

水浸探触子の振動特性の同定

Identification of Vibration Characteristics of an Immersion Transducer

廣瀬 壮一*・身崎 成紀**

Sohichi HIROSE and Shigenori MISAKI

*正会員 工博 東京工業大学大学院教授 情報理工学研究科情報環境学専攻 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

**学生会員 東京工業大学大学院理工学研究科 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

This study presents numerical simulation and experiment to investigate the vibration characteristics of a transducer used in an immersion ultrasonic testing. Firstly, the Rayleigh-Sommerfeld integral is used to numerically evaluate pressure waves excited by a transducer in a fluid, on the assumption that the velocity distribution on the vibration plane of the transducer is given. The results show that the velocity distribution influence the so-called ring source waves generated at the edges of the transducer. Secondly, an inversion method is developed to determine the vibration characteristics of a transducer when pressure waves are given at several points in a fluid. It is shown that the velocity distribution on the vibration plane is well reproduced by applying the inversion scheme to simulated near-field data. The inversion method is then applied to experimental data.

Key Words : immersion ultrasonic testing, inversion, numerical simulation, Rayleigh-Sommerfeld integral

1. はじめに

超音波非破壊検査は、超音波の送信、伝播、欠陥による散乱、ならびに受信といったプロセスから成る。よって、超音波非破壊検査の定量化を進めるためには、超音波の伝播や散乱特性を明らかにするとともに、探触子の特性を解明しなければならない。

水浸探触子から放射される超音波に関しては従来から多くの研究が行なわれてきた (例えば, Harris¹⁾, Schmerr²⁾を参照)。しかし、そのほとんどは探触子の振動面での速度分布を与えて、水中に放射される超音波の速度ポテンシャル、あるいは圧力を計算するものである。このような問題は原因を与えて結果を求めるいわゆる順問題に属する。本報告の前半部においても数値シミュレーションにより探触子振動面の振動速度分布の違いが水中に放射される圧力に及ぼす影響を明らかにする。

一方、送信探触子の特性を本質的に解明するには、計測データをもとに探触子振動面上の振動特性を求めることが必要である。探触子から受信点までの距離が超音波の波長に比べて十分に大きい場合には、受信点での波形は探触子振動面の平均速度にのみ依存し、振動面上での速度分布はあまり問題にならないかもしれない。しかし、超音波の波長と比較して探触子の近傍にある近距離場での波動は探触子振動面での速度分布に強く依存すると考えられ、近距離波動場を正確にシミュレーションするには探触子振動面での振動モードあるいは速度分布を求めておく必要がある。本報告の後半

部では、計測された超音波波形から探触子振動面上の速度分布を求める解析手法を示す。このような問題は、結果から原因となるパラメータを推定する逆問題に帰着される。本報告では数値シミュレーション結果を用いて、逆解析手法の妥当性を検討した後、二探触子を用いたピッチ-キャッチ水浸超音波法によって計測された超音波波形に逆解析手法を適用し、探触子面上の速度分布を推定する。

2. 水浸探触子による波動場の数学モデル

図 1 に示すように、水中に置かれた半径 a の円形平面振動面 S を持つ探触子から超音波が送信され、点 y に設置した受信探触子によって波形を計測するものとする。水中の圧力 $p(x, t)$ は次の波動方程式を満足する。

$$\nabla^2 p(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (1)$$

ここに、 c は水中の音速を表す。探触子の振動面 S が $x_3 = 0$ 面内にあるとして、 $x_3 > 0$ の半無限領域 D を考えるとき、 D 内にある点 y における圧力の積分表現は次式のようになる³⁾。

$$p(y, t) = \frac{-1}{2\pi} \int_S \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial p}{\partial n} \right\} dS_x \quad (2)$$

ここに、 $r = |x - y|$ であり、 $\{\partial p / \partial n\}$ は $(\partial / \partial n_x)p(x, s)$ なる法線微分を計算した後、 s を遅延時間 $t - r/c$ で置き換えたものである。なお、 S 上の法線は x_3 軸方向を向いているものとした。送信探触子の振動面 S にお

る x_3 方向の速度を $v(x, t)$ とすると、圧力 p と速度 v の間には

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3)$$

なる関係がある。ここに、 ρ は水の密度である。よって、式 (2) は

$$p(y, t) = \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial v(x, t - r/c)}{\partial t} dS_x \quad (4)$$

と書ける。

式 (4) に示すように、一般的な振動面 S 上の速度 $v(x, t)$ は、空間座標 x と時間 t の関数であるが、以下においては定式化を簡単にするために v に含まれる空間と時間を分離して表現し、かつ、空間分布は円形振動面の中心からの距離 $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ のみの関数であるとする。すなわち、 $v(x, t) = V(R)f(t)$ と仮定する。これを式 (4) に代入すると、

$$p(y, t) = \frac{\rho}{2\pi} \int_S \frac{V(R)}{r} \frac{\partial}{\partial t} f(t - r/c) dS_x \quad (5)$$

を得る。また、式 (5) を時間に関してフーリエ変換すると、次のように表される。

$$\hat{p}(y, \omega) = \frac{-i\omega\rho\hat{f}(\omega)}{2\pi} \int_S \frac{V(R)}{r} \exp(i\omega r/c) dS_x \quad (6)$$

ただし、 ω は角周波数を表わし、 $\hat{f}(\omega)$ は $f(t)$ のフーリエ変換を表わす。

式 (5), (6) よりわかるように、探触子の振動面の速度分布 $V(R)$ とその時間変化 $f(t)$ (あるいは $f(t)$ の周波数成分 $\hat{f}(\omega)$) が与えられれば、任意の点 y と時間 t での圧力 $p(y, t)$ 、あるいは、その周波数成分 $\hat{p}(y, \omega)$ を求めることができる。

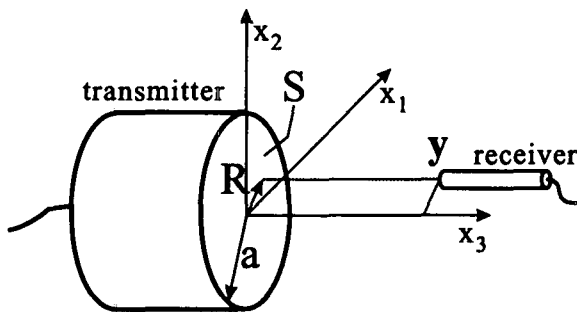


図-1 水浸探触子による超音波の送受信。

3. 数値シミュレーション結果

本節では、式 (5) を用いた数値シミュレーションを行なって、探触子の速度分布 $V(R)$ の違いが近距離場での圧力 $p(y, t)$ にどのような影響を及ぼすかを検討する。仮定した速度分布 $V(R)$ は、振動面上の速度振幅

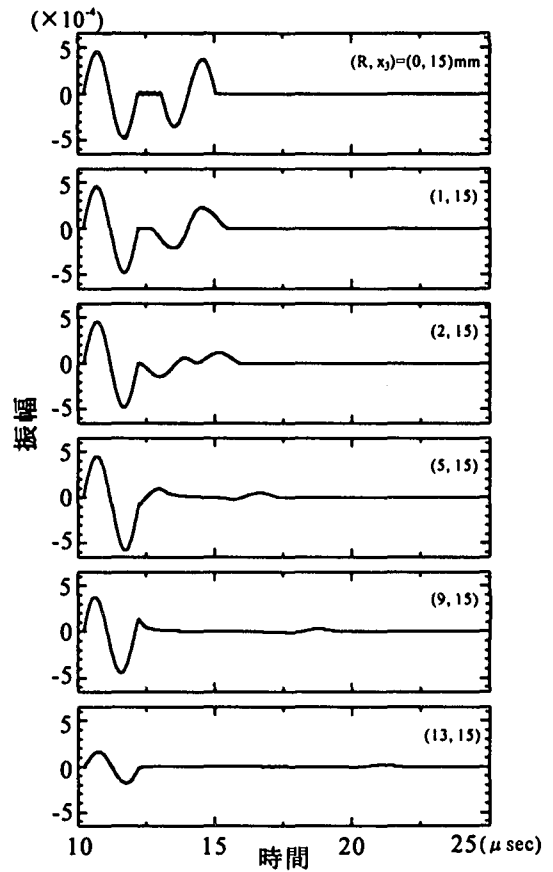


図-2 $x_3 = 15\text{mm}$ 面内の各点における圧力波形のシミュレーション結果。 $V = V_0$ の場合。

が一定である $V(R) = V_0$ の場合と R の2次関数である $V(R) = V_0(1 - (R/a)^2)$ の場合の2種類である。ただし、探触子の振動面の半径を表わす a は、実験に対応して $a = 12\text{mm}$ とした。また、探触子の振動面の時間変化 $f(t)$ は周期 $2\mu\text{sec}$ (周波数 0.5MHz) の正弦波一周期分と仮定し、水中での超音波の速度は 1470m/sec とした。なお、式 (5) における面積分は面 S を十分に小さい三角形要素に分割して、それぞれの要素に関する積分を数値積分によって評価して重ね合わせた。

図2および3は、探触子の振動面から $15\text{mm}(=x_3)$ だけ離れ、振動子中心軸から $R=0, 1, 2, 5, 9, 13(\text{mm})$ の各点における圧力の時間変化を示したものである。横軸は送信探触子から超音波が発せられてからの経過時間である。図2は振動面上の速度振幅が一定 ($V(R) = V_0$) の探触子の場合であり、図3は速度振幅 $V(R)$ が $V(R) = V_0(1 - (R/a)^2)$ によって与えられる探触子に対応している。

図2に示すように $V = V_0$ なる探触子の場合、 $R = 13\text{mm}$ のときを除くと、計測点の位置に関わらず、まずほぼ振幅一定の正弦波が現われ、その後、計測点の位置によって到達時間が変化する波形が見られる。振動面が一様に振動する探触子の場合、放射される超音波は図4に示すように、振動面から一様に放射される平面波

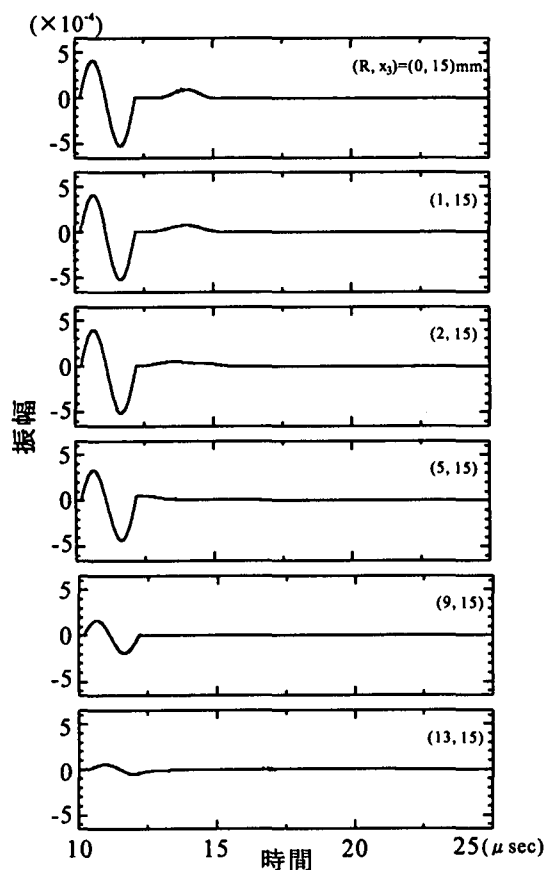


図-3 $x_3 = 15\text{mm}$ 面内の各点における圧力波形のシミュレーション結果. $V = V_0(1 - (R/a)^2)$ の場合.

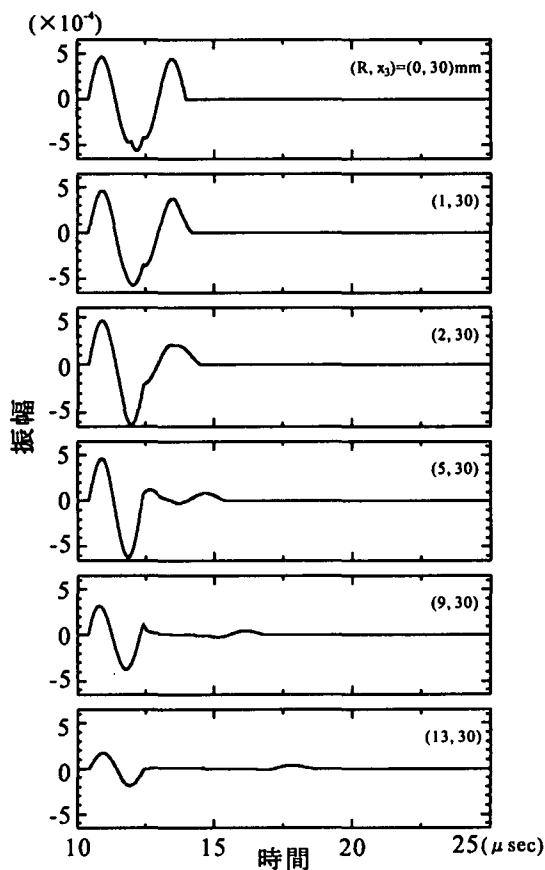


図-5 $x_3 = 30\text{mm}$ 面内の各点における圧力波形のシミュレーション結果. $V = V_0$ の場合.

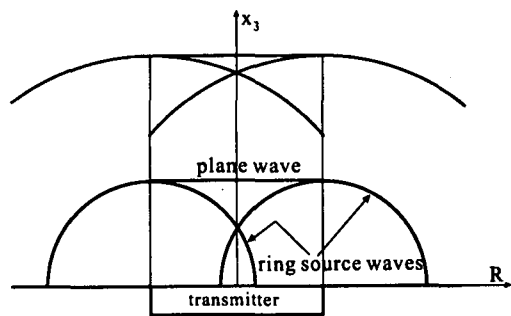


図-4 水浸探触子から発生する波動場.

と振動面の縁において生じる回折波である ring source waves からなることが知られている. よって, 図 2 の第一波は前者の平面波に対応し, 第二波ならびに第三波は, それぞれ計測点に最も近い縁と最も遠い縁からの ring source waves であることがわかる. 特に, $R = 0$ の場合には, すべての振動縁からの ring source waves が同時に観測点に到達するので, 第二波の振幅は大きいものとなっている.

それに対して, 図 3 には振動縁から生じる ring source waves がほとんど見られない. これは, 探触子が振動面中央で最大で, 縁ではゼロとなる速度分布を持って

いて, ring source waves の発生が抑制されるためである. また, 図 3 においては速度分布が均一でないため, 最初の正弦波の振幅も中央から縁に移行するにつれ小さくなっている.

図 5, 6 は $x_3 = 30\text{mm}$ の平面内における $R=0, 1, 2, 5, 9, 13(\text{mm})$ の各点における圧力の時間変化を示したものである. 図 5 は速度振幅 $V(R) = V_0$ を持つ探触子による圧力波形であり, 図 6 は $V(R) = V_0(1 - (R/a)^2)$ の速度分布を持つ探触子による波形である. $x_3 = 15\text{mm}$ の場合である図 2, 3 と比較すると, 最初に到達する正弦波はほとんど同じであるものの, 第一波の正弦波と振動面の縁から生じる ring source waves の到達時間差が小さく, 両者が重なっていることがわかる.

4. 逆解析手法

本節では, 式 (6) に基づいて, 計測された超音波波形から探触子振動面上の速度分布 $V(R)$ を求める逆解析手法を示す.

水中のいくつかの点 y_n ($n = 0, 1, \dots, N$) において, 圧電型の水浸探触子を用いて超音波波形 $u(y_n, t)$ を受信したとする. 一般に圧電型探触子の内部構造は複雑であるために得られた波形に対して明確な物理的

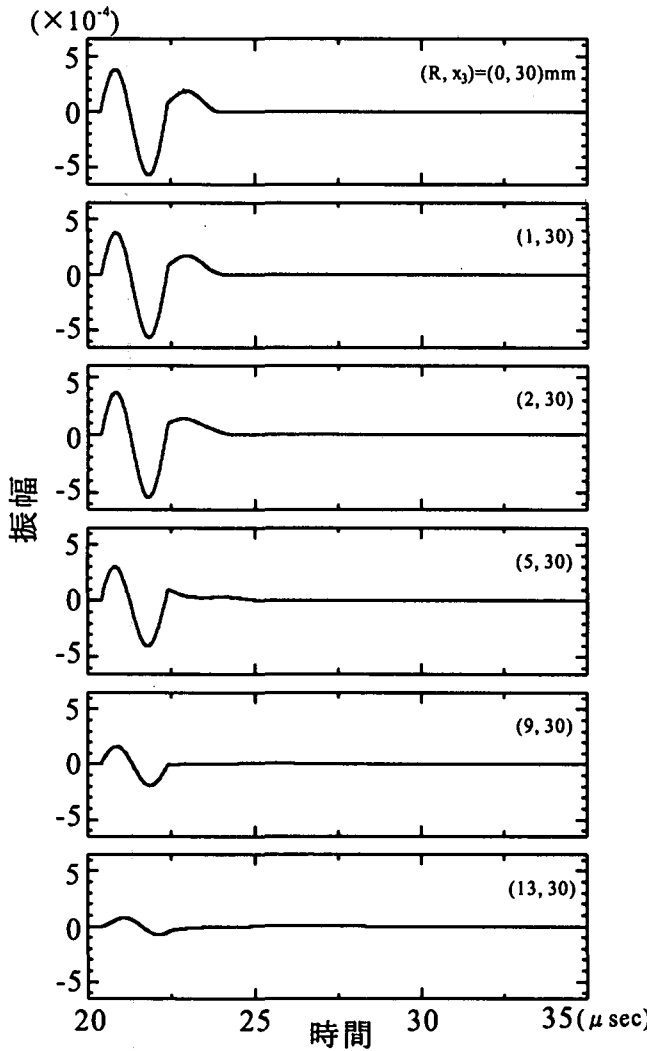


図-6 $x_3 = 30\text{mm}$ 面内の各点における圧力波形のシミュレーション結果。 $V = V_0(1 - (R/a)^2)$ の場合。

意味を与えることは難しい。よって、本研究においてはある波形を参照波として、その参照波との比の形でデータを相対的に処理する。今、点 y_0 で計測された波形 $u(y_0, t)$ を参照データとして、点 y_n での受信波形 $u(y_n, t)$ ($n = 1, \dots, N$) と参照波形 $u(y_0, t)$ のフーリエ成分の比 $\hat{u}(y_n, \omega)/\hat{u}(y_0, \omega)$ を考える。計測システムが線形システムであると仮定すると、受信波形のフーリエ成分の比 $\hat{u}(y_n, \omega)/\hat{u}(y_0, \omega)$ は圧力のフーリエ成分の比 $\hat{p}(y_n, \omega)/\hat{p}(y_0, \omega)$ に等しいと考えられる。よって、次式を得る。

$$\frac{\hat{u}(y_n, \omega_k)}{\hat{u}(y_0, \omega_k)} = \frac{\hat{p}(y_n, \omega_k)}{\hat{p}(y_0, \omega_k)} = \frac{\int_S V(R) \exp[i\omega_k r_n/c]/r_n dS_x}{\int_S V(R) \exp[i\omega_k r_0/c]/r_0 dS_x} \quad (7)$$

ここに、 $r_n = |y_n - x|$ であり、フーリエ成分は離散的な角周波数 ω_k ($k = 1, \dots, K$) において得られているとした。

式 (7) における受信波形のフーリエ成分の比である $Q^{nk} \equiv \hat{u}(y_n, \omega_k)/\hat{u}(y_0, \omega_k)$ は実験あるいは数値シミュ

レーションによって与えられるものである。したがって、解くべき逆問題は Q^{nk} ($n = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K$) が与えられたときに、 $V(R)$ を求める問題である。関数 V は振動面 S の中心からの距離 R の関数であるので、面 S を $R_m < R < R_{m+1}$ を占める同心円状の領域 S_m ($m = 0, \dots, M$) に分割し、それぞれの区間における V は一定であると仮定しよう。すなわち、次式のように階段関数によって $V(R)$ を離散化する。

$$V(R) = \sum_{m=0}^M V_m \{H(R - R_m) - H(R - R_{m+1})\} \\ = V_0 \sum_{m=0}^M \tilde{V}_m \{H(R - R_m) - H(R - R_{m+1})\} \quad (8)$$

ここに、 $H(\cdot)$ はステップ関数であり、 $R_0 = 0, R_{M+1} = a$ である。また、 $\tilde{V}_m = V_m/V_0, \tilde{V}_0 = 1$ である。

式 (8) を (7) に代入して整理すると、次のようになる。

$$V_0 \sum_{m=0}^M (A_m^{nk} - Q^{nk} A_m^{0k}) \tilde{V}_m = 0, (n = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K) \quad (9)$$

ここに、

$$A_m^{nk} = \int_{S_m} \frac{\exp[i\omega_k r_n/c]}{r_n} dS(x) \quad (10)$$

である。式 (9) を満たす $\tilde{V}_m$ を求めるために、次のようなコスト関数 C を導入して、関数 C を最小にするような $\tilde{V}_m$ ($m = 1, \dots, M$) を求めることにする。

$$C = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left| \sum_{m=0}^M (A_m^{nk} - Q^{nk} A_m^{0k}) \frac{\tilde{V}_m}{V_0} \right|^2 \quad (11)$$

関数 C を $\tilde{V}_l$ で偏微分して 0 とおくと

$$\frac{\partial C}{\partial \tilde{V}_l} = 2 \sum_{m=0}^M \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K (M_l^{nk} \bar{M}_m^{nk} + \bar{M}_l^{nk} M_m^{nk}) \frac{\tilde{V}_m}{V_0} \right\} = 0 \quad (12)$$

を得る。ここに $M_l^{nk} = A_l^{nk} - Q^{nk} A_l^{0k}$ とし、バー () は共役複素数を表わす。 $\tilde{V}_0/V_0 = 1$ ゆえ、上式より $\tilde{V}_m/V_0$ ($m = 1, \dots, M$) に関する連立方程式を構成することができ、これを解くことにより相対的な速度分布を求めることができる。

5. 逆解析結果

まず、3. 数値シミュレーション結果で示した圧力波形を用いて逆解析を行なう。想定した受信探触子の位置は、 $x_3 = 15\text{mm}$ あるいは 30mm の平面内の $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = 1 \sim 13\text{mm}$ の 1mm 間隔の 13 点とし、同じ面内の $R = 0$ での圧力を参照データとした。

図 2 あるいは図 5 に示したシミュレーション波形を用いて逆解析を行った結果を図 7 に示す。数値計算に

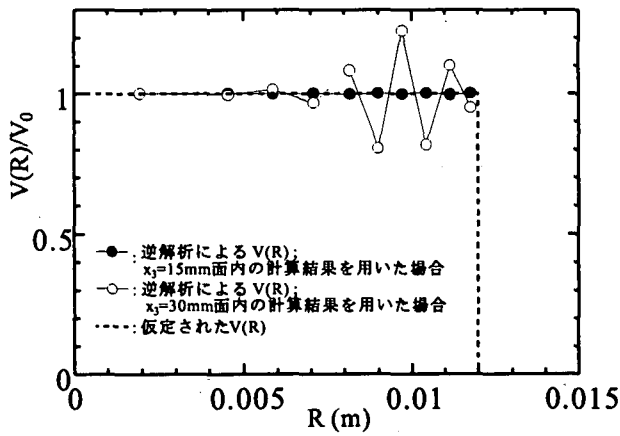


図-7 シミュレーション波形から同定した $V(R)$; $V(R) = V_0$ の場合。

よって仮定した速度分布は $V(R) = V_0$ なる一定値であるが、 $x_3 = 15\text{mm}$ の場合には与えた速度分布をよく再現できているのに対し、 $x_3 = 30\text{mm}$ の面内におけるデータを用いた場合には振動する解が得られ、逆解析の安定性が失われつつあるといえる。

図 8 は、図 3 あるいは図 6 に示した波形を入力として逆解析を行った結果である。この場合、仮定した速度分布は $V(R) = V_0(1 - R^2/a^2)$ であるが、 $x_3 = 15\text{mm}$ ならびに $x_3 = 30\text{mm}$ のいずれのシミュレーション波形を用いてもほぼ仮定した $V(R)$ が再現されている。しかし、結果を詳しく見ると $x_3 = 30\text{mm}$ のデータを用いて得られた解は正解となるべき破線を中心にくらか振動していることがわかる。

以上のように、 $x_3 = 15\text{mm}$ のデータを用いた逆解析では探触子面での速度分布をよく再現できるのに対し、 $x_3 = 30\text{mm}$ のデータを用いた場合には解が振動し、逆解析の安定性が損なわれることがわかった。これは力学における Saint Venant の原理に対応して、探触子面から離れるにつれて探触子面上の局所的な速度分布が圧力場に及ぼす影響が小さくなっているためであると考えられる。また、振動面の分割幅と探触子面からの距離の関係を考慮すると、たとえ探触子からの距離が一定であっても振動面 S を細かく分割していくと不安定な解が発生する可能性がある。このような解の不安定性を解消するためには一般に、式 (11) のコスト関数にチホノフの正則化項を付加するのが有効であると考えられるが⁴⁾、ここでは不安定解の存在を確認するとどめ、その安定化については別の機会に発表する。

数値シミュレーション波形を用いて逆解析手法の適用性を検討した結果、 $x_3 = 15\text{mm}$ の場合には十分な精度をもって探触子面での速度分布 $V(R)$ を推定できることがわかった。そこで数値シミュレーションとほぼ同じ条件で実験を行い、得られた波形を用いて送信探触子の速度分布 $V(R)$ を同定する。探触子面から $x_3 = 15\text{mm}$

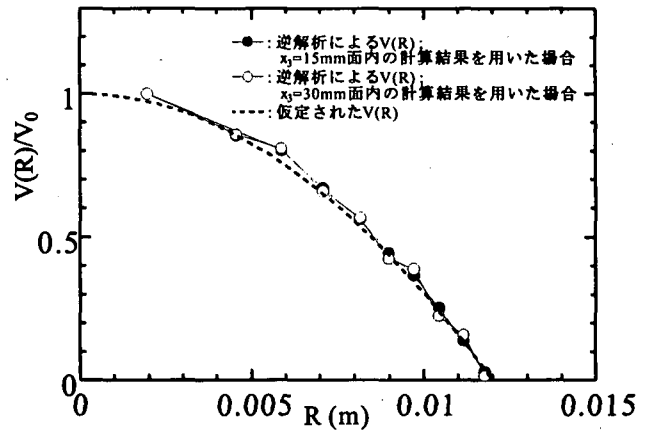


図-8 シミュレーション波形から同定した $V(R)$; $V(R) = V_0(1 - R^2/a^2)$ の場合。

の距離にある $x_1 - x_2$ 面内において $R = 0 \sim 13\text{mm}$ の 1mm 間隔で受信探触子を走査して波形を計測した。なお、 $R = 0\text{mm}$ での計測波形を参照波形とする。実験では、半径 12mm 、公称周波数 0.5MHz の圧電型水浸探触子によって発生された超音波を送信探触子に向かい合わせて設置した半径 1.5mm の別の圧電型水浸探触子を用いて受信した。

$x_3 = 15\text{mm}$ の面内で $R = 0, 1, 2, 5, 9, 13(\text{mm})$ の各点において計測された生の波形を図 9 に示す。これらの波形を用いて逆解析した結果、振動子面での速度分布 $V(R)$ は図 10 のように推定された。これより実際の探触子は振動面の中央ではほぼ様な速度振幅を示すが、振動面の縁に近づくにつれて速度振幅が減少していると考えられる。水浸探触子のシミュレーションにおいては様な速度振幅がしばしば仮定されるが、より正確な近距離場の解析にはこのような逆解析によって得られた非様な速度分布を仮定することが必要であろう。

6. おわりに

本研究では、水浸探触子の特性の同定を目的として、探触子面の前面における圧力波形の数値シミュレーションを行い、超音波圧力場の特性を明らかにした後、数値シミュレーション結果ならびに超音波実験による計測波形を用いた逆解析を行なって水浸探触子面での速度分布を推定した。数値シミュレーションを用いた逆解析によれば、近距離場におけるデータを用いた場合、提案する逆解析手法の精度は高いことが示された。また、計測波形を用いた逆解析により実際の水浸探触子の振動面における速度振幅分布を求めることができた。

本研究の逆解析手法では、探触子や計測機器などの特性を消去するためにある参照波形との相対量を用いて解析を行っている。そのため、本手法では探触子面

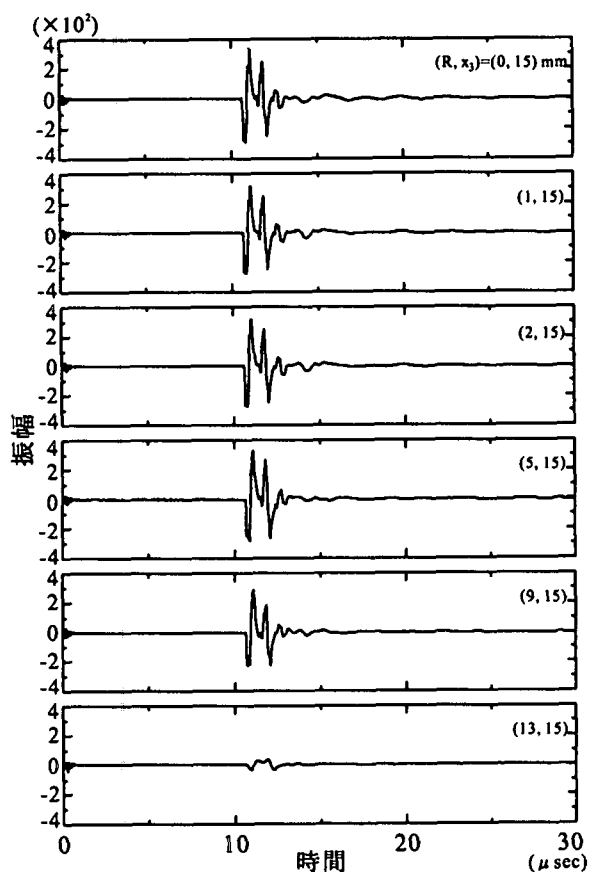


図-9 $x_3 = 15\text{mm}$ 面内の各点において計測された波形.

の時間変化を表す関数 $f(t)$ については求めることができない。時空間すべての振動特性を明らかにするには、探触子や計測機器などの特性の影響を受けていない絶対速度あるいは変位を計測してそれをもとに新たな逆解析手法を開発する必要がある。

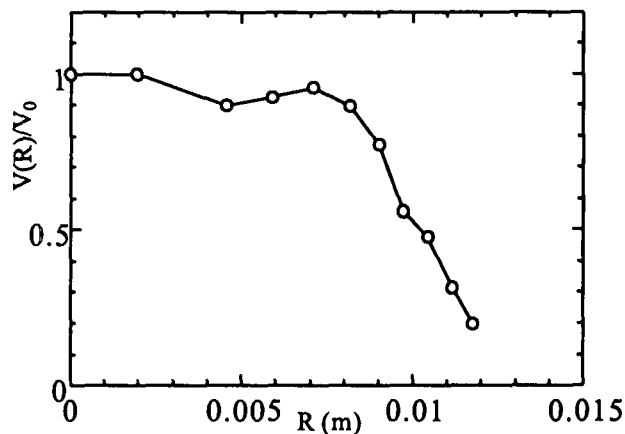


図-10 計測波形から同定した $V(R)$.

参考文献

- 1) Harris, G. R.: Review of transient field theory for a baffled planar piston, J. Acoust. Soc. Am., Vol.70, pp.10-20, 1981.
- 2) Schmerr, L. W. Jr.: Fundamentals of Ultrasonic Non-destructive Evaluation, Plenum Press, New York, 1998.
- 3) Rayleigh, J. W. S.: The Theory of Sound, Vol.2, Dover, 1945.
- 4) Tikhonov, A. N. and V. I. Arsenin: Solutions of Ill-Posed Problems, Winston and Sons, Washington, 1977.

(2000 年 4 月 21 日 受付)