

粘性流体の非線形流動則と高流動コンクリートへの適用

Flow Characteristics of Viscous Fluids on the Basis of Self-Similarity Law
and Its Applications to High Flow Concrete

細田 尚*・小門 武**・宮川豊章***

Takashi HOSODA, Takeshi KOKADO and Toyoaki MIYAGAWA

* 正会員 工博 京都大学大学院助教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 新日本製鐵株式会社 建材開発技術部 (〒100-8071 東京都千代田区大手町 2-6-3)

*** フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Unsteady open channel flows with viscous fluids caused by instantaneous gate removal, so-called dam break flows, were studied theoretically under the assumption of self-similarity of hydraulic variables. Fundamental flow characteristics such as the propagation velocity of front position of a flow, the attenuation rate of flow depth, etc. were derived by using the depth averaged flow equations, and were compared with the results of numerical simulations. Theoretical results were applied to a flow of high flow concrete, which is classified as Bingham fluids, induced by slump flow test. It was pointed out that in the case of high flow concrete with large plastic viscosity, the similarity laws derived for viscous fluids can be observed clearly in the temporal variations of depth and front position.

Key Words : viscous fluids, unsteady flows, open channel hydraulics, self-similarity law, high flow concrete, rheological coefficients

1. はじめに

本研究は、基本的な開水路非定常流の流動特性を水理学的手法を用いて理論的に明らかにするとともに、得られた結果を高流動コンクリートなどの流動性をもつ建設材料の力学的物性値（たとえば降伏値や粘性係数）の評価法に応用することを目的としている。

力学的物性値評価法に適用するための基本的な開水路非定常流として、有限領域のダム破壊流れを考える。これは、慣用の高流動コンクリートのスランプフロー試験が一種のダム破壊流れであること、流れの再現が容易であり実用的と考えられることを考慮したためである。

研究の対象とした有限領域のダム破壊流れは、図-1 に示したように流体を有限領域に貯留し、仕切り板を瞬間的に取り除くことにより発生させることができる。本研究では、粘性流体を対象とし、流動の初期から十分時間が経過した後の流動特性について、流れの水深積分モデルと水理量の分布形の自己相似性を仮定した理論的考察を行う。その際、スランプフロー試験への応用も考えて、円柱座標系での基礎式を用いた解析も行っている。

さらに得られた結果を水深積分モデルを用いた数値解析結果と比較することで理論解析を検証するとともに、高流動コンクリートのフロー試験に関する従来の



図-1 有限領域のダム破壊流れの概念図

研究結果に適用し、フロー試験による粘性係数の評価法などの根拠について検討する。

2. 粘性流体の流動則

仕切り板を瞬間的に取り除いた後流動が水槽左端に及び、さらに時間が経過した時、図-2 に示したように流れを水槽左端から先端までの長さ、および左端の水深で規格化すれば水深および流速分布が相似形になると仮定する。このような流れの自己相似性を仮定した場合の流動則について考察しよう。

時間が経過し水深が初期湛水深より小さくなると、底面せん断応力項が無視できなくなると考えられる。そこで、粘性流体として底面せん断応力を評価した場合の解析結果を示す。

2. 1 基礎式

底面せん断応力を粘性流体として評価したとき、流速分布の相似性または一様性、圧力の静水圧分布を仮定すれば、流れの水深積分モデルの基礎式は次のように表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hV}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\beta} h V^2}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\tau_b}{\rho} = -\frac{3\nu}{h} V \quad (2)$$

ここに、 ν ：動粘性係数、 $\hat{\beta}$ ：運動量係数を表す。

等流状態での粘性流体の放物線流速分布形を用いると運動量係数 $\hat{\beta}$ は1.2となり¹⁾、通常流速分布形の相似性を仮定して粘性流体の運動量係数の値として1.2が用いられる。また、上記の流速分布を用いて底面せん断応力を評価すれば式(2)右辺最終項が導かれる¹⁾。

2. 2 水理量の自己相似性を仮定した解析

水深と流速が原点の水深 $h_m(t)$ と流動の特性流速 $V_m(t)$ を用いて次式で表されると仮定する。

$$h = h_m(t) p\left(\frac{x}{L}\right), \quad V = V_m(t) q\left(\frac{x}{L}\right) \quad (3)$$

ここに、 p, q ：水深と流速の相似関数。

水深分布は次の体積一定の条件を満たす。

$$Vol = \int_0^L h dx = h_m(t) \int_0^L p\left(\frac{x}{L}\right) dx = h_m L \int_0^1 p(\xi) d\xi \quad (4)$$

ここに、 ξ は次式で定義される無次元座標を表す。

$$\xi = \frac{x}{L(t)} \quad (5)$$

また、 $p(\xi), q(\xi)$ は次の境界条件を満たすとする。

$$p(0) = 1, \quad p(1) = 0, \quad q(0) = 0 \quad (6)$$

h_m, V_m, L_m は時間 t に関してべき乗則に従うと仮定すると、それぞれ次式で表される。

$$h_m = \alpha h_0 \left(\sqrt{\frac{g}{h_0}} t \right)^a, \quad V_m = \beta \sqrt{gh_0} \left(\sqrt{\frac{g}{h_0}} t \right)^b, \\ L = \gamma L_0 \left(\sqrt{\frac{g}{h_0}} t \right)^c \quad (7)$$

ここに、 h_0, L_0 ：定数の特性水深と特性長さ、 α, β, γ ：定数。

次に次式で定義される無次元化時間 t' を導入し、式

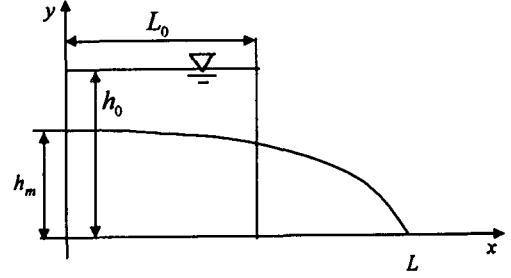


図-2 座標系と相似分布の説明図

(3)を連続式(1)に代入すると式(9)が導かれる。

$$t' = \sqrt{\frac{g}{h_0}} t \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (h_m(t) p(\xi)) + \frac{\partial}{\partial x} (h_m(t) p(\xi) V_m(t) q(\xi)) = 0 \quad (9)$$

式(9)を展開し、式(7)を代入して整理すれば式(10-a,b)となる。

$$p(\xi) \frac{\partial h_m}{\partial t} - \frac{\xi}{L} h_m \frac{dp(\xi)}{d\xi} \frac{dL}{dt} + \frac{h_m V_m}{L} q(\xi) \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{h_m V_m}{L} p(\xi) \frac{dq(\xi)}{d\xi} = 0 \quad (10-a)$$

$$\alpha h_0 a t'^{a-1} \sqrt{\frac{g}{h_0}} p(\xi) - \alpha h_0 a t'^{a-1} \xi c \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{dp(\xi)}{d\xi} + \frac{\alpha \beta}{\gamma L_0} h_0 \sqrt{gh_0} q(\xi) \frac{dp(\xi)}{d\xi} t'^{a+b-c} \\ + \frac{\alpha \beta}{\gamma L_0} h_0 \sqrt{gh_0} p(\xi) \frac{dq(\xi)}{d\xi} t'^{a+b-c} = 0 \quad (10-b)$$

一方、運動方程式から次式が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (h_m p(\xi) V_m q(\xi)) + \frac{\partial}{\partial x} (\hat{\beta} h_m p(\xi) V_m^2 q^2(\xi)) \\ + gh_m p(\xi) \frac{\partial}{\partial x} (h_m p(\xi)) = -3\nu \frac{V_m q(\xi)}{h_m p(\xi)} \quad (11)$$

さらに展開して示せば次式となる。

$$h_m p(\xi) \left(\frac{dV_m}{dt} q(\xi) - \frac{\xi}{L} V_m \frac{dq(\xi)}{d\xi} \frac{dL}{dt} \right) + \\ V_m q(\xi) \left(\frac{dh_m}{dt} p(\xi) - \frac{\xi}{L} h_m \frac{dp(\xi)}{d\xi} \frac{dL}{dt} \right) + \\ \hat{\beta} \frac{h_m V_m^2}{L} q^2(\xi) \frac{dp(\xi)}{d\xi} + 2\hat{\beta} \frac{h_m V_m^2}{L} p(\xi) q(\xi) \frac{dq(\xi)}{d\xi} + \\ g \frac{h_m^2}{L} p(\xi) \frac{dp(\xi)}{d\xi} = -3\nu \frac{V_m q(\xi)}{h_m p(\xi)} \quad (12-a)$$

$$\begin{aligned}
& \alpha\beta gh_0 p(\xi)q(\xi)t'^{a+b-1} - \alpha\beta cgh_0 \xi p(\xi)\frac{dq(\xi)}{d\xi}t'^{a+b-1} + \\
& \alpha\beta agh_0 p(\xi)q(\xi)t'^{a+b-1} - \alpha\beta cgh_0 \xi q(\xi)\frac{dp(\xi)}{d\xi}t'^{a+b-1} + \\
& \hat{\beta}\frac{\alpha\beta^2}{\gamma}\frac{gh_0^2}{L_0}q^2(\xi)\frac{dp(\xi)}{d\xi}t'^{a+2b-c} + \\
& 2\hat{\beta}\frac{\alpha\beta^2}{\gamma}\frac{gh_0^2}{L_0}p(\xi)q(\xi)\frac{dq(\xi)}{d\xi}t'^{a+2b-c} + \\
& \frac{\alpha^2}{\gamma}\frac{gh_0^2}{L_0}p(\xi)\frac{dp(\xi)}{d\xi}t'^{2a-c} = -3\nu\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{\frac{g}{h_0}}\frac{q(\xi)}{p(\xi)}t'^{b-a}
\end{aligned} \quad (12-b)$$

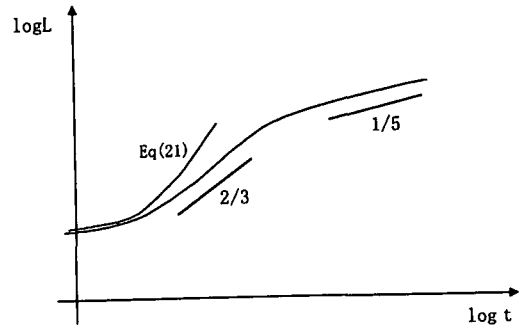


図-3 べき乗解から考えられる流動則

2. 3 流動のべき乗解と領域区分

連続式から導かれた式(10-b)は、水量のべき乗 a, b, c が次式を満たすときべき乗解が存在することを示している。

$$\text{連続式} \rightarrow a-1 = a+b-c \rightarrow b-c = -1 \quad (13)$$

また、体積一定の条件式(4)から次の条件式が導かれる。

$$\text{体積一定の条件} \rightarrow a+c=0 \quad (14)$$

式(13)および式(14)を満足した上で、運動方程式(12-b)のすべての項のべき乗が0になる a, b, c は存在しないため、次の二通りの場合に分けて考える。

(a) 慣性項と圧力項 (式(12-b)の左辺すべての項) が卓越する場合

a, b, c の関係式として次式が導かれる。

$$a+b-1 = a+2b-c = 2a-c \quad (15)$$

その他の関係式(13), (14)とともに上式を解くと次のべき乗が得られる。

$$a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}, c = \frac{2}{3} \quad (16)$$

(b) 圧力項と粘性項 (式(12-b)の左辺最終項と右辺) が卓越する場合

運動方程式から

$$2a-c = b-a \quad (17)$$

が導かれ、その他の関係式とともに解くと次のべき乗が得られる。

$$a = -\frac{1}{5}, b = -\frac{4}{5}, c = \frac{1}{5} \quad (18)$$

これらの結果より、

慣性項と圧力項が卓越する領域では

$$L(t) \propto t^{\frac{2}{3}}, h_m(t) \propto t^{-\frac{2}{3}} \quad (19)$$

時間が経過して圧力項と粘性項が卓越する領域では

$$L(t) \propto t^{\frac{1}{5}}, h_m(t) \propto t^{-\frac{1}{5}} \quad (20)$$

となることが予想される。

(運動方程式中の慣性項と粘性項が卓越する場合、べき乗解として $a=1/2, c=-1/2, b=-1/2$ が導かれるが、これらは水深の増加と流動長さの減少を意味しており、実際に生じるとは考えられない。)

また、流動のごく初期では、流動の長さはダム破壊流れの解析解式(21)で表される²⁾。

$$L(t) = L_0 + 2\sqrt{gh_0}t \quad (21)$$

上記の粘性流体の流動則を定性的に図示すれば、図-3となる。

2. 4 円柱座標での解析結果

高流動コンクリートのスランプフロー試験は軸対象のスランプ・コーンを用いているため、円柱座標での特性量を導く。円柱座標系での粘性流体の水深積分モデルは次のように表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r h) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(u_r h) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\hat{\beta}u_r^2 h) + gh \frac{\partial h}{\partial r} = -\frac{\tau_b}{\rho} = -\frac{3\nu}{h}u_r \quad (23)$$

ここに、 u_r : 水深平均流速ベクトルの r (半径) 方向成分。

これまでと同様に、水深と流速が原点の水深 $h_m(t)$ と特性流速 $V_m(t)$ を用いて次式で表されると仮定する。

$$h = h_m(t)p\left(\frac{r}{L}\right), u_r = u_m(t)q\left(\frac{r}{L}\right)$$

円柱座標での体積一定の条件は次式となる。

$$Vol = \int_0^{2\pi} \int_0^L hrd\theta dr = 2\pi h_m(t)L(t)^2 \int_0^1 p(\xi')\xi' d\xi',$$

$$\xi' = \frac{r}{L(t)} \quad (24)$$

直角座標の場合と同様に h_m, u_m, L_m が時間 t に関してべき乗則に従うと仮定し、式(7)を基礎式に代入すると、次式が導かれる。

連続式

$$\begin{aligned} & \alpha h_0 a t'^{a-1} \sqrt{\frac{g}{h_0}} p(\xi') - \alpha h_0 a t'^{a-1} \xi' c \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{dp(\xi')}{d\xi'} + \\ & \frac{\alpha \beta}{\gamma L_0 \xi'} h_0 \sqrt{gh_0} q + \frac{\alpha \beta}{\gamma L_0} h_0 \sqrt{gh_0} q(\xi') \frac{dp(\xi')}{d\xi'} t'^{a+b-c} + \\ & \frac{\alpha \beta}{\gamma L_0} h_0 \sqrt{gh_0} p(\xi') \frac{dq(\xi')}{d\xi'} t'^{a+b-c} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} & \alpha \beta b g h_0 p(\xi') q(\xi') t'^{a+b-1} - \alpha \beta c g h_0 \xi' p(\xi') \frac{dq(\xi')}{d\xi'} t'^{a+b-1} + \\ & \alpha \beta a g h_0 p(\xi') q(\xi') t'^{a+b-1} - \alpha \beta c g h_0 \xi' q(\xi') \frac{dp(\xi')}{d\xi'} t'^{a+b-1} + \\ & \frac{\hat{\beta} \alpha \beta^2}{\xi' \gamma L_0} g h_0^2 p(\xi') q^2(\xi') + \hat{\beta} \frac{\alpha \beta^2}{\gamma} \frac{g h_0^2}{L_0} q^2(\xi') \frac{dp(\xi')}{d\xi'} t'^{a+2b-c} + \\ & 2 \hat{\beta} \frac{\alpha \beta^2}{\gamma} \frac{g h_0^2}{L_0} p(\xi') q(\xi') \frac{dq(\xi')}{d\xi'} t'^{a+2b-c} + \\ & \frac{\alpha^2}{\gamma} \frac{g h_0^2}{L_0} p(\xi') \frac{dp(\xi')}{d\xi'} t'^{2a-c} = -3 \nu \frac{\beta}{\alpha} \sqrt{\frac{g}{h_0}} \frac{q(\xi')}{p(\xi')} t'^{b-a} \end{aligned} \quad (26)$$

べき乗が満たすべき関係式として、体積一定の条件から式(27)、連続式から式(28)が導かれる。

$$\text{体積一定の条件} \rightarrow a + 2c = 0 \quad (27)$$

$$\text{連続式} \rightarrow a - 1 = a + b - c \rightarrow b - c = -1 \quad (28)$$

運動方程式から導かれる関係式を慣性・圧力領域と、圧力・粘性領域に分け、上の2式を合わせて解けば次のようになる。

[慣性・圧力領域]

$$a + b - 1 = a + 2b - c = 2a - c \quad (29)$$

$$a = -1, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{2} \quad (30)$$

[圧力・粘性領域]

$$2a - c = b - a \quad (31)$$

$$a = -\frac{1}{4}, b = -\frac{7}{8}, c = \frac{1}{8} \quad (32)$$

表-1 計算の条件

$h_0 (m)$	$L_0 (m)$	$\nu (m^2/s)$
0.1	0.1	$10^{-2} \sim 10^{-4}$

3. 実験および数値計算結果との比較

次に直角座標系の粘性流体の水深積分モデルを数値解析的に解き、2. で述べた流動のべき乗則が計算結果に再現されるかどうかと、物性値評価の可能性について考察する。その後、ビンガム流体で近似できると考えられている高流動コンクリートを用いた実験結果に対し、本研究で得られた結果が適用可能かどうかを検討する。

3. 1 粘性流体の場合の数値計算による流動過程の考察

(1) 計算の条件

計算の条件を表-1に示した。

たとえば、粘性流体の水深積分モデルを次の無次元量を用いて無次元化すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L_0}, t' = \sqrt{\frac{g}{h_0}} t, h' = \frac{h}{h_0}, V' = \frac{V}{\sqrt{gh_0}} \\ \frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{h_0}{L_0} \frac{\partial h' V'}{\partial x'} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{\partial h' V'}{\partial t'} + \frac{h_0}{L_0} \frac{\partial \hat{\beta} h' V'^2}{\partial x'} + \frac{h_0}{L_0} h' \frac{\partial h'}{\partial x'} = -\frac{3\nu}{h_0 \sqrt{gh_0}} \frac{V'}{h'} \quad (34)$$

このように、無次元パラメータとして二通りが現れるが、本計算では幾何学的パラメータを $h_0/L_0 = 1$ と固定し、 $h_0 \sqrt{gh_0}/\nu$ を変化させている。

計算法として、有限体積法に基づいた洪水氾濫解析法³⁾を用いている。この解析法により、水を用いたダム破壊流れの実験結果が良好に再現されることが確認されている⁴⁾。

(2) 計算結果の考察

まず、 $\nu = 10^{-2} (m^2/s)$ の場合の水深分布の時間変化を図-4に示した。分布形は常に上に凸の形をしている。先端位置と原点での水深の時間変化を図-5、図-6に示した。両者ともに、少し時間が経過すると圧

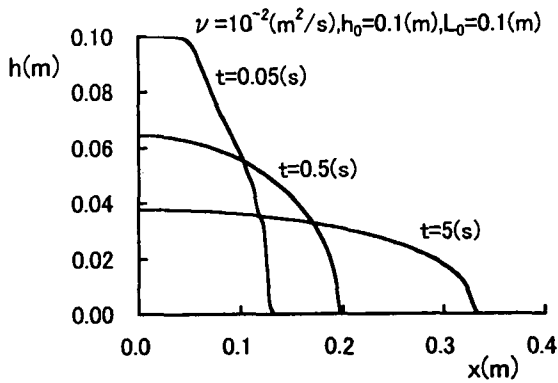


図-4 水深の空間分布 ($\nu = 10^{-2} (m^2/s)$)

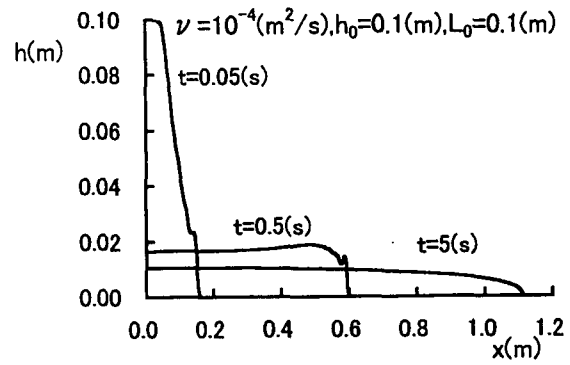


図-7 水深の空間分布 ($\nu = 10^{-4} (m^2/s)$)

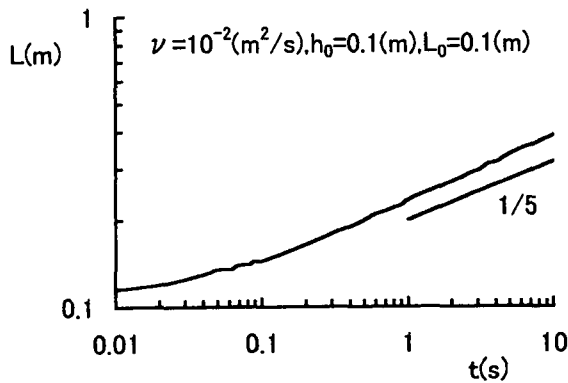


図-5 先端と時間の関係 ($\nu = 10^{-2} (m^2/s)$)

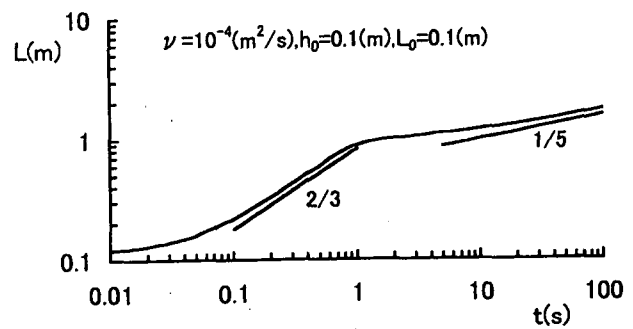


図-8 先端と時間の関係 ($\nu = 10^{-4} (m^2/s)$)

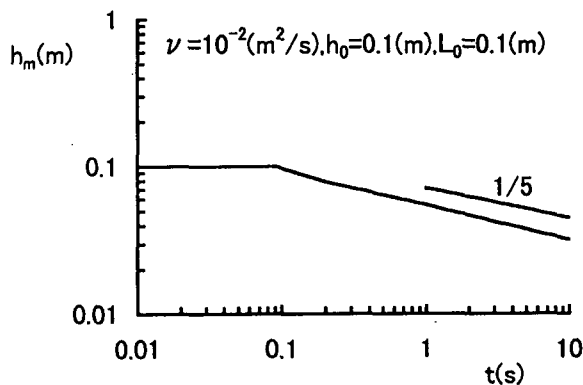


図-6 原点の水深と時間の関係 ($\nu = 10^{-2} (m^2/s)$)

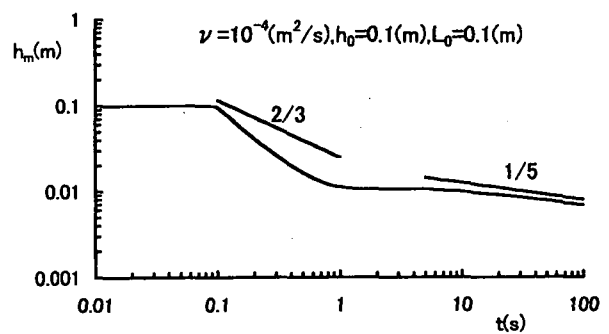


図-9 原点の水深と時間の関係 ($\nu = 10^{-4} (m^2/s)$)

力・粘性領域のべき乗則に従うようになることがわかる。

一方 $\nu = 10^{-4} (m^2/s)$ の場合の水深分布を図-7 に示した。 $t=0.5(s)$ の分布形を見ると、原点で下に凸になり x の増加とともに極大値をとってから先端にいたる分布形になっている。このような分布形が生じる理由については後述する。

先端位置と原点での水深の時間変化を図-8、図-9 に示した。まず慣性・圧力領域のべき乗則に従う領

域が現れ、その後に圧力・粘性領域が続いている。

これらの結果から、設定した所定の距離を先端が通過する時間を計測することにより、または所定の時間での先端の位置を計測することにより粘性係数を評価できることが示唆される。

3. 2 極大値を有する水深分布発生の説明

上述のように極大値を有する水深分布形が生じる場合があり、その理由について粘性流体の場合を例とし

て考察しよう。

原点近傍での水理量を次のように Taylor 展開する。

$$h = h_m(t) + a_1(t) \frac{x}{h_0} + a_2(t) \frac{x^2}{h_0^2} + a_3(t) \frac{x^3}{h_0^3} + \dots \quad (35)$$

$$V = \sqrt{gh_0} \left(b_1(t) \frac{x}{h_0} + b_2(t) \frac{x^2}{h_0^2} + b_3(t) \frac{x^3}{h_0^3} + \dots \right) \quad (36)$$

式(35), (36)を用いて連続式, 運動方程式の各項を例えば下記のように計算する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dh_m}{dt} + \frac{da_1}{dt} \frac{x}{h_0} + \frac{da_2}{dt} \frac{x^2}{h_0^2} + \frac{da_3}{dt} \frac{x^3}{h_0^3}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = a_1 \frac{1}{h_0} + a_2 \frac{2x}{h_0^2} + a_3 \frac{3x^2}{h_0^3}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \sqrt{gh_0} \frac{db_1}{dt} \frac{x}{h_0} + \sqrt{gh_0} \frac{db_2}{dt} \frac{x^2}{h_0^2} + \sqrt{gh_0} \frac{db_3}{dt} \frac{x^3}{h_0^3}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \sqrt{gh_0} b_1 \frac{1}{h_0} + \sqrt{gh_0} b_2 \frac{2x}{h_0^2} + \sqrt{gh_0} b_3 \frac{3x^2}{h_0^3}$$

導かれた式を x のべき乗で整理すると次のようになる。

[連続式]

$$0 \text{ 次: } \frac{dh_m}{dt} + \frac{\sqrt{gh_0}}{h_0} h_m b_1 = 0$$

1 次:

$$\frac{1}{h_0} \frac{da_1}{dt} + \sqrt{gh_0} \frac{a_1 b_1}{h_0^2} + \sqrt{gh_0} \frac{2h_m b_2}{h_0^2} + \sqrt{gh_0} \frac{a_1 b_1}{h_0^2} = 0$$

2 次:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_0^2} \frac{da_2}{dt} + \sqrt{gh_0} \frac{a_2 b_1}{h_0^3} + \sqrt{gh_0} \frac{2a_1 b_2}{h_0^3} + \\ & \sqrt{gh_0} \frac{3h_m b_3}{h_0^3} + \sqrt{gh_0} \frac{a_1 b_2}{h_0^3} + \sqrt{gh_0} \frac{2a_2 b_1}{h_0^3} = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

[運動方程式]

$$0 \text{ 次: } \frac{gh_m^2}{h_0} a_1 = 0$$

1 次:

$$\begin{aligned} & \sqrt{gh_0} \frac{h_m^2}{h_0} \frac{db_1}{dt} + \sqrt{gh_0} \frac{h_m b_1}{h_0} \frac{dh_m}{dt} + 2\hat{\beta}gh_0 \frac{h_m^2 b_1^2}{h_0^2} + \\ & 2g \frac{h_m a_1^2}{h_0^2} + 2g \frac{h_m^2 a_2}{h_0^2} = -3v\sqrt{gh_0} \frac{b_1}{h_0} \end{aligned}$$

2 次:

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{gh_0} \frac{h_m a_1}{h_0^2} \frac{db_1}{dt} + \sqrt{gh_0} \left(\frac{a_1 b_1}{h_0^2} + \frac{h_m b_2}{h_0^2} \right) \frac{dh_m}{dt} + \\ & \sqrt{gh_0} \frac{h_m b_1}{h_0^2} \frac{da_1}{dt} + 2\hat{\beta}gh_0 \left(2 \frac{h_m a_1 b_1}{h_0^2} + \frac{h_m^2 b_2}{h_0^2} \right) \frac{b_1}{h_0} \\ & + \hat{\beta}gh_0 \frac{h_m a_1 b_1^2}{h_0^3} + g \left(\frac{a_1^3}{h_0^3} + 2 \frac{h_m a_1 a_2}{h_0^3} \right) + \\ & 4g \frac{h_m a_1 a_2}{h_0^3} + 3g \frac{h_m^2 a_3}{h_0^3} = -3v\sqrt{gh_0} \frac{b_2}{h_0^2} \end{aligned} \quad (38)$$

式(38)第1式より導かれる $a_1 = 0$ を式(37)第2式に代入すると $b_2 = 0$ が導かれる。さらに, $a_1 = 0$, $b_2 = 0$ を式(38)第3式に代入すると $a_3 = 0$ となる。これらを残りの式に代入すると, 未知数 h_m, b_1, a_2 に関する関係式(39)–(40)が導かれる。

$$\frac{dh_m}{dt} + \frac{\sqrt{gh_0}}{h_0} h_m b_1 = 0 \quad (39)$$

$$\frac{da_2}{dt} = -3 \frac{\sqrt{gh_0}}{h_0} a_2 b_1 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \frac{db_1}{dt} - \frac{\sqrt{gh_0}}{h_0} b_1^2 + 2\hat{\beta}\sqrt{gh_0} \frac{b_1^2}{h_0} + \\ & \frac{2\sqrt{gh_0}}{h_0^2} a_2 = -3v \frac{b_1}{h_m^2} \end{aligned} \quad (41)$$

上記式(39)–(40)を用いて原点で下に凸の水深分布が生じる可能性があることを証明しよう。

(1) 粘性項を無視した場合

式(41)において右辺の粘性項を無視すると

$$\frac{db_1}{dt} + \frac{\sqrt{gh_0}}{h_0} (2\hat{\beta} - 1) b_1^2 + \frac{2\sqrt{gh_0}}{h_0^2} a_2 = 0$$

となり, 式(40)を代入すると下記の a_2 に関する常微分方程式が導かれる。

$$\frac{d^2 a_2}{dt^2} + A \frac{1}{a_2} \left(\frac{da_2}{dt} \right)^2 + B a_2^2 = 0$$

$$A = -1 - \frac{(2\hat{\beta} - 1)}{3}, \quad B = -\frac{6gh_0}{h_0^3}$$

ここで, a_2 に関してべき乗解 $a_2 \propto \Gamma t^\alpha$ を仮定しべき乗を求めると次のようになる。

$$\alpha - 2 = \alpha - 2 = 2\alpha \rightarrow \alpha = -2$$

さらに, Γ に関する関係式を解くと次のようになる。

$$(A+1)\alpha^2 - \alpha + B\Gamma = 0 \rightarrow \Gamma = -\frac{\alpha\{\alpha(A+1)-1\}}{B}$$

運動量係数 $\hat{\beta}$ を粘性流体の 1.2 とすると $A+1=-1.4/3$ であり、このとき $\Gamma > 0$ となる。($\hat{\beta}=1.0$ としたときも、 $A+1=-1/3$ で $\Gamma > 0$ となる。) すなわち、粘性項を無視したとき、 $a_2 > 0$ となり水深分布は原点で下に凸になることが分かる。

(2) 粘性項が大きい場合

粘性項が無視できず、式(41)で粘性項と圧力項を考慮した場合を考えよう。このとき式(41)は次のようになる。

$$a_2 = -C \frac{b_1}{h_m^2}, C = \frac{3}{2} \nu \frac{h_0^2}{\sqrt{gh_0}} > 0$$

上式を式(39)、(40)に代入し整理すると次式が導かれる。

$$h_m \frac{da_2}{dt} = 3a_2 \frac{dh_m}{dt} \rightarrow \frac{a_2}{a_{20}} = \left(\frac{h_m}{h_{m0}} \right)^3$$

よって、 $t=0$ での a_2 の値 a_{20} が負ならば $a_2 < 0$ となることが分かる。すなわち、粘性項が卓越する場合、原点で初期に上に凸ならばその後も上に凸になることを示しており、粘性流体の計算結果図-4 がこれに対応している。

3. 3 高流動コンクリートへの適用性

高流動コンクリートの構成則は、ビンガム流体の構成則で近似されることが知られており、施工管理上ビンガム流体としての物性値(降伏値と塑性粘度)を事前に評価する必要があると考えられている。

これまでさまざまな物性値評価法が提案されてきた。本研究と関係のあるスランブフロー試験を用いる方法として、たとえば十分時間が経過した後のコンクリートの断面形状と拡がり直径(スランブフロー値)を用いて降伏値を評価する方法が提案されている⁵⁾。

また、塑性粘度(粘性係数)の評価法として、フロー試験中のコンクリートの先端位置が設定された長さ(200mm-250mm が用いられている。)を通過する時間を計測する方法が提案されている⁶⁾。

本研究では、上記の高流動コンクリートのスランブフロー試験に関する従来の実験結果を粘性流体の流動則の観点から考察する。

(1) 小門等の実験の概要⁶⁾

本研究で用いる従来の実験の概要を簡単に説明する。詳細は参考文献(6)を参照されたい。

スランブフロー試験は物性値評価のため別途行われた球引き上げ試験の開始時と終了時にそれぞれ行われ、スランブフロー値および試料の拡がる速さが測定された。試験方法はJSCE-F503(コンクリートのスランブフロー試験方法)に準拠し、JIS A 1101に規定されたスランブコーンと鋼製の平板が用いられた。

スランブコーンを引き上げた後の試料が流動する状況がビデオ撮影により記録された。平板には予め半径方向に10mmピッチにマークが付けられ、試料先端がマークに到達していく時間が測定された。

使用材料は以下の通りである。結合材は普通ポルトランドセメント(OPC,密度: $3.16 \times 10^3 \text{g/mm}^3$,ブレン比表面積: $3,270 \text{cm}^2/\text{g}$)と高炉スラグ微粉末(BFS, SO_3 :1.9%,密度: $3.16 \times 10^3 \text{g/mm}^3$,ブレン比表面積: $3,270 \text{cm}^2/\text{g}$)が使用され、高炉スラグ微粉末の置換率(SR)は70%で一定となっている。細骨材(S)は相馬珪砂(シリカサンド,表乾比重:2.6,F.M.:2.46)3号,4号,6号を等量混合したものが用いられた。モルタルの細骨材結合材比(S/B)は、各種高流動コンクリートの配合例を参考にして1.50と一定である。その他モルタルの配合や練混ぜなどの条件については参考文献(6)を参照されたい。

(2) 粘性流体の相似理論の適用性

コンクリートの先端位置と時間の関係を、降伏値がほぼ同一の実験結果を整理して図-10に示した。

降伏値の値にかかわらず、塑性粘度が大きいほど先端の移動が遅くなっている。降伏値の小さい場合($\tau_y \approx 10(\text{Pa})$)、塑性粘度の大きい実験結果($\eta_{pl} = 33,21(\text{Pa} \cdot \text{s})$)には円柱座標系の慣性・圧力領域のべき乗則式(30)($c=1/2$)とそれに続く圧力・粘性領域のべき乗則式(32)($c=1/8$ 乗)の成立が認められる。しかし、塑性粘度がより小さい実験結果にはどちらの領域も認められず、時間が小さい領域では慣性・圧力領域のべき乗(1/2乗)より大きいべき乗(速い移動速度)で先端が移動している。コンクリートが全領域で流体として運動しているならば、水平路床では慣性・圧力領域のべき乗(1/2乗)より大きいべき乗で移動することは考えられない。この理由として、塑性粘度が小さくなるとコンクリート下部が流体として流動するが上部に剛体の部分が存在し、流体部分の上を滑り落ちるような状況が考えられる。

降伏値が大きい場合($\tau_y \approx 100(\text{Pa})$)の実験結果をみると、塑性粘度が大きいほど先端の移動が遅れることは上記と同様であるが、どの結果も慣性・圧力領域、

圧力・粘性領域ともに明確には認められず、時間が小さい領域では慣性・圧力領域のべき乗より大きいべき乗で先端が移動している。これは、降伏値が大きいため、塑性粘度が大きい場合でも流動初期から剛体の領域が存在しているためと考えられる。このことを検証するためには、ビンガム流体を歪み速度に応じて二つの粘性係数をもつ流体として近似した流動解析結果⁷⁾を用いて、流動初期の応力状態を分析し、剛体領域発生の可能性、領域形状や大きさの時間変化と塑性粘度の関係を考察することが考えられる。

図-11 に図-10 を用いた流動時間 3(s)の先端位置と粘性係数の関係を示した。降伏値の大きさにかかわらず一つの線にまとめられるようで、塑性粘度評価法の一つとして一定距離を通過する時間を計測する小門等⁶⁾の方法と合わせてこのような図の利用が考えられる。

4. おわりに

本研究は、基本的な開水路非定常流として有限領域のダム破壊流れを考え、その流動特性を水理学的手法を用いて理論的に明らかにするとともに、得られた結果を流動性を有する材料の物性値評価に応用することを目的として行われた。得られた成果をまとめると以下ようになる。

(1) 連続式と運動方程式で構成される開水路非定常流の水深積分モデルを考え、水深、流速分布の自己相似性を仮定したとき、基礎式から流れの先端位置および水深の特性量が時間に関してべき乗で変化する領域の存在することを示した。また、粘性流体の構成則を用いたとき、べき乗に慣性項と圧力項が卓越する場合と圧力項と摩擦項が卓越する場合の二通りが存在することが示された。

(2) 粘性流体の水深積分モデルを数値解析し、上記のべき乗則が計算結果に再現されることを確認した。この結果粘性流体では、粘性係数が小さい場合まず慣性・圧力領域のべき乗則に従う領域が現れ、その後圧力・粘性領域が続いている。一方、粘性係数が大きい場合、慣性・圧力領域が現れずに直ちに圧力・粘性領域のべき乗則に従うようになる。また、計算結果の水深分布には原点で下に凸となっている場合があり、粘性係数が小さい場合に水深分布が原点で下に凸となる可能性があることを理論的に示した。

(3) 高流動コンクリートを用いた実験結果に、上記の流動則が存在するかを検討し、高流動コンクリー

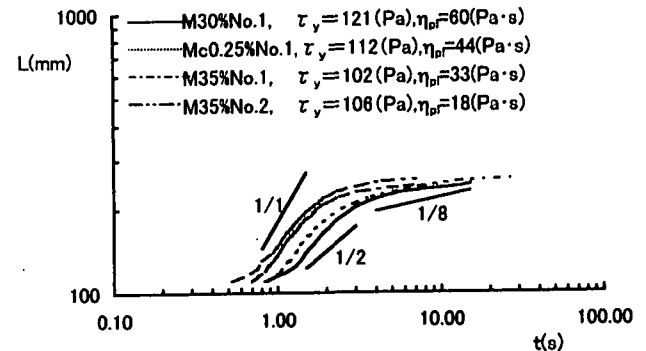
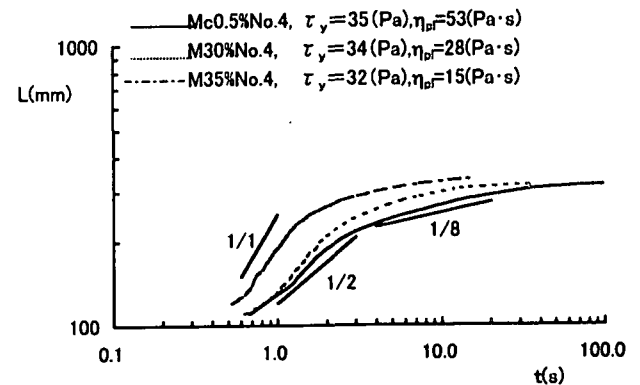
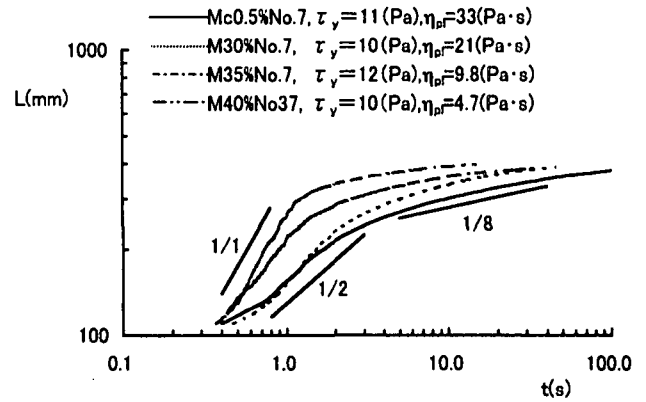


図-10 スランプフロー試験の先端位置と時間の関係

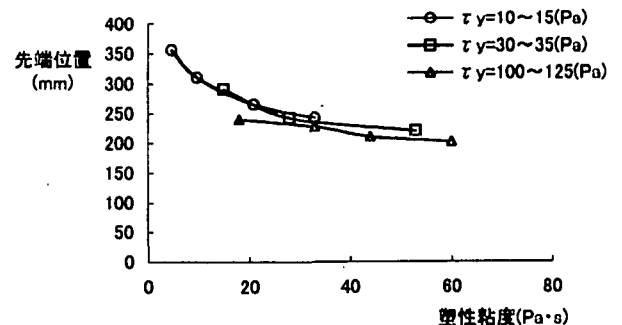


図-11 流動時間 3(s)の先端位置と塑性粘度の関係

トの物性値評価の可能性を考察した。降伏値が小さく塑性粘度の大きい実験結果には、円柱座標系の慣性・圧力領域、圧力・粘性領域のべき乗則が成立している領域が存在するが、塑性粘度の小さい場合には、慣性・圧力領域、圧力・粘性領域ともに明確には現れず、流動初期に慣性・圧力領域のべき乗より大きい値で先端が移動していた。この理由として、全領域が流動せず剛体の部分が上部に存在し、流体として流動する下部の上をすべり落ちるような状況が考えられた。

参考文献

- 1) 岩佐義朗：朝倉土木工学講座 3 水理学，朝倉書店，1967.
- 2) Stoker, J.J. : Water Waves, Interscience Publishers, INC., 1957.
- 3) 井上和也：開水路流れの数値解析法とその水工学

への応用に関する研究，京都大学博士論文，1986.

- 4) 中川 一：洪水および土砂氾濫災害の危険度評価に関する研究，京都大学博士論文，81-89，1989.
- 5) 小門 武・細田 尚・宮川豊章・藤井 學：スランプフロー試験によるフレッシュコンクリートの降伏値評価法の研究，土木学会論文集，No.578/V-37, 19-29, 1997.
- 6) 小門 武・宮川豊章：スランプフロー試験による高流動コンクリートのレオロジー定数評価法に関する研究，土木学会論文集，No.634/V-45, 113-129, 1999.
- 7) 小門 武・細田 尚・宮川豊章：数値流体解析による高流動コンクリートのレオロジー定数評価法に関する研究，土木学会論文集，No.648/V-47, 109-125, 2000.

(2000 年 4 月 21 日受付)