

軌道振動解析におけるレール頭頂面の凹凸形状の推定

Identification of Rail-Surface Irregularity for Railway Track Vibration Analysis

阿部和久*・鈴木貴洋**・古田勝***

Kazuhisa ABE, Takahiro SUZUKI and Masaru FURUTA

*正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科 (〒 950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

**学生員 新潟大学大学院 博士前期課程 自然科学研究科環境システム科学専攻

***正会員 博(工) 東京都交通局 (〒 163-8001 東京都新宿区西新宿 2-8-1)

When a rail-surface profile is taken into account as an excitation, in a numerical track vibration analysis, it is necessary to decide the irregularity which reflects the whole source of noise. In this study, identification of the rail-surface irregularity which reproduces observed acceleration is attempted. The identification method is constructed based on equations describing the relation between the observed acceleration and the rail-surface irregularity. Since the identification of the rail-surface profile is so called ill-posed problem, in order to augment the stability of solution the Tikhonov's method is employed. The identification is achieved using accelerations observed at the rail, sleeper, and substratum. The developed method is applied to a numerical model and to observed data. Through numerical experiments validity of the proposed method is investigated.

Key Words : track vibration analysis, rail-surface irregularity, Tikhonov's method

1. はじめに

軌道系における振動特性の把握は、防振対策や維持管理の面から重要である。しかし、軌道系における振動は走行車両とレール・まくらぎ・道床などから成る連成系に発生するものであり、簡易なモデルによる評価が難しい。そのため軌道構造を、走行荷重を受け、まくらぎで離散支持されている連続ばりでモデル化し、その振動特性を数値シミュレーションにより把握しようとする試みがなされている^{1)~4)}。著者らも地下鉄軌道を対象に、その振動特性の評価には地盤をも含めた全体系の適切なモデル化が重要であるとの認識の下に、道床と地盤とを二次元連続体とした解析手法を構成し、実測値との適合性について検討した⁵⁾。その結果、レール・まくらぎ・コンクリート基盤における振動加速度の最大値については実測値との一致を概ね得ることができたが、スペクトル分布についての良い一致を得るまでには至らなかった。その理由の一つとして、数値解析上の振動発生源としてレール頭頂面上に設定した凹凸形状が、実測のスペクトル特性を反映したのではなく、単にランダムに与えたものであったことがあげられる。また、既存の軌道に対する防振対策の検討や維持管理において、振動加速度レベルの周波数特性や軌道系の状態を把握することは重要であり、現況を再現し得るレール頭頂面の凹凸の推定には意義がある。

そこで本研究では振動解析において、軌道系に発生する振動加速度時刻歴を再現し得るレール頭頂面の凹凸形状の推定を試みる。具体的には、解析モデルを対象に、まずレールの凹凸形状を入力、軌道系の観測点における加速度時刻歴を出力とするシステムを構成する。本研究ではこの入出力間には概ね線形関係が成り立つものと仮定し、これより連立一次方程式を導出する。

基本的にはこの方程式を解くことで、与えられた加速度時刻歴を再現し得るレール頭頂面の凹凸形状を得ることになるが、安定化を図る目的で Tikhonov の方法による正則化を併用する。なお、通常の加速度測定はレールやまくらぎなどを対象になされるが、その測定点数が十分に多く取られるとは限らない。また、基盤部や地盤における振動特性の再現精度の向上には、これらの地点での測定データに基づく推定が必要に思われる。そこで本研究では、レール・まくらぎ・コンクリート基盤に各々 1 箇所ずつ測定点がおかれている場合を対象に、これらの測定点の内いずれか 1 箇所、または複数箇所の加速度時刻歴からレール頭頂面の凹凸を推定し得る方法を構成する。また、実際の軌道においては、レール頭頂面の凹凸の他に、車輪のフラット、軌道部材の各物性値のばらつき、軌道狂いなどが振動の発生源となり得る。不規則な振動成分も含め、これらの各種要因を分離、同定することも軌道振動特性の把握において重要と考えられるが、ここではこれらの影響下で発生する振動特性の再現を目的とし、全ての振動発生源に等価なレール頭頂面の凹凸形状を推定する。

以下では、まず本研究に用いた軌道振動解析手法の概要について述べる。次に、レール頭頂面の凹凸形状の推定手法を構成する。最後に、数値モデルおよび実測に基づき本手法の有効性について検討する。

2. 軌道振動解析手法

解析手法は文献 5) に示した方法に準ずる。以下ではその概略と文献 5) との相違点について述べる。

解析モデルには図-1 に示すような、車輪・レール・まくらぎ・道床・路盤および軌道パッド・防振パッドなどのパッド類からなる軌道系を考える。なお、車輪・

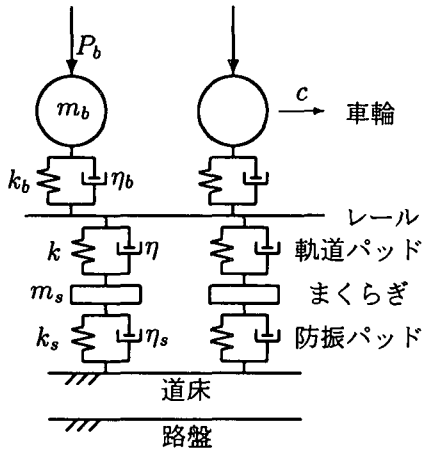


図-1 車輪・軌道・地盤系の解析モデル

レール・まくらぎ・道床の運動は全て (数値的) Green 関数に基づく合成積のかたちで与え、パッド類の作用力は、これら Green 関数の離散化との適合性に配慮した時間積分法により評価する。

2.1 車輪

車輪には一定速度 c で走行する一台車相当のもの (2 車輪) を考える。車両の影響は車輪への上乗荷重 P_b (一定) として与える。車輪は質点でモデル化し、その第 M ステップ目における鉛直変位 u_{bi}^M は、1 ステップ間に亘り単位力を加えたときの第 s ステップ目の変位量 $\bar{G}_b^s$ を用い次式で与える。

$$u_{bi}^M = \sum_{s=1}^M \bar{G}_b^{M-s+1} (m_b g + P_b - P_i^s), \quad (1)$$

$$\bar{G}_b^s = (s - \frac{1}{2}) \frac{\Delta t^2}{m_b}$$

ここで、 m_b は車輪のバネ下質量、 g は重力加速度、 P_i^s は第 s ステップ ($t = s\Delta t$) における車輪・レール間の接触力、 Δt は時間増分である。

2.2 レール

レールは無限長 Euler ばりでモデル化し、そのたわみは積分表現式で定式化する⁶⁾。車輪とレールとの接触力 P_i の作用位置における、レールのたわみ $\bar{u}_i^M$ は次式で与えられる。

$$\bar{u}_i^M = \sum_{j=1}^2 \sum_{s=1}^M A_{ij}^{M-s+1} P_j^s - \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^M B_{ij}^{M-s+1} F_j^s \quad (2)$$

ここで、 $A_{ij}^s, B_{ij}^{M,s}$ は Euler ばりの時間域 Green 関数の時間積分で与えられる係数⁶⁾、 F_j^s は第 j 番まくらぎとの接触力、 N は解析で考慮するまくらぎ本数である。

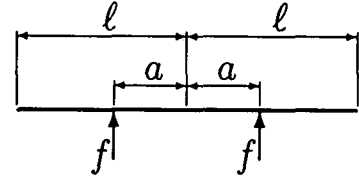


図-2 まくらぎのはりモデル

また、第 i 番まくらぎ直上におけるレールのたわみ u_i^M は次式で与えられる。

$$u_i^M = \sum_{j=1}^2 \sum_{s=1}^M C_{ij}^{M-s+1} P_j^s - \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^M D_{ij}^{M-s+1} F_j^s \quad (3)$$

ここで、 $C_{ij}^{M,s}, D_{ij}^{M,s}$ も、 $A_{ij}^s, B_{ij}^{M,s}$ 同様に Green 関数の時間積分で与えられる係数である。

2.3 まくらぎ

まくらぎは図-2 に示すようなはりでモデル化する。パッド類を介してまくらぎに作用する接触力は、図のような集中荷重としてモデル化する。自由空間におかれたまくらぎに、1 ステップ間に亘り単位集中荷重を加えたときの、締結位置における第 s ステップ目の変位応答を $\bar{G}_{si}^s$ とする。このとき、第 i 番まくらぎの締結位置における変位 u_{si}^M は次式で与えられる。

$$u_{si}^M = \sum_{s=1}^M \bar{G}_{si}^{M-s+1} (F_i^s - F_{si}^s) \quad (4)$$

ここで、 F_{si}^s は防振パッドとの接触力である。また、 $\bar{G}_{si}^s$ は図-2 のモデルを多くのはり要素で離散化し、時刻歴応答を解析することで予め数値的に求め、ファイルに保存しておく。

2.4 道床・地盤

道床より下部は二次元連続体としてモデル化する。道床・コンクリート基盤および地盤の一部を有限要素で離散化し、それ以下を一樣な半無限地盤とし、境界要素で離散化する。波動場は平面ひずみ線形弾性体とし、面内波動を対象とする。まくらぎより上部の軌道系と道床・地盤系とは直接結合せず、道床以下の部分は別途解析を実行し、それより得られる数値的 Green 関数を軌道系と結合する。

第 j 番まくらぎ直下の道床上端に 1 ステップ間に亘り作用する鉛直方向単位力により、第 s ステップ目に第 i 番まくらぎ直下の道床上端において生ずる鉛直変位を $\bar{G}_{ij}^s$ とおく。このとき、道床とまくらぎ間の接触力 F_{sj}^s により生ずる道床上端の変位 u_{0i}^M は次式で与えられる⁵⁾。

$$u_{0i}^M = \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^M \bar{G}_{ij}^{M-s+1} F_{sj}^s / y_0 \quad (5)$$

ここで、 y_0 はまくらぎと道床の接触部の有効幅である。また、式 (4) の $\bar{G}_s^s$ と同様に、 $\bar{G}_{ij}^s$ は上述の有限要素・境界要素結合法により予め求めておく。

2.5 車輪の接触力

図-1 に示したように、車輪・レール間には接触モデルとして Voigt ユニットを用いる。バネは線形とし、バネ定数を k_b 、ダッシュポットの減衰係数を η_b とする。接触力の評価には積分方程式に基づく時間積分法⁷⁾を適用し、1 ステップ間で変位を線形、作用力を一定関数で近似すると次式を得る⁸⁾。

$$P_i^M = \left(\frac{\eta_b}{\Delta t} + \frac{k_b}{2} \right) (u_{bi}^M - \bar{u}_i^M) - \left(\frac{\eta_b}{\Delta t} - \frac{k_b}{2} \right) (u_{bi}^{M-1} - \bar{u}_i^{M-1}) \quad (6)$$

2.6 まくらぎの接触力

パッド類の荷重-変位関係は非線形性を持ち、変形の増加と共に硬化する特性がある。そのため、準静的なたわみ量と振動特性の両者を適切に評価するにはこの非線形性を考慮する必要がある⁹⁾。まくらぎとレール間、まくらぎと道床間に作用する接触力 F_i, F_{si} を次式のように与える。

$$F_i = k^\ell \hat{u}_i + \eta \dot{\hat{u}}_i + k^n (\hat{u}_i) \hat{u}_i, \quad (7)$$

$$F_{si} = k_s^\ell \hat{u}_{si} + \eta_s \dot{\hat{u}}_{si} + k_s^n (\hat{u}_{si}) \hat{u}_{si}$$

ここで、 $\hat{u}_i = u_i - u_{si}$, $\hat{u}_{si} = u_{si} - u_{0i}$, k^ℓ, k_s^ℓ は各パッドのバネ定数の線形成分、 k^n, k_s^n は非線形成分、 η, η_s は減衰係数である。

車輪・レール間の接触力と同様の手法に基づき次の接触力式を得る⁵⁾。

$$F_i^M = \left(\frac{\eta}{\Delta t} + \frac{k^\ell}{2} \right) \hat{u}_i^M - \left(\frac{\eta}{\Delta t} - \frac{k^\ell}{2} \right) \hat{u}_i^{M-1} + \bar{F}_i^M, \quad (8)$$

$$F_{si}^M = \left(\frac{\eta_s}{\Delta t} + \frac{k_s^\ell}{2} \right) \hat{u}_{si}^M - \left(\frac{\eta_s}{\Delta t} - \frac{k_s^\ell}{2} \right) \hat{u}_{si}^{M-1} + \bar{F}_{si}^M$$

ここで、 $\bar{F}_i^M, \bar{F}_{si}^M$ はバネの非線形成分に関する項で、次式で与えられる。

$$\bar{F}_i^M = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{M-1}}^{t_M} k^n (\hat{u}_i) \hat{u}_i dt, \quad (9)$$

$$\bar{F}_{si}^M = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{M-1}}^{t_M} k_s^n (\hat{u}_{si}) \hat{u}_{si} dt$$

なお、 $t_M = M\Delta t$ であり、式 (9) の積分において k^n, k_s^n は $\hat{u}_i, \hat{u}_{si}$ と同様に 1 ステップ間で線形補間したものを用いた。

2.7 求解方程式

軌道振動解析では、車輪の鉛直変位 u_{bi}^M 、車輪直下のレールのたわみ $\bar{u}_i^M$ 、まくらぎ直上のレールのたわみ u_i^M 、まくらぎ変位 u_{si}^M 、まくらぎ直下における道床上端の変位 u_{0i}^M 、車輪・レール間の接触力 P_i^M 、および各パッド類に作用する接触力 F_i^M, F_{si}^M を未知量にとり、式 (1) ~ (6), (8) を連立して求解方程式を構成する。なお、式 (8) は非線形項 $\bar{F}_i^M, \bar{F}_{si}^M$ を含むので、各ステップで反復解を収束させる方法を探る。

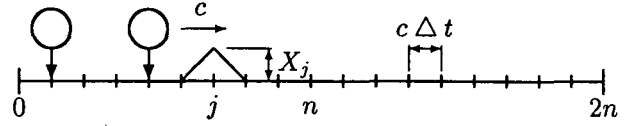


図-3 レール頭頂面の解析モデル

3. レール頭頂面の凹凸形状の推定方法

3.1 レール頭頂面の凹凸と加速度時刻歴の関係式

時間増分 Δt の下で、車輪が一定速度 c で走行する問題を考える。このとき、1 ステップ間に車輪は $c\Delta t$ だけ移動し、各ステップにおける車輪位置は等間隔の離散点で与えられる。なお、2 つの車輪の間隔が $c\Delta t$ の整数倍となるように解析条件を設定するものとし、各ステップにおける両車輪位置は常に上述の離散点上にあるものとする。すると、レール頭頂面の凹凸が存在する場合、車輪・レール間の接触力式 (6) は次式のように修正されることとなる。

$$P_i^M = \left(\frac{\eta_b}{\Delta t} + \frac{k_b}{2} \right) (u_{bi}^M - \bar{u}_i^M + X_{iM}) - \left(\frac{\eta_b}{\Delta t} - \frac{k_b}{2} \right) (u_{bi}^{M-1} - \bar{u}_i^{M-1} + X_{iM-1}) \quad (10)$$

ここで、 X_{iM} は第 M ステップ目の第 i 番車輪位置におけるレール頭頂面の凹凸である。なお、各離散点間における凹凸形状は、変位 $u_{bi}^M, \bar{u}_i^M$ と同様に区間線形で補間し、時間積分を実行するものとする。

以上より、解析におけるレール頭頂面の凹凸形状は、 $c\Delta t$ 間隔にとられた離散点での値によって一意に与えられ、これらの値 X_i を決定すれば良いこととなる。

図-3 に示すように、 $2n+1$ ステップ間に亘り凹凸形状を設定する場合を考える。なお、左右端での凹凸の値はゼロとする。測定点は中央点 n およびその直下における、レール・まくらぎおよび道床下部の 3 点におかれているものとする。なお、測定点を中央点におく必然性は無いが、測定点から両端までの凹凸形状が概ね同精度で推定できるものと考えそのようにした。各測定点で得られる振動加速度時刻歴を $\tilde{y}_i^M$ ($i = 1, 2, 3$) とし、これをレール頭頂面の凹凸の存在によって発生する成分 y_i^M と、凹凸のない状態の下で発生する成分 δ_i^M とに分離する。このとき、 y_i^M は $\tilde{y}_i^M$ から δ_i^M を引くことで与えられる。

$$y_i^M = \tilde{y}_i^M - \delta_i^M \quad (11)$$

なお、 δ_i^M は式 (10) で $X_{iM} = 0$ とすることで求めることができる。

離散点におけるレールの凹凸 X_i ($i = 1, \dots, 2n-1$) と加速度時刻歴 y_i^M との関係が線形、もしくは線形と考えても差し支えない場合、本推定手法の基本式となる X_i と y_i^M との関係は次式で与えられる。

$$y_i^M = \sum_{j=1}^{2n-1} H_{ij}^M X_j \quad (12)$$

ここで H_{ij}^M は、離散点 j におけるレール頭頂面の凹凸が、測定点 i ($i = 1, 2, 3$) における時刻 t_M の加速度

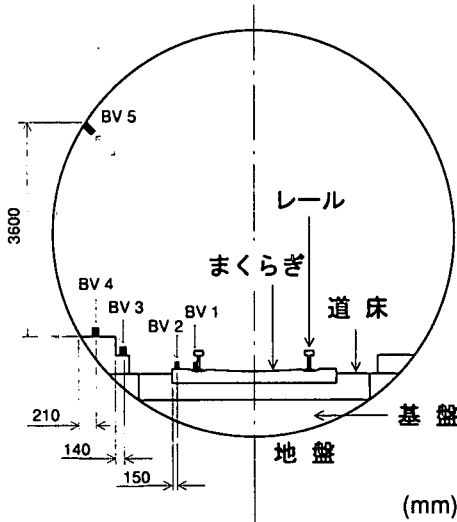


図-4 測定箇所のトンネル断面

に及ぼす影響を与える係数である。なお、 H_{ij}^M は離散点 j にのみ凹凸 X_j が存在する場合 (図-3) の解析結果 y_i^M より、次式のように求めることができる。

$$H_{ij}^M = y_i^M / X_j \quad (13)$$

また、因果性から $H_{ij}^M = 0$ ($M < j$) である。

3.2 Tikhonov の方法による凹凸形状推定の安定化

レール・まくらぎ・道床以下におかれた 3 つの測定点の内、いずれか 1 点 (i 点) の加速度時刻歴を用いて、レール頭頂面の凹凸を求める場合、加速度時刻歴のステップ数を $2n - 1$ とすれば、 H_{ij}^M は正方行列となり、式 (12) を解くことで X_j を得ることができる。また、複数の測定点を用いる場合でも、最小二乗法に基づき求解可能な方程式を得ることができる。しかし、本問題は不適切問題であり、凹凸の推定量 X_j の安定化を図る必要がある。そこで、本研究では式 (12) に Tikhonov の方法¹⁰⁾⁻¹²⁾を適用する。以下では、第 i 番の測定点における加速度時刻歴 y_i^M から成るベクトルを y_i 、影響係数 H_{ij}^M から成る行列を H_i 、レール頭頂面の凹凸 X_j から成るベクトルを X と表す。

第 i 番の測定点における式 (12) の残差を r_i と定義する。

$$r_i := H_i X - y_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (14)$$

この r_i に対し次式に示す量 E を定義する。

$$E := \sum_{i=1}^3 \beta_i r_i^T r_i + \alpha X^T X \quad (15)$$

ここで、 $\beta_i \geq 0$ は各測定点 i でのデータに対する重み係数、 $\alpha > 0$ は正則化パラメータである。なお、 r_i^T は r_i の転置である。

境界要素数 52
有限要素数 8580
総節点数 4537

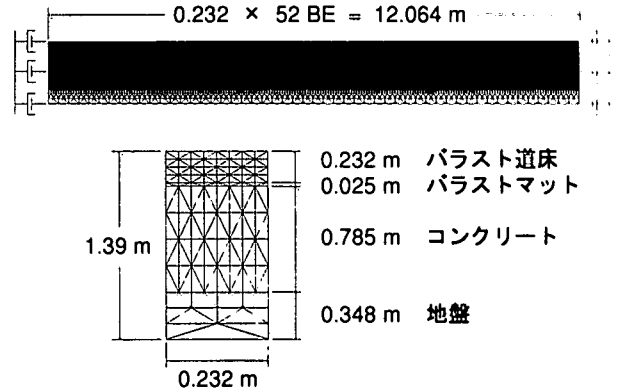


図-5 道床・基盤等の離散化

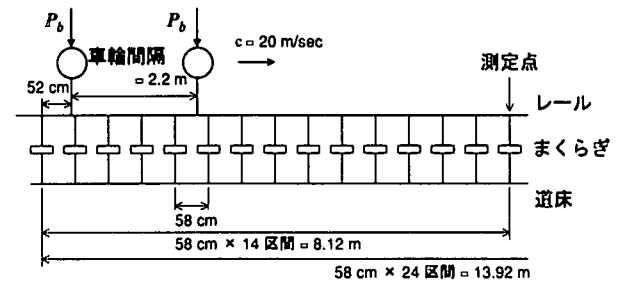


図-6 車輪・まくらぎの配置

式 (15) の最小化条件より次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} \beta_1 H_1^T & \beta_2 H_2^T & \beta_3 H_3^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + \alpha I \right) X \\ & = \begin{bmatrix} \beta_1 H_1^T & \beta_2 H_2^T & \beta_3 H_3^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 I は恒等行列である。式 (16) を解いてレール頭頂面の凹凸形状 X を求める。

式 (15) は凹凸形状の振幅に制約を課したものとなっている。これ以外にも、凹凸形状の傾きや曲率などにも制約を課する方法が考えられる。しかし、本研究では全ての振動発生源を反映した等価な凹凸形状の推定が目的であり、レール頭頂面における実際の凹凸形状そのものを同定しようとするものではない。ただし、振動解析では 2. に示した非線形方程式を解き進める必要があり、凹凸形状には非線形解が安定に求められるようなものであることが要求される。この意味において、凹凸形状の振幅の上限に制約を課す式 (15) による安定化で、十分な結果を得ることが可能であるといえる。

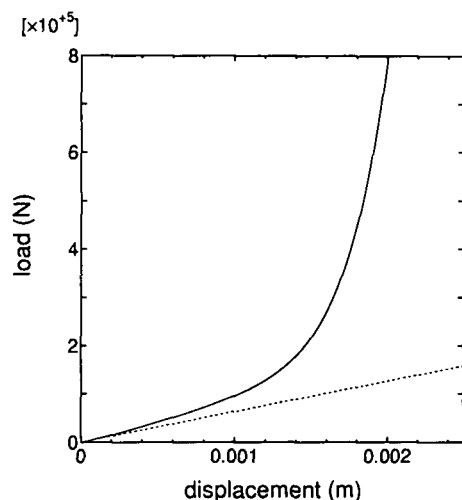


図-7 軌道パッドの荷重-変位曲線（破線：公称値に対する線形バネのもの）

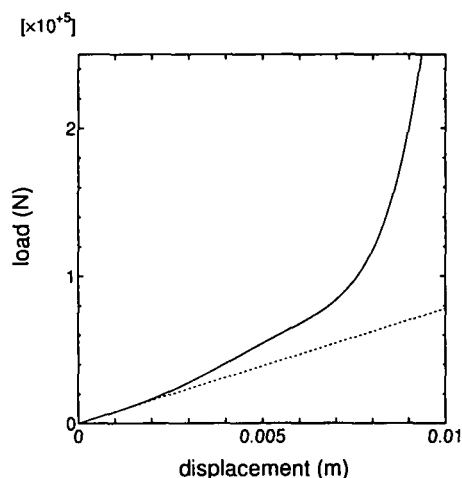


図-8 防振パッドの荷重-変位曲線（破線：公称値に対する線形バネのもの）

4. 解析例に基づく検討

4.1 解析条件

本研究では、平成8年度に地下鉄都営新宿線で行われた列車走行時の振動測定を対象に本手法の妥当性を検討する。測定箇所におけるトンネル断面を図-4に示す。振動加速度の測定点は図-4のBV1～5の5点であるが、本研究ではレール(BV1)とまくらぎ(BV2)、およびコンクリート基盤(BV3)の3点を対象とする。なお、測定点BV3はまくらぎ直下のコンクリート基盤(インパート)から離れた位置にあるが、まくらぎ直下では測定がなされていないため、その近傍点BV3での測定結果をコンクリート基盤の加速度として代用した。

トンネルは厚さ250mmの二次覆工コンクリートと厚さ300mmのRCセグメントにより覆われている。解析では基盤・二次覆工コンクリート・RCセグメントを一体のコンクリート層としてモデル化した。道床以下の離散化状況を図-5に示す。ここで、バラスト道床・バラストマット・コンクリート・地盤の一部は有

表-1 振動解析における条件

上載荷重		P_b	(KN)	36.75
バネ下質量		m_b	(Kg)	350
接触バネ定数		k_b	(MN/m)	2000
接触減衰係数		η_b	(KN·s/m)	0
レール曲げ剛性		EI	(MN·m ²)	4
レール質量		ρA	(Kg/m)	50
軌道	バネ定数	k	(MN/m)	公称 110
パッド	減衰係数	η	(KN·s/m)	650.0
防振	バネ定数	k_s	(MN/m)	公称 9
パッド	減衰係数	η_s	(KN·s/m)	99.4
まくらぎ弾性係数		E_{sc}	(MPa)	2×10^4
まくらぎ重量		W_s	(Kg)	205
PC 鋼棒弾性係数		E_{ss}	(MPa)	1.9×10^5

表-2 道床・地盤等の解析条件

道床	質量密度	ρ_b (Kg/m ³)	1667
	縦波伝播速度	V_{bp} (m/s)	465.0
	横波伝播速度	V_{bs} (m/s)	248.6
	せん断弾性係数	G_b (MN/m ²)	103.0
バラスト マット	質量密度	ρ_m (Kg/m ³)	1227
	縦波伝播速度	V_{mp} (m/s)	70.65
	横波伝播速度	V_{ms} (m/s)	49.96
	せん断弾性係数	G_m (MN/m ²)	3.06
コンク リート	質量密度	ρ_c (Kg/m ³)	2300
	縦波伝播速度	V_{cp} (m/s)	4768
	横波伝播速度	V_{cs} (m/s)	2920
	せん断弾性係数	G_c (MN/m ²)	19610
地盤	質量密度	ρ_g (Kg/m ³)	1420
	縦波伝播速度	V_{gp} (m/s)	928
	横波伝播速度	V_{gs} (m/s)	270
	せん断弾性係数	G_g (MN/m ²)	22

限要素で、その下の地盤は境界要素で離散化している。なお、有限要素領域の左右端には粘性境界を設けた。

車輪・レール・まくらぎのモデル化の様子を図-6に示す。58cm間隔に配置されたまくらぎ24区間を解析対象とし、測定時の条件に合わせ車輪の走行速度を $c = 20$ m/sとした。また、実測データは1/1000(s)間隔で記録されているので、振動解析における時間増分もそれ以上短くとる必要があり、ここでは1/1000(s)とした。レール頭頂面の凹凸は測定点を中心に6.62m区間(331離散点)に設定した。その他の解析条件を表-1, 2に示す。なお、パッド類のバネ定数および非線形特性は実際の載荷試験結果より設定した。ただし、パッド類の減衰係数については、概ね取り得る値を考慮の上、試算の後、解析結果が実測値を近似するような値に設定した。解析に用いたパッド類の荷重-変位曲線を図-7(軌道パッド)、図-8(防振パッド)に示す。道床の物性値は測定がなされていないため、文献13)を参考に表-2のように設定した。地盤については過去に行われた弾性波試験の結果¹⁴⁾に基づき波動伝播速度

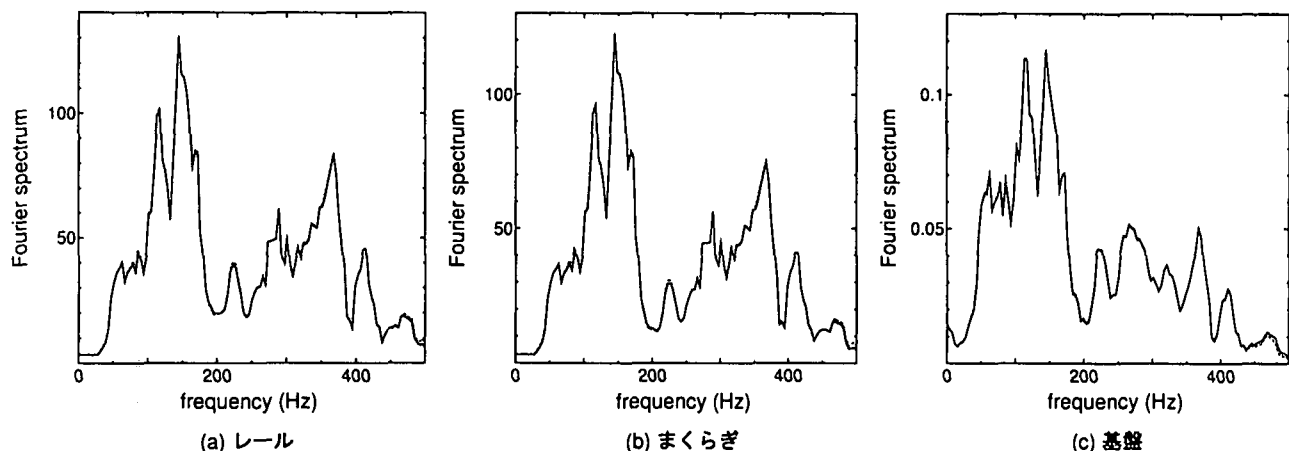


図-10 加速度の振幅スペクトル (実線：推定結果，破線：設定値). 凹凸形状の推定に用いた各測定点における加速度について図示.

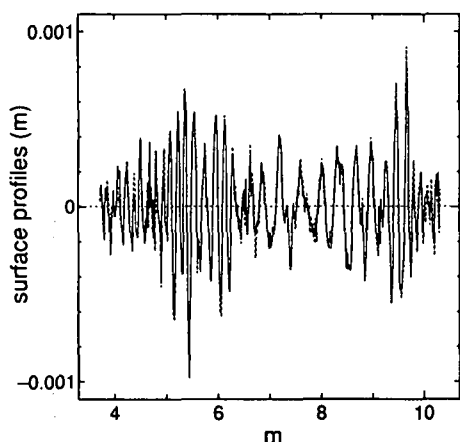


図-9 レール頭頂面の凹凸形状 (実線：推定結果，破線：設定値). レール加速度に基づいた推定.

等を設定した.

4.2 数値モデルに基づく検討

2. に示した軌道振動解析モデルで，レール頭頂面に既知な凹凸を設定し順解析を行った結果を対象に，本推定手法の妥当性を検討する. 順解析で得たレール・まくらぎ・コンクリート基盤上端の加速度時刻歴に各々最大振幅比で 5 % のホワイトノイズを付加したデータを対象に，凹凸形状の推定を行った. レール加速度のデータに基づいた凹凸形状の推定結果の例を図-9 に，また，3 つの測定点の内，いずれか 1 つのデータに基づく凹凸形状の推定値より再現した加速度の振幅スペクトルを図-10 に示す. なお，図では推定結果を実線で，設定値を破線で示している. ここでは，正則化パラメータを $\alpha = 10^8$ としているが，加速度時刻歴についてはより小さな α に対しても良好な結果を得ることができた. ただし，レール頭頂面の凹凸形状の推定結果については， α の減少と共に精度低下が認められ，さらに $\alpha = 0$ の下では凹凸の推定値は発散した. その

ため，ここではレール頭頂面の凹凸形状をも適切に推定し得るように $\alpha = 10^8$ とした. ただし実際の推定解析では，レール頭頂面の等価な凹凸形状は未知であるので，加速度時刻歴のみに基づいて凹凸形状を推定せざるを得ない. したがって，加速度時刻歴が測定データに可能な限り一致するように α の値が決定されることとなる. このとき，3. で述べたように凹凸形状の推定解 $\mathbf{X}$ に課される制約条件は振動解析の安定性であり，安定解を得る程度に振幅の小さな凹凸形状を与える α の中で最小値が最適なパラメータということになる. なお， α の最適値の決定方法として L カーブ法が広く用いられている. これは残差 $\mathbf{r}_i$ のノルムと推定解 $\mathbf{X}$ のノルムの両者を小さくし得るように α を決定しようとする方法であり，推定対象が具体的物理量であるため，それが本来とり得る大きさが先験的にわかっている. 一方，本研究では全ての振動源の影響を含んでいる測定値を再現し得る等価なレール凹凸の推定が目的であり，たとえ測定時に混入する不規則ノイズが存在しないとしても，この凹凸形状において常識的にとり得る値は存在しない. そのため，本研究では L カーブ法によらず，上述のような考え方に基づいた α の設定方法を採用した.

図-10 では，設定値と推定結果より得た加速度の振幅スペクトルとの間にわずかな差違が認められるものの，ほぼ完全に加速度の振幅スペクトルが再現されていることがわかる. また，図-9 より， α を適切に設定すればレール頭頂面の凹凸形状も精度良く推定できることがわかる. なお，3 つの測定点の内，推定に用いた点以外の加速度の振幅スペクトルも非常に精度良く再現されていた. 以上より，数値モデルを対象とする限り，どこの測定点における加速度時刻歴からでも，レール頭頂面の凹凸形状が十分な精度で推定できることが確かめられた.

4.3 測定データに基づく検討

実際に測定で得たデータを対象に，レール頭頂面の凹凸形状の推定を行う. レールの加速度時刻歴に基づいて求めたレール頭頂面の凹凸形状を図-11 に，その

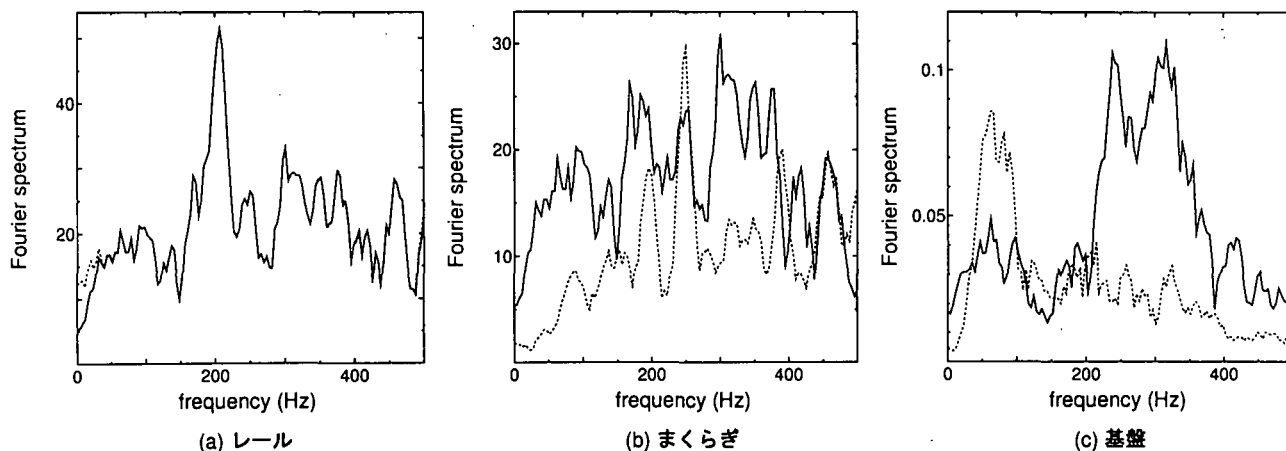


図-12 加速度の振幅スペクトル (実線：推定結果，破線：実測値). $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 0, 0)$.

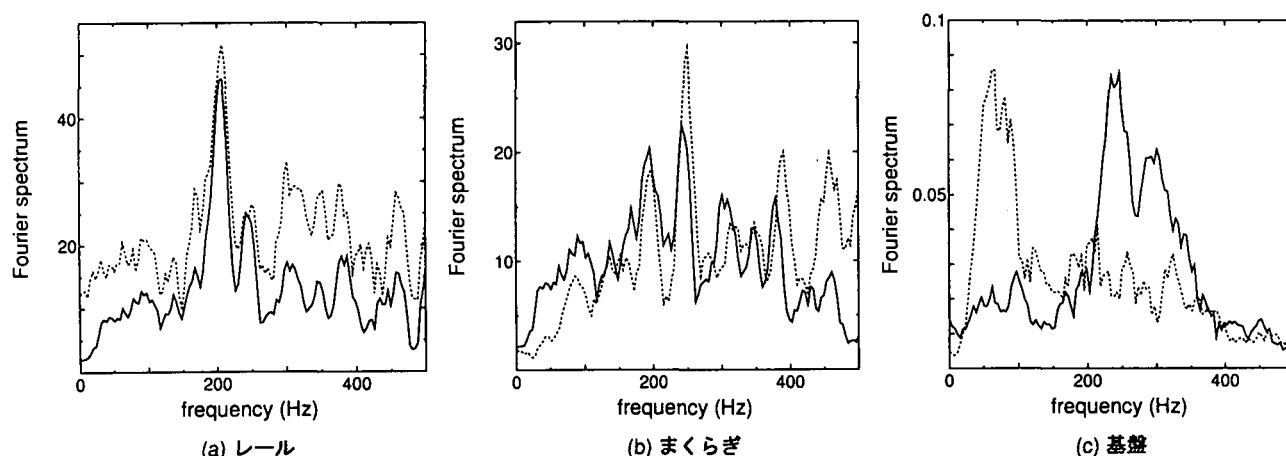


図-13 加速度の振幅スペクトル (実線：推定結果，破線：実測値). $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 1, 0)$.

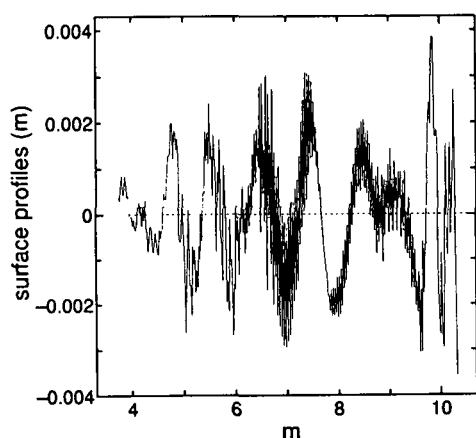


図-11 レール頭頂面の凹凸形状の推定結果

下で得られたレール・まくらぎ・コンクリート基盤での振動応答の振幅スペクトルを図-12に示す。なお、 $\alpha = 10^6$ としている。レールの加速度に基づき凹凸形状を推定しているので、レール加速度の振幅スペクトルは 30 Hz 以下の低周波数域を除けば、実測値との良い一致を示している。一方、まくらぎとコンクリート

基盤では、周波数特性においても実測との一致が得られていない。これは解析モデルで設定した各種物性値の適切性や、二次元波動場によるモデル化の限界などによるものと考えられる。なお、まくらぎやコンクリート基盤での加速度時刻歴に基づいた推定結果においても、レールの場合と同様に、推定に用いた測定点の加速度については良好な再現性を示したものの、その他については良い一致を得ることができなかった。

次に、レールとまくらぎにおける測定データに基づいて凹凸形状を推定した場合の結果を図-13に示す。なお、式 (15) における重み係数は $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 1, 0)$ とし $\alpha = 10^7$ とした。ちなみに、 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (1, 1, 1)$ の場合についても検討したが、 $\beta_3 = 0$ とした場合とほぼ同様の結果となった。図-13より、図-12に比べレールの振動特性の再現性が低下した一方、まくらぎの振動特性の再現性が相対的に向上しており、全体としては複数測定点に基づく推定の効果がいくぶん認められる。ただし、実際の軌道系における振動特性の再現性のさらなる改善には、上述のように解析モデル自体の改良が必要に思われる。

5. おわりに

軌道系の振動特性の把握を目的に、数値シミュレーションにおいて加速度時刻歴の測定結果を再現し得る、レール頭頂面の凹凸形状の推定手法を構成した。数値モデルを対象とした場合、レール・まくらぎ・コンクリート基盤のいずれの測定点におけるデータを用いても、各部の振動特性を適切に再現し得ることがわかった。また、レールの凹凸形状の推定値を安定化させるパラメータ α の値を適切に設定すれば、レールの凹凸形状も非常に精度良く求めることが可能である。実際の測定データを対象に本手法を適用した場合、推定に用いた箇所の振動特性は非常に精度良く再現できるものの、各部の振動特性を全て同時に再現することは困難であった。ただし、これは本研究で構成した推定手法の問題というよりは、4. でも述べたようにむしろ解析に用いたモデル化やパラメータの設定値に問題があるものと考えられ、モデル化のさらなる改良および物性値同定が必要に思われる。この点については今後検討を進めていくつもりである。

参考文献

- 1) Knothe, K.L. and Grassie, S.L. : Modelling of railway track and vehicle / track interaction at high frequencies, *Vehicle Sys. Dyn.*, 22, pp. 209-262, 1993.
- 2) 吉村 彰芳, 神山 雅子 : 移動荷重による軌道の振動の解析, 鉄道総研報告, Vol. 8, No. 9, pp. 31-36, 1994.
- 3) 三浦 重 : 軌道構造の動特性モデルの構築, 鉄道総研報告, Vol. 9, No. 9, pp. 7-12, 1995.
- 4) 石田 誠, 三浦 重, 河野 昭子 : 軌道動的応答モデルとその解析結果, 鉄道総研報告, Vol. 11, No. 2, pp. 19-26, 1997.
- 5) 阿部 和久, 須田 雅樹, 古田 勝 : 車輪・軌道・地盤系の連成振動解析手法, 構造工学論文集, Vol. 45A, pp. 271-280, 1999.
- 6) 阿部 和久, 古田 勝 : 時間域積分表現式による軌道振動解析法, 構造工学論文集, Vol. 43A, pp. 365-372, 1997.
- 7) Kisu, H. : Stable time integral scheme using one-dimensional boundary integral equation method, R. C. Ertekin, C. A. Brebbia, M. Tanaka and R. Shaw (eds), *Boundary Element Technology*, XI, CMP, pp. 297-306, 1996.
- 8) 阿部 和久 : 積分方程式に基づく時間積分法の動弾性有限要素・境界要素結合法への適用, 境界要素法論文集, Vol. 14, pp. 93-98, 1997.
- 9) 古田 勝, 阿部 和久 : 走行荷重を受ける軌道振動系の連成解析, 土木学会論文集, No. 583, pp. 61-70, 1998.
- 10) 日本機械学会 編 : 逆問題のコンピュータアナリシス, コロナ社, 1991.
- 11) チャールズ・W・グロエッチェ : 数理科学における逆問題, サイエンス社, 1996.
- 12) 武者 利光, 岡本 良夫 : 逆問題とその解き方, オーム社, 1992.
- 13) 長戸 博, 宮本 秀郎, 大川 賢紀 : 道床の細粒化状態評価に関する研究, 平成 8 年度鉄道連合シンポジウム講演論文集, pp. 337-340, 1996.
- 14) 長嶋 文夫, 古田 勝, 秋好 賢治, 伊藤 文人 : 地下鉄シールドトンネル及び周辺沖積地盤の波動伝播特性, 構造工学論文集, Vol. 34A, pp. 837-846, 1988.

(2000 年 4 月 21 日 受付)