

切り欠きを有する緩い砂供試体の変形・強度特性について

Deformation and strength characteristics of notched loose sand specimens

塚田泰博*・木山正一**・田中史也***・青山咸康****

Yasuhiro TSUKADA, Shoichi KIYAMA, Fumiya TANAKA and Shigeyasu AOYAMA

*学生会員 京都大学大学院 農学研究科博士過程 (〒600-8502 京都市左京区北白川追分町)

**正会員 博(農) 京都大学大学院助手 農学研究科(同上)

***学生会員 京都大学大学院 農学研究科修士過程(同上)

****正会員 農博 京都大学大学院教授 農学研究科(同上)

The object of this study is to investigate the notch and the deformation rate effects on the load-displacement relation experimentally and numerically. Especially the comparatively high permeable loose sand is adopted. Triaxial tests are carried out with perfect and imperfect specimens to examine the shear modulus, the peak and the residual strength, and their relations with the deformation rate and its mode. The finite element analysis of soil-water coupled problem is also performed to consider the notch effect of geometrical boundary condition in the frame work of the finite deformation theory. The numerical results are confirmed with the experimental facts as follows. The notch makes the peak strength reduced and promotes the more wealthy compressibility in the pre-peak deformation process. At the post-peak state, the load reduces depending upon the specimen's shape that is governed by the deformation rate.

Key Words : loose sand, notched structure, finite element method, finite deformation theory, deformation rate, triaxial test

1. はじめに

地盤材料は固体材料等と比べて圧縮性に富み、流動性を有する。そのため、大変形領域での力学挙動の考察は無視できず、ひずみの局所化に依存して決まる構造物の支持力は多様化する。この主要因に、粒状体の構造物は非晶質なため不均一な間隙構造が構造物内に分布する場合が少なくないこと、構造物形状の不整と境界条件の設定に起因する問題などが挙げられる。このような観点から、これまで様々な研究がなされてきた。例えば、Yatomi et al. は、有限変形場^{1),2)}に拡張された非共軸 Cam-clay モデルを提案し、分岐現象の一種であるせん断帯の生成問題を展開している³⁾。さらに彼らは、有限変形場における水～土骨格連成解析手法の定式化を示し、粘性土地盤上の剛なフーチング基礎の支持力問題を解析している⁴⁾。このような限界状態近傍における地盤材料の振舞いに、間隙水の移動を伴う水～土骨格連成問題が不可欠であることを示したのは、Asaoka のグループである^{5),6),7)}。Asaoka et al. は、Yatomi et al. による有限要素定式化⁴⁾と有限変形 Cam-clay モデル³⁾を用いながら、負荷基準に従って dry 側での硬化・収縮挙動ばかりでなく wet 側で生じる軟化・膨張挙動を解析に取り込み間隙水の移動現象(マイグレーション)を伴う限界状態近傍での粘性土の挙動を論じた^{5),7)}。その結果、粘性土の破壊後の挙動を追跡するのが可能なことを示している⁸⁾。一方で同様の手法を用い平面ひずみ非排水圧縮せん断で粘性土供試体が経験する分岐モー

ドとせん断速度の関係⁶⁾、さらには遅れ破壊現象の説明へと進展している⁹⁾。これらの研究を通して、粘性土の弾塑性力学における、水～土骨格連成による間隙水のマイグレーション、有限変形場がもたらす非線形性、そしてこれらの相互作用の重要性が理解できる。

以上の成果は、飽和粘性土構造物の破壊メカニズムに着目した場合、破壊現象の幾何学形状依存性及び間隙水の移動によって決定される進行性破壊を合理的に説明し得る糸口を明快に示したとして評価される。しかし、この種の研究では初期不整を連続関数(例えば $\cos$ カーブ)で想定した数値解析手法が先行し¹⁰⁾、解析結果を厳密な境界値問題として実験検証することは難しくほとんどされていない。また、砂質土のように粘性土に比して透水性の高い材料について変形速度の効果や初期形状の影響は粘性土ほど顕著に現れるのだろうか。例えば、緩い砂ほどピーク後の荷重減少が大きく現れる。また土構造物に切り欠きを設けることによってピーク後荷重の減少率を変化させると考えられる。このような緩い砂に対して荷重低下の過程に切り欠きの存在が、どのように特徴づけられるのかを考察する。

そこで、本研究では、上記の視点において飽和砂質土構造物の支持力に与える影響を知るため、非排水せん断試験を行い、有限変形場において導出された結論が実挙動の現象論的解釈に有効であるかを考察する。ただし、実験において上記の連続関数で想定した初期不整を供試体側面に設定するのは不可能であるため、作製可能な初期形状として軸対称断面において矩形切り

欠きを設けた供試体を作製し、切り欠きによる初期形状の影響と同時に変形速度が切り欠きを設けた飽和砂質土構造物の支持力に与える影響及び供試体の変形形状について検討した。特に、緩い砂質土について取り上げる。また、シミュレーションでは、対象とする砂質土の土粒子構造発達度が変形応答に与える影響を考慮し、構造を有する飽和土の構成式¹¹⁾を用いる。

2. 実験方法

試料には蔵王砂(蔵王ダムコア材中の砂粒分;土粒子密度: $\rho_s=2.687\text{g/cm}^3$, 平均粒径 $D_{50}=0.2297\text{mm}$, 最大間隙比: $e_{max}=1.0560$, 最小間隙比: $e_{min}=0.7289$)を用いた。0.074mm フルイでよく洗浄し、7.5%の初期含水比に砂を調整する。所定の締固めエネルギーで $e_0=0.96\sim 0.99$ の間隙比をもつ高さ 125mm・直径 50mm の円筒供試体を作製し、軸対称断面において供試体上部 20mm～30mm のところへ深さ・厚さとも 10mm をもつ帯状の切り欠きを与えた(図-1)。ここで、間隙比を $e_0=0.96\sim 0.99$ の緩い状態としたのは、「1. はじめ」に記したようにあくまで高透水性材を想定するためであり、緩い砂ほど荷重ピーク後の荷重減少が大きく現れるからである。

なお供試体成形については作業を容易にするため、最初に切り欠きを設けていない供試体を作製しておく。これを冷凍庫で約 10 時間凍結した後、供試体側面に上記切り欠き部分を設け、所定の形状に整えた。成形時の供試体内の乱れを防ぐため、凍結による供試体の固結強度を上昇させる方法を採用した。ただし、この方法はモールドごと凍結させるため供試体周境界からの排水が十分自由であると言えず、水の液体-固体相変化による 9% ほどの体積膨張が考えられる。しかし凍結による体積膨張は目視で確認できず、融解時の体積変化は見られなかった。供試体上下端面には摩擦軽減用テフロンシートを設けた。ここで用いたメンブレンは、厚さが 0.2mm、弾性係数が 1147kPa であり、このメンブレンが供試体側面及び切り欠き面に密着していることを確認した。変形時に際しても層厚が 10mm と大きいので、変形中にメンブレンが重なり合う影響も極めて少ないと考えられる。実際に支持力がピークを迎えた後、軸ひずみ 8% までは切り欠き上面と下面のメンブレンどうしが接触する様は見られなかった。以上で示した供試体を用いて背圧 147kPa で飽和後、Skempton の間隙水圧係数 B 値が 0.95 以上であることを確認後、所定の側圧 ($\sigma_3=49\text{kPa}$) を作用させ 3 時間等方圧密を行った。このとき、せん断中の供試体変形形状を調べるため、デジタルカメラを用いて一定の時間間隔で供試体変形の様子を撮影した。切り欠きのない供試体(以下では完全供試体と呼ぶ)において、凍結履歴が非排水せん断時の荷重～軸ひずみ関係・変形形状に与える影響は

表-1 実験供試体の初期条件と試験条件

	Type-A	Type-B	Type-C	Type-D
切り欠き	なし	なし	上部	上部
凍結	なし	あり	あり	あり
ひずみ速度 (%/min)	0.1	0.1	0.1	0.01
間隙比	0.9812	0.9694	0.9726	0.9710

ほとんど無いことを図-2 から確認している。

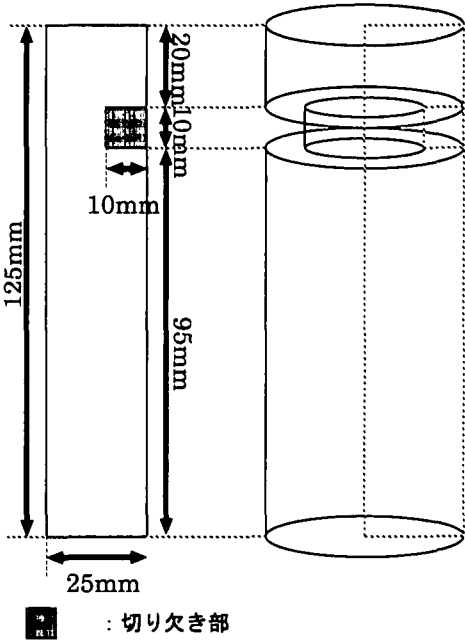


図-1 切り欠き供試体

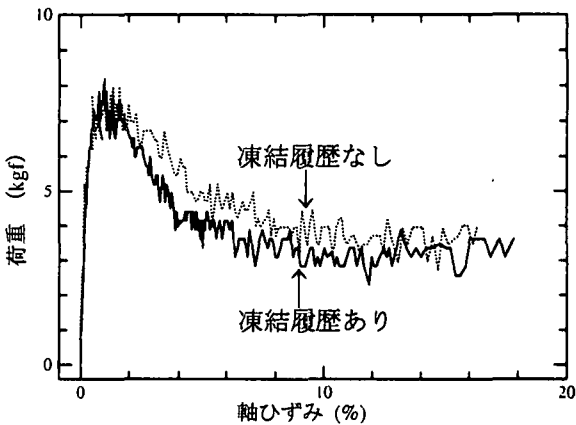


図-2 凍結の影響(完全供試体)

以上のように切り欠き供試体及び完全供試体を作製し(図-3,4)、変位速度制御下で非排水せん断試験を行う。

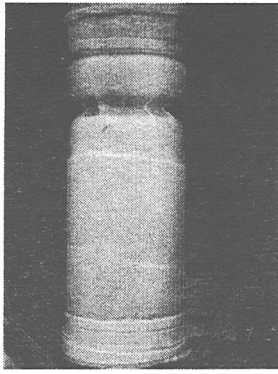


図-3 切り欠き供試体

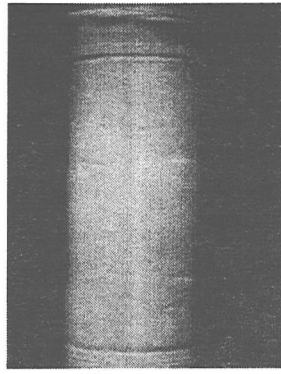


図-4 完全供試体

また、せん断速度は中速載荷 ($1.0 \times 10^{-1} \text{ \%}/\text{min}$, 表-1中の Type-A,B,C), 低速載荷 ($1.0 \times 10^{-2} \text{ \%}/\text{min}$, 表-1中の Type-D) の2種類に設定する。

3. 実験結果と考察

3.1 切り欠き有無の影響

図-5は切り欠き有無の両供試体を軸ひずみ速度 $0.1\%/min$ で非排水せん断した時の荷重～軸ひずみ曲線である。この荷重～軸ひずみ曲線の図から次のことが明らかとなる。

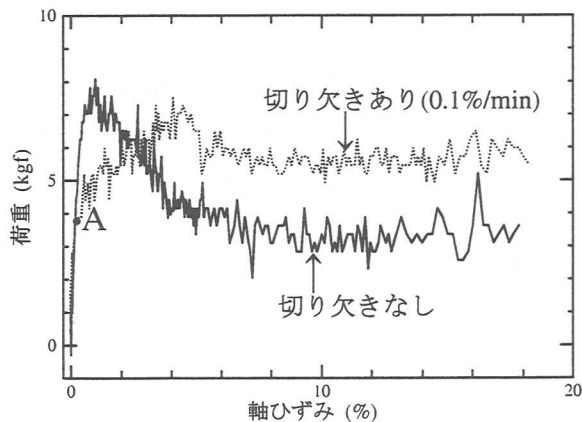


図-5 実験結果 (切り欠きの有無)

(1) 荷重のピーク前挙動

図-5からせん断開始直後の接線剛性は切り欠きの有無を問わず等しいことが分かる。これは、せん断のごく初期には支持荷重は未だ小さく、等間隙比を有する砂供試体は切り欠きによる形状の影響を受けないことを示している。

切り欠き供試体は完全供試体に比べ、低荷重レベルで剛性が著しく低減する (図-5, 荷重～軸ひずみ曲線の分岐, 点A以降)。ここで、切り欠きは飽和砂供試体内の応力集中を誘発しやすいように、予め幾何学的条件として与えたものである。図-6の灰色断面部分は

切り欠きのない完全供試体に比べ荷重を支持する面積が少なくなる。供試体内の応力分布差が現れると、切り欠き供試体は切り欠きで小さくなった有効断面部分でも支えられる程度の荷重を支持しようとする。これが荷重～軸ひずみ曲線の分岐¹⁰⁾・剛性の低下として現れ、完全供試体の荷重値を下回る所以である。

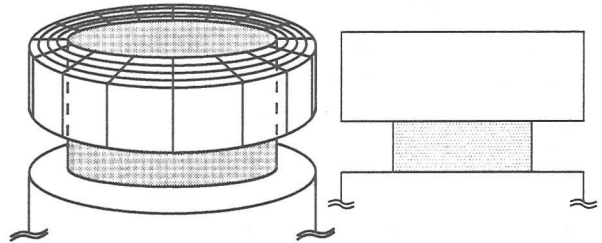


図-6 切り欠き部概念図

図-7 切り欠き側面

(2) 荷重のピーク近傍挙動

ピーク荷重は切り欠き無し供試体の方が切り欠きを設けた供試体より1割程度大きい。これも、図-6灰色部分の小断面の存在により切り欠きのない完全供試体に比べて荷重を支持する面積が小さくなる。従って、供試体内の応力分布差が現れると、供試体は灰色断面部でも支えられる程度の荷重しか支持できなくなり、切り欠き供試体のピーク荷重の低減につながるわけである。

図-5の実験結果より荷重ピークが発現する軸ひずみ差から、切り欠き供試体は分岐後の剛性変化が緩やかで荷重がピークをとるまで、より圧縮性に富んだ挙動を振舞うことが分かる。この間、切り欠き供試体は初期の切り欠き形状を維持することができる。これは、図-7の灰色部分の変形がその周辺部分の変形に比べて大きいためである。ピーク直前まで剛性がほぼ一定となることも明らかである。供試体からみれば切り欠きによって仕事の省力化が図られたことになる。

(3) 荷重のピーク後挙動

完全供試体は荷重の減少率が切り欠き供試体に比べて大きく、最終荷重も小さくなる。これは、軸ひずみ10%時の変形形状を比較すると説明できる (図-8と図-9を参照)。写真 (図-8) から完全供試体は供試体中央で樽型に膨らんでいる。一方、写真 (図-9) によると、切り欠き供試体は切り欠き下部が僅かに膨らんでいる程度で完全供試体のような腹部樽型とはならない。切り欠き供試体は、むしろ初期形状に近い。これは、切り欠きの存在によって (1) の荷重のピーク前挙動、(2) の荷重のピーク近傍挙動で示したように荷重を支持できる供試体断面が小さいため (図-7) その小断面部分に圧縮変形が集中し、完全供試体にみられるような供試体中腹部の側方変形が抑制されるからである。この事実は図-9の切り欠き幅が狭くなっていることから明らかである。ところで、荷重ピーク後の剛性低下率は

切り欠き供試体と完全供試体とは完全に異なる様子は興味深い(図-5)。切り欠き供試体では切り欠き部分に変形が集中し、ピーク後の変形形状は完全供試体に比べあまり膨らまない。むしろ、完全供試体の初期形状に似ている。つまり、側方への変形が抑制され、圧縮せん断変形による剛性低下が起こりにくくなっている。これに対し、完全供試体のピーク後形状は供試体中腹部に側方変位が集中した樽型になっている(図-8)。等速载荷において残留強度は切り欠き供試体のそれが完全供試体のそれを逆転することが示された。この側方変位を容易に許すか否かが、荷重ピーク後の著しい剛性低下率に影響する。

3.2 切り欠き供試体に対するせん断速度の影響

ここでは、同一形状の飽和砂質土構造物を対象とした際、せん断速度の差異が飽和砂質土構造物の支持力にどのような影響を及ぼすかについて考察する。そのため考察に際しては、切り欠きを設けた供試体の支持力と変形形状にせん断速度が与える影響に的を絞ることにする。せん断速度については、その違いによって中速(ひずみ速度0.1%/min)、低速(ひずみ速度0.01%/min)と分類する。以上により得られた実験による荷重～軸ひずみ関係を図-11に示し、これらから明らかとなったことについて以下で論ずる。

(1) 荷重のピーク前挙動

図-11からせん断開始直後の接線剛性は速度に依らず等しいことが分かる。これは、せん断のごく初期の供試体は荷重値が未だ小さく、等間隙比を有する供試体は切り欠きによらず均一に変形しようとするためと考えられる。

(2) 荷重のピーク近傍挙動

低速载荷ほどピーク荷重は小さくなる。また低速では、中速と比べ小さな軸ひずみ量で荷重のピークを迎える。切り欠き供試体では供試体内部の応力が偏在化し易いため、例え透水性の高い砂質土でも低速载荷では高速载荷に比べ間隙水の移動に伴うひずみの局所化が促進されるからであろう。その結果、低速载荷ほど耐荷重の小さな土構造部分が増えるため、荷重低減が現れた。

(3) 荷重のピーク後挙動

最終荷重は低速载荷時が最も低くなる。低速载荷では軸ひずみ10%時の供試体の変形形状は腹部樽型となる(図-10)。これはひずみの局所化が促進され小さな荷重値を支持するためである。一方中速(図-9)では切り欠き直下部に若干の膨張が見られ、肩付き型となるが明らかな樽型形状とならない。つまり、切り欠き下部の中央高さ付近でひずみの局所化が抑制され、最終荷重は低速载荷時より大きくなったと考えられる。

また図-8,10より切り欠きの有無を問わず腹部樽型となる供試体の残留荷重は、ほぼ等しくなることが分

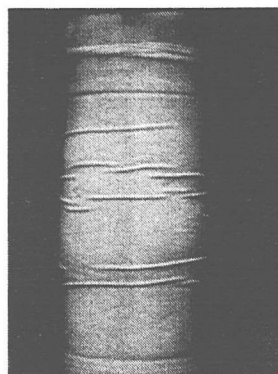


図-8 完全供試体

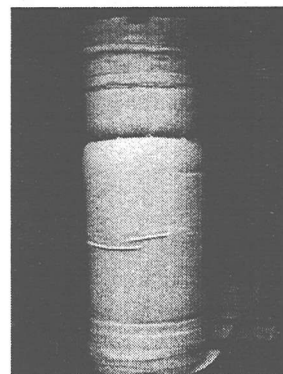


図-9 中速载荷

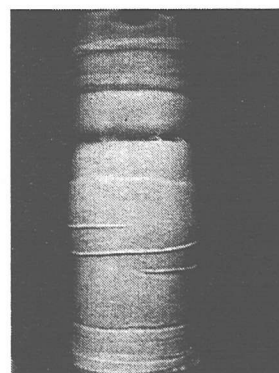


図-10 低速载荷

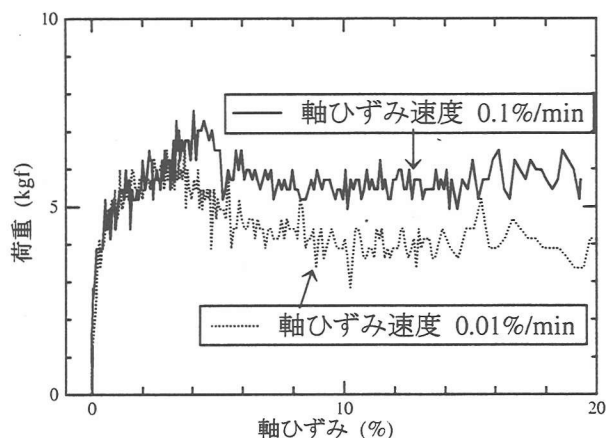


図-11 実験結果(変形速度の影響)

かる(図-5,11)。

4. 非排水せん断試験のシミュレーション方法

本研究で対象とする蔵王ダムコア材中の砂粒分は、等拘束圧下で練返し土よりも高い間隙比を有する。つまり、練返し土が有し得ない間隙比状態を保持することができる。著者らはこうした性質を有する土に対し構造を有する飽和土の弾塑性構成式(付録Iに示す)を提案した¹¹⁾。シミュレーションにはこのモデルを用い

る。ここで、構造を有する飽和土の構成式について概説する。土粒子構造の発達度が変形応答に与える影響を考慮して、内部応力 c (構造の発達程度を表す硬化パラメータで、土粒子構造の消失履歴に依存する内部状態変数を関数とする)を定義し、修正 Cam-clay モデルを拡張したものである。シミュレーションにおけるこのモデルのパラメータ(材料定数)のうち λ, κ, M の決定は Cam-clay モデルのそれと全く同様である。構造の低位化に関する材料定数 $c_0, c_b, \varepsilon_{vb}^p$ の決定法は別紙に譲る¹¹⁾。これらパラメータの値を表-3に示す。以上のモデルを用いて水～土骨格連成有限変形計算(付録Ⅱに示す)を行った。

次に解析条件は実験における軸対称供試体(図-1参照)に倣い軸対称問題を考える。有限要素計算に用いたメッシュ(要素数 486、節点数 549)は図-13,14に示す。

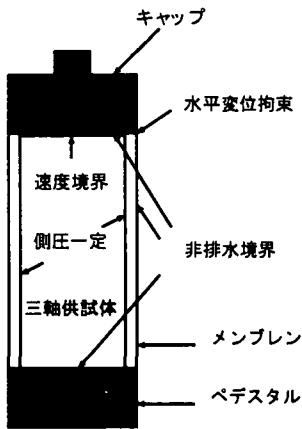


図-12 境界条件

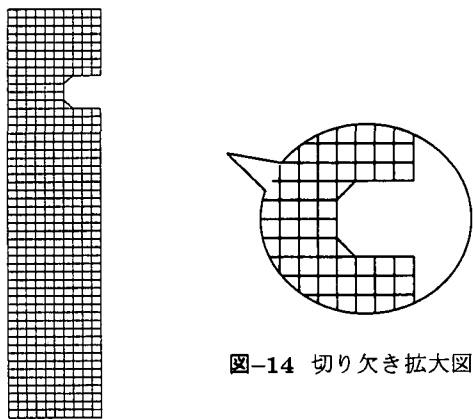


図-14 切り欠き拡大図

図-13 有限要素メッシュ

境界条件は実験における非排水せん断過程を再現するため図-12に示すように境界非排水とし、側圧一定・変位制御条件を考える。ここで、せん断中の変位速度すなわち供試体上端面のひずみ速度は表-2の3種類とする。なお、同時にステップ間の時間間隔についても

表-2 ステップあたりの軸変位増分と時間間隔

	軸ひずみ 速度 (%/min)	1ステップあたりの 時間間隔 (sec/step)
$\dot{\varepsilon}_A$	1.0×10^0	3.0
$\dot{\varepsilon}_B$	1.0×10^{-1}	30.0
$\dot{\varepsilon}_C$	1.0×10^{-2}	300.0

表-3 計算に用いた材料定数

材料定数	
圧縮指数 λ	0.125
膨潤指数 κ	0.0296
限界状態応力比 M	1.4
初期比体積 v_0 (初期間隙比 e_0)	1.97(0.97)
初期圧密応力 p_0 (kPa)	49
最高位構造を表す内部応力 c_0 (kPa)	39
最低位構造を表す内部応力 c_b (kPa)	0
塑性ひずみの閾値 ε_{vb}^p	0.21
透水係数 k (cm/sec)	1.0×10^{-2}

表-2に示す。

5. シミュレーションの結果と考察

5.1 切り欠き有無の影響

図-15は切り欠きを設けた供試体と切り欠きのない完全供試体をひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_B = 1.0 \times 10^{-1}$ で非排水せん断したときの荷重～軸ひずみ曲線である。この図から以下のことがいえる。

(1) 荷重のピーク前挙動

図-15より切り欠きを設けた供試体は切り欠きのない完全供試体に比して剛性が低下することが分かる。この傾向は実験結果と対応する。しかし、荷重～ひずみ曲線の分岐および剛性低下は実験程は観察されていない。

これはシミュレーションにおいて、載荷初期では各要素が均一に近い変形を保持しており、剛性低下が著しく起こらなかったためと考えられる。

(2) 荷重のピーク近傍挙動

図-15の荷重～軸ひずみ関係からピーク荷重は切り欠きのない完全供試体の方が切り欠きを設けた供試体より大きいことが分かる。これは図-5に示した実験事実と対応する。

また、実験結果において切り欠き供試体と完全供試体とでは、ピーク荷重が発現する際の軸ひずみには2%弱の差があった(完全供試体の方がピーク荷重時の軸ひずみは小さくなる)。このことをシミュレーション結果は、ほぼ説明できている。つまり、シミュレーションではピーク荷重に対する軸ひずみは切り欠きを設け

た供試体の場合、完全供試体の場合に比べて0.5%強大きくくなった。

(3) 荷重のピーク後挙動

実験においては、完全供試体は、荷重の減少率が切り欠き供試体に比べて大きい。また軸ひずみ10%時の荷重も完全供試体の方が小さくなっていた(図-5)。しかし、切り欠きのある供試体・完全供試体双方の軸ひずみに対する荷重減少率はほぼ同じになっている。同時に、シミュレーションにおいては軸ひずみ10%時の荷重は切り欠きのない供試体の方が大きくなっている。

この理由としてシミュレーションでは、例えば軸ひずみ10%時の切り欠き部の供試体変形状は実験結果に似ているものの(図-16,17で完全供試体は腹部樽型形状、図-18,19で切り欠き供試体は肩付き型形状となる)、供試体内に発生する応力が偏在化する様を十分には評価できなかったためと考えられる。

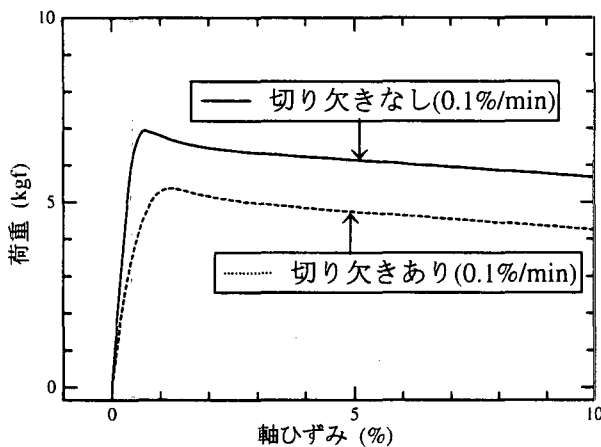


図-15 解析結果(切り欠き有無の影響)

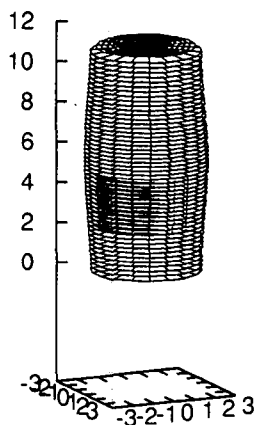


図-16 完全供試体、変形図
(単位:cm)

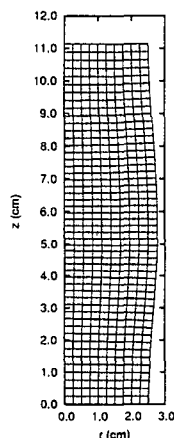


図-17 完全供試体、半断面図

5.2 セン断速度の影響

以下に、表-2に示す3種類の異なるせん断変速度を与えた完全供試体と切り欠き供試体について非排水せ

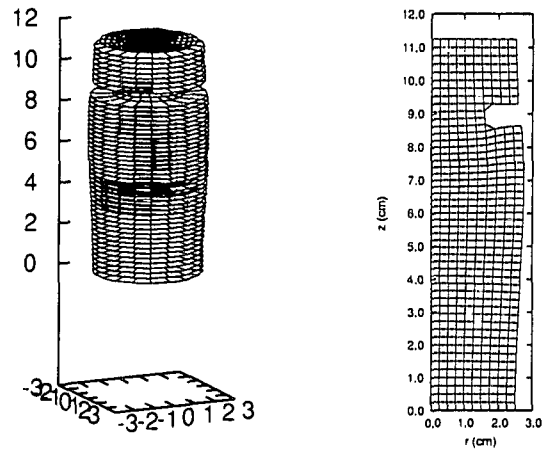


図-18 切り欠き供試体、変形図 図-19 切り欠き供試体、半断面図(単位:cm)

ん断時の荷重～軸ひずみ関係について考察する。実験により得られた荷重～軸ひずみ関係を考察する際には軸ひずみ20%時までの荷重～軸ひずみ関係を示した。しかし、軸ひずみ20%時の変形図(図-9,10)から切り欠き部分においてメンブレン同士が重なり合っており、これが支持力や変形状に及ぼす影響が少なくないと考えられるため、解析においては実験中にメンブレン同士が接触しなかった軸ひずみ10%未満について考察する。図-20にせん断速度の異なる完全供試体の荷重～軸ひずみ関係を示す。この図からせん断速度を変えても、完全供試体の荷重～軸ひずみ関係がほぼ同じになることが分かる。水～土骨格連成有限変形解析においては解析対象とする供試体側面に初期不整や初期形状の異常を設定しない限り変形速度を変えても支持力にほとんど影響が現れなかった。一方、切り欠き供試体においてせん断速度を変えて行ったシミュレーション結果(荷重～軸ひずみ関係)を図-21に示す。これらから以下のことが分かる。

(1) 荷重のピーク前挙動

図-21よりせん断開始直後の接線剛性は速度に依らずほぼ等しいことが分かる。これは、実験同様に図-21に示すとおり、切り欠きを設けた供試体は変形速度に依らず各要素が均一に近い変形をしているためと考えられる。

(2) 荷重のピーク近傍挙動

低速載荷時ほどピーク荷重が小さくなる(図-21)。この挙動は実験結果の示すピーク荷重の傾向と対応している。また低速載荷時は、中速載荷時、高速載荷時と比べ小さな軸ひずみ量で荷重のピークを迎える。この傾向も実験結果と適合している。

(3) 荷重のピーク後挙動

図-21の解析結果は低速載荷ほど最終荷重値が低いことを示し、これは実験事実と一致する(図-11)。軸ひずみ10%時の供試体形状を載荷速度別に示す(図-22,23:低速載荷時、図-24,25:中速載荷時、図-26,27:高速載荷

時). その結果, 低速載荷ほど側方膨張が最大となる部位は切り欠き位置より下方へ離れ供試体中央高さ寄りに現れている. つまり十分に緩速な載荷をすれば供試体形状は腹部樽型となることがわかる. 一方, 十分高速で載荷すると切り欠き上部も膨らむようになる.

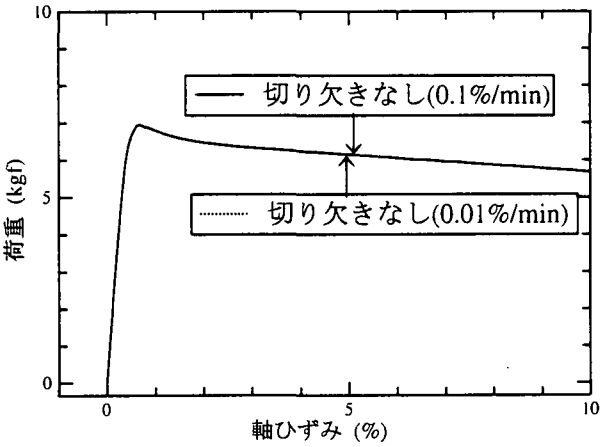


図-20 解析結果 (完全供試体における変形速度の影響)

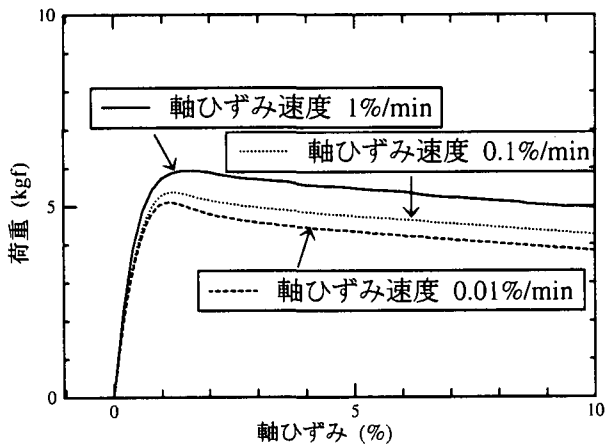


図-21 解析結果 (切り欠き供試体における変形速度の影響)

6. おわりに

等速載荷条件下での切り欠きが支持力に与える影響及び切り欠き供試体の変形挙動に及ぼす載荷速度効果の2点を実験・解析の両面から考察した. まず, 切り欠きを設けた緩い砂質土供試体の非排水せん断試験から次のことが明らかとなった. 切り欠き供試体は, 切り欠き部分の存在によって荷重を支持する有効断面が切り欠きを設けない完全供試体よりも小さくなるため, せん断開始直後の接線剛性と荷重ピークが著しく低下する. 次に, 切り欠きを設けた供試体と完全供試体の変形形状を比較すると, 切り欠き供試体では切り欠き

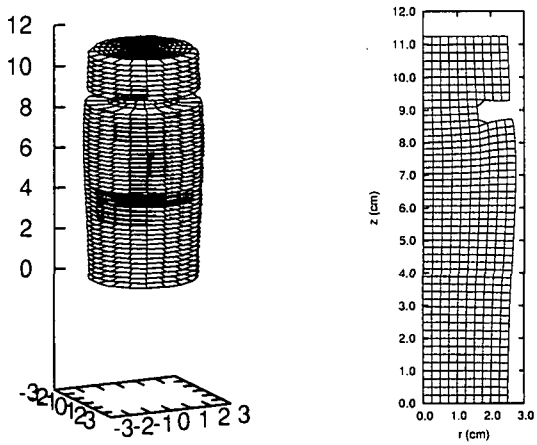


図-22 低速載荷, 三次元図

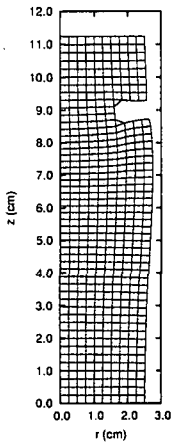


図-23 低速載荷, 半断面図

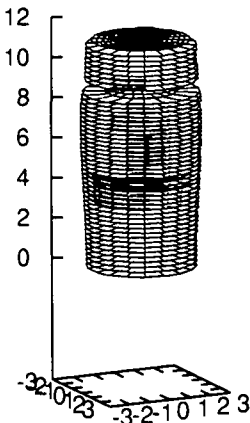


図-24 中速載荷, 三次元図

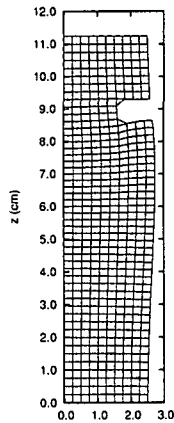


図-25 中速載荷, 半断面図

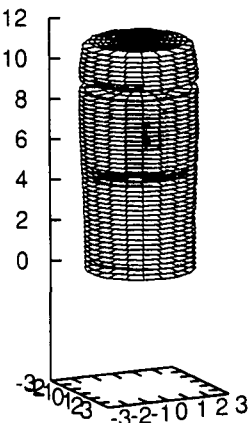


図-26 高速載荷, 三次元図

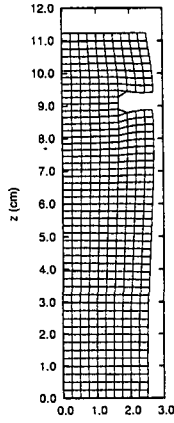


図-27 高速載荷, 半断面図

部分断面の直径が小さいため, せん断変形の際弱部となり切り欠き部分に変形が集中し, 完全供試体にみられる腹部の側方変形 (樽型変形形状) が抑制されることが明らかとなる.

次に, 切り欠きを設けた供試体は変形速度が速いほど支持荷重が大きくなることが分かった. このときの变形形状は低速載荷時ほど完全供試体の变形形状, つまり樽型変形形状となり, その最終支持荷重もほぼ同

じになる。

上記の実挙動に対して、「切り欠き」という幾何学形状を実験と全く同一の境界値問題として設定した飽和砂質土の水～土骨格連成有限変形解析を行い、以下のような結論が得られた。高・中・低変形速度を与えることによって載荷速度が速いほど荷重ピークが大きくなることを再現できた。また切り欠き供試体は高速載荷時ほど荷重のピークをより大きな軸ひずみ時に迎えることが示せた。その変形形状は、変形速度が速いほど断面直径の小さい切り欠き部分に変形が集中し供試体腹部の側方変形が抑制され最大膨張部分が載荷境界側へ移動する様子が示されている。一方、低速載荷にすると供試体中腹部の側方変位が現れやすくなる事実を解析的に把握することができた。以上から初期形状と変形速度の影響が飽和砂質土構造物の支持力に与える影響を知るためには、水～土骨格連成有限変形解析が、有効であるといえる。ただし、ピーク荷重以降の挙動について荷重の低減率を忠実に表せなかった。この原因には、断面直径が小さい切り欠き部分の変形を実験ほど大きく表せないことが考えられる。これに対しては、切り欠き付近のメッシュサイズ・形状の決定及び連続式の離散化手法が今後の検討課題としてあげられる。

付録 I 構造を有する飽和土の構成式

構造をもつ土とは、練返し土が有し得ない高間隙比状態で存在可能な土を指す。構造を有する土では、体積変化時に構造が低位化していく過程の数学的記述が必要となる。非常に緩い土はほとんど練返されない状態にあるため、構造が発達していると考えられる（高位の構造と呼ぶ）。高位の構造は載荷重に応じて不可逆的に壊されると推定され、この間土は塑性的な挙動を余儀なくされよう。ここに提案する構造の発達の程度を表す硬化パラメータ c は、土粒子構造の消失履歴に依存する内部状態変数で表され、これを内部応力¹¹⁾と定義する。この場合、構造の消失の程度は以下のように塑性硬化側で与えられる。

$$c = \begin{cases} \frac{(c_0 - c_b)}{c_b} \left(\left| \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau \right| - |\varepsilon^p|_b \right)^2 - c_b & (|\varepsilon^p| \leq |\varepsilon^p|_b) \\ c_b & (|\varepsilon^p| > |\varepsilon^p|_b) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

ここで砂の最高位構造に関与する応力を c_0 、最低位構造のそれを c_b とする。 $|\varepsilon^p|_b$ は基底構造となるのに要した塑性体積ひずみである。 J は変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ により $J = \det \mathbf{F}$ で表される体積変化率、 D^p は塑性ストレッチングである。

$$|\varepsilon^p| = \varepsilon_v^p \quad (\text{I.2})$$

提案する内部応力 c は変形によって構造が低位化するように塑性ひずみの単調減少関数で与えられる。上式から構造が失われると $c = 0$ となり、これは練返し土（修正 Cam-clay モデル¹³⁾）になることを意味している。

この内部応力 c によって、飽和土の体積圧縮特性 ($e - \ln p'$ 関係、 p' : 平均有効応力) の非線形性を評価するになる。降伏関数 F は内部応力 c を用いて次式で与えられる。

$$F = \left(\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \left\{ \ln \left(\frac{p' + c}{p'_0 + c_0} \right) + \ln \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) \right\} - \int_0^t J \text{tr} D^p d\tau = 0 \quad (\text{I.3})$$

(λ : 圧縮指数, κ : 膨潤指数, e_0 : 初期間隙比, p'_0 : 初期平均有効応力, M : 限界状態応力比, η : 応力比)

ただし、塑性ポテンシャル関数: g 中では、内部応力 c は考慮する必要がない。これは、散逸関数が応力依存型で与えられる場合の特徴である。

$$g = \left(\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \left\{ \ln \left(\frac{p'}{p'_0} \right) + \ln \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) \right\} \quad (\text{I.4})$$

付録 II 有限変形・水～土骨格連成解析の有限要素定式化

Nodaによって示された弾塑性有限変形場における水～土骨格連成問題の有限要素定式化を参考にする¹²⁾。なお、ここでは応力は伸張側を正、圧縮側を負として表記する。ただし、等方応力 (平均応力と間隙水圧) は圧縮側を正とする。

付録 II.1 支配方程式と弱形式

有限変形・水～土骨格連成有限要素法における支配方程式⁴⁾、及び弱形式を以下にまとめる。なお、“ $\cdot$ ” は速度を表す。

力のつり合い式と公称応力テンソル³⁾

$$\text{div} \dot{\mathbf{S}}_t = \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (\text{II.1})$$

($\dot{\mathbf{S}}_t$: 公称応力速度テンソル, $\dot{\mathbf{T}}$: Cauchy 応力速度テンソル, $\mathbf{T}$: Cauchy 応力テンソル, $\mathbf{D}$: ストレッチングテンソル, $\mathbf{L}$: 変形速度勾配テンソル)

有効応力

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u \mathbf{I} \quad (\text{II.2})$$

(u : 間隙水圧, $\mathbf{T}'$: 有効応力テンソル, $\mathbf{I}$: 恒等テンソル)

変位速度、ストレッチングとスピン

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W}, \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T),$$

$$W = \frac{1}{2}(L - L^T) \quad (W: \text{スピントテンソル}) \quad (\text{II.3})$$

幾何学的諸量

$$F = RU, \quad \Omega = \dot{R}R^T \quad (\text{II.4})$$

(F : 変形勾配テンソル, R : 直交テンソル, U : 正定値対称テンソル, Ω : 物質スピントテンソル)

Green-Naghdiの客観性のある応力速度¹⁴⁾

$$\hat{T} = \dot{T} + T\Omega - \Omega T \quad (\text{II.5})$$

($\hat{T}$: 客観性のある応力速度)

土骨格の構成式(構造を有する飽和土の構成式)

$$\hat{T}' = D^{ep} \cdot D \quad (D^{ep}: \text{弾塑性テンソル}) \quad (\text{II.6})$$

水～土骨格連成式

$$\int_v \text{tr} D dv = \int_a v' \cdot n da \quad (\text{II.7})$$

$$v' = -k \frac{\partial h}{\partial x} = -k \frac{\partial}{\partial x} \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (\text{II.8})$$

(v' : 流体の流速, k : 透水係数, $\frac{\partial h}{\partial x}$: 動水勾配, n : 境界面の外向き単位法ベクトル, h : 全水頭, z : 位置水頭, γ_w : 水の単位体積重量)

境界条件

$$\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_t + \Gamma_q + \Gamma_h \quad (\text{II.9})$$

(Γ : 対象とする物体の境界, Γ_v : 土骨格の変位速度境界, Γ_t : 表面力境界, Γ_q : 間隙水の流速境界, Γ_h : 水頭に関する境界, これら境界に重複はある.)

有限要素法の適用

$$\begin{aligned} & \int_v \{ \hat{T}' \cdot \delta D + (\text{tr} D) T \cdot \delta D - T L^T \cdot \delta L \} dv \\ & - \int_v \dot{u} (\text{tr} \delta D) da = \int_a \dot{s}_t \cdot \delta v da \\ & - \int_v (\Omega T' - T' \Omega) \cdot \delta D dv \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

$$\dot{s}_t = \dot{S}_t n = \dot{t} + \{ \text{tr} D - n \cdot D n \} t \quad (\text{II.11})$$

(δv : 仮想変位速度, δL : 仮想変位速度勾配テンソル, δD : 仮想ストレッチングテンソル, $\dot{s}_t$: 公称表面力, t : 表面力ベクトル)

付録 II2 有限要素離散化

土骨格の変形速度には4CST要素を用い離散化を行った。間隙水の流れの表現には基本要素である四角形要素に対し Christian・田村の方法¹⁶⁾を拡張して用い、間隙水圧場を四角形要素内で、他の要素と適合しないものとする。要素内の土骨格の変形速度: v は、節点における変形速度ベクトル v^N を用いて、

$$v = N v^N \quad (\text{II.12})$$

と表される。 N は4CST要素の内挿関数マトリックスである。従って式(II.3)の土骨格に対するストレッチング D , 変形速度勾配 L は式(II.12)を空間で微分して並べ換えることによって、

$$\hat{D} = B v^N, \quad \hat{L} = M v^N \quad (\text{II.13})$$

と表すことができる。さらに、式(II.13)の第1式により

$$(\text{tr} D) = B_v v^N \quad (\text{II.14})$$

を得る。ここに、 B はストレッチング・節点変位速度関係マトリックス, M は変形速度勾配・節点変位速度関係マトリックス, B_v は体積変化速度・節点変位速度関係マトリックス, $\hat{D}$ はストレッチングテンソル D の成分を並べたベクトル, $\hat{L}$ は変形速度勾配テンソル L の成分を並べたベクトルである。これらを用いて、力のつり合い式の弱形式の各被積分項を軸対称条件下でベクトルとマトリックスで表現する。このとき、式(II.10)左辺中の被積分項 $T \cdot \delta D$ および $(\text{tr} D) T \cdot \delta D - T L^T \cdot \delta L$ は、各々式(II.15), 式(II.16)のように表現される。

$$T \cdot \delta D = \delta \hat{D}^T D^{ep} \hat{D} = \delta v^N B^T D^{ep} B v^N \quad (\text{II.15})$$

$$\begin{aligned} & (\text{tr} D) T \cdot \delta D - T L^T \cdot \delta L = \delta \hat{L}^T T_1 \hat{L} \\ & = \delta v^N M^T T_1 M v^N \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & T_{11} & -T_{12} & 0 & T_{11} \\ T_{22} & 0 & 0 & -T_{12} & T_{22} \\ T_{12} & 0 & 0 & -T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{12} & -T_{22} & 0 & T_{12} \\ T_{33} & T_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

すなわち、力のつり合い式は次式で表記される。

$$K v^N - L^T \dot{u} = \dot{f} \quad (\text{II.18})$$

ここに、

$$K = \int_v B^T D^{ep} B dv + \int_v M^T T_1 M dv \quad (\text{II.19})$$

$$L^T = \int_v B_v^T dv \quad (\text{II.20})$$

$$\dot{f} = \int_a N^T \dot{s}_t da - \int_v B^T T_\Omega dv \quad (\text{II.21})$$

$$T_\Omega = \Omega_{22} \{ 2T'_{12}, -2T'_{12}, T'_{22} - T'_{11} \} \quad (\text{II.22})$$

一方、間隙水の流れは、水～土骨格連成式より次式で表現する。

$$\begin{aligned} & \int \text{tr} D r da = \int_v B_v r da v^N \\ & = \sum_{i=1}^4 \frac{k}{\gamma_w} \frac{\Delta u r_i}{l_{r_i}^2 + l_{z_i}^2} (l_{r_i} b_{r_i} + l_{z_i} b_{z_i}) \\ & = \sum_{i=1}^4 r_i \alpha_i (u_i - u), \quad \Delta u = u_i - u \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

また連続式に用いる間隙水圧 u に対して θ 法を用いて、次式で表す。

$$u = \theta u|_{t+\Delta t} + (1 - \theta) u|_t \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (\text{II.24})$$

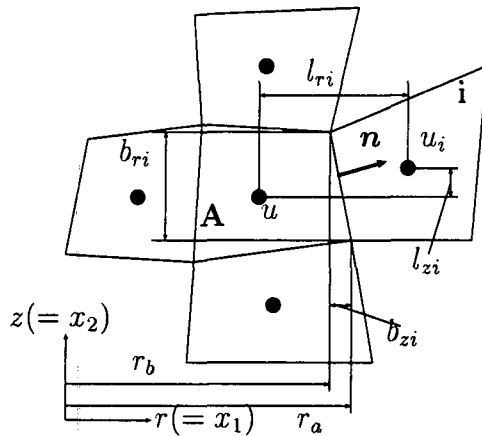


図-28 間隙水の流れの計算

式 (II.18) と式 (II.23) を全要素について重ね合わせることで、結局のところ、与えられた境界条件のもとで解くべき水～土骨格連成初期境界値問題は、次の各節点変位増分 Δu と各要素の間隙水圧 $u|_{t+\Delta t}$ を同時に求める連立 1 次方程式になる。

$$\begin{bmatrix} K & -L^T \\ -L & \theta H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ u|_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta f \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -L^T u|_t \\ -(1-\theta) H u|_t \end{Bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

なお、 Δu と Δf はそれぞれ $v^N \Delta t$, $f \Delta t$ としたものを全体の節点に対して書き改めたものである。また、 H は、式 (II.23) 中の係数 α_i に対して Δt を乗じたものを改めて表記したものである。以上のようにして導かれた式 (II.25) を解く手順を図-29に示す¹²⁾。

参考文献

- 1) 久田俊明：非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎，丸善株式会社，1992。
- 2) 久田俊明・野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善株式会社，1995。
- 3) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 4) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: Shear bands formation numerically simulated by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-105, 1994.
- 6) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.83-100, 1995.
- 7) Asaoka, A. and Noda, T.: Annealable behaviour of saturated clay: an experimental and simulation, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.4, pp.83-100, 1995.
- 8) 浅岡顕・野田利弘：限界状態近傍にある飽和粘土の弾塑性境界値問題の実験・解析とその応用，構造工学論文集，Vol.39A, pp.361-374, 1993。

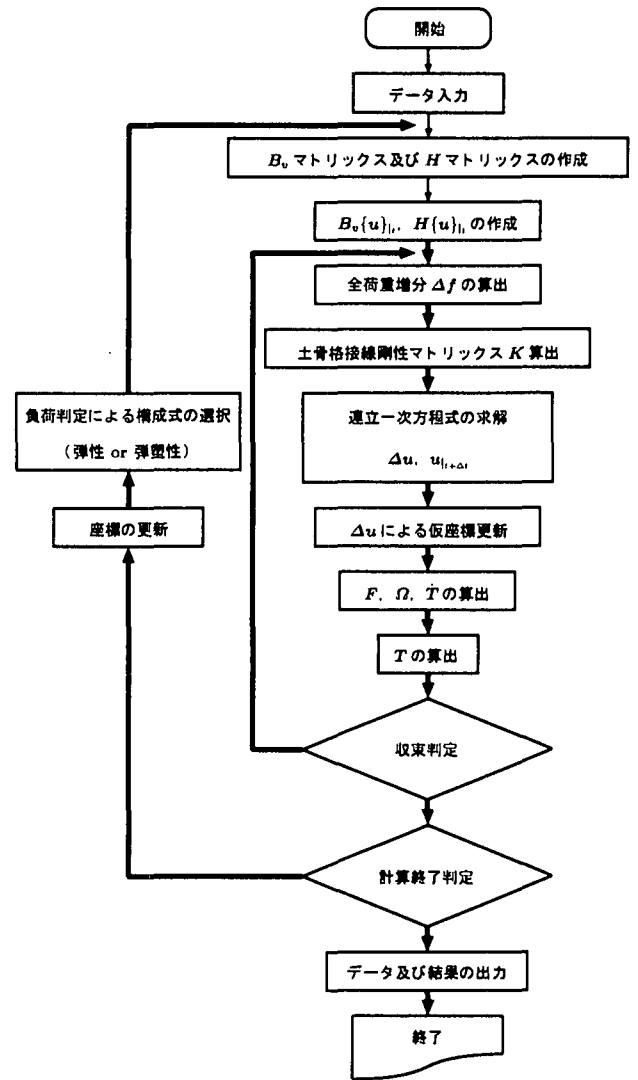


図-29 有限変形有限要素計算のアルゴリズム

- 9) Noda, T., Fernando, G.S.K. and Asaoka, A.: Delayed Failure in soft clay foundations, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.1, pp.85-98, 2000.
- 10) 小林一三・飯塚敦・太田秀樹：正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移，土木学会論文集，No.617/III-46, pp.1-18, 1999.
- 11) 木山正一・塚田泰博，田中史也，青山成康：応力依存型散逸関数を用いた構造を有する砂の弾塑性構成式，応用力学論文集，Vol.2, pp.335-346, 1999.
- 12) 野田利弘：限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と，水～土骨格連成有限変形に関する研究，名古屋大学学位論文，1994。
- 13) Roscoe, K.H. and Burland, J.H.: On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, *Engineering Plasticity*, eds. J. Heyman and F.A. Lekie, Cambridge University Press, pp.535-609, 1968.
- 14) Dienes, J.K.: On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deformation Bodies, *Acta Mechanica*, Vol.32, pp.217-232, 1979.
- 15) Green, A.E. and Naghdi, P.M.: A General Theory of Elasto-plastic continuum, *Archives of Mechanics*, Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 16) 赤井浩一・田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，第269号，pp.95-104, 1978.

(2000 年 4 月 21 日 受付)