

繰り返し載荷を受ける材料のボイド損傷理論に基づく数値解析

A Numerical Simulation of Deterioration of Materials under Cyclic Loads
by the Void Damage Theory

山崎 誠幸*・中沢 正利**・岩熊 哲夫***

Nobuyuki YAMAZAKI, Masatoshi NAKAZAWA and Tetsuo IWAKUMA

*正会員 修士(工学) 東海旅客鉄道株式会社

**正会員 工博 東北学院大学助教授 工学部土木工学科 (〒985-8537 宮城県多賀城市中央 1-13-1)

***正会員 Ph.D. 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

Adopting the constitutive relation taken account of the void damage theory, the numerical simulation of material deterioration by a few times of cyclic loads is attempted up to the failure stage when the void volume fraction reaches the critical value. The accumulation of damage and progress of void by the repetitive loading is the major concerning of this study. As a result, it is found that the void damage theory can reasonably analyze the material failure by very-low-cycle fatigue with plastic deformation especially without considering the void decrease under compression.

Key Words : Void Damage Theory, Void Volume Fraction, Very-Low-Cycle Fatigue.

1. はじめに

ボイド損傷理論では、材料中に無数に存在する初期欠陥を微視的空隙と捉え、それが平均的に分散すると仮定して連続体力学を適用することにより、材料降伏後の剛性劣化をボイド量の増加で表現できる。また、材料が引張り外力を受け、材料中で孔が拡大したボイドの体積分率がある臨界値を超えた時点として材料の限界状態を定義できることは直感的に理解しやすく、長所の一つとなる。

一般に引張り時にボイドの成長が見られることより、これまでの数値計算例でも引張り試験等の片振幅のみを扱っている場合が多い。しかし、構造物の材料劣化を考えると、疲労破壊などのように繰り返し荷重に対する挙動、特に剛性劣化や破壊挙動が一般的な問題となる。

また、一般的なボイド損傷理論では、材料の損傷＝ダメージを微視的空隙であるボイドに代表させて表現しているため、引張りの静水圧成分を受けて空隙は拡大、圧縮の静水圧成分を受けて縮むことより、圧縮の場合は剛性改善効果があるという解釈が可能である。一方ダメージと考えると、圧縮の静水圧成分は材料の降伏や破壊に対する影響が小さいことより、ダメージは蓄積されないと考えることも可能である。これら両者の賛否についての基本的検討も行う必要がある。

繰り返し荷重を受ける材料の破壊挙動について、一般的には通常状態での高サイクル繰り返し荷重に起因する疲労破壊が考えられるが、先の兵庫県南部地震の被害では、わずかに数回程度の非常に大きな塑性変形によるひび割れ・破断が観測され、構造物の耐震設計におけるこ

うした破壊様式の重要性が新たに認識されたと考えられる。今後、構造物の設計においてこの形式の破壊も考慮していく必要があると考えると、数値解析の方面でもこの現象を理論的に矛盾無く追跡できるようにすることが望ましい。

そこで本研究では、塑性変形を伴うごく低サイクルの繰り返し荷重によって材料中に重度の損傷が蓄積され破壊に至るという現象を取り上げ、ボイド損傷理論を導入した構成則を用いて数値解析を行い、上記の現象を解析する上でのこの理論の有効性を検討する。

2. ボイドによる損傷理論とその構成則

2.1 ボイド損傷理論と Tvergaard の降伏関数

Gurson¹⁾は、ボイドを含んだ固体の挙動は、膨張性があり、圧力に敏感な連続体の塑性流れに従うとし、ボイド体積分率 f を含む多孔質延性材料に対して次の形式の近似的降伏条件を提案した。

$$\Phi = \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + 2f \cosh \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right\} - (1 + f^2) = 0 \quad (1)$$

ここに、 $\bar{\sigma} = (3/2 s_{ij} s_{ij})^{1/2}$ は相当応力、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3(G_{ij} \sigma_{kk})$ は平均巨視的な Cauchy 応力の偏差成分、 σ_M は母材の実際の微視的応力状態を示す相当引張り流れ応力 (あるいは応力パラメータ; 初期降伏以前は $\sigma_M = \sigma_y$)、 σ_y は初期降伏応力、 G_{ij} は現配置での計量テンソル、 σ_{kk} は垂直応力の和である。式 (1) は $f=0$ の時 $\bar{\sigma}^2 - \sigma_M^2 = 0$ となり、von Mises の降伏条件と一致する。

Tvergaard²⁾は、ボイドを含む延性材料の引張り試験結果と Gurson の降伏関数を組み込んだ数値解析結果を

比較し、式(1)に定数パラメータ q_1 , q_2 , q_3 を導入した。

$$\Phi = \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f \cosh\left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M}\right) - \{1 + q_3 f^2\} = 0 \quad (2)$$

平面ひずみ条件の下、円筒形ポイドあるいは球形ポイドが材料中に二重周期配列の形で分布すると仮定して数値解析を行った上で、新たに導入した定数パラメータをそれぞれ $q_1=1.5$, $q_2=1.0$, $q_3=q_1^2$ とおけば、実験値に対する良い近似が得られることが確認され、一般に q_1 の値を 1.0 ~ 1.5 の間で適切にとれば良いとされている。なお、この理論ではポイドが周期的に分布していると仮定されており、したがって巨視的応答は等方性を示す。

2.2 ポイド体積分率の変化について

材料中のポイド体積分率 f は、初期状態から存在するポイドの成長と、負荷による材料の変形に伴って新たに形成されるポイドの和で表される。さらに、ポイド体積分率がある程度の割合に達すると、隣り合うポイドが結合して材料が破壊に向かうという現象に発展する。これら全てを考慮すると、ポイド体積分率 f は次のような増分形式で表すことが出来る。

$$\dot{f} = (\dot{f})_{\text{growth}} + (\dot{f})_{\text{nucleation}} + (\dot{f})_{\text{failure}} \quad (3)$$

母材材料が塑性的に非圧縮性であるとすれば、ポイドの成長によるポイド体積分率の増分は次式で与えられる。

$$(\dot{f})_{\text{growth}} = (1-f)G_{ij}\dot{\eta}_{ij}^p \quad (4)$$

ここに、 $\dot{\eta}_{ij}^p$ は巨視的ひずみ増分の塑性部分を示す。なお、これ以降、本論文では材料全体のひずみを“ η ”、ポイドを除いた母材材料のひずみを“ ε ”として表記するものとする。

新しいポイドの形成は、母材小片の剥離や破壊により、主として第二相¹で発生する。ポイド形成則として、本解析では Needleman ら³⁾によって提案されている以下の形を使用する。

$$(\dot{f})_{\text{nucleation}} = \mathcal{A}\dot{\sigma}_M + \mathcal{B}\frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \quad (5)$$

式中の変数係数 $\mathcal{A}$ および $\mathcal{B}$ については後述する。なお、より複雑な形成モデルは Gurson によって議論されている。

母材材料の微視的な応力状態を示す相当塑性ひずみ ε_M^p は、次の増分方程式によって応力パラメータ σ_M と関連付けられ、

$$\varepsilon_M^p = \left\{ \frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right\} \dot{\sigma}_M \quad (6)$$

ここで E はヤング率、 E_t は塑性域での接線係数である。材料が引張り载荷を受け、局所的なせん断帯の発生を経て最終的な破断へと向かう現象が材料中の塑性ひず

みの進展に伴うものと考え、式(3)の最終項は次の形でモデル化される。

$$(\dot{f})_{\text{failure}} = \begin{cases} \mathcal{C}\dot{\sigma}_M, & \text{for } f > f_c \\ 0, & \text{for } f \leq f_c \end{cases} \quad (7)$$

この式は式(5)の右辺第一項と類似した形であるが、ポイド体積分率 f が臨界値 f_c よりも小さい限りは $\mathcal{C} = 0$ として取り扱われる。しかしながら、ポイド体積分率 f が臨界値 f_c を超えると ε_M^p とともに線形に増加するようになり、 ε_c のひずみが付加された後に全体的な破壊に至る。なお、今回は線形増加の仮定を用いたが、より複雑な手法ではこれが ε_M^p に依存すると仮定されている。以上から、式(6)を考慮して $\mathcal{C}$ は以下のように得られる。

$$\mathcal{C} = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_u - f_c}{\varepsilon_c} \quad (8)$$

ここで f_u はポイド体積分率の限界値で、 f がこの値に達することは、すなわち、材料が耐荷力を喪失する状態を表す。この値は仮定された降伏関数より計算できる。

式(2)において $\bar{\sigma} = \sigma_{kk} = 0$, $f = f_u$ とすると

$$2f_u q_1 - 1 - q_3 f_u^2 = 0 \quad (9)$$

となるが、Gurson によって提案された式(1)では $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ であるから限界ポイド体積分率は $f_u = 1$ である。これは球状対称モデルの問題によって導かれた理想的な材料分布であり、その状態では、中央の穴の体積が球全体の体積よりも小さい限り耐荷力は喪失されないことを示す。一方、その後の実験的研究との比較をもとに、Tvergaard が提案した定数値を代入した場合は $f_u = 2/3$ となり、本解析ではこちらの値を用いた。

式(5)中のパラメータ $\mathcal{A}$ および $\mathcal{B}$ は材料中のポイドの形成が正規分布に従うとして決定される。ポイド形成が塑性ひずみによって支配されるような材料に対して、Needleman ら⁴⁾は次式を提案した。

$$\mathcal{A} = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_N}{s\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_M^p - \varepsilon_N}{s} \right)^2 \right] \\ \mathcal{B} = 0, \quad \text{for } \varepsilon_M^p = (\varepsilon_M^p)_{\text{max}} \text{ and } \varepsilon_M^p > 0 \quad (10)$$

ここで、 ε_N は材料がポイドを形成するひずみの平均値、 s は標準偏差、 f_N は材料がポイドを形成する体積分率である。

一方、ポイド形成が母材と粒子⁴⁾間の界面での最大垂直応力に支配される材料に対して、Needleman ら³⁾はこの最大垂直応力の近似値として σ_M と $\frac{\sigma_{kk}}{3}$ の和を用いることを提案した。ここで、粒子 (particle) とは母材を構成する極微細な分子レベルの構成単位のことであり、ポイドが拡大するのは母材と粒子間の結合が切れるためと考えられている。この場合は $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ となり、次

¹ 材料の多孔質体が母材とポイドから形成されるものと考え、母材に対してポイドは“第二相”であるという。

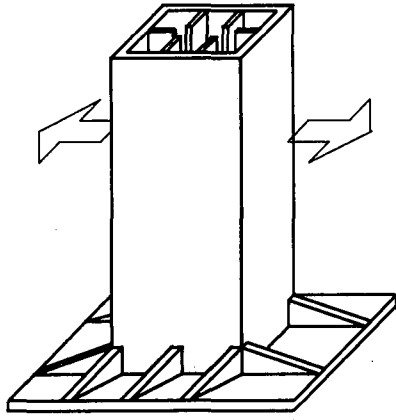


図-1 解析対象例

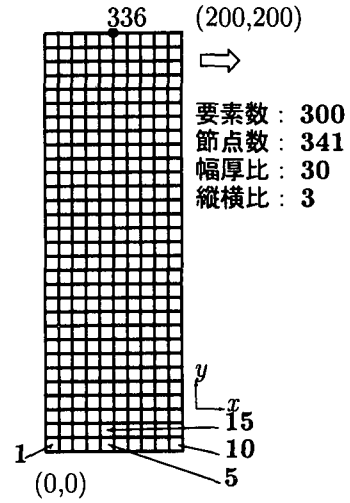


図-2 要素モデル (縦横比 3)

式が与えられる。

$$\mathcal{A} = \mathcal{B} = \frac{f_N}{s\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} \right) - \sigma_N}{s} \right\}^2 \right] \quad (11)$$

for $\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} = \left(\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} \right)_{\max}$

and $\dot{\sigma}_M + \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} > 0$

ここで、 σ_N は材料がボイドを形成する応力の平均値である。垂直応力 $\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3}$ はその最大値を用いるものとする。本解析では「亀裂の発生位置で繰り返される塑性ひずみの影響が支配的」とされる低サイクルでの疲労問題を解析対象とするため、ボイド形成は塑性ひずみに支配されると仮定した式 (10) を採用した。

2.3 ボイド体積分率の影響を考慮した弾塑性構成式

微視的な相当引張り流れ応力 σ_M および相当塑性ひずみ ε_M^p は、ボイド周辺の母材材料における実際の微視的な場を詳細に述べたものではなく平均値である。しかしながら、材料全体における相当塑性仕事率が微視的な相当塑性仕事率と等しいと仮定することは妥当と考えられ、次式の関係が成り立つものとする。

$$\sigma_{ij} \dot{\eta}_{ij}^p = (1-f) \sigma_M \dot{\varepsilon}_M^p \quad (12)$$

これより、上式と式 (6) を用いて母材材料の相当引張り流れ応力速度に関する式が得られる。

$$\dot{\sigma}_M = \frac{E E_t}{E - E_t} \frac{\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{(1-f) \sigma_M} \quad (13)$$

さて、Gurson のモデル¹⁾において、多孔質延性材料に対する巨視的ひずみ速度の塑性部分は、一般塑性論に基づいた垂直性法則により次式の形で与えられる。

$$\dot{\eta}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (14)$$

この式中のパラメータ Λ の値は、塑性载荷の間中満たさ

なければならない適合条件

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_M} \dot{\sigma}_M + \frac{\partial \Phi}{\partial f} \dot{f} = 0 \quad (15)$$

から決定される。

式 (15) に式 (3)-式 (7) および式 (13) を代入することで次の関係が得られる。

$$\dot{\eta}_{ij}^p = \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_M} + \alpha G_{ij} \right) \left(\frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\sigma_M} + \beta G_{kl} \right) \nabla_{kl} \quad (16)$$

ここで、 ∇_{ij} は

$$\nabla_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + (G_{ik} \sigma_{jl} + G_{jk} \sigma_{il}) \dot{\varepsilon}_{kl}$$

で表される Cauchy 応力の Jaumann 速度であり、他のパラメータは

$$H = \frac{h}{1-f} \left(\frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + \alpha \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) \left\{ \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + \alpha \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} - \left(\mathcal{A} + \frac{1}{h} \frac{f_U - f_C}{\Delta \varepsilon} \right) \frac{\sigma_M}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial f} \right\} - 3\alpha(1-f) \frac{\sigma_M}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial f}$$

$$\alpha = \frac{f}{2} q_1 q_2 \sinh \left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right), \quad \beta = \alpha + \mathcal{B} \frac{\sigma_M}{6} \frac{\partial \Phi}{\partial f}$$

$$\frac{1}{h} = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial f} = 2q_1 \cosh \left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - 2q_3 f \quad (17)$$

となる。なお、式 (16) は非関連流動則の形であるが、式 (17) の第二式を見れば分かるように $\mathcal{B} = 0$ のとき $\alpha = \beta$ となり関連流動則となる。本解析では、材料中のボイドの形成が塑性ひずみに支配されると仮定して式 (10) を採用しており、したがって実質的には式 (16) を関連流動則の形に置き換えて数値解析を行う。

本論文では、主にボイド形成に及ぼす繰り返し载荷の影響を検討するため、降伏後の硬化則としてはまず等方硬化則のみに限定して解析を進めた。材料全体の巨視的ひずみ増分は弾性部分と塑性部分の和で表され、

$$\dot{\eta}_{ij} = \dot{\eta}_{ij}^E + \dot{\eta}_{ij}^p \quad (18)$$

と書かれる。ここで弾性ひずみ速度は

$$\dot{\eta}_{ij}^e = \frac{1}{E} \{ (1 + \nu) G_{ik} G_{jl} - \nu G_{ij} G_{kl} \} \dot{\sigma}_{kl} \quad (19)$$

であるから、弾塑性状態でのひずみ-応力の増分関係は

$$\dot{\eta}_{kl} = B_{ijkl} \dot{\sigma}_{ij} \quad (20)$$

と表され、ここに弾塑性コンプライアンスは次式の形となる。

$$B_{ijkl} = \left[\frac{1}{E} \{ (1 + \nu) G_{ik} G_{jl} - \nu G_{jk} G_{il} \} + \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_M} + \alpha G_{ij} \right) \left(\frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\sigma_M} + \beta G_{kl} \right) \right] \quad (21)$$

3. 解析対象構造モデルと解析条件

解析対象構造物の例としては、図-1の影付きの部分のような、横方向の繰り返し荷重を受けた際に主として抵抗する橋脚断面の板部材等が挙げられる。これを具体的にモデル化したものが図-2である。このような構造部材は、溶接時や施工時に受けた損傷、あるいは長期にわたる死荷重および活荷重の影響で材料内部に様々な損傷を蓄積しており、これが地震等により大きな塑性変形を伴う繰り返し荷重を受けると、材料内部の損傷が一気に増大し、ごく低サイクルの繰り返し変形でも破壊に至ると考えられる。

材料は鋼材を対象とし、ヤング率 $E=206\text{GPa}$ 、接線係数 $E_t=E/100$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、降伏応力度 $\sigma_Y=313.6\text{MPa}$ とした。また、諸文献を参考にして、材料の臨界ボイド体積分率 $f_c=0.15$ 、 f が f_c に至るまでに必要なひずみ量 $\varepsilon_c=0.4$ とし、さらにボイド分布の標準偏差 $s=0.1$ 、ボイド形成時の f の平均値 $f_N=0.04$ 、ボイド形成時の ε の平均値 $\varepsilon_N=0.3$ とし計算を進めた。

本研究では、材料中に本来存在する損傷を“初期損傷 f_1 ”と定義し、この f_1 と水平方向の振れ幅および縦横比を変化させて平面応力条件下で数値解析を行い、その結果を比較検討する。この際、有限要素解析には4節点・線形のアイソパラメトリック平面要素を用い、モデルには図-2の x 軸方向に正負交番変位を繰り返し与えた。

ボイド体積分率 f の増分は式 (3) で定義されるが、これは元来引張りの静水圧成分に対して導かれていると考えられ、本研究で取り扱うような繰り返し荷重による破壊を対象したものとは言い難い。よって、材料が圧縮の静水圧成分を受けた場合にボイドの減少を考慮すべきか否かという基本的疑問が存在する。実際問題としては、実現象と矛盾しないか否かを検討するしかないので、ここでは次の2種類の条件で数値解析を実行する。

- f は引張りの静水圧成分を受ける場合には損傷として累積されるが、圧縮の静水圧成分を受ける場合は損傷には影響しないとする一種の損傷パラメータとみなす。解析では式 (3) に示すボイド体積分率の増

分各項を監視して、負となる場合には $f=0$ に置き換えている。

- f は材料中の空隙を念頭においたボイドの体積分率であると考え、圧縮荷重を受けた際には減少することも有り得るとする。解析では式 (3) をそのまま適用した。

4. 解析結果

4.1 ボイドの減少を考慮しない場合

数値解析の結果を図-3～図-8に示す。解析時の諸条件は各図番号の下に記した。図-3、図-6、図-8は荷重-変位曲線であり、図-4および図-5は図-3と、図-7は図-8と対応している。

紙面には3パターンのみを記したが、荷重-変位曲線を比較することで、初期損傷 f_1 と水平方向の振れ幅が大きくなれば、より少ない繰り返し荷重回数で材料が破壊に至る現象が確認できる。図-4では、 x 軸方向に荷重した正負交番変位を破線と一点鎖線で区別して表わしている。図から分かるように、ボイド体積分率 f は臨界値 ($f_c=0.15$) に達して以降急速に増加する傾向にあり、 f_1 が増加するとその分臨界値に達し易くなるため、破壊が早まるのは妥当と考えられる。また、水平方向の振れ幅が大きければ、それだけ一回の変形で受ける損傷が大きくなることになり、これによって破壊が早まるのも妥当な結果である。

次に、材料中に蓄積される f の様子と破壊時の f の分布を図-4と図-5に示した。図-5の右図では、色が濃いほど f の値が大きいことを表す。なお、材料の破壊については、式 (2) より理論的に求まる限界値 $f_u=2/3$ にいずれかの要素の f の値が達した時点と定義した。これらから分かるように、最初に引張り荷重を受ける要素1と、主としてせん断による荷重を受けるモデル中央下部の要素で f の値が卓越する傾向にある(要素番号については図-2参照)。また、ある要素で f の値が増加すると、その周辺の要素にも徐々に f が分配されていき、それらのいずれかが限界値に達することも確認された。こうした損傷進展の様子は、材料中に発生した亀裂の進展として捉えることも可能であり、材料中の損傷の蓄積から、耐荷力の喪失という意味での破壊に至るまでを追跡できるという本理論の重要な特徴を示している。

次に、繰り返し荷重中の要素の相当応力の変化について図-7より説明する。図中の実線は要素1での相当応力を、点線はそれと対応した f の蓄積の様子を表しており、解析条件は図-6と共通である。これより、ボイド体積分率 f の値が40%程度に達して以降、その時点での降伏強度の指標である相当応力の値が極端に減少していくことが分かる。これは、 f の蓄積によって材料が耐荷力を喪失していくのに対応している。図には示さなかったが、 f の値が十分小さい要素では硬化によって $\bar{\sigma}$

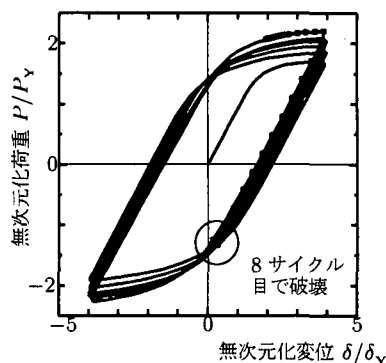


図-3 荷重-変位曲線

[$f_1=0.00$, 振れ幅 $4\delta_y$, 縦横比 3]

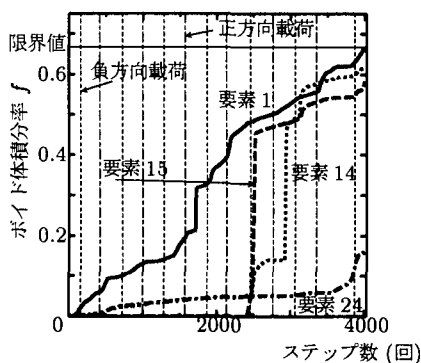


図-4 要素ごとのボイド増加の比較

[$f_1=0.00$, 振れ幅 $4\delta_y$, 縦横比 3]

降伏領域 (黒塗部) 破壊時の f の分布

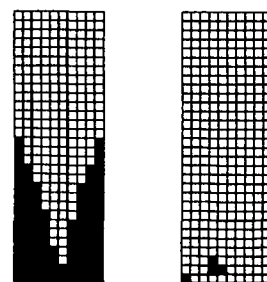


図-5 降伏領域及びボイドの分布

[$f_1=0.00$, 振れ幅 $4\delta_y$, 縦横比 3]

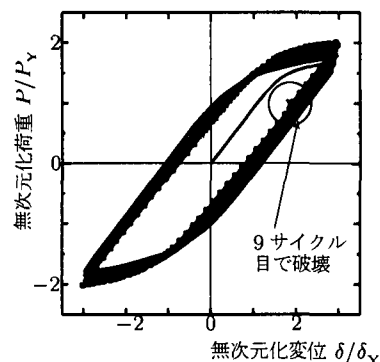


図-6 荷重-変位曲線

[$f_1=0.00$, 振れ幅 $3\delta_y$, 縦横比 3]

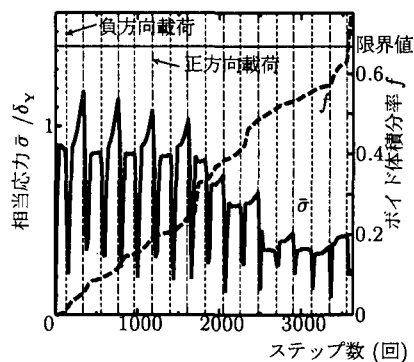


図-7 相当応力の変化 (要素 1)

[$f_1=0.00$, 振れ幅 $3\delta_y$, 縦横比 3]

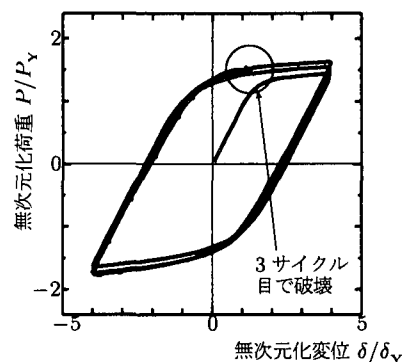


図-8 荷重-変位曲線

[$f_1=0.10$, 振れ幅 $4\delta_y$, 縦横比 3]

の値は増加していることから、材料中の一部で局所的に耐力力を喪失しつつ、破壊に向かうという現象が認められた。

また、参考までに von Mises の降伏条件を用いて同条件で解析を行い図-7 と同様の図を描いたところ、降伏したすべての要素で、繰り返し载荷の度に相当応力 $\bar{\sigma}$ のピーク位置 (すなわち降伏強度) は増加し、前述したような現象は見られなかったことから、材料の局所的な破壊を数値的に追跡できるという点で、本解析法の特徴が示されている。

初期状態で 10% のボイド体積分率を有する図-8 の場合には、材料が 3 サイクル目で破壊に至る前の正方向载荷部分で硬化の度が低下し、その後破壊に至る直前で、やや軟化の傾向を見ることができた。等方硬化則を用いているにも関わらずこうした傾向が現れたのは、前述した材料の局所的な耐力力の喪失が、材料挙動全体に強く影響を及ぼした結果と考えられる。

4.2 ボイドの減少も考慮した場合

前節と同様に、数値解析結果を図-9 ~ 図-14 に示す。図-9、図-12、図-14 は荷重-変位曲線で、図-10 および図-10 は図-9 と、図-13 は図-14 と対応している。

図-9、図-12、図-14 に示した荷重-変位曲線を比較すると、ボイド体積分率 f の減少を許容した場合は、初期損傷 f_1 の値や水平方向の強制変位を増加させても、それによって材料がより少ない繰り返し载荷回数で破壊に至るとは一概に言えず、 f の減少を無しとした場

合のような定性的な結果は得られなかった。この原因としては、図-10 に示した要素ごとの f の増加の様子を見ても分かるように、 f の減少があるため、一度 f が増加した要素がそれ以降必ずしもそのまま剛性低下するとは限らず、各要素への f の分配も含めて材料挙動がより複雑になっている。このことは図-11 右側の分布図からも確認できる。さらにこの図からは、载荷開始時点では材料中で一様であった f の値が、引張り载荷を受ける部分では増大するのに対して圧縮载荷を受ける部分では減少し、結果としてその部分の材料強度が増大している様子も見られ、図-5 と比較しても明らかに材料挙動が複雑化していることが分かる。なお、材料中で f の値が卓越する部分が、最初に引張り载荷を受ける左下端と、主にせん断力を受ける中央下部であるという傾向は、ボイドの減少を無しとした場合と共通であった。

以上、圧縮の静水圧成分による f の減少を考慮した場合には、前節で述べたような定性的破壊挙動が見られないことを強調したが、以下に示す方法で比較すると、異なる見解を得ることができる。図-14 に注目すると、材料が破壊に至る 1 サイクル前の、3 サイクル目の正方向塑性変形に入った時点で、軟化傾向が見られることが分かる。図には載せていないが、この時点では、要素 1 において f の値が 40% を超えており、この部分での著しい耐力力の喪失が確認された。他の荷重-変位曲線の場合にも同様の傾向が見られたことから、いずれかの要素で f の値が 40% を超え、かつ軟化現象がみられた時点

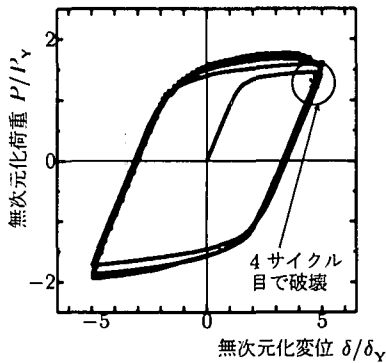


図-9 荷重-変位曲線
[$f_1=0.10$, 振れ幅 $5\delta_y$, 縦横比 3]

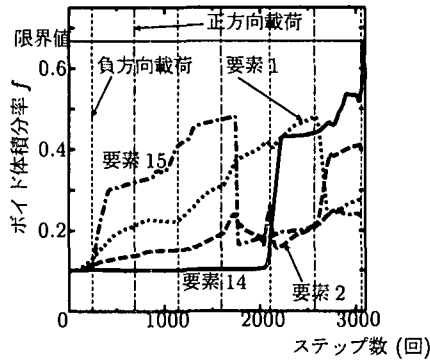


図-10 要素ごとのポイド増加の比較
[$f_1=0.10$, 振れ幅 $5\delta_y$, 縦横比 3]

降伏領域 (黒塗部) 破壊時の f の分布

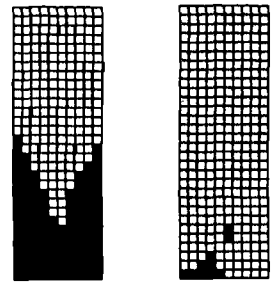


図-11 降伏領域及びポイドの分布
[$f_1=0.10$, 振れ幅 $5\delta_y$, 縦横比 3]

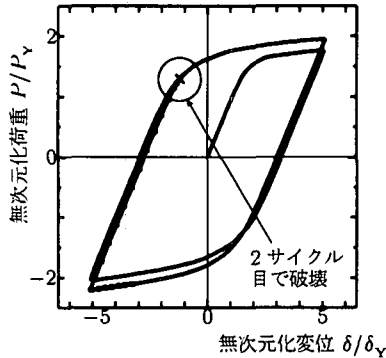


図-12 荷重-変位曲線
[$f_1=0.00$, 振れ幅 $5\delta_y$, 縦横比 3]

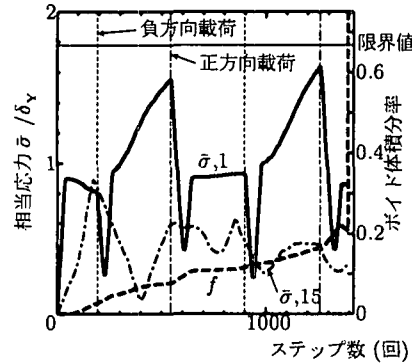


図-13 相当応力の変化
[$f_1=0.00$, 振れ幅 $5\delta_y$, 縦横比 3]

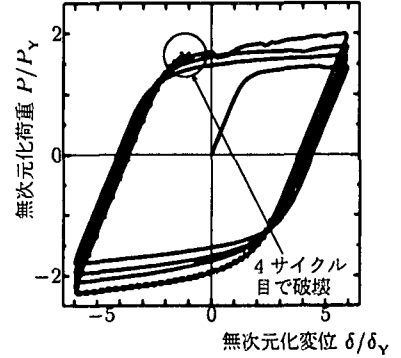


図-14 荷重-変位曲線
[$f_1=0.10$, 振れ幅 $6\delta_y$, 縦横比 3]

を材料の破壊と仮定して比較した結果、初期損傷 f_1 および水平方向振れ幅と、材料が破壊に至るまでの繰り返し荷重回数との関係について、ほぼ前節と同様の定性的な傾向を得ることができた。本研究で用いた f の限界値 $f_0=2/3$ は、あくまで式 (2) から理論的に導かれる値である。材料中で局所的に f の空隙率が 40% にも達すれば、その部分はもはや耐荷力を保持しているとは考えづらく、そういう点で前述の仮定を用いるのも 1 つの方法であろう。しかし、この辺りの議論は実験値と比較しながら行うべきであるので、ここではこれ以上言及しない。

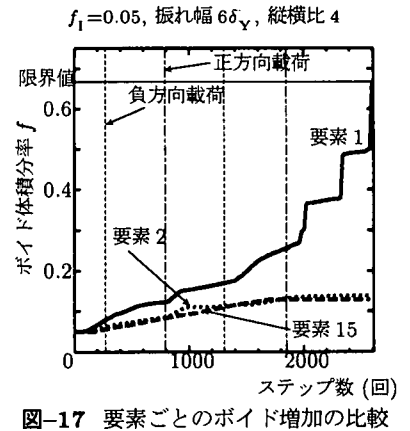
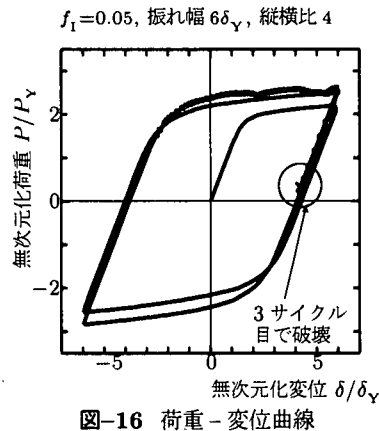
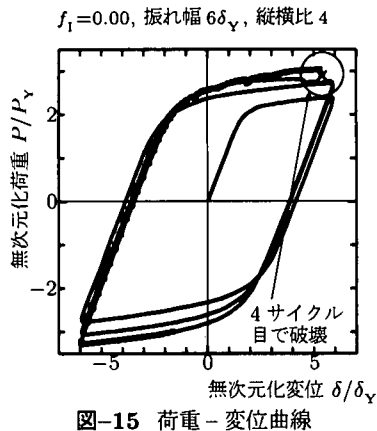
図-13 には、図-7 と同様の形式で相当応力の変化を示した。ただし、この場合の解析条件では、破壊に至った要素 1 において f の値が増加したのは破壊直前だけであったため、参考までに常に f が 40% 程度で推移していた要素 15 の相当応力も合わせて描いた。図中の実線が要素 1、一点鎖線が要素 15 を表している。この結果、ポイドの減少を無しとした前節と同様、 f の値が卓越した要素で相当応力 $\bar{\sigma}$ のピーク値が極端に低下し、 f の値の小さい要素では繰り返し荷重による硬化で徐々に $\bar{\sigma}$ の値が増加する傾向が見られた。したがって、一部の要素の f の増加によって、材料が局所的な耐荷力の喪失を引き起こして破壊に至るという一連の流れが、 f の減少を考慮するか否かによらず、本研究で使用した構成則によって得られる特性であることが確認できた。

4.3 縦横比を変化させた場合との比較

縦横比 $\alpha=4$ とし、他のパラメータは前述までのものと同条件で解析した結果を図-15～図-17 に示す。なお、解析はポイド体積分率 f の減少を無しとした条件でのみ実施し、縦横比 3 の場合との挙動特性を比較した。

まず、図-15 および図-16 に示した荷重-変位曲線を見ると、それぞれ 4 サイクル目の最後、4 サイクル目の始め、3 サイクル目の始めて破壊に至っており、縦横比が 3 であった 4.1 節の場合に得られた結果同様、 f_1 と水平方向変位が大きくなれば、より少ない繰り返し荷重回数で破壊に至るという現象が確認できた。また、いずれの結果からも軟化の傾向が見られたが、それぞれについて f の変化を示した図-17 より、最初に引張り荷重を受ける左下端の要素 1 においてまずポイドの増加傾向が卓越して見られ、その付近で軟化傾向が出現した後で破壊に至ることが分かる。最初に f が限界値に達するのは必ずしも左下端の要素とは限らないが、前節までと異なり、左下端でまず損傷が蓄積されるのが縦横比 $\alpha=4$ の場合の特徴である。原因としては、縦横比が小さい場合に比べて、曲げモーメントによって最初に引張りを受ける部分の負荷が、柱の中央下部に作用するせん断による負荷よりも大きく影響するためと考えられる。

以上より、縦横比 α を変化させても材料全体の破壊挙動は変わらないが、 α の値が大きく、細長い形状になればなるほど、最初に引張り荷重を受けた部分が弱体化し易くなるという妥当な結果が得られている。



5. 結論

水平方向の繰返し載荷を受ける柱モデルに対し、ボイド損傷理論を導入した構成則を用いて、平面応力条件下で数値解析を実行した結果を以下に記す。

ボイド体積分率 f を“(a) 材料中に蓄積される損傷パラメータ (減少無し)”とするのか、“(b) 材料中の空隙を含む損傷パラメータ (減少有り)”とみなすのかによって幾つかの相違点が見られたが、まず両者の共通点を挙げると次のようになる。

- (1) 材料モデルが破壊に至る際には、最初に引張り載荷を受ける部分と主としてせん断による負荷を受ける部分とに、集中的に損傷が蓄積された。
- (2) ボイド体積分率 f の増加により、材料中で局所的に著しい耐荷力の低下が起こると、その分の負荷が周辺部に分配され、より広域で損傷が蓄積されて破壊に至るという現象が確認できた。
- (3) ボイド体積分率 f の導入により、等方硬化条件で一定幅の繰返し変形を加えた場合でも、材料の軟化傾向を示すことが見出された。

さらに、(a) の場合には

- (4) 初期損傷 f_1 と水平方向変位を増すと、より少ない繰返し変形回数で材料が破壊に至るという、一般的予想と整合する数値解析結果を得た。
- (5) 縦横比 α を変化させても (1)~(4) の特徴は変わらないが、 α の値が大きいくほど、すなわち細長い形状になるほど、最初に引張り載荷を受けた部分が弱体化し易くなるという妥当な結果が得られた。

という点で、実現象と矛盾しないような材料挙動を追跡できたと考える。一方 (b) の場合には、ボイドの減少により材料挙動がより複雑になる等の理由から、(4) につ

いて必ずしも定性的な結果は得られなかった。しかし、材料が破壊に至る f の限界値をもう少し緩和した視点から定義すると、同様な傾向を示すことが分かった。

以上より、繰返し載荷に対するより精度の高い解析を行うためには、今後移動硬化則の導入といった幾つかの改善が不可欠であるが、材料中の損傷の蓄積から始めて、耐荷力の喪失という意味での破壊に至るまでを解析可能であるという利点から、本解析手法が“塑性変形を伴うごく低サイクルの繰返し荷重による材料の破壊現象”を数値解析する上での有効な手段であることが確認できた。

参考文献

- 1) Gurson, A. L. : Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth/ part I—yield criteria and flow rules for porous ductile media, *J. Eng. Material Technol.*, Vol. 99, pp.2-15, 1977.
- 2) Tvergaard, V. : Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, *Int. J. Fracture*, Vol. 17, pp.389-407, 1981.
- 3) Needleman, A., Rice, J. R. : Limits to ductility set by plastic flow localization, “*Mechanics of Sheet Metal Forming*”, (D. P. Koistinen et al. eds.), pp.237-267, 1978.
- 4) Chu, C. C. and Needleman, A. : Void nucleation effects in biaxially stretched sheets, *J. Eng. Materials Technol.*, Vol. 102, pp.249-256, 1980.
- 5) Tvergaard, V. : Material failure by void coalescence in localized shear bands, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 18, pp.659-672, 1982.
- 6) Tvergaard, V. : Material fracture by void growth and coalescence, *Adv. Appl. Mech.*, Vol. 27, pp.83-151, 1990.

(2000 年 4 月 21 日 受付)