

多孔質非局所弾粘塑性モデルを用いた変形の局所化に及ぼす 不均一性と透水性の影響

Effects of inhomogeneity and permeability on strain localization analysis
using a strain gradient dependent porous elasto-viscoplastic model

岡二三生*, 肥後陽介**, 蔣明鏡***

Fusao OKA, Yosuke HIGO and Mingjing JIANG

* 正会員 工博 京都大学大学院 教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

** 学生員 京都大学大学院 学生 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

*** 工博 元京都大学大学院 国際コース学生 (34#Hujuguang Road, Nanjing, Jiangsu, China, 210024)

Deformation behavior of clay specimen modeled as a viscoplastic model with second order strain gradient during shear is numerically analyzed by a soil-water coupled finite element method. In addition, effects of permeability and strain gradient term on growth rate of fluctuation were obtained by the linear instability analysis. It is found that the strain localization pattern and stress-strain curve greatly depend on the initial inhomogeneity and the permeability.

Key Words : Viscoplasticity, gradient dependent model, inhomogeneity, permeability

1. はじめに

地盤工学において地盤材料の持つ不均一性の取扱い
は非常に重要であると同時に、粘性土のような材料を考
える場合、間隙水の移動に関する問題も同様に重要であ
る。そこで本研究では、多孔質非局所粘塑性モデルを用
い、変形の局所化に及ぼす不均一性と透水性の影響につ
いて有限要素解析により検討を行う。地盤材料の不均
一性に関しては、特定の材料定数に揺らぎを持たせるこ
とにより不均一な粘土材料を模擬している。また透水
性の影響に関しては、非排水条件下で異なる透水係数
を持つ粘土についてその挙動を比較した。

$$D_{ij}^{vp} = \gamma \langle \Phi_1(F) \rangle \Phi_2(\xi) \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}, \quad F = \frac{f - \kappa_s}{\kappa_s} \quad (1)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u_w \delta_{ij}, \quad (2)$$

ここで、 γ は粘性係数、 σ_{ij} は全応力テンソル、 σ'_{ij} は
Terzaghiの有効応力テンソル、 u_w は間隙水圧、 f は動的
降伏関数、 δ_{ij} はKroneckerのデルタ、 Φ_1 はひずみ速度
効果に関する材料関数、 Φ_2 は第二材料関数、 $\langle \rangle$ は $F=0$
で静的降伏関数となることを表し、 κ_s は硬化パラメー
タである。また、第二材料関数は破壊状態での速度非依
存性を表すために導入されており、以下のように表さ
れる。

$$\Phi_2 = 1 + \xi \quad (3)$$

ξ は材料の劣化を表す変数で、

$$\dot{\xi} = \frac{M^{*2}}{G_2^*(M^* - \eta^*)^2} \dot{\eta}^*, \quad (4)$$

に従う。ここで、 η^* は応力比で、 M^* は破壊時の応力比、

2. 多孔質非局所粘塑性構成式

足立・岡¹⁾はCam-clay model²⁾に基き超過応力型の
弾粘塑性構成式を導いた。さらに足立・岡・三村³⁾は
粘土のクリープ破壊を表現するために、この構成式に
第二材料関数を導入した。関連流れ則より粘塑性スト
レッシングテンソル D_{ij}^{vp} は以下のように示される。

G_2^* は粘塑性パラメータである。 η^* は応力不変量を用いて次のように定義される。

$$\eta^* = \frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}, \quad (5)$$

$\sqrt{2J_2}$ は σ_{ij} の偏差成分である偏差応力テンソル S_{ij} の第二不変量, σ'_m は平均有効応力である。

粘土のせん断強さや変形特性は体積ひずみに依存する事が実験的に知られおり, Cam-clay model でも硬化パラメータとして塑性体積ひずみ (正確には塑性間隙比変化) が用いられている。非弾性のひずみは圧密やダイレイタンシーにより発生しており, 粘土のような粒状体材料の劣化の指標となる。一方, 岡ら⁴⁾ は土の粒状性は高次のひずみ勾配によりうまく表現できるとしており, Frantziskonis⁵⁾ は材料の不均一性は高次の勾配を考慮した構成式により捉えられることを示している。以上より本研究では, 材料の非局所粘塑性の影響を考慮した粘土の変形挙動を精度良く表現するために, 粘塑性体積ひずみの二階空間勾配項を導入する。特に粘塑性体積ひずみの二階空間勾配項を含む静的降伏関数は以下のように示される。

$$f_s - \kappa_s = \frac{\sqrt{2J_2}}{M^* \sigma'_m} + \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{my}} - a_3 \nabla^2 \varepsilon_v^{vp} = 0, \quad (6)$$

ここで, κ_s は硬化パラメータ, ε_v^{vp} は粘塑性体積ひずみ ($= \int D_{kk}^{vp} dt$), $a_3 \nabla^2 \varepsilon_v^{vp}$ は勾配項, a_3 は定数, σ'_m は平均有効応力, σ'_{my} は硬化パラメータである。また, 式(1)の $\gamma \Phi_1(F)$ は実験データに基き次のように与えられる。

$$\gamma \Phi_1(F) = c \cdot M^* \sigma'_m \exp \left\{ m' \left(\frac{\sqrt{2J_2}}{M^* \sigma'_m} + \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{me}} - \frac{1+e}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^{vp} - a_3 \nabla^2 \varepsilon_v^{vp} \right) \right\}, \quad (7)$$

$$c = c_0 \exp \left\{ m' \ln \frac{\sigma'_{me}}{\sigma'_{my0}} \right\}, \quad (8)$$

ここで, M^* , m' , c は材料定数である。勾配項の係数 a_3 は, 粘塑性ひずみなどの関数と考えられるが, ここでは定数であると仮定する。式(7)の σ'_{me} は初期の σ'_m の値, σ'_{my0} は硬化パラメータの初期値, λ は圧縮指数, κ は膨潤指数, e は間隙比である。

フックの法則より弾性ストレッチングテンソル D_{ij}^e (微小変形の場合はひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ に対応) は

$$D_{ij}^e = \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \frac{\kappa}{3(1+e)\sigma'_m} \delta_{ij} \dot{\sigma}'_m, \quad (9)$$

と与えられる。ここで G はせん断弾性係数である。ただし4章での解析は, 有限変形解析であるため, 応力速度テンソルとして Jaumann の応力速度を用いた。

ストレッチングテンソル D_{ij} (微小変形の場合はひずみ速度テンソル $\dot{\varepsilon}_{ij}$) は以下のように弾性成分と粘塑性成分の和とする。

$$D_{ij} = D_{ij}^e + D_{ij}^{vp} \quad \text{or} \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}. \quad (10)$$

3. 飽和粘塑性材料の水土連成不安定解析

ひずみの局所化問題で, 透水性の影響を明らかにするため, 線形の粘塑性構成式を用いた解析を行う。簡略化のため, 微小ひずみ場での粘塑性構成式を以下のように仮定する。

$$\sigma'_{ij} = 2\mu \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} + \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{mm}^{vp} \mu'_k \delta_{ij} + 2G' \varepsilon_{ij}^{vp} + \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^{vp} K' \delta_{ij} \quad (11)$$

あるいは

$$2\mu \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} + \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{mm}^{vp} \mu'_k \delta_{ij} = \sigma'_{ij} - 2G' \varepsilon_{ij}^{vp} - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^{vp} K' \delta_{ij}$$

これに粘塑性体積ひずみの二階空間勾配項を導入すると,

$$\sigma'_{ij} = 2\mu \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} + \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{mm}^{vp} \mu'_k \delta_{ij} + 2G' \varepsilon_{ij}^{vp} + \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^{vp} K' \delta_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm,nn}^{vp} a_3 \delta_{ij} \quad (12)$$

となる。ここで, $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ は粘塑性ひずみ速度, μ と μ'_k は粘性係数, G' と K' は粘塑性硬化パラメータである。

3.1 全体のつりあい式

飽和土全体のつりあい式は以下のように書く事ができる。

$$\sigma_{ij,j} = S_{ij,j} + \sigma'_{m,j} \delta_{ij} + u_{w,j} \delta_{ij} = 0 \quad (13)$$

ここで, 下部指標のコンマ(,) は座標に関する偏微分を表す。また u_w は間隙水圧である。

間隙水圧 u_w と速度 v_i のゆらぎは以下のような周期関数により与えられるとする。

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_w \\ \tilde{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_w^* \\ v_i^* \end{bmatrix} \exp[iq(n_k x_k) + \omega t], \quad (14)$$

q は波数 ($= 2\pi/l$, l : 波長), ω はゆらぎの成長速度, n_i はせん断帯に垂直な単位ベクトル $\mathbf{n}$ の成分である。

$$\mathbf{n} = (-\sin \theta, \cos \theta) = (n_1, n_2) \quad (15)$$

以上よりゆらぎのある状態でのつりあい式は以下のように表される。以下, $\sim$ は摂動 (ゆらぎ) であることを示す。

$$\tilde{\sigma}_{ij,j} + \tilde{S}_{ij,j} + \tilde{\sigma}'_{m,j} \delta_{ij} + \tilde{u}_{w,j} \delta_{ij} = 0 \quad (16)$$

3.2 流体相のつりあい式

流体相のつりあい式と質量保存則より, 流体相の運動は以下の式に支配される。

$$\dot{\varepsilon}_{mm} = -k/\gamma_w \nabla^2 u_w \quad (17)$$

ここで, k は透水係数, γ_w は水の単位体積重量である。以下, 簡単のため $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ と ε^{vp} の上部指標 ' vp ' を省略する。

3.3 摂動の成長速度

線形安定解析に用いる摂動の成長速度 ω を求める。式 (16) のつりあい式に線形化した構成式 (式 (11)) を代入すると,

$$2\mu \tilde{\varepsilon}_{ij,j} + \frac{1}{3} \mu'_k \tilde{\varepsilon}_{mm,i} + 2G' \varepsilon_{ij,j} + \frac{1}{3} K' \tilde{\varepsilon}_{mm,i} + \tilde{u}_{w,i} = 0 \quad (18)$$

となるから, 摂動状態での全体のつりあい式と, 流体相のつりあい式を行列で表すと以下ようになる。

$$[A]\{y\}^T = \{0\} \quad (19)$$

ここで,

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ n_1 & n_2 & i q k \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\{y\} = \{v_1^*, v_2^*, u_w^*\} \quad (21)$$

$$A_{11} = i q (\mu + G' / \omega)$$

$$A_{12} = 0$$

$$A_{13} = [((\mu + G' / \omega) + \frac{1}{3} \mu'_k + K' / (3\omega)) k q^2 + 1] n_1$$

$$A_{21} = 0$$

$$A_{22} = i q (\mu + G' / \omega)$$

$$A_{23} = [((\mu + G' / \omega) + \frac{1}{3} \mu'_k + K' / (3\omega)) k q^2 + 1] n_2$$

$$A_{13} = n_1$$

$$A_{32} = n_2$$

$$A_{33} = i q k$$

$\det[A] = 0$ より摂動の成長速度 ω が求められる。

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{-k q^2 (2G' + K' / 3)}{1 + (2\mu + \mu'_k / 3) k q^2} \\ &= \frac{-(2G' + K' / 3)}{1 / k q^2 + (2\mu + \mu'_k / 3)} \end{aligned} \quad (22)$$

ひずみ勾配依存性のある場合も, 摂動の成長速度 ω は同様にして粘塑性モデル (式 (12)) より次のように求められる。

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{-k q^2 (2G' + K' / 3 + a_3 q^2 / 3)}{1 + (2\mu + \mu'_k / 3) k q^2} \\ &= \frac{-2G' - K' / 3 - a_3 q^2 / 3}{1 / k q^2 + (2\mu + \mu'_k / 3)} \end{aligned} \quad (23)$$

上式において $a_3 = 0$ で勾配項を考慮しない場合について考える。

$G' > 0$ のときは, 粘塑性的な硬化を表すこととなり, ω は負の値をとる。そして k の値が相対的に小さいとき, $|\omega|$ も小さくなり, この材料は相対的に不安定な状態となる。逆に k の値が相対的に大きいとき, $|\omega|$ も大きくなり, この材料は相対的に安定した状態となる。 $k = 0$ で完全に水の移動が許されない場合は, 式 (19) にもどり ω を求めると,

$$\omega = -G' / \mu \quad (24)$$

となり $\omega < 0$ でこの材料は常に安定した状態となる。

$G' < 0$ のときは, 粘塑性的な軟化を表すこととなり, ω は正の値をとる場合が存在する。そして k の値が相対

的に小さいとき、 $|\omega|$ も小さくなり、この材料は相対的に不安定な状態から安定な状態となる。逆に k の値が相対的に大きいとき、 $|\omega|$ も大きくなり、この材料は相対的にさらに不安定な状態となる。 $k = 0$ で完全に水の移動が許されない場合は

$$\omega = -G'/\mu \tag{25}$$

となり $\omega > 0$ でこの材料は常に不安定な状態となる。
これに対して $a_3 > 0$ の勾配項を考慮する場合を考える。この場合、仮に $G' < 0$ であったとしても、 a_3 の値が十分に大きければ、式 (23) の値は負になる事が可能となる。すなわちその地盤材料は安定な状態となる。

4. 有限要素解析による地盤の不均一性及び透水性の影響

有限要素定式化は、Cauchy 応力の Jaumann 速度を用いた Updated Lagrangian 法により行った。また 2×2 の Gauss Point を持つ正方形の 8 節点アイソパラメトリック要素を用いた。さらに粘塑性体積ひずみも内挿関数で離散化した。一方、間隙水圧は正方形の頂点の 4 点で離散化している。この方法を用いる事により有効応力、間隙水圧、ひずみが各要素で同じ積分点で計算する事ができる。

数値解析においては、全体のつりあい式の弱形式、二階空間勾配を考慮した動的降伏関数（構成式）、間隙水の連続式の弱形式を離散化している。境界条件に関しては、粘塑性体積ひずみの一階空間勾配は 0 であると仮定している [Aifantis ら⁶⁾]。図-1 に示すような境界条件の下で平面ひずみ圧縮試験をひずみ制御でシミュレートした。境界全体は非排水条件であるが、要素間

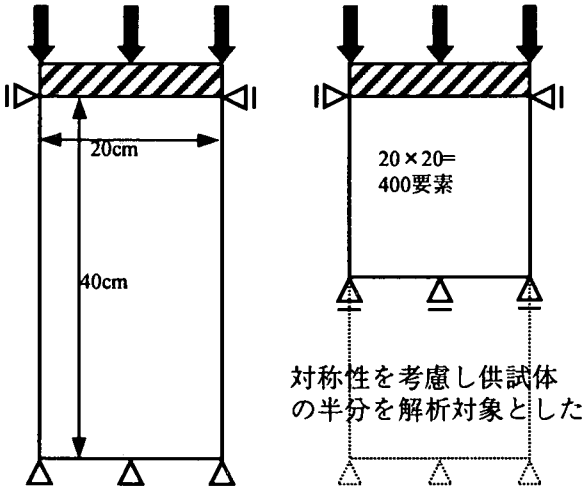


図-1 境界条件および供試体サイズ

の水の移動は許されている。表-1 は解析に用いた材料定数である。

4.1 透水性について

異なる 3 種類の透水係数で解析を行っている。またひずみ速度は 1.0%/min である。

表-1 解析に用いた材料定数

圧縮指数 λ	0.172
膨潤指数 κ	0.054
初期間隙比 e_0	1.28
初期有効応力 σ'_{me}	200(kPa)
静止土圧係数 K_0	1.0
粘塑性パラメータ m'	21.5
粘塑性パラメータ C	$4.5 \times 10^{-8} (1/s)$
破壊応力比 M^*	1.05
せん断弾性係数 G	5500(kPa)
軟化パラメータ G_2^*	10000(kPa)
勾配パラメータ a_3	0.0, 0.2, 2.0, 5.0 (cm ²)
透水係数 $k_x=k_y=k$	$1.54 \times 10^{-4}, \times 10^{-6}, \times 10^{-10} (cm/s)$

異なる透水係数について行った解析結果を以下に示す。図-2 は供試体端面の反力を平均した見かけの軸差応力（平均軸応力）と軸ひずみの関係を示している。載荷初期の軸差応力が増加する硬化領域では、透水性が低いほど安定性も低い事が軸差応力が小さい事からうかがえる。同じ軸ひずみで応力が小さくなるのは、弾粘塑性構成式の場合、単位時間当たりのひずみ増分が大きいことになり、安定性が低いと考えることができる。一方、軟化領域では逆に透水性の低いものの方が軸差応力が大きくなっており、より安定である。このことは 3 節で示した安定性解析結果と一致している。

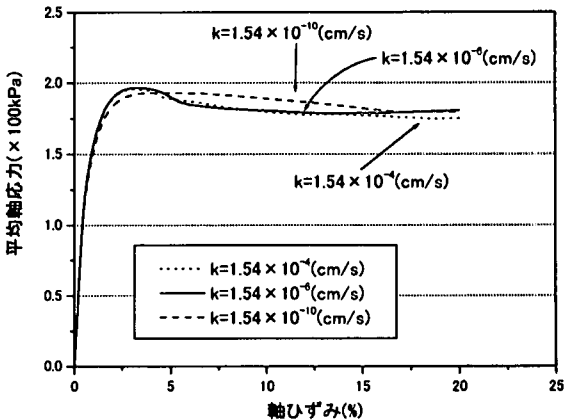


図-2 平均軸応力-軸ひずみ関係

図-3は軸ひずみ15%における変形図である。透水性の違いがせん断帯(変形の集中している領域)の形成に大きく影響している事は明らかである。全てのケースについて4つのせん断帯が対称に現れているが、せん断帯の間隔は透水係数が小さいほど大きくなる事が分かった。なおこれ以降の図はすべて軸ひずみ15%における図であり、図3~9は $a_3 = 0.0$ の場合である。

速度ベクトルを対称性を考慮して供試体の半分だけについて示したものが図-4である。これは図-3の変形図と同様の傾向が見られ、不連続な速度ベクトルの分布が透水係数とせん断変形の密接な関係を明確に表している。

図-5は蓄積塑性せん断ひずみ $\gamma^p(\equiv \int d\gamma^p, d\gamma^p = (de_{ij}^p de_{ij}^p)^{1/2})$ の分布図である。せん断帯の厚み、間隔、そして局所的なひずみの広がり方が透水性に依存している事がわかる。また、透水係数が小さい方がひずみの局所化の程度(空間的な塑性せん断ひずみの変化量)が小さい傾向も見えて取れる。

図-6は間隙水圧の分布図であるが、透水性が低いものほど水圧は局所化している。透水性の最も高い $k =$

$1.54 \times 10^{-4}(\text{cm/s})$ の場合では、他のケースに比べて比較的均一に、かつ非対称に分布している。この非対称分布は、有限桁で行う計算であることによる数値的な誤差に基因すると考えられる。

次に図-7から図-9に平均有効応力、偏差応力の第二不変量、粘塑性体積ひずみの分布図を示した。全ての図でせん断帯の現れ方に大きく影響を受けて、不均一に分布している事がわかる。また平均有効応力については、せん断帯の内部の方が外部のそれよりも小さくなっている。

図-10に示すのは透水係数は $k = 1.54 \times 10^{-8}(\text{cm/s})$ のケースで、二階空間勾配項にかかる係数 a_3 を3つの異なる値を代入したものについての結果である。これは蓄積塑性せん断ひずみの分布図であるが、せん断帯の厚み、間隔、そして局所的なひずみの分布が a_3 に依存していることがわかる。 a_3 が小さいとき塑性せん断ひずみの分布はより局所的であり、せん断帯の厚みは a_3 の増加に伴って大きくなっている。これらの事から勾配項がその地盤材料の状態をより安定化させることが分かる。

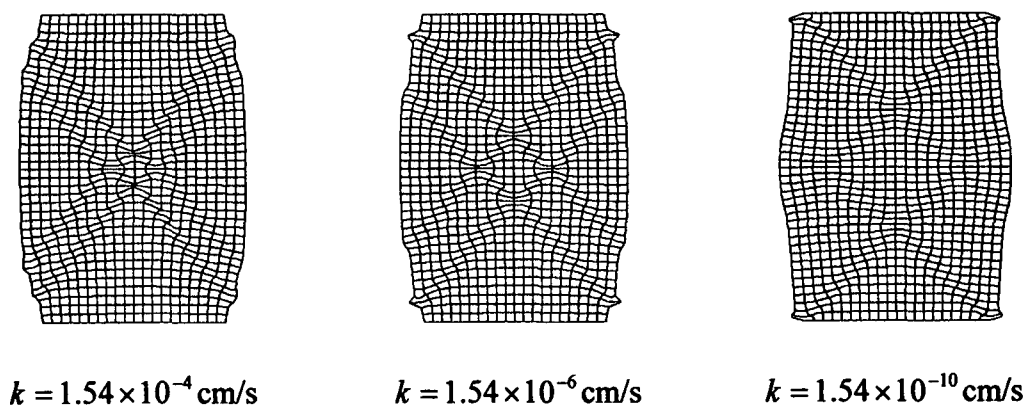


図-3 軸ひずみ15%における変形図

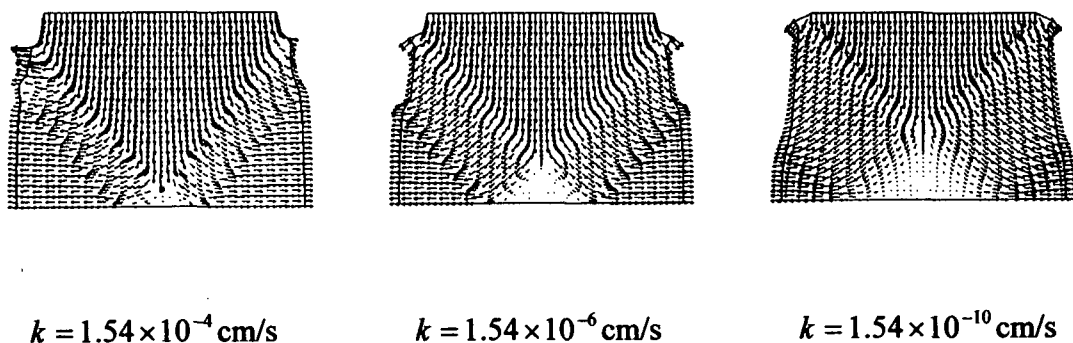
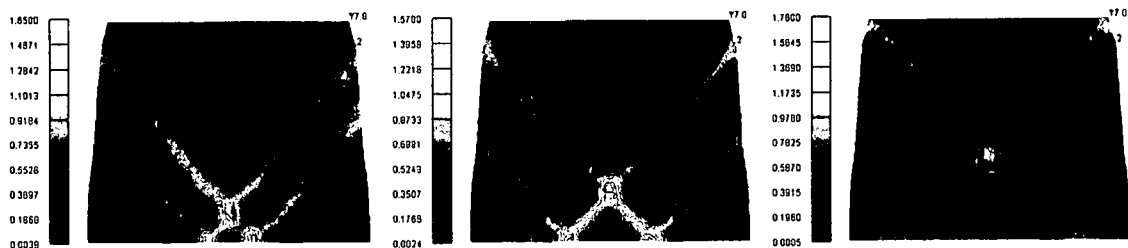


図-4 軸ひずみ15%における速度ベクトル分布図

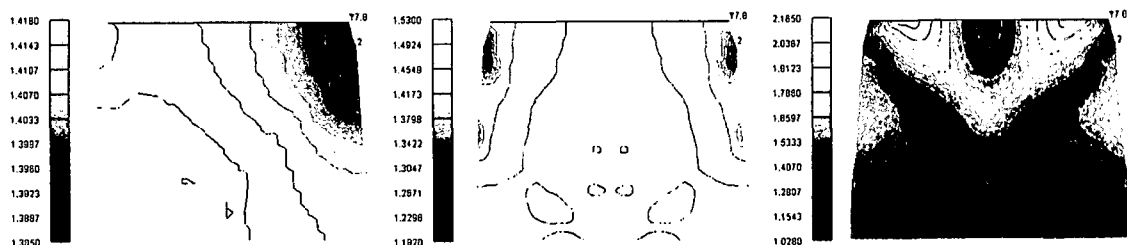


$$k = 1.54 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-10} \text{ cm/s}$$

図-5 軸ひずみ 15%における塑性せん断ひずみの分布図

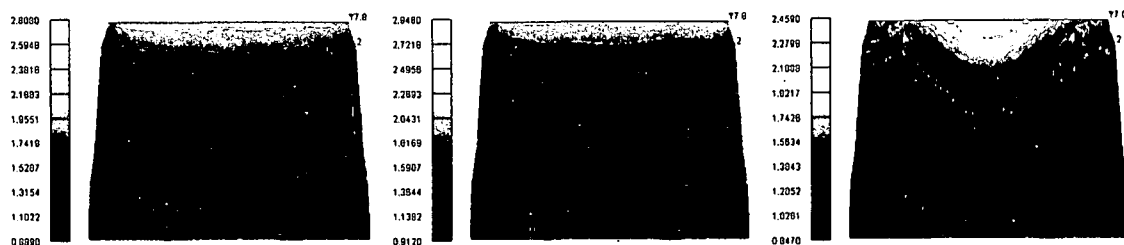


$$k = 1.54 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-10} \text{ cm/s}$$

図-6 軸ひずみ 15%における間隙水圧分布図

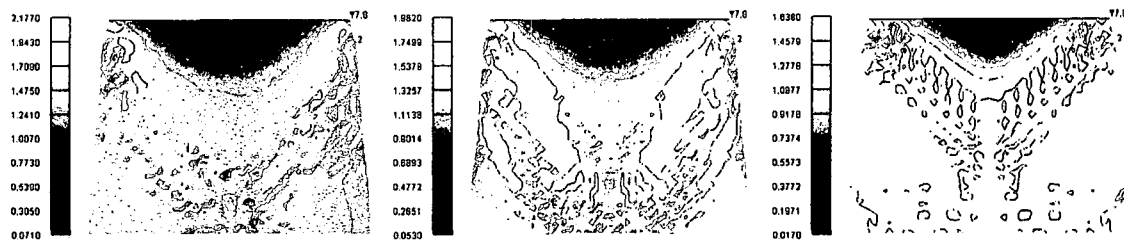


$$k = 1.54 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-10} \text{ cm/s}$$

図-7 軸ひずみ 15%における平均有効応力の分布図

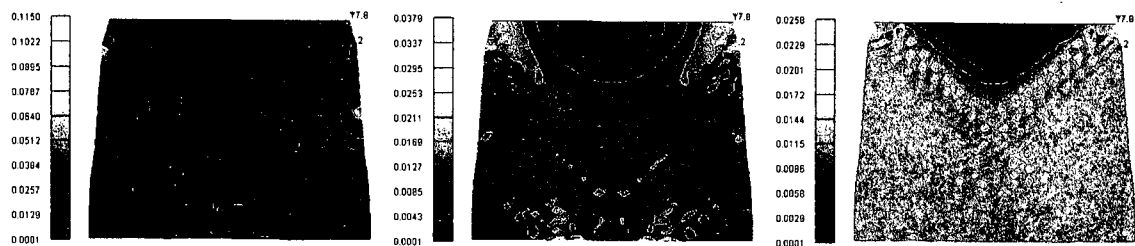


$$k = 1.54 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-10} \text{ cm/s}$$

図-8 軸ひずみ 15%における偏差応力の第二不変量の分布図

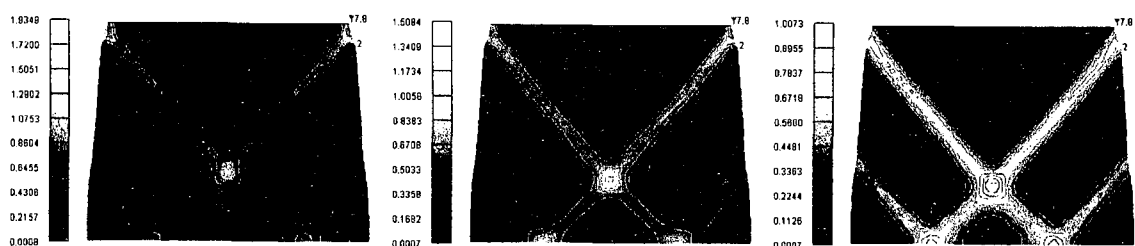


$$k = 1.54 \times 10^{-4} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm/s}$$

$$k = 1.54 \times 10^{-10} \text{ cm/s}$$

図-9 軸ひずみ 15%における粘塑性体積ひずみの分布図



$$a_3=0.2$$

$$a_3=2.0$$

$$a_3=5.0$$

図-10 軸ひずみ 15%における塑性せん断ひずみの分布図 ($k = 1.54 \times 10^{-8} \text{ cm/s}$)

4.2 不均一性について

続いて材料が潜在的に持つ不均一性の影響についての解析結果を示す。不均一な地盤材料の表現するために、本研究では合同式法による擬似一様乱数を用いて破壊応力比 M^* に上下 0.0%, 0.25%, 1.0%, 2.0%, 5.0% の揺らぎをもたせた。例えば 2.0% の揺らぎ幅をもたせる時は、 M^* の平均値 1.05 の 0.98 倍 (1.029) から、1.02 倍 (1.071) の値を乱数により発生させ、それを有限要素法で分割した各要素にひとつずつ代入していく。これにより供試体内で異なる破壊応力比がランダムに分布するような不均一な材料が表現される。それを示したのが図-11 であり、この図に示すケースについての変形解析について考察を行った。なお揺らぎ幅 0.0% とは均一な材料を表す。

見かけの軸差応力 (平均軸応力) と軸ひずみの関係を示したものが図-12 であるが、軸ひずみが大きくなると乱数の揺らぎ幅 R の増加に従い軸差応力が増加し、より安定な状態となる結果を得た。ここでは図示していないが、要素の応力経路については、 $R=0.0$ の時はすべて破壊線に沿って軟化するのに対し、 R が大きくなると、各要素において応力状態が、破壊線よ

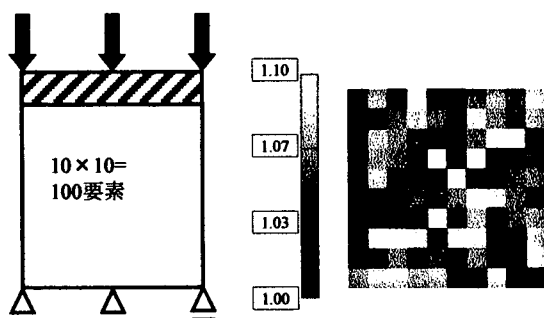


図-11 境界条件および破壊応力比 M_f^* の分布

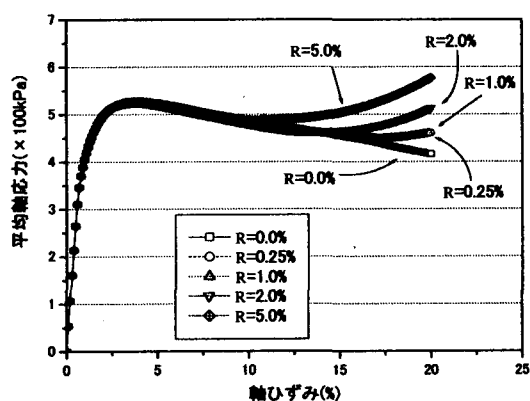


図-12 平均軸応力-軸ひずみ関係

り離れながら軸方向応力が増加する場合が表れる。このことが、全体系をより安定なものにしていると考えられる。

5. 結論

多孔質非局所粘塑性モデルを用いた解析結果から、透水性の影響は軸ひずみが小さいひずみ硬化の領域と軸ひずみの大きいひずみ軟化の領域では異なることが明らかとなった。この数値解析結果は線形に簡略化された粘塑性モデルを用いた理論的な解析結果と一致している。また、勾配項にかかる係数 a_3 が小さい時、塑性せん断ひずみはより局所的に蓄積され、せん断帯の厚みは a_3 の増加に伴って大きくなるといえる。変形のパターンに関しては、透水性、すなわち間隙水の移動がせん断帯の形成に大きく影響している事がわかった。材料の潜在的な不均一性の影響は応力-ひずみ関係に顕著に現れ、ここで用いた M^* の揺らぎレベルでは、材料の不均一性が大きいほどその材料は均一な場合よりも安定した状態になるという結果を得た。

参考文献

1) Adachi, T. and Oka, F. : Constitutive equations for normally consolidated clay based on elastoviscoplasticity, *Soils and Foundations*, Vol.22, No.4, pp.57-70, 1982.

- 2) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A. : Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211-240, 1963.
- 3) Adachi, T., Oka, F. and Mimura, M. : Mathematical structure of an overstress elastoviscoplastic model for clay, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.31-42, 1987.
- 4) Oka, F., H.B.Mühlhaus, Yashima, A. and Sawada, K. : Quasi-static and dynamic characteristics of strain gradient dependent non-local constitutive models, in *Material Instabilities in Solids*, De Borst and Van Der Giessen eds., John Wiley & Sons, pp.387-404, 1998.
- 5) Frantziskonis, G. : Crack pattern related universal constants, *Probabilities and Materials, Tests, Models and Applications*, ed. by D.Breysse, Kluwer Academic Pub., pp.361-376, 1993.
- 6) Aifantis, E.C., Oka, F., Yashima, A. and Adachi, T. : Instability of gradient dependent elastoviscoplasticity for clay, *Int. J. Num. Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol.23, No.10, pp.973-994, 1999.

(2000年4月21日受付)