

軸圧縮力を受けるU型断面部材の連成座屈解析

Combined Buckling Analysis of U-section Members Subjected to Axial Loads

大賀水田生*, 高上顕**, 井澤広志***

Mitao OHGA, Akira TAKAUE and Hiroshi IZAWA

*正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町3)

** (株)長大 高松支店 (〒760-0017 高松市番町3-3-17)

***学生会員 愛媛大学大学院理工学研究科前期課程 土木海洋工学専攻 (〒790-8577 松山市文京町3)

The combined behaviors of the local and overall buckling deformations of the U-section members subjected to the axial loads are analyzed by the finite element method. In the finite element method, isoparametric degenerated shell element is adopted, and only the geometrical nonlinearity is considered based on the Green Lagrange strain definition. To solve the nonlinear equation, the displacement incremental scheme employed, in which the incremental axial displacements are added to the ends of the members. As the initial imperfections, four types of initial imperfections are introduced, 1) the bulge type of imperfection, 2) the local type of imperfection, 3) the global type of imperfection, and 4) the combined imperfection of local and global ones. For the local type of imperfection, the buckling mode corresponding to the local buckling load obtained by the transfer matrix method is introduced.

Key Words: local buckling, overall buckling, initial imperfection, thin-walled member

1. はじめに

部材長の大きい薄肉断面部材が軸方向圧縮力を受ける場合、部材全体としての変形(全体座屈)とともに部材の断面を構成する板パネルの局部的な変形(局部座屈)が生じることが知られている。この全体的および局部的変形、そしてこれらの変形の連成が部材の挙動および耐荷力に及ぼす影響に関して、従来多くの実験的^{1)~3)}および理論的研究^{4)~7)}が行われている。ところで、薄肉断面部材全体の連成座屈解析においては、計算の効率化をはかるため局部的な変形が顕著に現れる部材中央部には板要素を、その他の部分には骨組み要素が一般に用いられている^{8), 9)}。しかしながら、このような解析モデルでは部材全体の変形挙動や載荷状態が部材の耐荷力に及ぼす影響を詳細に検討することはできない。

そこで、本研究では局部的な変形のみならず全体的な変形も生じると考えられる部材長の長いU型断面部材が軸方向力を受ける場合のFEM連成座屈解析を部材全体に板要素を用いて種々の初期不整について行い、部材の力学的挙動、特に局部座屈と全体座屈の連成座屈挙動について検討するととも

に、部材の断面を構成する各板パネルの荷重分担率について考察した。

FEM連成座屈解析には、9節点を有するアイソパラメトリック退化シェル要素を用いており⁸⁾、各増分段階での増分荷重は部材両端での軸方向変位により与えているが、この部材端部での軸方向変位としては後述する2種類の方法を用いた。FEM連成座屈解析に導入した初期不整の1つとして線形座屈強度に対する変形モードを用いているが、この変形モードは伝達マトリックス法(TMM)を用いて求めている^{9), 10)}。

2. FEM連成座屈解析

本研究でのFEM連成座屈解析では、9節点を有するアイソパラメトリック退化シェル要素を用いている⁸⁾。連成座屈解析では図-1に示すU型断面部材 ($b/h=1.0$, $t/h=0.01$, $L/h=16$, 50) を断面方向に12要素、部材軸方向に60要素の計720要素に分割している。なお、本研究では部材に生じる変形の変化の様子および導入した初期不整と部材の変形性状に注目するため幾何学的非線形性のみを考慮しており、材料学的非線形性は考慮していない。非線形計算には荷重増分法

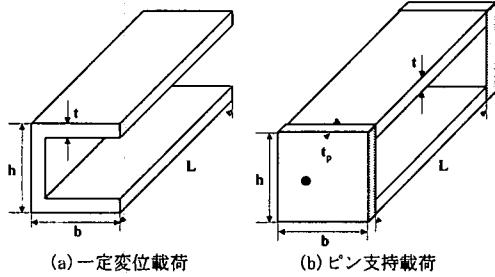


図-1 解析モデル

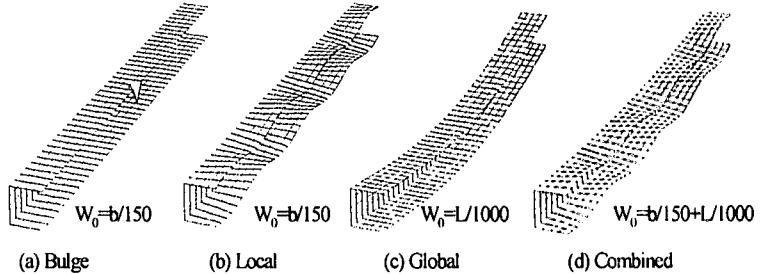


図-2 初期不整

を用いているが、各増分段階での増分荷重は部材両端での軸方向変位により与えている。今研究では、この部材端部での軸方向変位を与える方法として、1)断面全体に一定の変位を与える方法(図-1(a))、および2)部材両端に載荷板を設け、載荷板の重心に軸方向変位を与える方法(図-1(b))を用いた(本研究では、それぞれ一定変位載荷およびピン支持載荷と称する)。この2種類の載荷法の部材をはりと考えた場合の支持状態は、一定変位載荷は固定支持、ピン支持載荷はピン支持状態となっている。なお、いずれの載荷状態においても各板パネルの支持状態は単純支持状態としている。

連成座屈解析に導入する初期不整としては、従来板パネルの局部的な変形と部材全体のはりとしての変形を組み合わせたものが一般に用いられているが^{6), 7)}、本研究では、1)板パネルの局部的な変形(図-2(b))：Local、初期不整振幅： $w_0 = b/150$ 、2)半波長の変形を部材全体に与えたはりとしての全体的な変形(図-2(c))：Global、 $w_0 = L/1000$ 、3)局部的な変形と部材全体のはりとしての変形を組み合わせたもの(図-2(d))：Combined)、さらに4)部材中央の上フランジ先端に与えた局部的な面外変形(図-2(a))：Bulge、 $w_0 = b/150$ の4種類とした。なお、これらの初期不整の座大きさには道路橋示方書を参考にしている。連成屈解析では、この4種類の初期不整に加えて初期不整を与えない場合の解析も行った。

3. 線形座屈強度および変形モード

本研究では、軸方向圧縮力を受けるU型断面部材の線形座屈強度およびFEM連成座屈解析に導入したLocal型の初期不整として用いる座屈時の変形モードを伝達マトリックス法(TMM)を用いて求めている^{9), 10)}。本法では、変位関数の部材軸方向に三角関数を導入することにより、部材軸方向のモードそれぞれに対して座屈強度を求めており、部材軸方向のモード数が大きくなる部材長の大きな薄肉断面部材の座屈強度および変形モードを正確にかつ効率的に求めることができる。

図-3に本研究で取り扱った部材長 $L/h=16$ および 50 のU型断面部材に対する線形座屈強度および線形座屈強度に対する変形モードを示している。図-3より明らかのように、部材長 $L/h=16$ の場合は局部座屈を呈しており、部材軸方向のモ

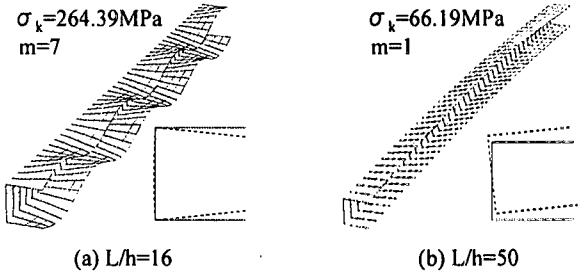


図-3 線形座屈強度と変形モード

ードは $m=7$ となっている(線形座屈強度； $\sigma_k=264.39\text{MPa}$)。一方、 $L/h=50$ の場合は部材軸方向モード $m=1$ のねじりをともなった全体座屈($\sigma_k=66.19\text{MPa}$)を示しており、断面のゆがみは認められない。

4. 一定変位載荷状態のU型断面部材

4. 1 変形挙動

(1) 部材長 $L/h=16$ のU型断面部材

図-4に、部材長 $L/h=16$ のU型断面部材に種々の初期不整を導入した場合のFEM非弾性解析により得られた上フランジ自由端での荷重-変位曲線の比較を示している。なお、縦軸には部材軸方向の平均応力をTMMにより得られた線形座屈強度で除した値 σ/σ_k ($\sigma_k=264.39\text{MPa}$)を、横軸に部材中央のフランジ端部における面外変位 w を板厚 t で除した値 w/t をとっている。また図-5に初期の荷重段階(図-4：点A)、変形が大きくなる荷重段階(図-4：点B)、および解析の最終段階(図-4：点C)における変形形状を示している。解析の最終段階については部材中央部の断面の変形状態も同時に示している。なお、それぞれの変形図の左右の変形曲線はそれぞれウェブ中央の面外変位 v_w および上フランジ先端の面外変位 w_F を示しており、さらに左肩の数字は実際の変形量に乗じた倍率を示している。

初期不整を与えない場合(Non Imper.)、図-4の荷重-変位曲線および図-5(a)より明らかのように、荷重の初期段階(図-4：点A(N))では部材の端部に非常に小さな局部的面外変形が発生しているのみであるが、線形座屈強度付近($\sigma/\sigma_k=1.0$ 、点B(N))でその変形が部材端部から部材中央に向かって伝播し変形が急激に大きくなる局部座屈現象が生じている。その後、荷重の増加にともない幾何学的非線形性

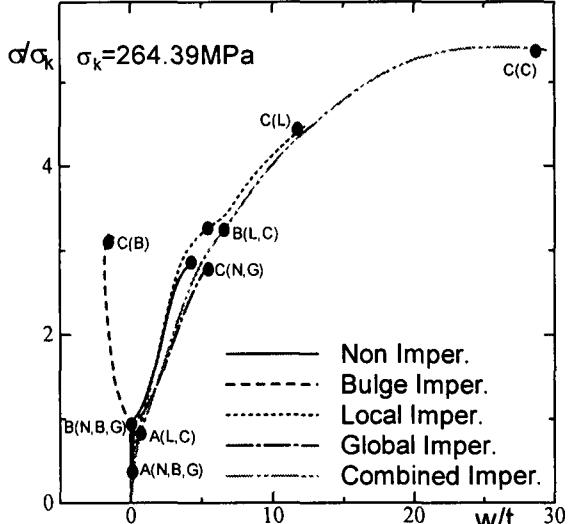


図-4 荷重-変位曲線(Const., L/h=16)

が発生しているが、 $\sigma/\sigma_k = 2.8$ 付近で部材全体としての変形が生じ、その直後に解が不安定となっている。このように、本研究での連成座屈解析においては、部材の変形挙動が変化する場合(この場合、局部的な変形から全体的な変形への移行)に解が不安定になる傾向がみられる。部材軸方向モードはTMMにより得られた線形座屈強度に対するモード $m=7$ と一致するとともに、最終段階での断面形状には若干の全体的な変形が生じているものの局部的な変形が卓越しており、図-3(a)に示す線形座屈強度に対する断面変形とよく似た形状となっている(図-5(a))。

Bulge型の初期不整(図-2(a))を与えた場合、図-4および図-5(b)より明らかなように、荷重の初期段階では部材中央部の初期不整近傍にのみ微少な変形が発生しているのみであるが、初期不整を与えない場合同様、線形座屈強度付近($\sigma/\sigma_k = 1.0$ 、点B(B))で部材中央の局部的変形が両端部に向かって伝播し、面外変形が急激に大きくなる局部座屈現象が発生している。その後荷重の増加にともない幾何学的非線形が生じているが、 $\sigma/\sigma_k = 3.2$ 付近で部材全体としての変形が生じた直後に解が不安定となっている。解析の最終段階での変形形状は局部的な変形に加えて部材中央部に部材断面の全体的な変形が生じている。また、この場合の局部座屈発生時の部材軸方向のモードは線形座屈強度に対するモード $m=7$ ではなく $m=9$ となっているが、最終段階では $m=7$ に移行している(図-5(b))。

Local型の初期不整(図-2(b))を与えた場合、図-4から明らかなように、初期不整を与えない場合およびBulge型の初期不整の場合と異なり、荷重の初期の段階から変形が徐々に増大しているが、 $\sigma/\sigma_k = 3.2$ 付近で曲線の傾向が変化している。これは、この付近から局部的な変形に加えて部材全体としての変形が大きくなっているためであると考えられる(図-5(c))。

Global型の初期不整(図-2(c))を与えた場合の荷重-変位

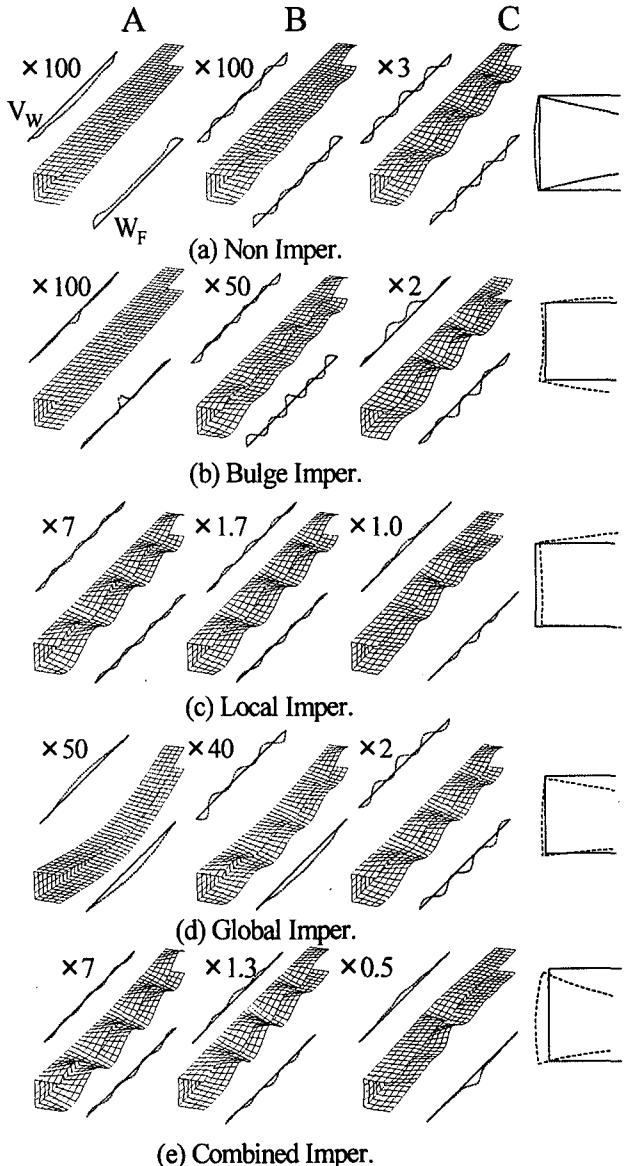


図-5 変形性状(Const., L/h=16)

曲線は、初期不整を与えない場合(Non Imper.)とよく似た傾向を示しており、変形性状についても初期の荷重段階では初期不整の影響による違いが見受けられるが、最終段階での変形性状はよく似た形状となっている(図-5(d))。

連成型の初期不整(図-2(d)) : Combinedを与えた場合、荷重の初期の段階では、Local型の初期不整の場合と類似の変形挙動を示しているが(図-4, 5(e))、他の初期不整の場合と異なり、極限強度に達した後も安定した解が得られている。このことは、本研究での連成座屈解析においては、連成型の初期不整は部材の局部的および全体的な変形、さらにはこれらの変形の連成いずれに対しても安定した解を与える初期不整となっていることを示している。

(2) 部材長 L/h=50 のU型断面部材

図-6に、部材長 L/h=50 のU型断面部材のFEM連成座屈解析により得られた荷重-変位曲線を、図-7にそれぞれの荷重段階(図-6: 点A,B,C)での変形性状を示している。

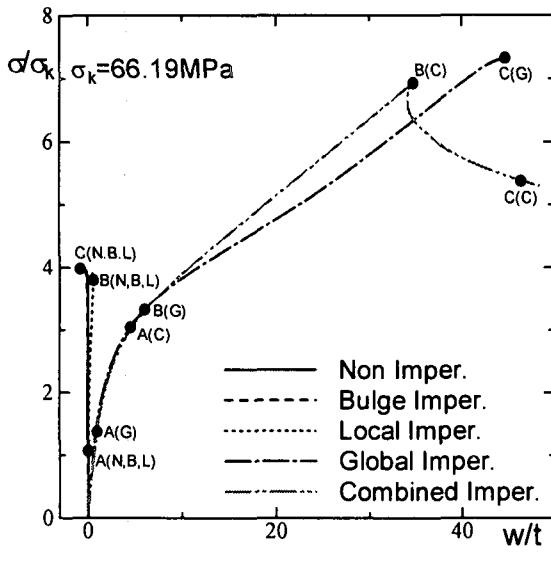


図-6 荷重-変位曲線(Const. L/h=50)

これらの図より明らかなように、部材長 $L/h=16$ の場合と異なり、いずれの初期不整においても線形座屈強度付近での急激な変形の増大は認められない。

初期不整を与えない場合(Non Imper.)、図-6 および図-7(a)より明らかなように、解析を通じてほとんど変形が生じておらず、部材の端部に非常に小さな局部的面外変形が発生しているのみであるが、 $\sigma/\sigma_k = 4.0$ 付近で部材の全体的な変形が急激に大きくなる傾向を示した直後解が不安定となっている。図-7(a)の変形性状から明らかなように、最終段階での部材中央部の断面形状は図-3(b)に示す線形座屈強度に対する断面変形とよく似た形状となっている。

Bulge および Local 型の初期不整(図-2(a, b))を与えた場合、図-6 および図-7(b, c)より明らかなように、局部的な変形には初期不整の影響による違いは認められるが、荷重-変位曲線、全体的な変形および最終段階での断面形状は初期不整を与えない場合(Non Imper.)とよく似た傾向を示している。

Global 型の初期不整(図-2(c))を与えた場合、図-6 および図-7(d)より明らかなように、Bulge および Local 型の初期不整を与えた場合と異なり、荷重の初期の段階から全体的な面外変形が生じており、その後 $\sigma/\sigma_k = 7.3$ 付近で解が不安定となっている。なお、この場合解析を通じて局部的な変形はほとんど見受けられない。

連成型の初期不整(図-2(d) : Combined)を与えた場合、部材長 $L/h=16$ の場合同様、他の初期不整の場合と異なり、極限強度が得られた後も安定した解が得られているが、極限強度に達した以降の荷重-変位曲線の挙動が変化している(図-6)。これは、連成型の初期不整を導入した場合、初期不整に含まれる局部的な変形の影響により極限強度付近でフランジ中央部の局部的な変形が卓越するようになったためであると考えられる(図-7(e))。

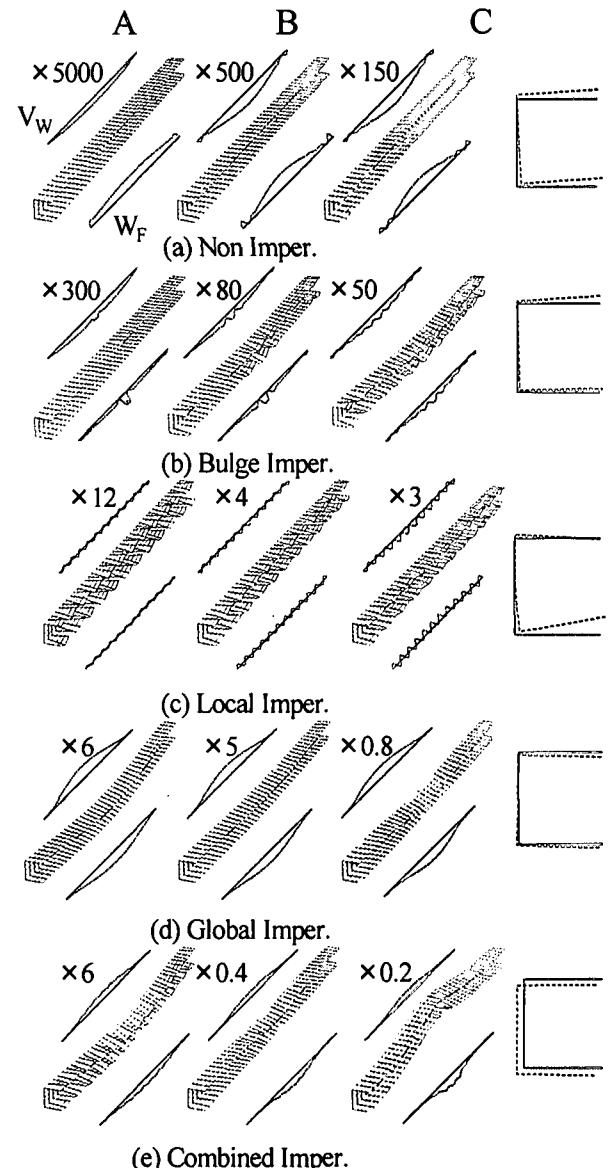


図-7 変形性状(Const. L/h=50)

4. 2 断面を構成する板パネルの荷重分担率

(1) 部材長 $L/h=16$ の U型断面部材

図-8 に U型断面部材($L/h=16$)の断面を構成する各板パネル(上,下フランジ, σ_{UF} , σ_{LF} , ウエブ, σ_W)の軸方向応力の変化の様子を示している。縦軸には各パネルの軸方向応力を部材の平均軸方向応力 σ_M で除した値(荷重分担率)を、横軸には部材の平均軸方向応力を線形座屈強度で除した値 σ/σ_k をとっている。

図-8(a)に示す部材端部においては、局部的な変形を含まない初期不整の場合(Non Imper., Bulge, Global)、線形座屈強度 ($\sigma/\sigma_k = 1.0$) 付近までは各板パネルに同程度の軸方向応力が生じているが、その後ウェブの荷重分担率が上下フランジに比較して大きくなる傾向を示している。これは、局部座屈の発生により、フランジの荷重に対する剛性がウェブに比較して小さくなったためである。また、上下フランジの荷重分担率にはほとんど差異が生じておらず、全体的な変形の影響は認められない。

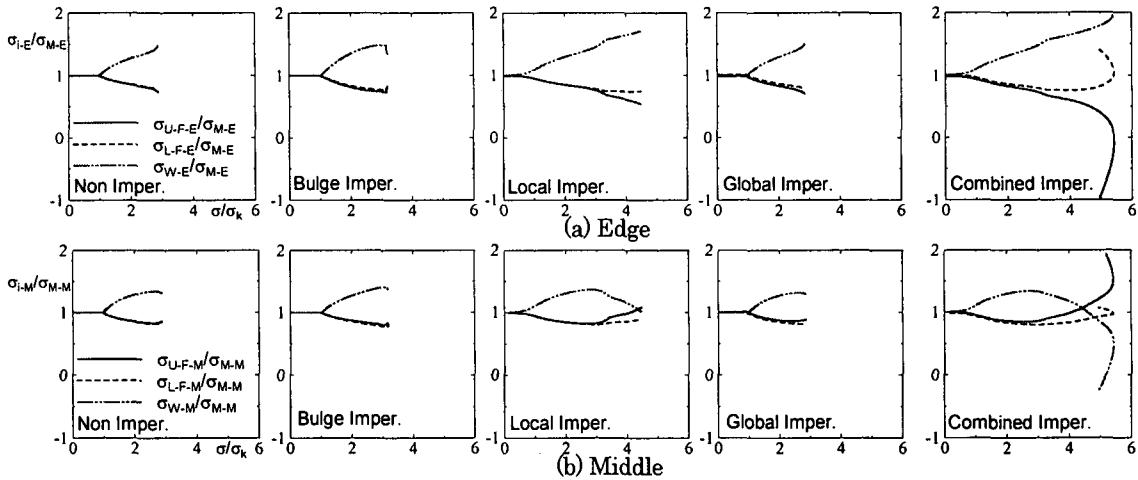


図-8 板パネルの荷重分担率(Constr, L/h=16, $\sigma_k=264.39$ Mpa)

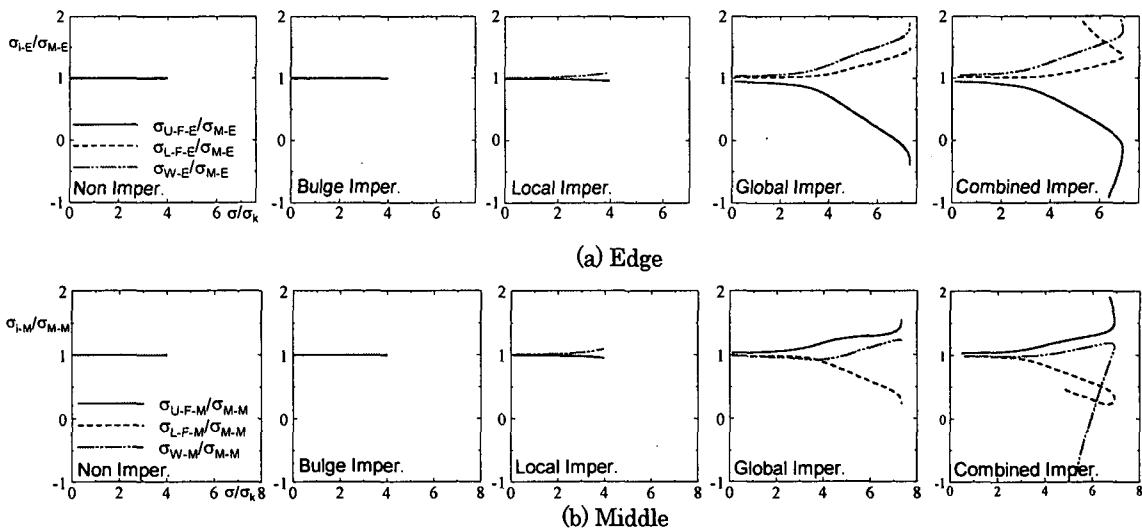


図-9 板パネルの荷重分担率(Constr, L/h=50, $\sigma_k=66.19$ Mpa)

一方、初期不整が局部的な変形を含む場合(Local, Combined), 荷重の初期の段階から局部的な変形の影響によるウェブとフランジの荷重分担率に差異が生じており、荷重の増加とともにウェブの荷重分担率がフランジに比較して大きくなる傾向を示している。全体的な変形が生じている範囲($\sigma/\sigma_k > 3.0$)では、部材端部に負の曲げモーメントが生じるために上フランジの分担率が小さくなる傾向を示している。

図-8(b)に示す部材中央部においては、全体的な変形が生じている範囲($\sigma/\sigma_k > 3.0$)での荷重分担率が部材端部の場合と異なっており、フランジの荷重分担率が大きくなっているのに対し、ウェブの荷重分担率は逆に小さくなる傾向を示している。この原因としては、ウェブが外に膨らむような全体的な変形が卓越しているためであると考えられる(図-5)。

(2) 部材長 L/h=50 の U 型断面部材

図-9 に部材長 L/h=50 の U 型断面部材の断面を構成する各板パネルの軸方向応力の変化の様子を示している。図-9(a)に示す部材端部においては、全体的な変形を含まない初期不整の場合(Non Imper., Bulge, Local), 解析を通じて各板パネルに同程度の軸方向応力が生じており、局部的な変形の影響

は見受けられない。一方、全体的な変形を含む初期不整の場合(Global, Combined), 特に部材全体としての変形が大きくなる $\sigma/\sigma_k = 4.0$ 付近から各パネルの軸方向応力に差異が生じておる、各板パネルの大きさはウェブ、下フランジ、上フランジの順となっている。図-9(b)に示す部材中央部においても、部材端部での各板パネルの荷重分担率と同様な結果が得られているが、全体的な変形を含む初期不整(Global, Combined)での各板パネルの軸方向応力の大きさは、部材端部と異なり、上フランジ、ウェブ、下フランジの順となっている。これは、全体的な変形による部材端部および中央部での負および正の曲げモーメントによるものである。

5. ピン支持状態の U 型断面部材

5. 1 変形挙動

(1) 部材長 L/h=16 の U 型断面部材

図-10 に、部材長 L/h=16 の U 型断面部材の FEM 連成座屈解析により得られた荷重-変位曲線を、図-11 にそれぞれの荷重段階(図-10 : 点 A,B,C)での変形性状を示している。

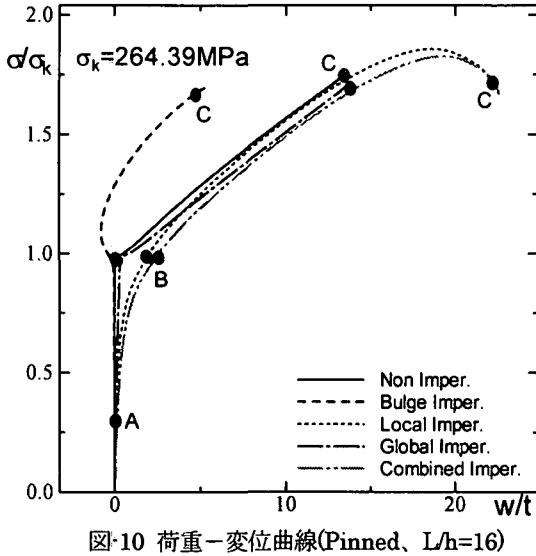


図-10 荷重-変位曲線(Pinned, $L/h=16$)

線形座屈強度付近までの荷重-変位曲線および変形性状は一定変位載荷の場合とよく似た傾向を示しており、局部的な変形を含まない初期不整の場合(Non Imper., Bulge, Global), 線形座屈強度付近で変形が突然大きくなる現象が生じている。しかしながら、一定変位載荷の場合、その変形は局部的な変形のみであり、その後幾何学的非線形性が現れていたのに対し(図-4, 5)、ピン支持載荷では局部的な変形に加えてはりとしての全体的な変形も同時に発生しており、幾何学的非線形性は生じていない(図-10, 11)。また一定変位載荷の場合は、連成型の初期不整の場合にのみ極限強度以降も安定した解が得られていたのに対し(図-4)、ピン支持載荷では連成型の初期不整(Combined)のみならず全体型の初期不整(Global)の場合にも安定した解が得られている。最終的な断面形状については、図-11に示すように、いずれの初期不整の場合も部材の横方向の全体的な変形が卓越した形状になっている。

(2) 部材長 $L/h=50$ の U型断面部材

図-12に、部材長 $L/h=50$ のU型断面部材のFEM連成座屈解析により得られた荷重-変位曲線を、図-13にそれぞれの荷重段階(図-12:点A,B,C)での変形性状を示している。

図-12より明らかのように、部材長 $L/h=16$ の場合と異なり、いずれの初期不整においても線形座屈強度付近での急激な変形の増大は認められない。Bulge型の初期不整の場合以外では極限強度以降も解が得られているが、初期不整を与えない場合(Non Imper.)の耐荷力の大きさは、それ以外の初期不整に対する耐荷力に比較して極端に大きくなっている。これは、図-13(a)に示しているように、ウェブがその他の初期不整の場合と異なり、内側方向に変形しているためである。最終段階での変形形状については、いずれの初期不整の場合も全体的な変形が卓越した形状となっている(図-13)。

5. 2 断面を構成する各パネルの荷重分担率

(1) 部材長 $L/h=16$ の U型断面部材

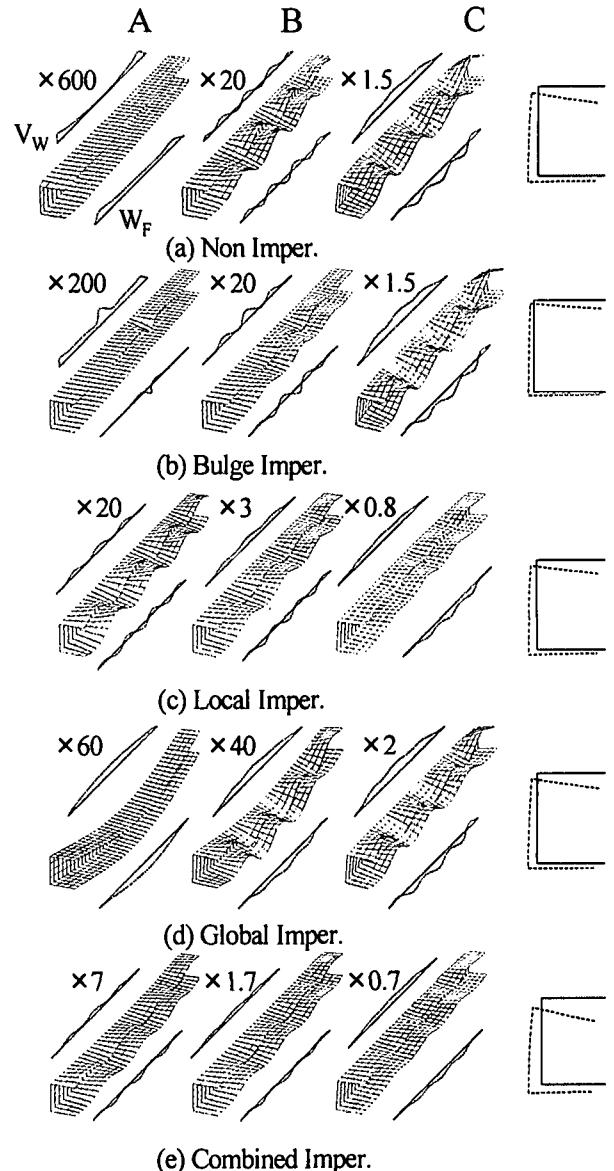


図-11 変形性状(Pinned, $L/h=16$)

図-14にU型断面部材($L/h=16$)の断面を構成する各板パネル(上、下フランジ, σ_{UF} , σ_{LF} , ウェブ, σ_w)の軸方向応力の変化の様子を示している。図-14(a)に示す部材端部においては、いずれの初期不整においても、線形座屈強度付近($\sigma/\sigma_k=1.0$)で局部座屈の発生により各板パネルの荷重分担率に変化が生じている。荷重分担率の大きさは上フランジ、下フランジ、ウェブの順となっているが、これは局部的な変形に加えて部材全体のはりとしての変形が生じているためである。図-14(b)に示す部材中央部においては、一定変位載荷の場合はウェブの軸方向応力がフランジに比較して大きくなっていたのに対し(図-9(a))、ピン支持載荷では上フランジ、ウェブ、下フランジの順となっており、部材の断面を構成する板パネルの軸方向応力の分布状態からも部材の全体変形が卓越していることを示している。

(2) 部材長 $L/h=50$ の U型断面部材

図-15に部材長 $L/h=50$ のU型断面部材の断面を構成する

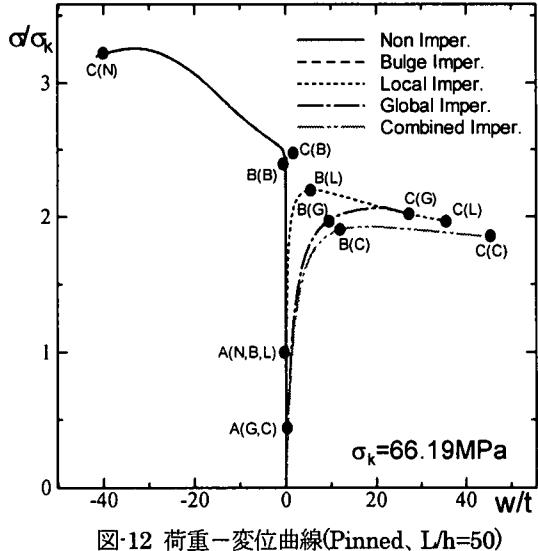


図-12 荷重-変位曲線(Pinned, L/h=50)

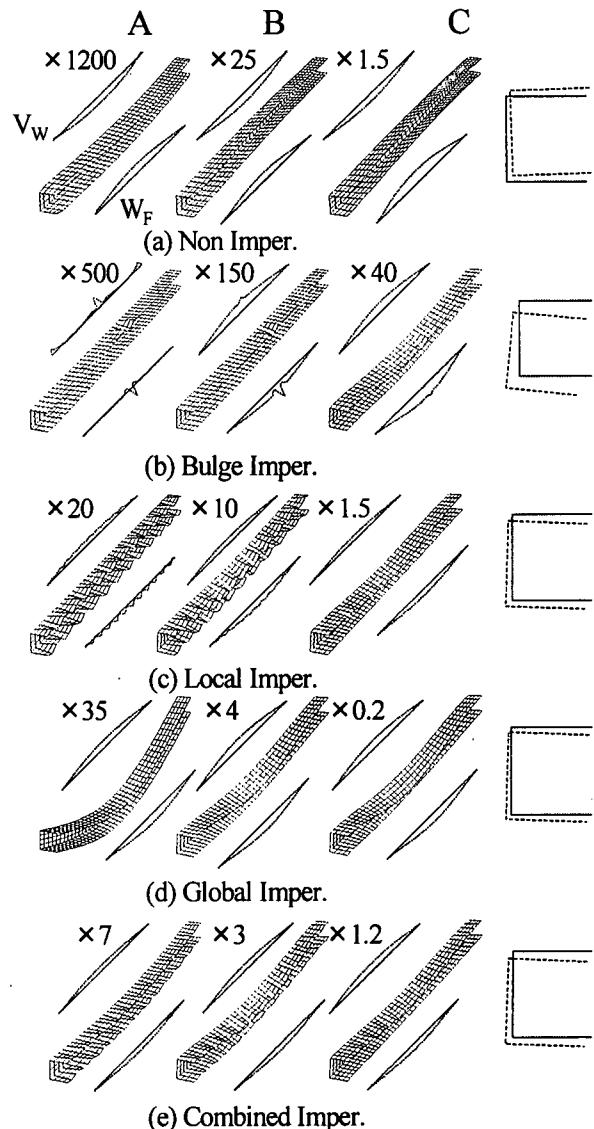


図-13 変形性状(Pinned, L/h=50)

各板パネルの軸方向応力の変化の様子を示している。図-15より明らかのように、部材端部および中央部における板パネルの荷重分担率には局部的な変形の影響はほとんど認められない。部材端部においては、いずれの初期不整においても板パネルの荷重分担率に大きな差異は生じていない(図-15(a))。部材中央部においては、全体的な変形が生じる前に解が不安定となったBulge型の初期不整の場合を除いて、部材の全体的な変形の影響により各板パネルの軸方向応力に差異が生じている(図-15(b))。Local, Global および Combined 型の初期不整を導入した場合、上フランジの軸方向応力が最も大きくなっている。下フランジおよびウェブの軸方向応力は同程度なっている。このことは、部材の鉛直方向変位と横方向変位の軸方向応力に及ぼす影響が同程度あることを示している。

6. 結論

本研究では、局部的な変形のみならず全体的な変形も同時に生じると考えられる部材長の長いU型断面部材が軸方向力を受ける場合のFEM連成座屈解析を部材全体に板要素を用いて種々の初期不整について行い、部材の力学的挙動、特に局部座屈と全体座屈の連成および断面を構成する各板パネルに生じる応力についての検討を行った。

本研究より得られた結果は次の通りである。

- 1) 伝達マトリックス法を用いることにより、複雑な挙動を示す部材長の大きな薄肉断面部材の線形座屈強度および変形モードを正確にかつ効率的に求めることができる。
- 2) 線形座屈モードが局部的な変形を示す比較的部材長の短いU型断面部材(L/h=16)においては、いずれの載荷法においても線形座屈強度(局部座屈強度)付近で面外変形が

急激に大きくなる現象を示しているが、その変形形状は一定変位載荷の場合は局部的な変形のみであるのに対し、ピン支持載荷の場合は局部的な変形と全体的な変形が連成した形状となっている。なお、部材の変形モードは線形座屈強度に対する変形モードとよく似た傾向を示している。

- 3) 一方、線形座屈モードが全体的な変形を示す部材長の長い部材(L/h=50)においては、解析を通じて部材の全体的な変形が卓越しており、局部的な変形の影響はほとんど見受けられない。
- 4) 部材を構成する板パネルの荷重分担率は、載荷方法により大きく異なっており、一定変位載荷の場合、部材端部および中央部での各板パネルの荷重分担率が大きく異なっているのに対し、ピン支持載荷の場合は部材端部と中央部での荷重分担率に大きな差異は認められない。

本研究では、幾何学的非線形性のみを考慮し材料的非線形

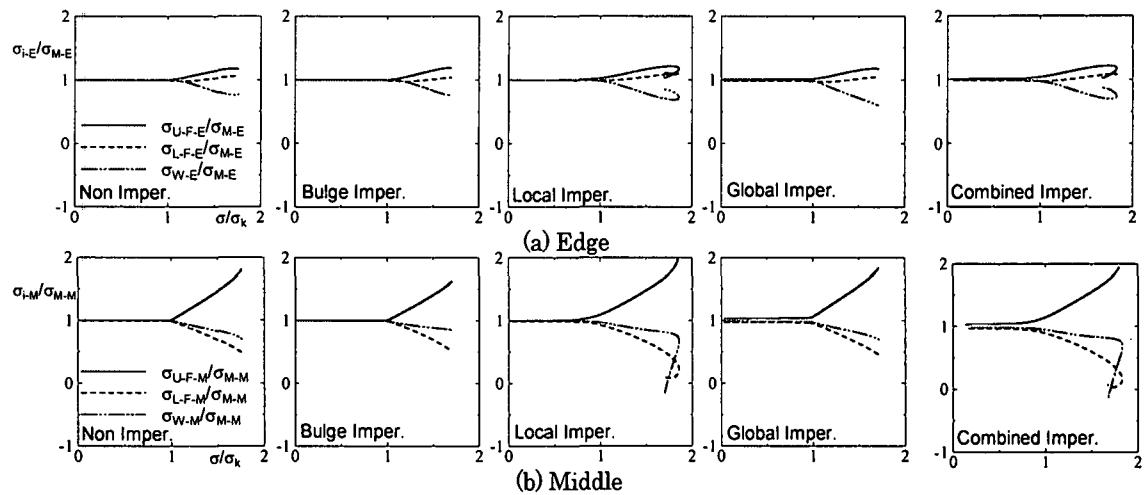


図-14 板パネルの荷重分担率(Pinned、L/h=16、 $\sigma_k=264.39\text{Mpa}$)

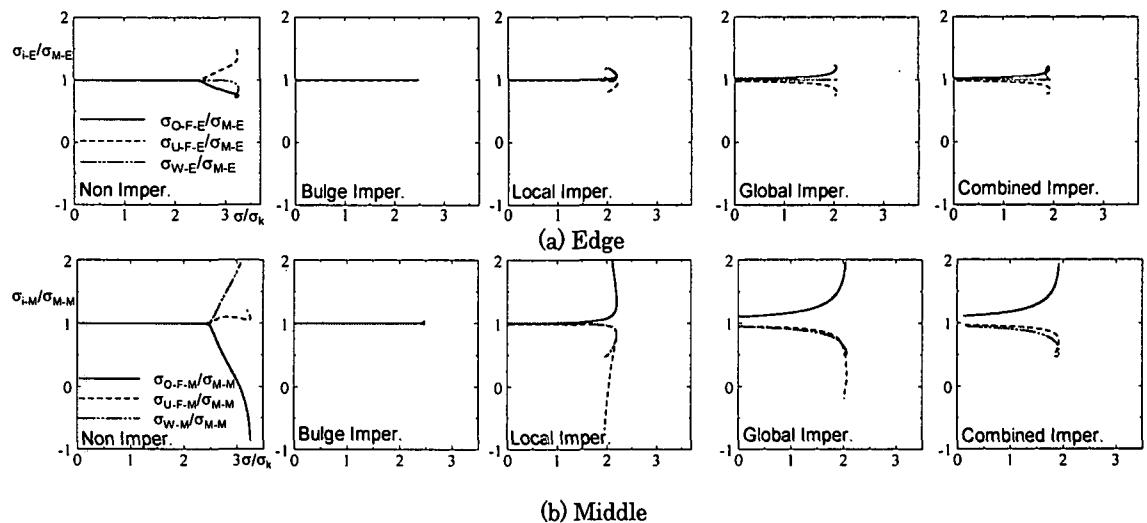


図-15 板パネルの荷重分担率(Pinned、L/h=50、 $\sigma_k=66.19\text{Mpa}$)

性は考慮していないが、今後材料学的非線形性をも同時に考慮した検討を行う必要がある。

参考文献

- 1) 宇佐美, 福本, 青木 : 溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 308 号, 47-58, 1981.
- 2) 宇佐美, 福本 : 鋼圧縮部材の連成座屈実験と有効幅理論による解析, 土木学会論文報告集, 第 326 号, 41-50, 1982.
- 3) 山尾, 崎元 : 溶接箱形断面柱の連成座屈強度実験, 土木学会論文報告集, 第 335 号, 195-198, 1983.
- 4) Nakai, H., Kitada, T. and Miki, T. : Interaction curve of thin-walled box stub-column subjected to compression and bending for applying to overall buckling analysis of columns, Proc. of JSCE, 2(2), pp.65-73, 1985.
- 5) 宇佐美, 土屋, 福本 : 鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究, 土木学会論文報告集, 第 362 号, 303-312, 1985.
- 6) 西村, 吉田, 竹内 : 局部座屈を考慮した鋼箱形断面はり一柱部材の強度評価式, 土木学会論文報告集, 第 416 号, 385-393, 1990.
- 7) 北田, 中井, 國廣, 岸田, 原田 : 鋼薄肉断面部柱の連成座屈強度に及ぼす構成板パネルの初期たわみ波形の影響, 構造工学における数値解析法シンポジウム, 第 18 卷, pp.93-98, 1994.
- 8) Hinton, E. and Owen, D.R.J. : Finite Element Software for Plates and Shells, Pineridge Press, Swansea, 1984.
- 9) Ohga, M., Hara, T. and Kawaguchi, K. : Buckling mode shapes of thin-walled members, Computers & Structures, 54, pp.767-773, 1995.
- 10) Uhrig, R. : Elastostatik und Elastokinematik in Matrizen Schreibweise, Berlin, Springer-Verlag, 1973.

(2000 年 4 月 21 日受付)