

圧縮試験における局所変形の発達

Development of Localized Deformation in Compression Tests

千葉 尚*・白戸真大**・岩熊哲夫***・後藤文彦****

Takashi CHIBA, Masahiro SHIRATO, Tetsuo IWAKUMA and Humihiko GOTOU

*学生会員 東北大学大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

**正会員 修(工) 建設省土木研究所構造橋梁部基礎研究室 (〒305-0804 つくば市大字旭一番地)

***正会員 PhD 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

****正会員 博(工) 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

In compression tests of geomaterials, many patterns of localized deformation are observed depending on initial imperfections and boundary conditions. In this paper, especially the developments of such localized deformation are traced numerically using a constitutive model with non-coaxial plasticity and double sliding effect. As a typical result, the final patterns of localization with initial imperfections lose their symmetry and the body shows global softening even though the local constitutive law holds hardening. Furthermore many phenomena like mode-switching are also observed along their loading paths.

Key Words : *localized deformation, non-coaxiality, double-slip model, initial imperfection*

1. まえがき

鋼の引張試験でも地盤材料の要素試験でも、変形が大きくなるに従って供試体中の変形が一様でなくなり、明らかに局所変形が発達する。例えば粘性土供試体を圧縮した場合、載荷が進むにしたがって巨視的なすべり線のような局所変形が生じ、その供試体の初期形状や端部の境界条件に影響されて、供試体1体1体で異なるパターンを示しながら最終的な破壊に至る¹⁾という現象が観察される。

すなわち、このような変形局所化を分岐だとみなした場合、変形が進むにしたがってそのパターンが変化し、いわゆる第何次の分岐モードが支配的で、それが何故優勢なのか等の特徴を特定することができていない。これは、異なるモードの分岐点がお互いに近接しているために、初期不整や境界条件のわずかな違いによって異なる分岐点で最初に現れたり、またそのために近傍の第2分岐点に容易に遷移するためではないかと考えられている。このように比較的簡単な形状供試体の圧縮試験においても、どのような分岐経路が初期不整や境界条件にどのくらい影響を受けるのかについて、数値的に確かめておく必要がある。

地盤材料に対しては文献^{2),3),4)}のような研究がよく知られている。この構成モデルでは水の移動を考慮する等の地盤材料特有の特性を含んでいる。しかし、応力ひずみ関係に軟化を含めざるを得ない等、材料特性に要素試験結果を経験的に考慮している。

さて、地盤材料だけでなく鋼の塑性加工の場合にも大変形下においてこのようなしわやせん断帯の発生が頻繁

に確認され、その数値的研究も数多く行われている。平面ひずみ大変形解析でも数多くの構成モデルが試されている⁵⁾が、実験と定量的な整合性を有し安定して大変形レベルまでを追跡できるモデルはあまり無い。欠点の代表的なものはいわゆるメッシュ依存性で、軟化等の不安定な部分が現れた後の数値解が意味を持たなくなることである。この改善策はいくつか挙げられているが、物理的意味が不明瞭であったり材料の特徴長さのような量を導入しなければならなかったりする。

ここでは、白戸・岩熊⁶⁾によって提案された構成モデルを用いる。このモデルでは、非関連流れ則に非共軸項が加えられているが、そのままでは存在してしまうメッシュ依存性を緩和するために、さらに二重すべりモデルが重ね合わされた点が特徴である。増分式を基礎としているため、分岐解析をする代わりに文献²⁾と同じようにさまざまな初期不整に対する挙動の違いを比較することによって、実験で現れる様々な局所変形パターンの予測をする。したがって、文献²⁾にあるような地盤材料の圧縮試験を念頭に置き、局所化した変形の発生に境界条件や初期不整がどのような影響を及ぼすかを検討する。

2. 構成モデルと数値解析手法

2.1 構成モデル

文献⁶⁾で定式化された構成モデルの基礎式のみを列挙する。弾性部分は一般化されたHookeの法則に従うとし、塑性部分は流れ理論の枠組みの中で最も基本的な弾塑性モデルである J_2 流れ理論を拡張して、拘束圧依存性や体積変化の塑性成分を考慮した非関連流れ則を基本

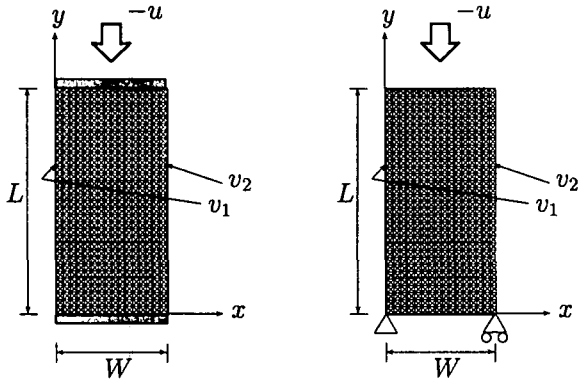


図-1-a 固定条件

図-1-b 自由条件

図-1 解析条件

とする。さらに変形の局所化に大きな影響を持つ非共軸項^{2),3),7),8)}を加え、塑性ひずみ増分が

$$d_{ij}^p = \frac{1}{H} \left(\frac{\sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}} + \frac{\beta}{3} \delta_{ij} \right) \left(\frac{\sigma'_{kl}}{2\bar{\sigma}} + \frac{\alpha}{3} \delta_{kl} \right) \bar{\sigma}_{kl} + A \left\{ \bar{\sigma}'_{ij} - \frac{1}{2\bar{\sigma}^2} \sigma'_{kl} \bar{\sigma}_{kl} \sigma'_{ij} \right\} \quad (1)$$

で表されるとする。ここに d_{ij}^p は変形速度テンソルの塑性部分の成分であり、 σ_{ij} は Cauchy の応力テンソル成分、 σ' は偏差応力成分、 $\bar{\sigma}$ は Jaumann 速度を表している。なお δ_{ij} は Kronecker のデルタである。 $\bar{\sigma}$ はいわゆる相当応力で、ここでは

$$\bar{\sigma}^2 = J_2 \equiv \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \quad (2)$$

で定義した。式(1)第1項のパラメータ α , β はそれぞれ、内部摩擦係数及びダイレイタンス係数と捉えることができる。また H は塑性ひずみ硬化係数である。

上式(1)第2項が非共軸項で、弾塑性状態での見かけ上の接線せん断係数を $\bar{\mu}$ としたとき、せん断弾性係数 μ との比が

$$\bar{\mu}/\mu = 1/(1 + 2A\mu) \quad (3)$$

となる関係が A の物理的な意味である。

ここでは定ひずみ要素を用いるが、このままでは Hill の局所変形の発生条件⁹⁾式

$$\det |n_i F_{ijkl} n_l| = 0; \quad n_k n_k = 1 \quad (4)$$

を満足してしまう。ここに F は nominal 応力速度と速度勾配を関係づける接線係数であり、 n はその速度勾配が不連続になる面の法線ベクトルである。この条件が満足された後は、ここで用いる構成モデルでは n を微視すべり線の法線方向とする二重すべりメカニズム^{10),11)}を、式(1)の流れ則に重ね合わせる。つまりこのすべり機構によって発生する変形速度成分を d^m と記し、総変形速度 d が弾性成分 d^e と塑性成分 d^p に加えて

$$d_{ij} = d_{ij}^e + d_{ij}^p + d_{ij}^m \quad (5)$$

で与えられるものとしている。ここで微視すべり発生後のひずみ分布を評価するため、変形速度のうちその非可

逆な成分を d^p と d^m で $d^r = d^p + d^m$ と表すことにし、その相当ひずみ成分を

$$\bar{\epsilon}^r = \int_0^t (2 d_{ij}^r d_{ij}^r)^{1/2} dt \quad (6)$$

で定義し、「相当残留ひずみ」と呼ぶ。その他降伏条件などの詳細については文献⁶⁾を参照して欲しい。

2.2 数値解析手法

ここでは平面ひずみ問題として定ひずみ速度三角形要素でモデル化し、増分つり合い式の弱形式を用い、繰返し計算無しの強制変位増分を与える単純な増分解析をする。したがって増分ステップを十分に小さくする必要があり、それについては異なる増分ステップでの試行をくり返した上で、後述する応答曲線などの履歴がほぼ重なる程度まで小さくした。

また節点座標値や応力値、降伏条件も各ステップ毎に更新しなければならないが、こういった詳細についても文献⁶⁾を参照して欲しい。非対称応力速度テンソルを基礎とする増分式を基礎式にしているので、接線剛性の特異性等による固有値解析による分岐解析はしていない。

3. 問題設定と有限要素モデル

3.1 解析対象

解析対象は地盤材料の圧縮試験やそれに関する数値解析でよく用いられる 1:2 程度の寸法比を持つ矩形供試体領域の単純圧縮である。境界条件は図-1 に示した 2 種類を比較する。なお、本論文においては全て L で無次元化しているため、単位は特定していない。両方共に供試体側面である y 軸と平行な面は自由表面とする。図-1-a は上下境界に剛体を添付してあり、下面は x, y 方向共に固定とし、上面は x 方向を固定のまま、強制変位 u を下方に一樣に与える条件である。この条件を以下「固定条件」と呼ぶ。図-1-b は下面左端のみを x, y 方向共に固定とし、下面は y 方向には変位を許さないが、上面に y 方向の強制変位 u を下方に一樣に与える。上下面共 x 方向には変位できるとした。以下この条件を「自由条件」と呼ぶ。なお、非対称な変形の可能性を排除しないように、 $L \times W$ の領域は解析対象の全体である。

有限要素メッシュは過去の数値解析⁶⁾や他の研究を考慮してできるだけ細かくした。ただ、計算時間やメモリの関係から W を 16 分割とし L を同じ大きさで分割した。寸法比が 2 の場合、総数で 1073 節点 2048 要素になる。

3.2 材料定数及び解析パラメータ

数値解析上必要なパラメータは白戸・岩熊⁶⁾の解析条件を踏まえ、まず降伏を制御するパラメータ Λ_1, Λ_2 を

$$\Lambda_1 = 0.004, \quad \Lambda_2 = 0.01 \quad (7)$$

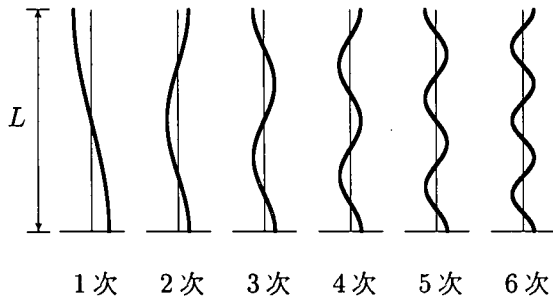


図-2 初期不整の種類とモードの名称

と与える。これは安定してかつ比較的少ないステップで良好な弾塑性変形の追跡ができるように選ばれている。

材料定数のうち初期降伏せん断ひずみ γ_0 は

$$\gamma_0 = 0.0025 \quad (8)$$

と設定した。ダイレイタンスーや圧力効果を代表するパラメータ α , β は、主に体積変化に影響があるものの荷重変位関係にはそれほど定量的な違いを生じさせないため、ここでは簡単のためにほとんどの場合で零と置いた。この効果については後で論ずる。すべり面の抵抗係数 K は

$$K/\mu = 0.00001 \quad (9)$$

とした。硬化係数 H と非共軸パラメータは

$$H/\mu = 0.001, \quad \bar{\mu}/\mu = 0.003 \quad (10)$$

とした。これも白戸・岩熊⁶⁾の条件を参考に、地盤材料とオーダー的に近くなるように適当に選んだものである。

増分解析を単純な繰り返し計算無しでおこなっているため、強制変位 $\Delta u/L$ を小さくする必要がある。ここでは文献⁶⁾での考察に基づき、 $L/W=2, 2.5, 3$ の場合にそれぞれ $\Delta u/L = -1.0 \times 10^{-4}$, -8.0×10^{-5} , -6.7×10^{-5} とした。なお、供試体の横幅 W は全ての解析において $W=1$ と固定した。

3.3 初期不整のモード

初期不整は供試体両側面に余弦波で与えた。これは例えば文献で用いられているものとの比較のために同様のモードを用いている。図-1に示したように、自由表面の左右辺にそれぞれ v_1 あるいは v_2 という関数で与えることにし、その具体形を

$$\frac{v_1}{L} = c_1 \frac{W}{L} \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{n}{L}y - \frac{m}{2} \right) \right\} \quad (11a)$$

$$\frac{v_2}{L} = c_2 \frac{W}{L} \left[1 + \cos \left\{ 2\pi \left(\frac{n}{L}y \right) \right\} \right] \quad (11b)$$

で与えた。下添え字が左右辺に対応している。ここで用いる n の値は1から6とし、それぞれの場合を図-2に示した。

式(11)中の m は左右面の初期不整に位相差を与えるもので、 $m=1$ で左右対称(左右逆位相)な初期不整、

$m=0$ で非対称(左右同位相)な初期不整となる。振幅は

$$c_i = 0.0001 \sim 0.002, \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

程度とした。

3.4 結果の表示方法

この論文の変形状図及び相当残留ひずみ分布は、特に断らない場合は圧縮ひずみが12% ($-u/L = 0.12$) に達した状態のものである。また変形状図において黒い部分は局所化発生条件を満足した後の二重すべりが滑動している要素で、この研究で着目して欲しい領域である。この領域を以下「微視すべり領域」と呼ぶ。それ以外は印刷の関係であまり明瞭ではないが、灰色の濃い部分は降伏している要素で、淡い色の部分は除荷された要素、白い部分が弾性状態ままの要素である。

4. 固定条件の結果の考察

4.1 完全系の場合

まず完全系を比較のために解析する。図-3に代表例を変形状図として示したが、左端の $L/W=1.75$ のパターンは微視すべり領域が罰印1組が発達しているのみである。実は $L/W=1 \sim 1.75$ までの場合はすべてこのパターンに到達する。違いは罰印領域上下のはらみ出さない部分の長さだけである。

一方 $L/W=1.8 \sim 2.75$ の場合にはその次の $L/W=2.5$ の図のように罰印2組のパターンになる。この罰印の拡がりはおおよそ縦横比で0.8:1程度になっている。このように、柱の座屈の場合とは全く異なり、供試体の寸法(例えば細長比のような量)で局所変形パターンが支配されるのではなく、材料固有のモードとしての局所変形パターンを有していることが明らかである。

したがって同図の右2つの図のように、さらに L/W が大きくなったとしても、罰印のパターンの数はすぐに3組にはならない。特に右端の $L/W=3.5$ の場合には、この0.8:1の局所化パターンが3組入るだけの寸法は有しているように見えるが、中間部の罰印の微視すべり領域は十分には発達していない。これは、この供試体を上下方向に3つに分割したときの中間の部分では、上下領域との境の見かけ上の境界条件が完全固定ではないことが原因と考えられる。このように、柱の座屈と対比した場合、分岐パターンに相当するものが寸法に支配されているというよりも、材料固有のものだと考えた方が整合する結果が得られたのは興味深い。後述のように実はこのことが、初期不整のモードや振幅の違いによる変形パターンの違いをより複雑なものにしていると考えられる。

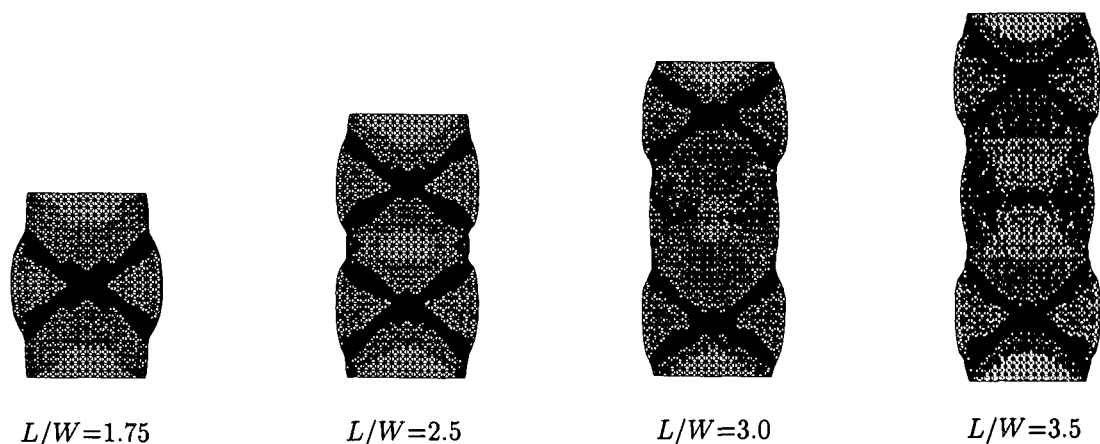


図-3 完全系における変形状図

4.2 寸法比が2の場合

代表例として、他の研究でも用いられる $L/W=2$ の場合について、初期不整の影響を考察する。なお、ここで選んだ式(12)程度の振幅では、左右の初期不整振幅を同じにしない場合の結果に特筆すべきことが観察されなかったため、以下左右の振幅は同じとし、 c_i の下添え字は無視する。

(1) 左右非対称偶数次モードの場合

図-4は図中に示したように初期不整として左右非対称(あるいは左右辺同位相)4次モードで与えた場合の荷重変位関係である。6次モードでも同様の結果であったので、ここでは4次モードの結果を考察する。縦軸が無次元化された荷重であり、横軸が無次元化された圧縮ひずみである。破線は完全系の場合であり、実線で示された曲線は大きさの異なる初期不整を与えた場合である。曲線上の白丸は初めて微視すべり要素が発生した段階である。図-5は完全系の場合の相当残留ひずみ分布コンターの变化図であり、図中のコンターラインの線種とひずみ量の対応は各図右側に示したとおりである。なお、数値は相当塑性ひずみそのものである。図-3に示したものと同様の局所パターンが相当残留ひずみ分布にも明確に現れている。

初期不整の振幅を $c=0.0003$ とした場合が図-6である。図-4の曲線Bが対応する応答だが、完全系の場合よりも若干高い剛性を示している。これは、完全系の場合に見られるような上下・左右対称ではなく、幾分中心が左にずれた局所変形のために、中央部分の変形レベルが完全系より若干大きくなり、上下部分にあまり変形が生じないからである。しかもその後、図-6の左から2番目の図に見られるように、初期不整の影響で中央部により局所化した変形領域がピア樽型になるのが完全系と異なっている。そのため、上下部分の変形はあまり発達しないまま、中央部が比較的変形の局所化を示し、この材料特有の0.8:1の罫印パターンが中央部に発生した

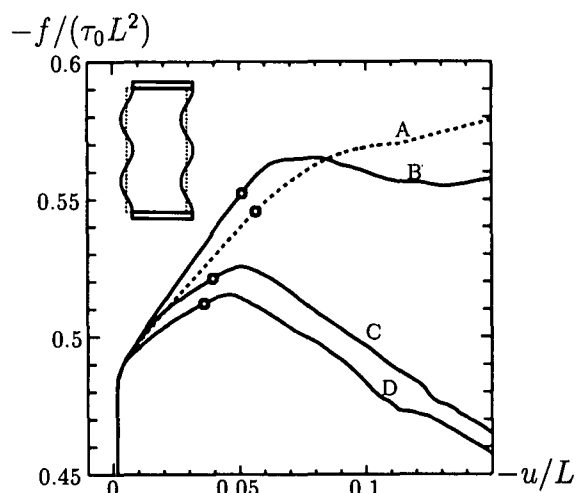


図-4 荷重変位曲線(左右非対称4次モード)

後、荷重変位関係の勾配がなだらかになる。このピア樽型もよく実験で観察される変形パターンである。

図-7はさらに初期不整の振幅を大きくした $c=0.0005$ の場合である。この場合も小さい変形の状態では図-6と同様の傾向を示すが、圧縮ひずみが3%に達したあたりから初期不整の左右非対称性に助長され、左右対称性を失った「く」の字状の変形局所化が発生している。その後、微視すべり領域が生じると共に変形の局所化がさらに進み、図-4の曲線Cのように明確なピークを持った後に巨視的軟化挙動に移行する。このように、左右非対称の局所パターンの持つ抵抗力の方が対称パターンの場合よりも小さくなっており、実際の実験ではこのような「く」の字状の巨視的すべり線の発達の可能性が高いことを示唆している。

図-8はさらに初期不整の振幅を大きくし、 $c=0.001$ にした場合である。この場合は初期不整にさらに強く助長され、変形が小さいレベルで既に「く」の字状の局所変形が発達しており、図-4の曲線Dのように降伏後に完全系の経路からすぐ離れ、他に比較して最も低い抵抗

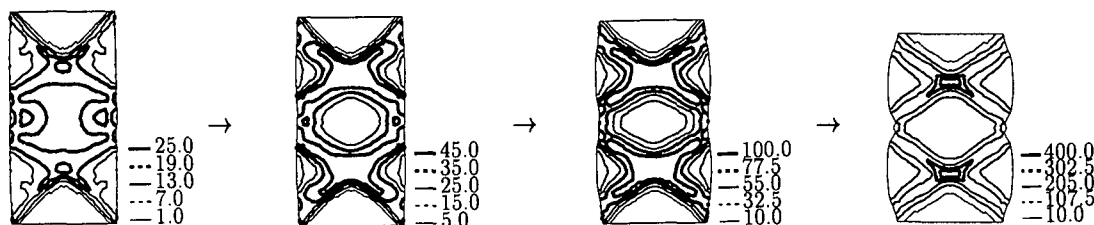


図-5 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 4 次 A : 完全系, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

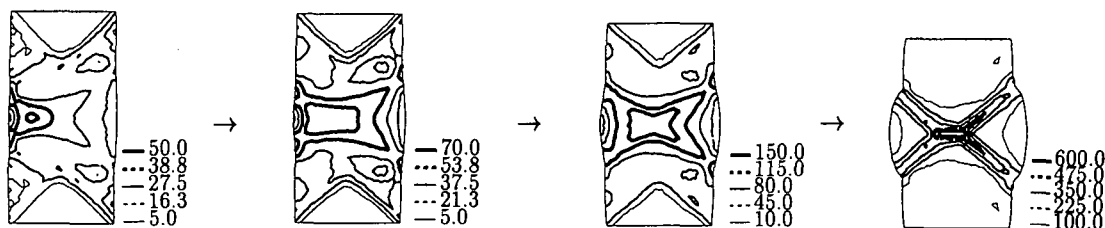


図-6 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 4 次 B : $c=0.0003$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

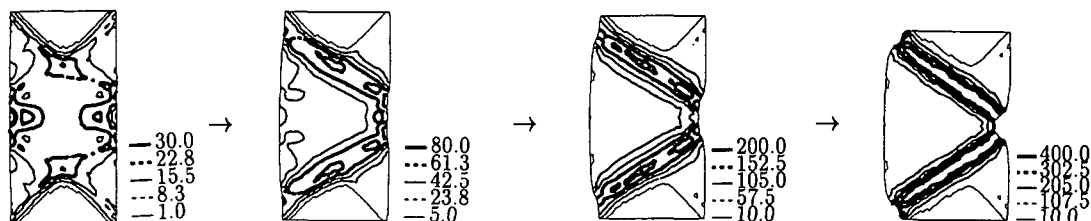


図-7 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 4 次 C : $c=0.0005$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

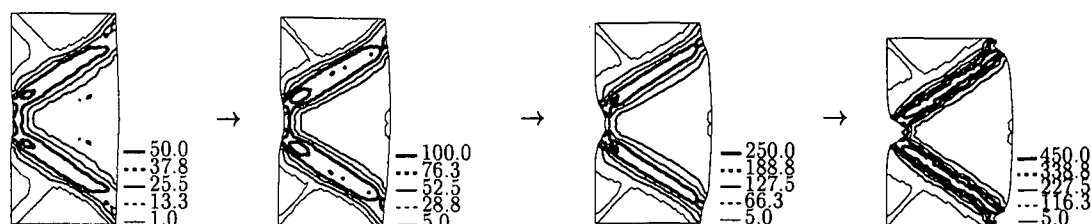


図-8 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 4 次 D : $c=0.001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

$$-f/(\tau_0 L^2)$$

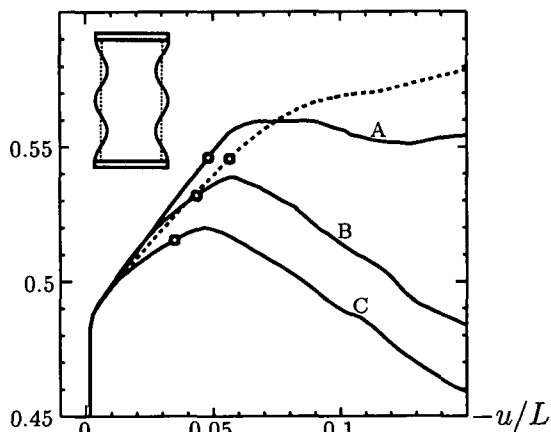


図-9 荷重変位曲線 (左右対称 4 次モード)

を示している。このように地盤材料の要素試験等で観察される軟化は、材料特性というよりも境界値問題下での局所化した変形の発達に起因していると考えられる。さらにこの場合は、初期不整の振幅が大きくなる程対称性を失った弱い抵抗を示すのも、柱の座屈における初期不整の影響とよく整合している。

ちなみに左右非対称の 2 次モードの場合には、4, 6 次モードの場合とは異なり、早い段階で「く」の字状の局所変形が発達した。これは 2 次モードそのものが「く」の字にそのまま整合していることから、「く」の字パターンをより小さい変形状態から誘発したためである。

(2) 左右非対称奇数次モードの場合

この場合は、前節の偶数次モードで初期不整の振幅が大きい図-7, 8 とほぼ同様の挙動を示し、初期不整が小さくても変形の小さい段階から「く」の字状の局所変形が発達して巨視的には軟化を示した。上下非対称性が、

変形の対称性を失わせたと考えられる。

(3) 左右対称偶数次モードの場合

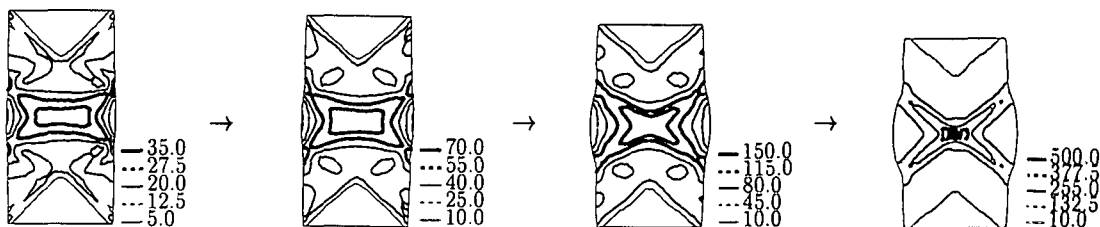


図-10 相当残留ひずみ分布 (左右対称4次 A : $c=0.0001$, 圧縮ひずみ=1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0%の時)

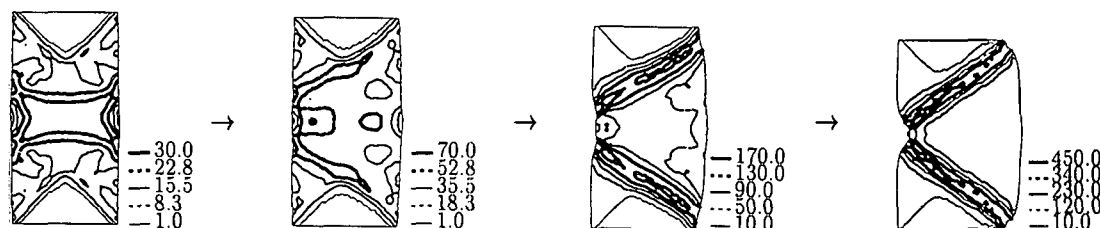


図-11 相当残留ひずみ分布 (左右対称4次 B : $c=0.0005$, 圧縮ひずみ=1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0%の時)

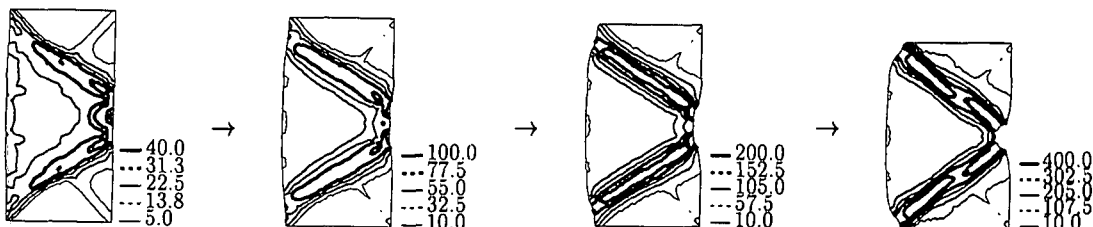


図-12 相当残留ひずみ分布 (左右対称4次 C : $c=0.0003$, 圧縮ひずみ=1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0%の時)

図-9は、図にも示したように左右対称（左右辺逆位相）4次モードを与えた場合の荷重変位関係である。6次モードも同様の結果を示したが、2次モードの場合は前々節の左右非対称2次モードと同じであった。

図-10～12がそれぞれのキャプションに示した初期不整振幅の場合の変形パターンの発達を示したものである。図-9も合わせて、前々節の左右非対称偶数次モードの場合とほとんど同じ様子を見ているように見える。しかし、実は図-10～12の初期不整の振幅の大きさの順序が図-6～8とは逆転していることに注意して欲しい。つまり初期不整の振幅が大きくなればなる程、局所変形は対称化し抵抗は大きくなっている。これは柱の座屈における初期不整の影響とは全く逆になっている。

しかしここでは対称な初期不整を導入しており、したがってその初期不整が大きくなればなる程左右非対称変形パターンを発生させ難くしている。そのために、初期不整の振幅が大きい程抵抗が大きくなり、図-10のような罰印（左右対称）パターンの局所変形を生ぜしめていると考えられる。

(4) 左右対称奇数次モードの場合

3次モードの初期不整を左右対称に与えた場合の荷重変位曲線が図-13である。1, 5次の場合もほぼ同様であった。図-14に初期不整の振幅が $c=0.0001$ の場合を、図-15に $c=0.001$ の場合を示した。この場合も左

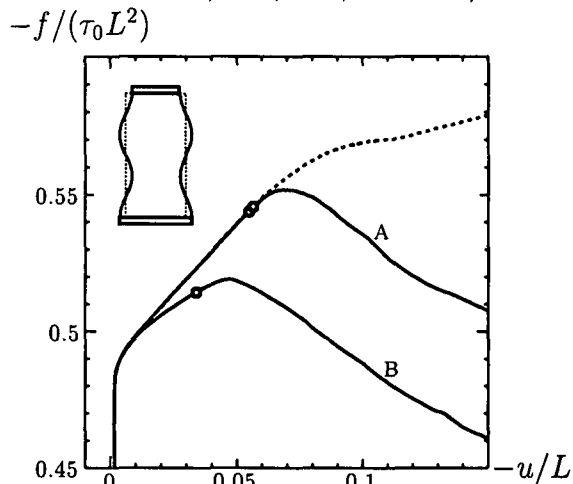


図-13 荷重変位曲線 (左右対称3次モード)

右対称の初期不整モードによって、局所変形も左右対称パターンが現れ易くなるため、初期不整振幅が大きい程抵抗が大きくなっている。図-14に示すように、小さい変形レベルでは左右対称変形が卓越している。しかし、微視すべり領域が発生した段階でやはり「く」の字状の局所変形が支配的になり、最終的には「く」の字状のパターンが残る。しかし図-8等と同じになっている訳ではなく、初期の左右対称変形パターンの名残りがこの図-14の右端の図の左辺中央部のくぼみとして現れているのが興味深い。

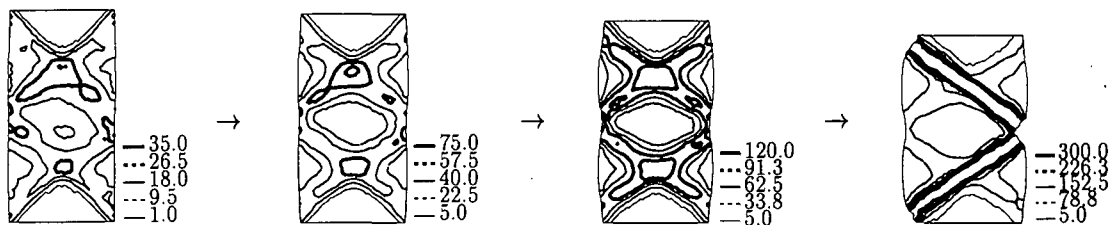


図-14 相当残留ひずみ分布 (左右対称3次 A : $c=0.001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

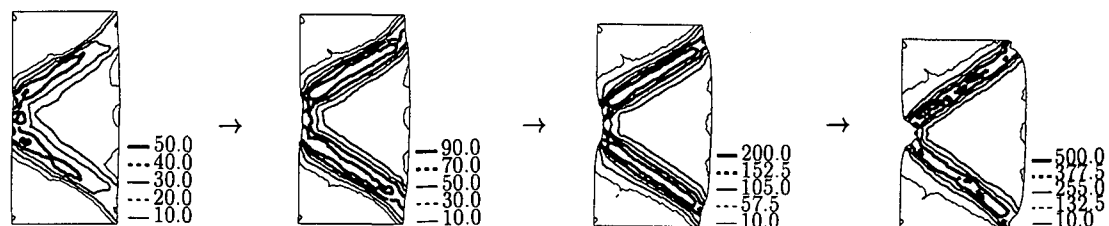


図-15 相当残留ひずみ分布 (左右対称3次 B : $c=0.0001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

$$-f/(\tau_0 L^2)$$

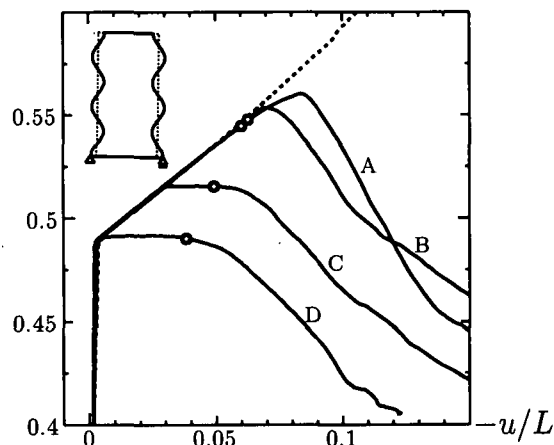


図-16 荷重変位曲線 (左右対称5次モード)

4.3 寸法比が2.5, 3の場合

供試体の縦横比を大きくすると、図は省略するが、すべての場合において変形が小さい段階から「く」の字状の局所変形を示した。例外として、 $L/W=2.5$ の場合、3次モードで振幅が $c=0.0001$ の初期不整を左右対称に与えた場合、図-14に見られるように初期の左右対称変形がしばらく卓越し、結局対称変形パターンの名残りが終局状態には残り、側面中央部にくぼみを持つ「く」の字状のパターンを示した。この場合も左右対称の初期不整パターンであり、局所変形も左右対称性が現れやすくなっていると考えられるが、初期不整の振幅が最も小さいもので最も左右対称パターンが支配的になる結果となった。

$L/W=3$ の場合、例外なくすべての場合において変形が小さい段階から「く」の字状の変形パターンを示した。寸法比が2.5の場合と比べて降伏後の荷重変位勾配は平らになり、ほとんど硬化挙動を示すことなく微視すべり要素が発生し、その後巨視的な軟化を示す。これは上下端を固定しているため、縦方向の寸法の増大により柱のように横方向への要素の動きに敏感に反応してしまうためであると考えられる。

また固定条件という境界条件のために変形がある程度拘束され、後述の自由条件で寸法比が大きい場合程は複雑な変形局所化は観察されなかった。つまり、高次のモードの局所パターンが現れ難く、基本的な完全系の特性の0.8:1の罰印パターンが支配的であると考えられる。

5. 自由条件の場合の結果の考察

5.1 完全系

完全系では境界条件が原因となって全領域一様変形にしかならず、一旦降伏した後も微視すべり領域が現

れず、後に示すように単調な荷重変位曲線になって安定した塑性状態のまま変形が進む。したがって局所変形といったパターンも一切現れない。

5.2 寸法比が2の場合

(1) 左右対称奇数次モードの場合

図-16は自由条件の下で、左右対称5次モードの初期不整を与えた場合の荷重変位関係である。図-17は初期不整の振幅が小さい $c=0.0001$ の場合であり、変形が小さい段階では固定条件での完全系が示した0.8:1の材料固有の罰印局所変形パターンが生じている。しかし微視すべり領域が現れた時点から、境界条件の影響で対称性を無くすパターンへと局所変形が変化し始め、圧縮ひずみが12%に達した時点では「袈裟がけ」パターンの巨視的なすべり線が発達している。この対称性を無くした変形パターン（この場合は点対称性が残っているが）は抵抗力が比較的低く、図-16でも曲線Aは著しい軟化を示している。

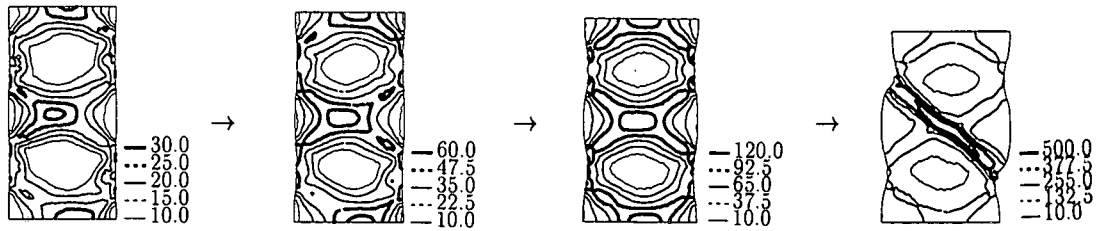


図-17 相当残留ひずみ分布 (左右対称 5 次 A : $c=0.0001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

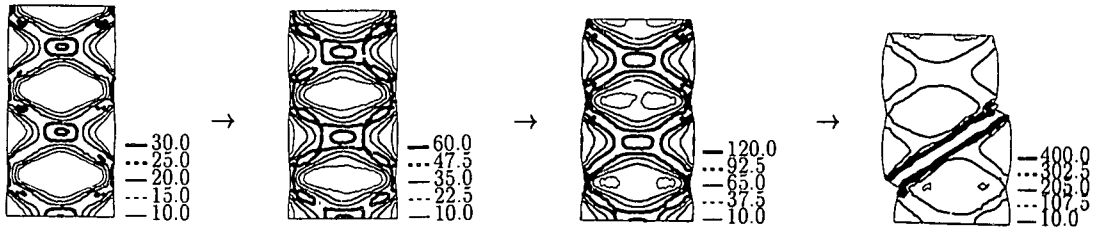


図-18 相当残留ひずみ分布 (左右対称 5 次 B : $c=0.001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

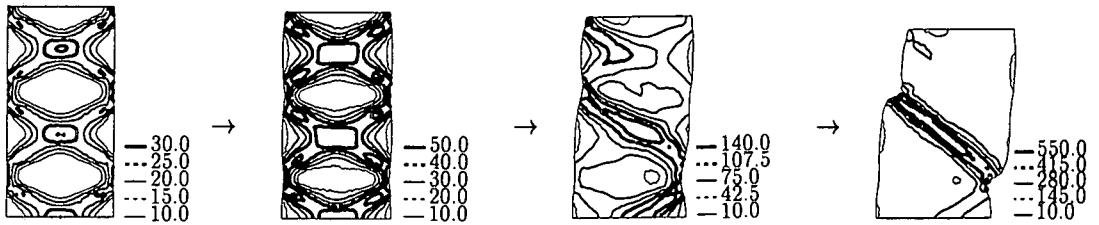


図-19 相当残留ひずみ分布 (左右対称 5 次 C : $c=0.0005$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

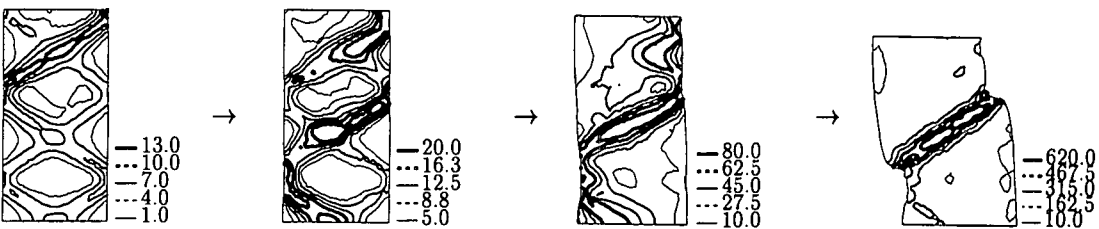


図-20 相当残留ひずみ分布 (左右対称 5 次 D : $c=0.002$, 圧縮ひずみ = 0.5%, 1.0%, 3.0%, 12.0% の時)

もう少し大きい初期不整振幅 $c=0.001$ の場合が図-18 であり、固定条件完全系の局所化パターンの寸法 0.8:1 より小さい寸法比率の、ここで導入した初期不整モードに支配された形状比で 2.5 組の罰印パターンの局所変形が生じている。しかし図-16 の曲線 B も、微視すべり領域が生じるまではほぼ完全系の一様変形の履歴と同じ変形履歴を示している。それでもやはり微視すべり領域発生後には、前記同様の「袈裟がけ」パターンの巨視的すべり線の発達と共に軟化を示す。

初期不整振幅 $c=0.0005$ の場合にも図-19 に示したように、初期段階から初期不整モードに支配された 2.5 組の罰印パターンが現れ、 $c=0.001$ の場合と同様の変形パターン履歴をたどる。しかし「袈裟がけ」成分がより早い変形レベルで生じてしまい、抵抗は曲線 B よりもさらに低くなっている。これは何らかの影響で罰印パターンの発達が早い段階に消失したためと考えられるが、その

$$-f/(\tau_0 L^2)$$

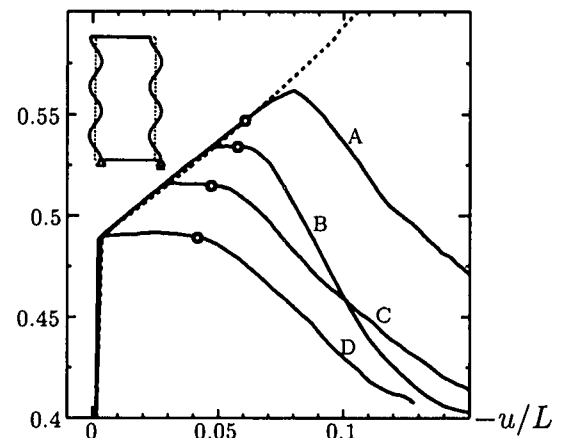


図-21 荷重変位曲線 (左右非対称 5 次モード)

原因は明らかにできなかった。

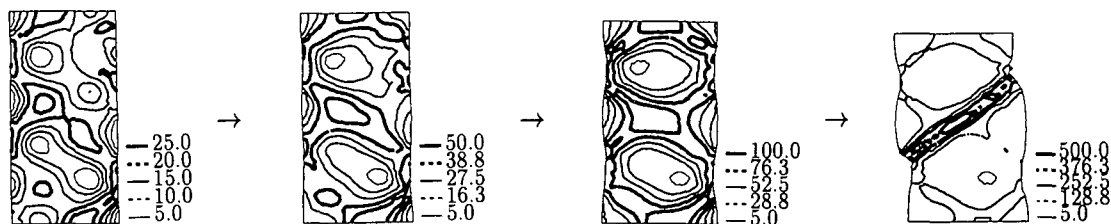


図-22 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 5 次 A : $c=0.002$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

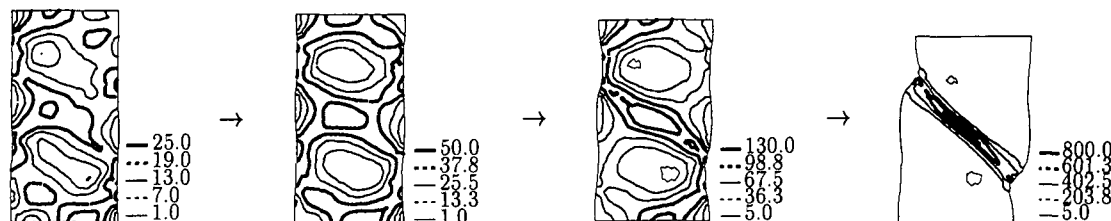


図-23 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 5 次 B : $c=0.001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

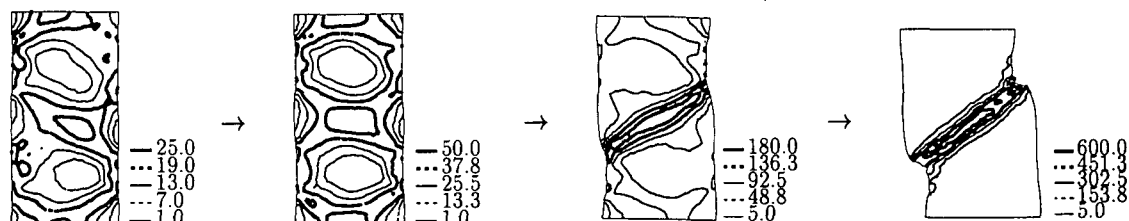


図-24 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 5 次 C : $c=0.0005$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

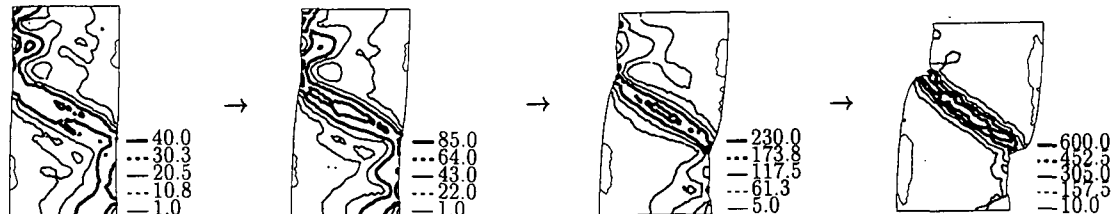


図-25 相当残留ひずみ分布 (左右非対称 5 次 D : $c=0.0001$, 圧縮ひずみ = 1.5%, 3.0%, 6.0%, 12.0% の時)

最も初期不整振幅が大きい $c=0.002$ の場合には、降伏直後に図-20 の左端の図のように、対称性の無い「袈裟がけ」パターンが変形初期の段階から罰印パターンに重なって含まれてしまっていて、図-16 の荷重変位曲線 D はほとんど剛性を持たない。そして「袈裟がけ」パターンの局所変形の増大に従って軟化を示した。このように、自由条件下では群論的分岐理論¹²⁾でも示されているような対称性を失ったパターンが生じるため、抵抗力が比較的低く、著しい軟化を示す。また、固定条件では図-8 にあるように拡散型の分岐モードのようなものが生じた後それが支配的なままなので、荷重変位曲線の傾きが正のままになる。一方図-20 のような自由条件の下では、拡散型の分岐モードにすぐ「袈裟がけ」のような対称性の無いモードが重なってしまい、剛性がほとんど零になっているという特徴が現れた。

(2) 左右非対称奇数次モードの場合

図-21 は左右非対称 5 次モードの初期不整を与えた場合の荷重変位関係である。この場合は図-22, 23 の左端の図で明らかのように、初期不整の形状の影響が大きく、かなり複雑なパターンの変形を示している。しかし、変形の進行と共にひずみ分布は前節の偶数次モードの場合と同様の変化を示し、最終的には「袈裟がけ」パターンに至る軟化挙動を示す。

この場合も、初期不整の振幅を大きく与えた方がより完全系に近い挙動を示し、抵抗が大きくなっている。このような初期不整の大きさと荷重レベルの逆転現象は固定条件の場合ほど明確に現れているわけではなく、初期不整が同じ形状であっても初期不整の振幅の大きさによって逆転現象の発生が異なる場合もある等、非常に複雑で規則性は見出せなかった。

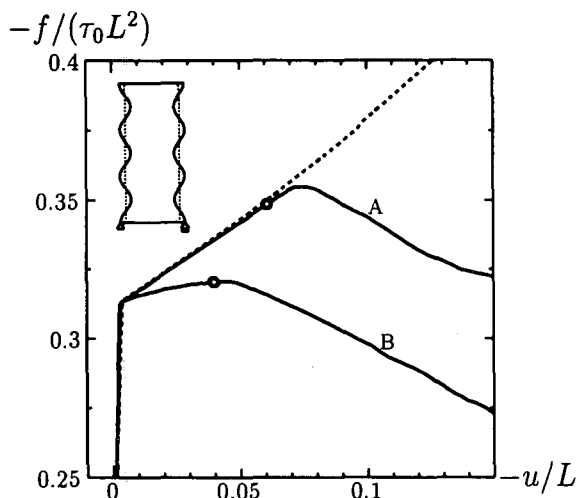


図-26 荷重変位曲線 ($L/W=2.5$, 左右対称 6 次モード)

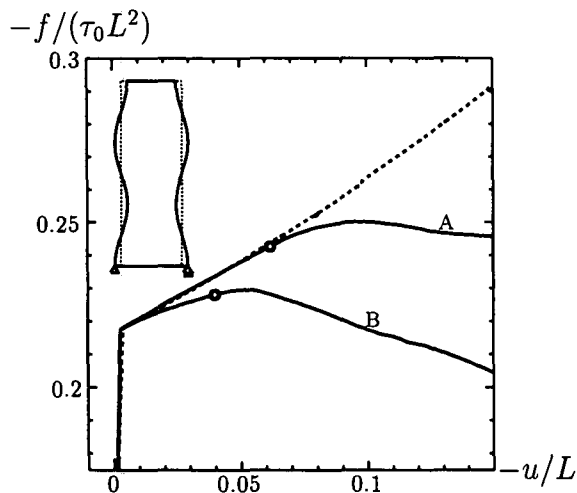


図-28 荷重変位曲線 ($L/W=3.0$, 左右対称 3 次モード)

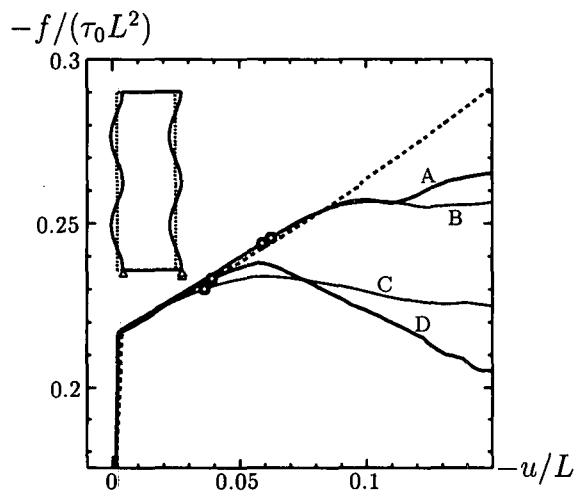


図-30 荷重変位曲線 ($L/W=3.0$, 左右非対称 4 次モード)

(3) 左右非対称偶数次モードの場合

偶数次モードの場合には、固定条件の場合と同様に、変形が小さい段階から「く」の字状の変形パターンがその大半を占め、「袈裟がけ」状の変形パターンは全く現れなかったが、初期不整の振幅の違いにより罰印状のすべり線が 1 組のみ、中央に 1 組と上下に半分ずつ、及び 2 組の場合が現れた。



A : $c=0.001$

B : $c=0.0001$

図-27 $L/W=2.5$ の時の変形形状図



A : $c=0.0003$

B : $c=0.0001$

図-29 $L/W=2.5$ の時の変形形状図



A : $c=0.001$

B : $c=0.0005$



C : $c=0.00003$



D : $c=0.002$

図-31 $L/W=3.0$ の時の変形形状図

(4) 左右対称偶数次モードの場合

この場合に現れる変形パターン及び荷重変位関係は、初期不整を左右非対称偶数次モードを与えた場合とほぼ同様であった。つまり、前節の結果も考慮すると、自由条件の場合は偶数か奇数かという初期不整モードの方が左右の対称性よりも局所変形パターンに大きな影響を与えていると考えられる。

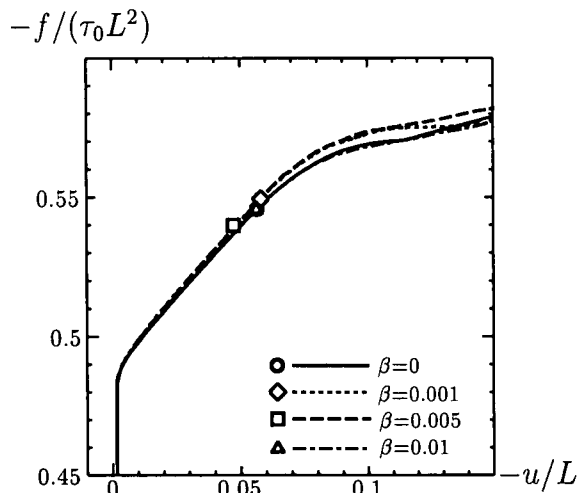


図-32 荷重変位曲線 ($\alpha=0$, $\beta=0, 0.0001, 0.0005, 0.001$)

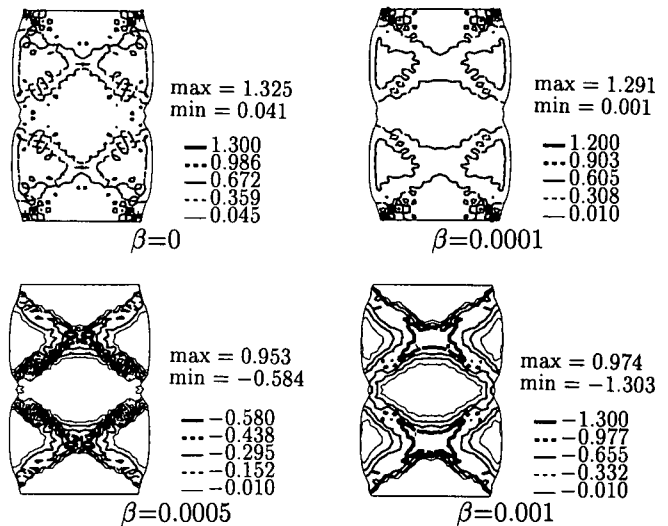


図-33 体積ひずみ分布図

5.3 寸法比が 2.5, 3 の場合

自由条件の場合で縦横比が大きくなると、固定条件の場合よりさらに複雑な変形パターンを示す。ここではその遷移過程ではなく終局変形状態のみに注目する。図-26 は $L/W=2.5$ で左右対称 6 次モードを与えた場合であり、対応する変形図を図-27 に示した。曲線 A が図-14 と同じく微視すべり要素発生後に「く」の字状の変形パターンへと変化した場合で、その変形形状図に遷移する前の変形パターンの名残りを上下から 1/4 あたりの左面と右面中央付近に読み取ることができる。曲線 B は初期不整が比較的小さい場合で、変形が小さいレベルで既に「く」の字状の局所変形が発達している。これは前節までに論じたパターンと同様、対称変形が支配的になる前に「く」の字パターンが卓越してしまっているからである。

図-28 は $L/W=3$ で左右対称 3 次モードを与えた場合である。図-29 の曲線 A は、微視すべり領域が供試体中央に 2 組以上現れているが、各組毎にその拡がり具合が異なっている。このように微視すべり領域が複数現れるとき、そのひずみ分布の拡がりの程度が交互になる現象が複数見られたが、周期配列した亀裂の進展がひとつおきになる現象に似ていて興味深い。曲線 B は初期不整が比較的小さく、数値誤差のようなものか何かが原因で、「く」の字状の局所変形が 1 組半供試体中央部から点対称に重なって現れてしまっている。この場合も変形が小さいレベルからこの変形パターンを示した。

図-30 は $L/W=3$ の細長い供試体に左右非対称 4 次モードを与えた場合である。ここで 2 つの曲線 A と B に現れている罰印状の巨視的すべり線は、固定条件での完全系が示した 0.8:1 の材料固有の局所変形パターンよりも小さい寸法比率で発生している。特に曲線 A の場合は、供試体の右半分には発達し切れなかった不完全な罰

印パターンの微視すべり領域が発生するなど、極めて複雑な形状になる。これは比較的高次モードの初期不整で寸法比が大きくなることで、応力状態がより複雑になっているからではないかと考えられる。

また、曲線 C も本来の「く」の字状のすべり線よりも小さい寸法比率で上下に 2 組発生しており、さらに曲線 D は中央のすべり線のみが発達して、最終的には「く」の字状ではあるが前出のものよりも小さい寸法比率の局所変形パターンを示している。このように縦横比が増加すると、初期不整の微妙な違いに敏感に反応して局所化パターンが複雑になる結果が得られた。

6. 非関連流れ則の影響

ダイレイタンシー係数を導入したときの効果を代表としてひとつだけ示しておく。 $L/W=2$ の供試体で、境界条件が固定条件で完全系の場合を対象とする。 α の影響は微視すべり領域の発生を早めるだけで材料は安定化するので、ここでは β の影響のみを報告する。

ダイレイタンシー係数を $\beta=0, 0.001, 0.005, 0.001$ とした場合の荷重変位曲線を図-32 に、体積ひずみ分布を図-33 に示した。なお、図-33 中のコンターラインは収縮を正にしてあり、図中のコンターラインの線種と体積ひずみ量の対応は各図右側に示したとおりである。また、図中の max 及び min は、その時点における体積ひずみの最大値及び最小値を示しており、数値は全体積ひずみそのものである。図-32 で明らかなように、 β の導入は巨視的な挙動にはさほど影響を与えない。しかし図-33 を見ると明らかなように、 β の増加に伴い体積膨張（負の値）の増大が確認できる。しかも膨張している部分は巨視的なすべり領域と一致しており、 β の導入によってより大きな体積膨張が見られる。これは文献⁴⁾等

でも示されている傾向を定性的によく表している。

7. 結論

本研究では硬化系の安定な構成モデルを用いて、境界値問題としての圧縮せん断試験をシミュレーションし、その巨視的軟化挙動と局所変形の発達の関係を考察した。その結果次のような結論を得た。

1. 固定条件の完全系で見られる最も基本的な巨視的なすべり線パターンは、縦横比で約0.8:1の罰印形であり、供試体寸法に依存するのではなく、材料特性に支配されたモードである。
2. 初期不整に依らず固定条件では「く」の字パターン、自由条件では「袈裟がけ」パターンが最も低い抵抗で、しかも巨視的に軟化挙動を示す局所変形の発生の仕方である。
3. 初期不整の振幅と荷重変位曲線のピークの関係は、柱のそれとは異なり、初期不整のモードや対称性によって複雑になっており、その一つの原因は上記1.の材料固有の巨視すべりパターンの寸法比と初期不整モードの関係にあると考えられる。
4. いわゆるモード・スイッチングのような現象が、特に自由条件下で観察されたが、これは同時に発生して重なり合った2つ以上の局所変形パターンの優劣度が変形に伴って変化するからだと考えられる。
5. 自由条件で供試体寸法が大きくなると、固定条件の場合より複雑な局所変形パターンが現れる。初期不整に対する敏感度が高くなるためではないかと予想される。
6. 地盤材料の要素試験での軟化挙動を、局所変形の発生と関係付けて定性的に示すことができた。ただし間隙水を考慮していないため、本論文での応力は全応力である。

謝辞 この研究は文部省科学研究費補助金基盤研究(C) (課題番号 10650445 平成 10, 11 年度) の補助を得た。

参考文献

- 1) 中瀬 仁, 龍岡文夫: 平面ひずみ圧縮試験におけるひずみの局所化とせん断帯の形成, 地盤の破壊とひずみの局所化に関するシンポジウム, 発表論文集, pp. 155-162, 1994.
- 2) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 3, pp. 41-53, 1989.
- 3) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: Shear bands formation numerically simulated by a non-coaxial model, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 4, pp. 1-13, 1989.
- 4) 小林一三, 飯塚 敦, 太田秀樹: 正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移, 土木学会論文集, No.617/III-46, pp.1-18, 1999.
- 5) 富田佳宏: 有限要素法による大変形弾塑性問題解析の展望, 塑性と加工 (日本塑性加工学会誌), Vol.36, No.408, 1995.
- 6) 白戸真大, 岩熊哲夫: 微視すべりを組み込んだ構成モデルとその大変形問題への応用, 土木学会論文集, No. 598/I-44, pp. 257-268, 1998.
- 7) Mehrabadi, M. M. and Cowin, S. C.: Prefailure and post-failure soil plasticity models, *J. Eng. Mech., Proc. ASCE*, Vol. 106, pp. 991-1003, 1980.
- 8) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: An analytical estimate of shear band initiation in a necked bar, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 18, pp. 69-83, 1982.
- 9) Hill, R. and Hutchinson, J. W.: Bifurcation phenomena in the plain tension test, *Int. J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 23, pp. 421-441, 1975.
- 10) Asaro, R. J.: Micromechanics of Crystals and Polycrystals, *Advances in Appl. Mech.*, Vol. 23, pp. 1-115, 1983.
- 11) Iwakuma, T. and Nemat-Nasser, S.: Finite elastic-plastic deformation of polycrystalline metals, *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. A394, pp. 87-119, 1984.
- 12) Ikeda, K. and Murota, K.: Recursive bifurcation as source of complexity in soil shearing behavior, *Soils and Foundations*, Vol. 37, No. 33, pp. 17-29, 1997.

(2000 年 4 月 21 日 受付)