^1 \rightarrow A^2 \rightarrow A^3$, $B^1 \rightarrow B^2 \rightarrow B^3$)。一方、せん断初期に疎な接触経路網を形成している領域 C では、せん断過程が進むにつれて疎な接触経

路網部分が崩壊しその内部に数個の小さな経路網が密に発生している(領域 $C^1 \rightarrow C^2 \rightarrow C^3$)。また、図-21(a, b)はそれぞれ非円形粒子 ($\tan \phi_\mu=0.25$) と滑らかな円形粒子 ($\tan \phi_\mu=0.01$) についてせん断破壊時の粒子接触経路網を示している。図-20(c)と図-21(a)と

を比較すると非円形粒子の場合の方が極端に疎な経路網もみられるが密な経路網の割合が高くなっている。また図-21(b)の滑らかな円形粒子 ($\tan \phi_{\mu}=0.01$) の場合、主応力方向 (図縦横) に格子状もしくは対角線を有するひし形状の密な接触経路網も形成するものの、途中で断絶する経路も多く、かなり疎な部分がみられる。以上のことから、せん断変形に対する耐力は接触経路網の発達程度 (疎密) に大きく依存するといえる。また、このような粒子接触経路の発生・消滅は粒子接点の安定・不安定性に支配されていると考えられる。

つぎに、3.1.3 項と同様に接点の安定性に着目して粒子接触経路を観察する。図-22(a-c)は、それぞれ円形粒子 ($\tan \phi_{\mu}=0.25$) のせん断破壊時において粒子間滑りに対する危険度 $|\phi_c|/\phi_{\mu} \leq 0.2, 0.5, 0.75$ の条件を満たす接点の接触経路を示している。図-11(a)の等方圧縮時の場合と同様に、危険度 $|\phi_c|/\phi_{\mu} \leq 0.2$ で安定度の高い接触経路 (図-22(a)) の存在割合は低く、経路も短柱状である。しかし、その向きには配向性があり最大主応力方向 (図縦方向) に卓越している (同様な傾向が他の解析によっても得られている¹⁶⁾)。この条件下では供試体の境界端から境界端まで延びた接触経路は存在しない。危険度の閾値を高くすると ($|\phi_c|/\phi_{\mu} \leq 0.5$, 図-22(b))、短柱を核に樹形図的に接触経路は延び、経路が閉じた構造が現れる。図-18の接点の危険度に着目した接点角分布の相似性を満たすように経路が延びると考えられる。さらに、 $|\phi_c|/\phi_{\mu} \leq 0.75$ (図-22(c)) の場合、接触経路は境界端から境界端まで達し供試体としてせん断に対する耐力を発現する構造を見出せる。このような接触経路の幾何学量の定量化と力学条件との関係を明らかにする必要がある。

3.2.4 せん断時の微視的変形挙動

ここでは、3.1.4 項の等方応力下の場合と同様に、微細構造の幾何特性と分担応力、変形を調べる。図-23(a-c)は円形粒子の粒状体 ($\tan \phi_{\mu}=0.25$) について、せん断時の微細構造の存在割合 f を構造の扁平度 $(a^2-b^2)/(a^2+b^2)$ と長軸 a の向き α_{ms} に対して示している。せん断初期 (図-23(a)) では扁平度が 0.4 以下の形状の構造がその方向に関係なく、ほぼ一様に存在している。最大圧縮時付近 (図-23(b)) では円形に近い構造 $((a^2-b^2)/(a^2+b^2) \approx 0)$ に比べて扁平な構造の割合が増加している。さらに、せん断が進んだ破壊時付近 (図-23(c)) では、円形に近い構造の存在割合が低下するとともに扁平度が 0.4 以上の扁平な構造が形成されている。また、扁平度が 0.2 以上では、その方向が巨視的応力の最大主応力方向 ($\alpha_{ms}=90(\text{deg.})$) に一致した構造の存在割合が顕著に高く、両方向の方向角差が大きい構造の存在割合が低下している。また、図-24(a-c)はせん断過程における微細構造内の最大摩擦角の動員度 $\tan \phi_{cmax}/\tan \phi_{\mu}$ を示している。せん断に伴って円形に近い構造に動員される摩擦角は大きく不安定になるが、扁平な構造は動員度が低く安

定である (図-24(b))。さらに破壊時においては大部分の構造で摩擦角の動員度は高く、マクロな最大主応力方向 ($\alpha_{ms}=90(\text{deg.})$) に一致した方向を有するごく限られた条件の構造のみ安定度が高いといえる。図-23 と図-24 とを比較すると、微細構造の粒子間滑りに対する安定性に支配され、最大主応力方向に扁平な微細構造が発達し、異方性が卓越する応力誘導異方性が発現するといえる。このような傾向は実験によっても確認されている⁹⁾。

つぎに、微細構造の変形について検討する。図-25(a-c)はそれぞれ、各構造領域で発生するひずみ増分比 $-d\varepsilon_v/d\gamma_m$ をせん断初期、最大圧縮時と破壊時とについて示している。せん断初期 (図-25(a)) では全構造において $-d\varepsilon_v/d\gamma_m \leq 0$ で圧縮変形しているが、特に扁平な構造ほど $|-d\varepsilon_v/d\gamma_m|$ が大きく、負のダイレイタンスー傾向を示している。この傾向は粒子自体の弾性に起因した圧縮変形ではなく、扁平な微細構造がせん断変形によって粒子の相対位置を変化させ、より扁平な構造へ変化することで実現されと考えられる。等周条件では閉曲線が囲む面積は円が最も大きいからである。さらにせん断が進行した最大圧縮時 (図-25(b)) では、全体として、ひずみ増分比 $|-d\varepsilon_v/d\gamma_m|$ の値は小さくなっているが、 $-d\varepsilon_v/d\gamma_m$ の正負が混在している。若干ではあるが扁平な構造の方が正の値をとるものが多い。これは扁平な構造がせん断変形によって円形に近づくという変形モードに起因すると考えられる。破壊時では、ほとんどの構造において $-d\varepsilon_v/d\gamma_m > 0$ で正のダイレイタンスー特性を示している。他のケースについても同様の傾向がみられた。以上のことから、せん断応力比の増加に伴い圧縮傾向から膨張傾向へと遷移するダイレイタンスー挙動は、粒子の接触関係の安定性に起因する応力誘導異方性と微細構造の変形特性 (ダイレイタンスー特性) を考慮することで解釈可能であることが、DEM 解析結果からも明らかにされた。

4. 結 論

本論文では、個別要素法 (DEM) を用いて粒子形状、摩擦特性が異なる粒状体の二次元解析を行った。変形・破壊挙動と粒子接触経路の形成過程について粒子接点の接触状態の安定性に着目して検討した。解析から得られた結果を以下にまとめる。

- (1) 円形粒子、非円形粒子、粒子をボンドで結合したボンド粒子の 3 種類の粒子集合体について等方圧縮・除荷試験を行った。非円形粒子の場合には残留変形が生じた。また、等方圧縮・除荷過程においても粒子間にはせん断力が発生し、粒子間すべりやせん断変形が生じていることが示された。
- (2) 等方応力下で粒状体内部に形成される粒子接触経路の変化を観察し、接点力を平均化した応力やひ

ずみを算定した。その結果、接点の滑りに対する平均的な安定度は等方圧縮過程で高くなり、除荷過程では低下するものの初期状態に比べて高くなることが分かった。また、内部ではせん断時と同様にダイレイタンスが生じており、粒状体の圧縮変形とせん断変形の統一的な解釈が可能であることが示された。

- (3)円形粒子の場合に比べ非円形粒子の場合の方が、圧縮傾向が強く、せん断強度と破壊時のせん断ひずみも大きくなることから、延性的挙動を示すことが確認された。また、この違いには非円形粒子に発生する回転抵抗度が重要な役割を果たしていることを示した。粒子特性の定量的評価と回転抵抗度の定式化は今後の課題である。
- (4)せん断強度の発現には粒子接触経路の疎密度が重要な役割を果たしており、経路が粒子間滑りに対して安定で密に発達した粒状体が大きなせん断耐力を有するといえる。粒子間すべりに対して安定度の高い接点数は、安定度の低い接点を含む接点全体数に比べてかなり少ない。しかし、安定度の異なる接点角分布の形状には相似性が認められるようであり(図-18)、粒子接触経路の幾何学特性の定量化によって粒子接触経路の発展則の記述へつながると考えられる。
- (5)せん断応力比の増加に伴い圧縮傾向から膨張傾向へ遷移するダイレイタンス挙動は、粒子接点の安定性に起因する応力誘導異方性と微細構造自体の変形特性(ダイレイタンス特性)を考慮することで解釈可能であることがDEM解析結果からも示された。

参考文献

- 1) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. and Toki, S.: Physical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.3., pp.53-64, 1997.
- 2) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. and Toki, S.: Mechanical Characteristics of Sands with Different Primary Properties, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.4., pp.159-172, 1998.
- 3) Maeda, K. and Miura, K.: Confining Stress Dependency of Mechanical Properties of Sands, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.1., pp.53-68, 1999.
- 4) Maeda, K. and Miura, K.: Relative Density Dependency of Mechanical Properties of Sands, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.1., pp.69-80, 1999.
- 5) 吉村優治・小川正二: 砂の等方圧密およびせん断特性に及ぼす粒子形状の影響, *土木学会論文集*, No.487/III-26, pp.187-196, 1994.
- 6) Oda, M., Nemat-Nasser, S. and Konishi, J.: Stress-induced anisotropy in granular masses, *Soils and Foundations*, Vol.25, No.3, pp.85-97, 1985.
- 7) 前田健一・三浦均也: 楕円微細構造に着目した粒状体の非線形解析, *土木学会応用力学論文集* Vol.1, pp.507-518, 1998.
- 8) Cundall, P. A.: A Computer Model for Simulation Progressive, Large Scale Movement in Blocky rocksystem, *Symp. ISRM*, Vol.2, pp.129-136, 1971.
- 9) M. ODA and K. Iwashita: *An Introduction Mechanics of Granular Materials*, A.A.BALKEMA, 1999.
- 10) 大南正瑛 編: *マイクロメカニクス入門*, オーム社, pp. 29-54, 1980
- 11) 岩下和義・小田匡寛: 粒子接点での転がり抵抗を考慮した個別要素法によるせん断帯の微視的変形機構, *土木学会応用力学論文集*, Vol.2, pp.401-412, 1999.
- 12) Mura, T.: *Micromechanics of Defects in Solids*, Martinus, 1987.
- 13) Nemat-Nasser, S. and Hori, M.: *Micromechanics - Overall Properties of Heterogeneous Solids*, Elsevier, 1993.
- 14) Maeda, K., Miura, K. and Toki, S.: Mechanical properties of elliptic microstructure formed in granular materials, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.2, pp.1-13, 1995.
- 15) 松岡元・中井照夫: 土の構成式入門 6, 粒状体理論と適用, *土と基礎*, Vol.32, No.2, 土質工学会, pp.83-91, 1984.
- 16) Hori, M.: Micromechanical analyses on granular column formation and macroscopic deformation, *Soils and Foundations*, Vol.36, No.4, pp.71-80, 1996.

(2000年4月21日受付)