

静的な応答による複雑構造システムの剛性劣化に関する離散化構造同定法

Discrete Identification on Structural Element Stiffness
of Large Scale Structures from Static Responses

呉 智深*・市來佐都子**・原田隆郎***

Zhishen WU, Satoko ICHIKI and Takao HARADA

*正会員 工博 茨城大学助教授 工学部都市システム工学科 (〒316-8511 日立市中成沢町 4-12-1)

**正会員 工修 株式会社 CRC 総合研究所 (〒136-8581 東京都江東区南砂 2-7-5)

***正会員 工修 茨城大学助手 工学部都市システム工学科 (〒316-8511 日立市中成沢町 4-12-1)

In order to propose a numerical discrete model on structural element stiffness identification, a general framework of inverse analysis is first developed for the static parameter estimation problem as a nonlinear minimization of difference between the response of a real structure and the prediction of a finite element model of that structure. To enhance the identifiability of the identification model for a large-scale structural system, a localized identification concept is proposed, and, a statical condensation method based on the cholesky decomposition approach is introduced to predict all the unmeasured nodal displacements for preparing the input data during the iterative identification procedure. Next the Hopfield neural network is used as a minimizator for identification procedure.

Key Words : static identification, structural element stiffness, static condensation method, neural network, discrete identification

1. はじめに

既存構造物に関する物理的計測より得られた各種応答を入力データとして、ある発達した数学的手法を利用し、構造内部の劣化状況や構成材の材質変化を逆に解析するといった構造同定法に関する研究は、未だに構造工学研究者にとって関心深い研究テーマである。最近の大地震、特に阪神大震災以来、非合理的な設計・施工や経年劣化により劣化・脆化されている脆弱構造物の被害の深刻さは、より深く認識されている。このような数多くの大規模な脆弱構造物に関して、経済的にかつ精度よくその健全性を診断するために、より有効な同定手法の開発が要求されている。

現在、構造物の剛性を同定するための方法として、構造物に動的な刺激を与えることによって得られるデータを利用した動的構造同定手法の研究が活発に行われている。しかし、対象とする構造物の質量、減衰特性、剛性のすべてに関連づけられている動的な構造同定の場合、測定データにおけるノイズの内蔵やモデル内のパラメータの不確定な挙動、構造物の大型化や複雑化に伴う解析精度の低下等が考えられる。一方、動的な応答における定常応答や過渡応答の前兆として考えられるのが静的な応答である。静的な応答とは、変位計のような計測機器を構造物に設置し、載荷試験を行った場合に計測されるたわみなどの変形量である。このような静的な応答は計測誤差以外のノイズの影響が比較的少なく、あらか

じめ大型構造物の内部状況を把握することが可能であると考えられる。このため、外部の負荷状況や測定方法の面において、静的な手法を用いることで動的な手法の問題点を補うことができる。さらに、動的な同定法と比較して十分な精度を有する静的な変位の測定が可能になっている現状を考慮して、静的構造同定法の実用性の意義が高まっていくと思われる。まだ、いくつかの論文しか見当たらない現状ではあるが、静的な応答による構造システムのパラメータ同定に関する研究が、この十数年間において行われるようになってきている。80年代の初頃、Sheena¹⁾はノイズフリーの静的計測により、計算剛性マトリックスを構成する方法を提案した。すべての剛性マトリックスの要素が測定された変位応答を拘束条件とし、剛性マトリックスの実際値と計算値の差を最小化するように調整する。その後、Sanayei^{2),3)}は作用力と内力との差を最小化することによって要素レベルの剛性を算定する方法を構築し、1/3スケールの鉄筋コンクリートデッキの構造同定を行った。彼らの方法では、外力の作用点と変位の計測点が同数であるように要求されているが、静的縮小過程によってこの問題点を改善している^{3),4)}。Hajela^{5),6)}は、既存のパラメータ同定技術を方程式誤差、出力誤差、最小偏差などの方法に分離し、モーダル応答の測定値を用いて、要素レベルの剛性変化を診断する技術を開発した。また、大型構造物の同定を行うため、部分構造技術や低次元技術を提案している。Hjelmsted^{7),8)}は相互残留エネルギー(mutual residual

energy) の誤差に基づき、複雑な線形構造体のパラメータ同定方法を開発した。本手法において、不完全観測の問題を取り扱うため、静的縮小法を適用している。また、モンテカルロシミュレーション (Monte Carlo Simulation) 法による測定ノイズの影響に関する検討を行っている。最近になって Banan ら^{9),10)}は、静的パラメータ同定をより一般的に発展し、制約条件付きの非線形最小化法を定式化した。その中、幾つかの異なる載荷試験の計測値の組合せを入力データとして採用している。そして、パラメータグルーピング法を適用し⁸⁾、構造システムの損傷を局所化する同定アルゴリズムを試みている。Liu ら¹¹⁾は、静的歪測定によってトラス構造体のパラメータ同定法を提案し、摂動法による同定結果に及ぼす計測誤差の影響を検討した。しかし、これまでの研究では、同定能力の高度化、計測データの制限と誤差による同定法の限界、最小化問題の求解過程などの面において残されている課題がかなり存在している。

そこで、著者らは、今まで有限要素手法より離散化された構造物の剛性の低下している位置と、要素レベルの剛性の劣化率を同定する非線形最適化問題に関する研究結果^{12),13),14)}を踏まえて、静的変位応答による離散化構造同定を試みる。ここでは、通常の求解法である Newton 法や Gauss-Newton 法における不安定性の問題点を踏まえ、安定性を有する相互結合型ニューラルネットワークによる組合せ最適化問題求解法を提案した。また、相互結合型ニューラルネットワークの適応性を利用し、同定能力の向上を図るとともに、未測定変位の予測アルゴリズムの提案によっても同定能力の向上を目指した。

2. 静的応答構造同定法の数値解析モデルの構築

2.1 全体構造同定

一般境界値問題の離散化手法として、有限要素モデルは各要素レベルの構造応答を解析するためによく使われている。有限要素によってモデル化された n_e 個要素、自由度 n_d の実構造物に関して、 h 回目の静的荷重を受けたとき、荷重 $\{f\}_h$ (節点力) と変位応答 $\{u\}_h$ (節点変位) の関係は次式のように表現される。ここで、 $[K(\delta k_j)]$ は $(\delta k_1, \delta k_2, \dots, \delta k_m)$: 同定未知パラメータ (対象要素の構成材料のヤング率や要素レベルの剛性の劣化低下率)、合計 m 個の劣化同定要素を有する $n_d \times n_d$ の剛性マトリックスである (図-1)。但し、 $0 \leq m \leq n_e$ である。また、 nlc は荷重の載荷回数である。

$$[K(\delta k_j)]\{u\}_h = \{f\}_h \quad (1)$$

$$h = 1, \dots, nlc, \text{ and } j = 1, \dots, m$$

さらに、一般有限要素モデルにおける各自由度に対応するすべての場所での変位を測定することは、ほとんど不可能なことである。そこで、この問題を解く手助けする方法として、式(2)のように測定して既にわかっている変位 $\{u\}_h^{kn}$ と未知の変位 $\{u\}_h^{unkn}$ とに

分けることにする。

$$u_h = \begin{pmatrix} u_h^{kn} \\ u_h^{unkn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

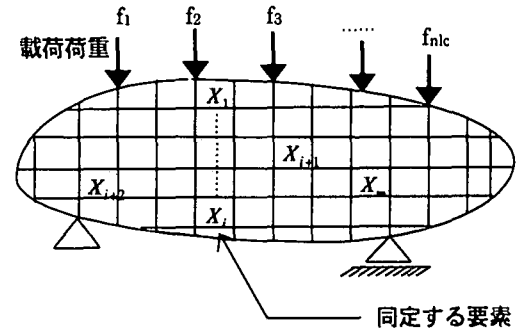
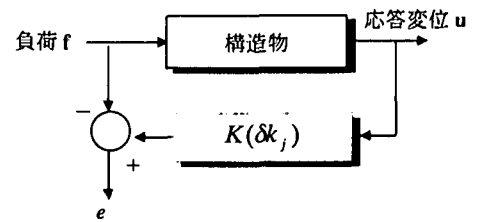
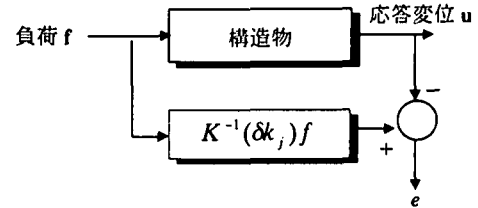


図-1 全体構造同定離散化モデル



a) 応力誤差関数



b) 変位誤差関数

図-2 実構造物とモデルの応答誤差

また、構造物の静的な変位応答などの情報を用いた構造同定手法として、式(1)より 2 種類の誤差関数の最小二乗推定式が考えられる。図-2 の a) は応力誤差関数であり、実構造物で静的荷重試験を行い、そのときの負荷と、負荷に対して測定される変位と予想される構造物の剛性より有限要素解析によって得られる節点力との誤差を考えたものである。ここでの未知パラメータは、同定する要素の剛性劣化低下率を表すパラメータ $\delta k_j = (\delta k_1, \delta k_2, \dots, \delta k_m)$ と未測定変位 $\{u\}_1^{unkn}, \{u\}_2^{unkn}, \dots, \{u\}_{nlc}^{unkn}$ とを同定しなくてはならないので同定パラメータが増えることになってくる。それに対し、図-2 の b) は変位誤差関数であり、同様に実構造物で静的荷重試験を行い、その時の負荷と計算で予想される構造物の剛性の逆行列を掛け合わせたものと、その負荷に対して測定される変位との誤差を考えたものである。ここでの未知パラメータは同定要素の剛性劣化低下率を表すパラメータ $\delta k_j = (\delta k_1, \delta k_2, \dots, \delta k_m)$ のみとなる。しかしながら、同定パラメータが逆剛性マトリックスで存在しており、同定システムの非線形性が増加され、そ

して同定能力や精度に影響することになる。このようなことから、本研究では応力誤差関数をもとにした静的構造同定モデルの構築について考える。従って、構造物の供用開始時の剛性あるいは健全状態下の剛性をもとに、離散化された構造物の要素の剛性劣化低下率を考え、構造同定を行うための非線形最適化問題の定式化を行い、相互結合型ニューラルネットワークによる組み合わせ最適化問題の解手法として適用することにした。図-2 に示されたように h 回目の負荷の荷重ベクトルと有限要素モデルによって計算された節点力ベクトル差異による応力誤差関数は式(3)のように表される。

$$e_h(\delta k_j, \{u\}_h^{ukn}) = \left(\sum_{j=1}^m [K_j] (1 - \delta k_j) + \sum_{j=m+1}^{n_e} [K_j] \right) \begin{pmatrix} \{u\}_h^{kn} \\ \{u\}_h^{ukn} \end{pmatrix} + \{f\}_h \quad (3)$$

ここで、 $[K_j]^e$ は構造全体に対して、要素 j より寄与された構造全体剛性マトリックスと同様な $n_d \times n_d$ 次元を有する剛性マトリックスである。また、変位ベクトルは測定されたもの $\{u\}_h^{kn}$ と未測定節点のもの $\{u\}_h^{ukn}$ に分ける。この誤差関数を一般的な最適化問題として定式化すると次式のようなになる。

minimize

$$J_{r1} = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{n_k} \alpha_h \left\| \left(\sum_{j=1}^m [K_j] (1 - \delta k_j) + \sum_{j=m+1}^{n_e} [K_j] \right) \begin{pmatrix} \{u\}_h^{kn} \\ \{u\}_h^{ukn} \end{pmatrix} + \{f\}_h \right\|$$

subject to

$$0 \leq \delta k_j \leq \overline{\delta k_j} \quad (4)$$

ただし、 α_h は h 回目の試験における測定値の相対的信頼性を反映する重み係数であり、 $\overline{\delta k_j}$ は j 番要素の劣化率の上限値である。また、構造要素 j の供用開始時や健全状態下の劣化率を零として、劣化後の剛性と、初期状態下の剛性の比を健全率 $1 - \delta k_j$ と考えている。一方、式(4)の J_{r1} を次の式(5)のように書き直すことができる。

$$J_{r1} = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{n_k} \alpha_h \sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,si} \cdot (1 - \delta k_j) \cdot u_{h,s} + \sum_{j=m+1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,si} \cdot u_{h,s} \right) - f_{h,s} \right\}^2 \quad (5)$$

さらに、式(3)と式(4)に準ずるため、未測定変位 $\{u\}_h^{ukn}$ を節点番号 $1 \sim n_l$ とし、測定変位 $\{u\}_h^{kn}$ を節点番号 $n_l+1 \sim n_d$ とすると、式(5)は次式のように整理される。

$$J_{r1} = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{n_k} \alpha_h \sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,si} \cdot (1 - \delta k_j) \cdot u_{h,s} + \sum_{j=1}^m \sum_{i=n_l+1}^{n_d} K_{j,si} \cdot (1 - \delta k_j) \cdot u_{h,s} + \sum_{j=m+1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,si} \cdot u_{h,s} \right) - f_{h,s} \right\}^2 \quad (6)$$

また、同定システムの同定能力に関する基準とし

て一般に以下の式が知られている⁸⁾。

$$IC = \frac{n_{lc} \times \hat{n}_d}{n_p} \quad (7)$$

ただし、 $\hat{n}_d$ は測定自由度数であり、 n_p は未測定自由度数である。ここで $IC < 1$ ならば その与えたデータでは同定不可能であり、 $IC \geq 1$ ならば、同定可能な潜在力をもっている、と示されている。

2.2 静的縮小法を用いた局所構造同定

大型構造物に関する同定問題に対して、全体構造の各要素あるいは全体構造をすべて同定対象と考えると、計算時間や同定能力の制限でしばしば問題が生じることになる。また、局所的なノイズやその他の誤差によって全体構造の同定結果が卓越されてしまう可能性もある。そこで構造物の劣化領域を特定できれば、全体構造物のその部分領域を限定して同定を行うことが望まれる。これらの問題を解決するため、静的縮小法を用いることにより剛性マトリックスの次元を減らし、限定された領域のみについて上記の全体同定方法と同様に劣化していると推定された位置 $(X_1, \dots, X_m)$ のパラメータだけに限り同定を行う。図-3 のように境界線に囲まれた部分を同定対象とする領域1、その他の部分を同定対象としない領域2として、有限要素支配方程式、式(1)を次の式(9)のように書き直す。

$$\begin{bmatrix} [K_{11}(\delta k_j)] & [K_{12}] \\ [K_{12}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}_1 \\ \{u\}_2 \end{Bmatrix}_h = \begin{Bmatrix} \{f\}_1 \\ \{f\}_2 \end{Bmatrix}_h \quad (9)$$

式(9)に示すように、同定する要素はすべて領域1に含まれていることにする。但し、 $[K_{12}]$ 、 $[K_{21}]$ にも同定パラメータの影響をなくさせるため、境界線に隣接する要素を非同定要素とする。

領域2の節点変位を消去することによって、式(10)のような $\{f^*\}$ 、 $[K^*]$ という次元の縮小された形で、領域1の節点変位のみに関する支配型方程式を導くことができる。

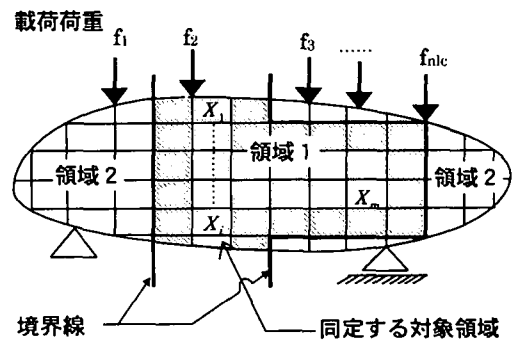


図-3 静的縮小法を用いた離散化局所構造同定モデル

$$\{f^*\}_h = [K^*]_h \{u\}_h \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \{f^*\}_h &= \{f_1\}_h [K_{12} [K_{22}]^{-1} \{f_2\}_h \\ [K^*] &= [K_{11} (\delta k_j)] - [K_{12} [K_{22}]^{-1} [K_{21}] \end{aligned} \quad (11)$$

全体構造同定と同様にして、このときの目的関数は式(12)のように設定できる。

$$\begin{aligned} J_{r,2} &= \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{n_c} \alpha_h \left[\sum_{i=1}^{n_i} \left\{ \left(\sum_{j=1}^{n_j} K_{j,s,j} \cdot (1 - \delta k_j) \cdot u_{h,j} \right. \right. \right. \\ &\quad + \sum_{j=n_c+1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_i} K_{j,s,j} \cdot u_{h,j} + \sum_{j=n_c+1}^{n_e} \sum_{i=1}^{n_i} K_{j,s,j} \cdot u_{h,j} \\ &\quad \left. \left. \left. + \sum_{i=1}^{n_i} \left([K_{12} [K_{22}]^{-1} [K_{21}]]_{i,i} \cdot u_{h,i} \right) - \left(\{f_h^*\} - [K_{12} [K_{22}]^{-1} \{f_h^2\} \right)_i \right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 n_c は最大同定可能な要素数であり、 p_e 、 n_i はそれぞれ境界要素を含む全同定領域要素数および境界節点を含む領域 1 の総自由度である。

3. 構造同定モデルへの相互結合型ニューラルネットワークの適用

3.1 ニューラルネットワークの概要^{15), 16)}

ニューラルネットワークは自己組織化能力による学習能力をもち、種々の問題に対して柔軟な対応が可能である。すなわち、従来組み合わせ数の膨大さから適応が困難であった問題を解くことが可能となったり、また学習能力により過去に解かれた知識を利用して、組織の再編成能力により容易に新たな知識を得ることができる。ニューラルネットワークを構造的に分類すると、情報を順次、次の層のニューロンへ送る階層型ニューラルネットワークと情報を全てのニューロンから送受信する相互結合型ニューラルネットワークに大別され、対象とする問題によって利用するモデルが異なる。階層型ニューラルネットワークは、パターン認識の能力に優れ、主としてデータの分類、定式化の困難な問題の評価や予測等に用いられる。一方、相互結合型ニューラルネットワークは組み合わせ最適化問題等に用いられる。特に最適化問題に対しては、相互結合型の Hopfield 型ニューラルネットワークが有効であると報告されている。

Hopfield (1987) は相互に結合したニューラルネットワークの重み付けした最小二乗推定式を最小化するための組み合わせ最適化問題の解法を提案した。Hopfield 型ニューラルネットワークの構造を模式的に表したものが図-4 である。Hopfield 型ニューラルネットワークのニューロンモデルは、時刻 t でのニューロン i の出力（または状態） X_i は次の連続的な状態方程式（連続時間モデル）で記述される。

$$u_i = \sum_j w_{ij} X_j + I_i \quad (13)$$

$$X_i = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left(\frac{u_i}{T_0} \right) \right\} \quad (14)$$

ここで、 u_i は他のニューロンからの入力との総和であり、 w_{ij} は i 番目のニューロンから j 番目のニューロンへのシナプス荷重 ($w_{ij} = w_{ji}$, $w_{ii} = 0$)、 I_i はニューロン i のしきい値（自己バイアス）と呼ばれる。また、 T_0 は伝達関数の温度定数である。式(13)で、ニューロン i が他のニューロン j からの出力を受け、そのニューロン i が式(14)により他のニューロン j へ出力される。この 2 式の繰返しによりネットワークは状態変化していく。

この手法の特徴としては、基本的な考え方が理解し易く、そのプログラミングも非常に簡単であることが挙げられる。従来のコンピュータのように論理的なプログラムを必要としないことから、定量化が困難な曖昧な情報や不完全な情報を柔軟に処理でき、ニューラルネットワーク自体が適切な解を得ようと自ら遷移する解の操作性をもっていると言える。また、並列コンピュータとの親和性が極めてよいことも挙げられる。

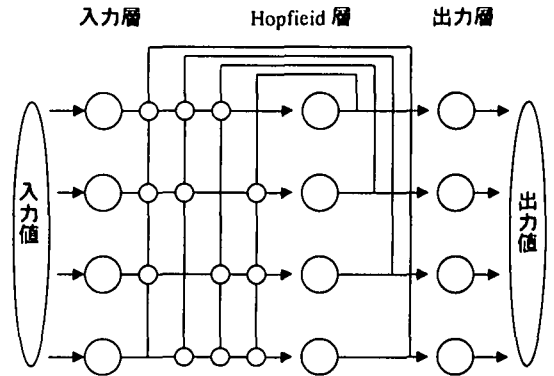


図-4 Hopfield 型ネットワークの模式図

3.2 エネルギー最小化の原理^{15), 16)}

相互結合型（Hopfield 型）ニューラルネットワークの系全体の特性を表す量であるエネルギー関数は式(15)のように表される。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ij} X_i X_j - \sum_i I_i X_i \quad (15)$$

ただし、 X はニューロンの状態ベクトルである。

いま、ニューロンは連続時間モデルであり、シナプス荷重については対称性 ($w_{ij} = w_{ji}$, $w_{ii} = 0$) が成り立っている。このとき、式(13)~(15)より、エネルギーの時間微分は式(16)となる。

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \sum_i \left(\frac{\partial E}{\partial X_i} \right) \left(\frac{dX_i}{dt} \right) \\ &= \sum_i \left(\frac{\partial E}{\partial X_i} \right) \left(\frac{dX_i}{du_i} \right) \left(\frac{du_i}{dt} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

入出力関数(13)式は単調増加関数であることより、

$$dE/dt = -\sum_j \left(\sum_i W_{ij} X_j + I_i \right)^2 dX_i / du_i \leq 0 \quad (17)$$

となり、エネルギーは時間とともに減少することが分かる。すなわち、系のエネルギー E が減少するようにネットワークは自らの状態を遷移させていく。

相互結合型ニューラルネットワークのこのような性質は、「エネルギー最小化の原理」（厳密にはエネルギーの極小化）と呼ばれる。ニューラルネットワークのエネルギー最小化の原理において、最適化問題をニューラルネットワークのエネルギー関数に変換し、その最適解とエネルギーの最小点とが一致するように設定する。つまり、エネルギーを減少させるようにニューラルネットワークが自らの状態を遷移させるプロセスが、最適化のプロセスになる。この原理に基づき、ある規範の最適化を図りたいとき、相互結合型ニューラルネットワークを用いることができる。

3.3 相互結合型ニューラルネットワークを用いた最適化問題の解法

2. で定式化された離散化構造同定の最小値問題を解く求解アルゴリズム（最小化法）として、相互結合型ニューラルネットワークを活用する。しかしながら、式(6)では第1項部分において未知数同士の積となるためニューロンの2乗を設定しなければならず、そのため相互結合型ニューラルネットワークには適用できない。したがって、ここでは問題を簡単にするため、式(5)、(6)における未知数は m 個要素の劣化率 δk_j ($j=1, \dots, m$) のみとし、すべての変位を測定変位として扱うことにする。したがって、式(5)に従い最適化問題を解くことにする。まず、健全率 $1 - \delta k_j$ を式(18)のようにニューロン表現を行なうことにする。

$$1 - \delta k_j = \sum_w A_w X_{jw} \quad (18)$$

一方、式(18)を式(5)、(12)に代入すると、ニューロン W_{jw} が2次元の形になっていることから、エネルギー関数も式(19)に示すように2次元に拡張しておく必要がある。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{jw} \sum_{j'w'} W_{jw j'w'} X_{jw} X_{j'w'} - \sum_{jw} I_{jw} X_{jw} \quad (19)$$

そして、今まで定式化された全体構造同定法と局所構造同定に分けて論じることとする。

(1) 全体構造同定における重みとしきい値

式(18)を式(5)に代入しその式を展開・整理して、式(19)と比較してニューラルネットワークの重み $W_{jw j'w'}$ としきい値 I_{jw} を設定すると、次の式(20a)、(20b)のように導かれる。

$$W_{jw j'w'}^{r1} = -\sum_{h=1}^{nlc} \alpha_h \left[\sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot A_w \cdot u_{h,i} \right) \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j',s,i} \cdot A_{w'} \cdot u_{h,i} \right) \right\} \right] \quad (20a)$$

$$I_{jw}^{r1} = -\sum_{h=1}^{nlc} \alpha_h \left[\sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot A_w \cdot u_{h,i} \right) \left(\sum_{j=m+1}^{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot u_{h,i} - f_{h,s} \right) \right\} \right] \quad (20b)$$

(2) 局所構造同定における重みとしきい値

全体構造同定と同様にニューラルネットワークの概念を導入し、式(12)に式(18)を代入し、式(19)と比較する。こうして式の展開、整理を行うと、重み $W_{jw j'w'}^{r2}$ としきい値 I_{jw}^{r2} は次のように導かれる。

$$W_{jw j'w'}^{r2} = -\sum_{h=1}^{nlc} \alpha_h \left[\sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot A_w \cdot u_{h,i} \right) \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j',s,i} \cdot A_{w'} \cdot u_{h,i} \right) \right\} \right] \quad (21a)$$

$$I_{jw}^{r2} = -\sum_{h=1}^{nlc} \alpha_h \left[\sum_{s=1}^{n_d} \left\{ \left(\sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot A_w \cdot u_{h,i} \right) \left(\sum_{j=m+1}^{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} K_{j,s,i} \cdot u_{h,i} - \sum_{i=1}^{n_d} \left([K_{12} [K_{22}]^{-1} [K_{21}] \right]_{j,s,i} \cdot u_{h,i} - \left(\{f_h^1\} - [K_{12} [K_{22}]^{-1} \{f_h^2\}]_s \right) \right) \right\} \right] \quad (21b)$$

4. 部分構造解析手法による未測定変位の予測

本来なら式(6)において同定するパラメータ数は未測定変位ベクトル $\{u_k\}_{k=1}^{n_{kn}}$ と同定対象要素の劣化率 δk_j であるが、本解析手法においては、すべての変位を入力値として取り扱うことにしている。しかしながら、実際の構造物において荷重応答変位をすべて測定することは非常に困難であることから、ある程度の未測定変位があっても同定できるように、同定解析モデルを拡張する必要がある。

これに対して、未測定変位を直接同定パラメータとして求める方法ではなく、ある種の予測アルゴリズムを考慮し、あらかじめ予測する形をとることで上記の手法をそのまま適用する方法を提案する。ただし、構造物の劣化箇所の変位応答は構造同定に大きく影響することになる。その場合、構造物の劣化箇所は、目視や仮定によりひびわれや損傷のある位置をある程度特定できるものとし、さらに、その周囲の変位応答も測定できるものとする。それ以外の部分に関しては測定できない場合、予測アルゴリズムで変位を予測し、すべての節点変位の情報が便宜的に揃っているものとして扱い、全体構造同定法の式(5)に適用することとした。

4.1 Chelosky 分解を導入した静的縮小法による未測定変位の予測

離散化された構造モデルにおいて、変位測定節点の節点番号の後に変位未測定節点の節点番号が続くようにデータを作成し(図-5)、添字 kn で変位測定節点に関する量、添字 ukn で変位未測定節点に関する量を表すと式(1)は式(22)のように分割される。

$$\begin{Bmatrix} K_{kn kn} & K_{kn ukn} \\ K_{ukn ukn} & K_{ukn kn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{kn} \\ u_{ukn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{kn} \\ f_{ukn} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$K_{kn kn}$, $K_{kn ukn}$, f_{kn} を Cholesky 分解すると、以下の式になる³⁾。

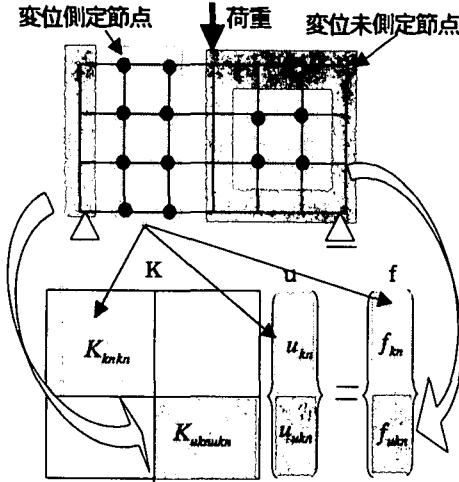


図-5 静的縮小解析手法

$$\begin{aligned} K_{kn kn} &= L_{kn kn} D_{kn kn} L_{kn kn}^T \\ K_{kn ukn} &= L_{kn kn} D_{kn kn} L_{kn ukn}^T U_{kn ukn} \\ f_{kn} &= L_{kn kn} D_{kn kn} L_{kn kn}^T V_{kn} \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、 L は下三角マトリクス、 D は対角マトリクスである。また、 U と V はマトリクスとベクトルであり、詳細は文献 17) を参照されたい。これらを式 (22) の展開式に代入すると、以下のような未測定変位のみに関する次元が縮小された剛性方程式が得られる。式 (24) を用いて未測定変位を予測する。

$$[K^*] \{u_{ukn}\} = \{f^*\} \quad (24)$$

ここで、

$$\begin{aligned} K^* &= K_{ukn ukn} - K_{ukn kn} U_{kn kn} \\ f^* &= f_{ukn} - K_{ukn kn} V_{kn} \end{aligned} \quad (25)$$

4.2 繰返し同定アルゴリズム

図-6 は、測定変位 u_{kn} と未測定変位 u_{ukn} による全体構造同定を適用した構造同定の繰返し同定アルゴリズムである。まず、有限要素離散化モデルにおいて初期剛性を与え、1 回目 ($i=1$) の未測定変位を予測する。その予測変位と測定変位を入力情報として提供し、既存の同定方法をもって同定解析を行う。さらに、1 回目の同定結果に基づき 2 回目の未測定変位を予測し、2 回目の同定結果を求める。この流れにおいて $i+1$ 回目の健全率と i 回目の健全率がある許容誤差範囲になったところで同定終了とする。これは、繰返し過程によって予測変位と同定する要素剛性の

健全率を次第に真の値に収束させるアルゴリズムを示している。

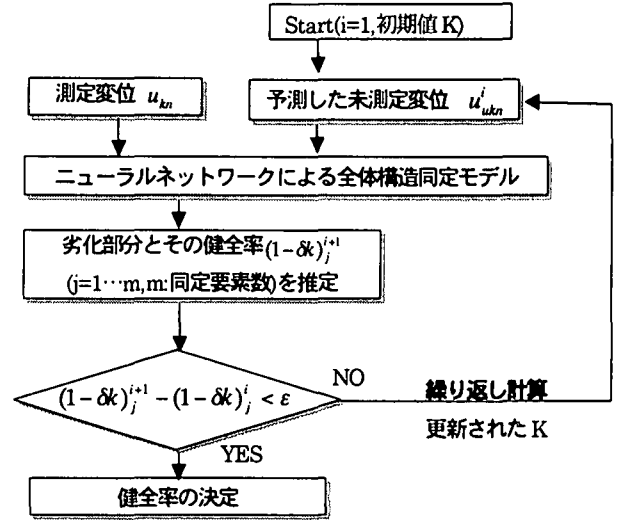


図-6 予測変位を用いた構造同定過程

5. 数値解析および検証

本研究での同定法についての妥当性を検討するために、数値解析を行った。本数値解析では、構造同定アルゴリズムにおいて入力となる測定変位や載荷荷重は、すべて FEM によるシミュレーションより導出されたものとし、構造システムに一定の劣化状態を設定し、理論的に求められた変位応答を利用することとした。まず、全体構造同定と局所構造同定のシミュレーションを実施し、この 2 種類の同定法について同定結果と計算時間についての検証を行う。次に、全体構造同定において予測変位を用いた繰返し同定アルゴリズムを適用した場合のシミュレーションを実施し、その妥当性と実用性を検討する。

本シミュレーションでは、離散化された構造要素の劣化の度合いを表す指標を、健全率 $1 - \delta k_j$ で表す。例えば、構造物のある要素の剛性が全く劣化していないとき、健全率を 1.00 と表し、剛性が 40% 劣化しているようなとき、健全率を 0.60 と表す。また要素ごとの健全率を表すニューロンの数は 100 個、ニューロンの係数 A_w は 0.01 と設定した。すなわち、健全率は 0~100 まで 0.01 刻みで表現される。このことからわかるように、このシミュレーションでは 20 要素のモデルのとき 100^{20} 通りの中から相互結合型ニューラルネットワークにより最適解が選ばれる。なお、ニューラルネットワークにおける伝達関数の初期温度 T_0 は 0.3 と設定した。

なお、本数値解析においては、入力となる測定変位のノイズは考慮しないこととした。

5.1 全体構造同定と局所構造同定

(1) 構造モデル 1 (2 次元 30 要素モデル)

モデル 1 として図-7 に示すような 30 要素に離散化された 2 次元単純梁を同定する。構造モデルとして

健全部の弾性係数は、 $E=2.5 \times 10^5$ (kgf/cm²) で健全率 1.00, 劣化部は、 $E=1.5 \times 10^5$ (kgf/cm²) で、健全率 0.60 とした。

また、荷重条件は梁上部中央に 1 回のみの 100kgf の負荷試験を行うものとする ($nlc=1$)。本数値解析では入力データを実測している訳ではないので、梁構造の各節点の変位応答は FEM 数値解析によって得られた計算値を用いている。従って、測定値としては測定誤差を含まないものとなっている。

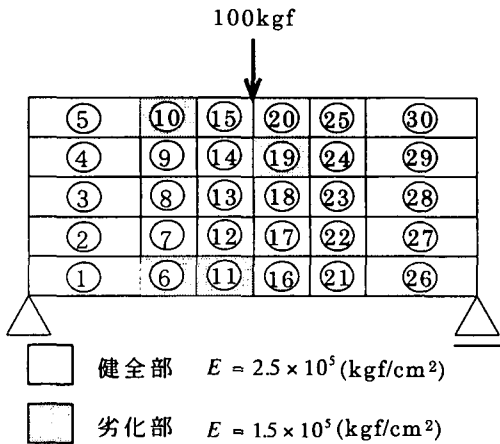


図-7 モデル 1 (2 次元 30 要素モデル)

◆全体構造同定した場合

図-7 のモデルの全ての要素の剛性を未知数として同定した場合のシミュレーション結果 ($m=30$) の劣化要素番号 6, 10, 11, 19 について図-8 に示す。劣化要素番号 6, 11 については同定結果が 0.61 をとり誤差は 0.01 である。そして、劣化要素 10, 19 およびその他の要素については、設定値 1.0 に対して、同定結果も全く同じ値であった。

◆静的縮小法を用いて局所構造同定した場合

要素番号 1~25 の 25 要素領域のみを同定対象領域 (部分領域 1) として静的縮小法を用いて局所構造同定した場合も、全体構造同定した場合と同様の結果となった。つまり、要素番号 6, 11 については同定結果が 0.61 をとり、その他の要素については、設定値 1.0 に対して、同定結果も全く同じ値であった。また計算時間については、全体構造同定の場合の 1/4 ~ 1/5 までに短縮された。

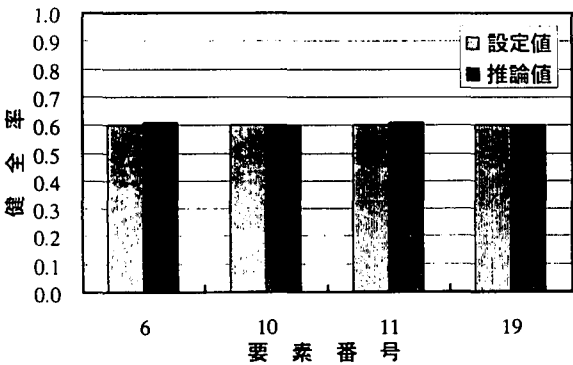


図-8 モデル 1 の設定値と同定結果

(2) 構造モデル 2 (2 次元 50 要素モデル)

構造モデル 2 では、図-9 に示すような 50 要素に離散化された 2 次元橋梁モデルを同定した。負荷値、測定値としての節点変位応答値および健全部と劣化部の設定値はモデル 1 の場合と同じである。

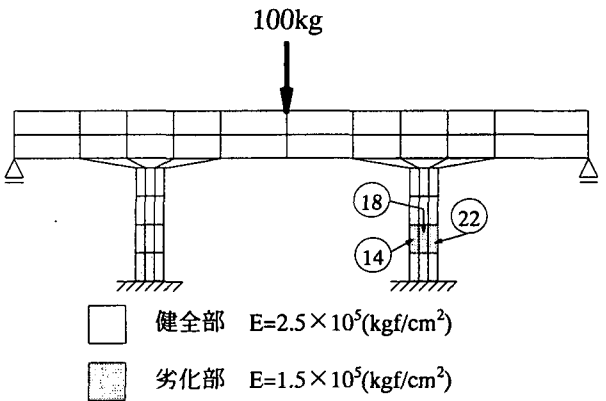


図 9 モデル 2 (2 次元 50 要素モデル)

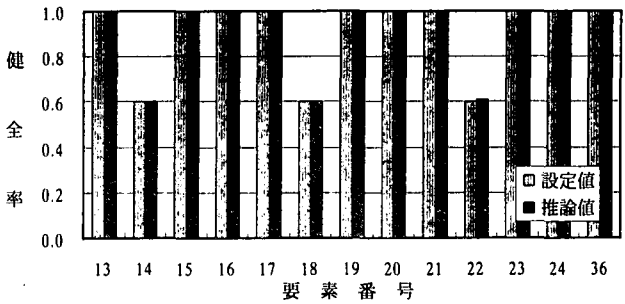


図-10 全体構造同定法による解析結果

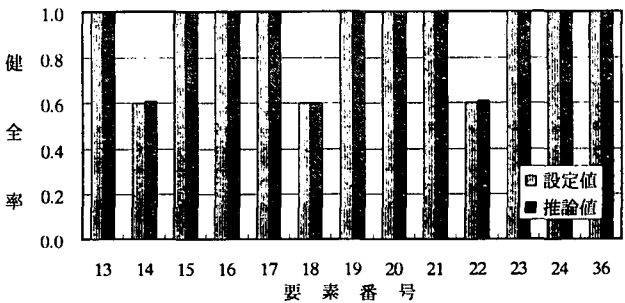


図-11 静的縮小法を用いた局所構造同定解析結果

◆全体構造同定した場合

このモデル 2 の全要素を同定対象とする場合のシミュレーション結果の要素番号 13~24, 36 について図-10 に示す。要素番号 14, 18, 22 は劣化部である。この場合 22 番の要素だけが設定値の 0.6 と比べて 0.01 の誤差がある。他の要素および図中に示していない要素は、すべて設定値と一致した。

◆静的縮小法を用いて局所構造同定した場合

要素番号 13~24, 35~44, 48~50 の合計 25 要素を静的縮小法を用いて局所的に同定した場合、図-11 に示すように要素番号 14, 22 のニューラルネットワーク

ークによる同定結果は 0.61 であり、設定値と比べて 0.01 の誤差がある。また 36 番の要素の同定結果は 0.99 であり、この要素についても誤差が 0.01 ある。18 番などの要素と図-8 に示していない要素については、設定値と一致した。なお、シミュレーション時間は全要素同定したときの約 1/8 であった。

(3) 考察

これらのシミュレーションによって実構造物を想定した構造モデルの数値解析を行った結果、静的な情報による構造同定手法の妥当性が確認できたといえる。その中でも、静的縮小法を用いた局所構造同定では、かなり高い精度を有し、また全体構造同定に比べ計算時間が大幅に短縮できるということが確認できた。

5.2 予測変位アルゴリズムと繰返しアルゴリズムを用いたシミュレーション

(1) 構造モデル 3 (2 次元 30 要素モデル)

モデル 3 として 30 要素に離散化された 2 次元単純梁を同定する (図-12)。設定した値としては、健全部の弾性係数は $E=2.5 \times 10^5$ (kgf/cm²)、健全率 1.00 であり、劣化部は $E=1.5 \times 10^5$ (kgf/cm²)、健全率 0.60 である。

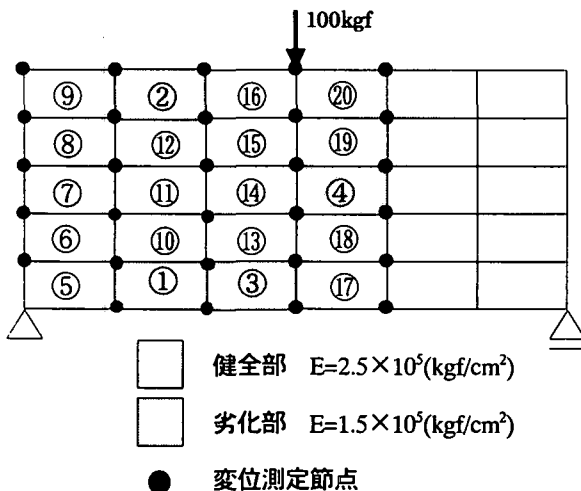


図-12 モデル 3 の同定条件

また、5.1 のシミュレーションと同様に、荷重条件は梁上部中央に 1 回のみの 100kgf の負荷試験を行うものとした。梁構造の各節点の変位応答については、測定変位 (●印) に関しては FEM 数値解析によって得られた値を用いており、未測定変位に関しては、要素剛性をすべて健全な状態 (初期値) から予測した値を同定用の測定値として提供し、繰返し同定において、未測定変位を予測するために使われている。劣化要素①～④についてのみ同定した結果を図-13 に示す。このとき、1 回の繰返しを行なうことにより、設定値と同定結果の差は最大 0.02 となり、精度の高い同定結果が得られたことが分かる。さらに、式(7)において $\hat{n}_d=58$, $n_p=27$, $n_{lc}=1$, $IC=2.148$

>1 であり、同定可能範囲である。このモデルでの同定限界は要素番号①～⑯までの 19 個であった。限界である 19 個を同定した場合 $\hat{n}_d=58$, $n_p=42$, $n_{lc}=1$, $IC=1.381 > 1$ であり、設定値と同定結果の差は劣化部で 0.04、健全部で 0.06 であった。

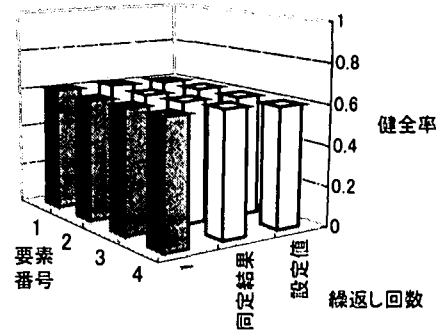


図-13 モデル 3 の同定結果

(2) モデル 4 (2 次元 30 要素)

モデル 4 は、モデル 3 (図-12) における変位側定節点の右端列 6 節点分を減らしたものである (図-14)。負荷値、測定値としての節点変位応答値、未測定変位としての予測値、および健全部と劣化部の設定値はモデル 1 の場合と同じである。劣化要素①～④のみを同定した場合、 $\hat{n}_d=46$, 39, $n_{lc}=1$, $IC=1.179 > 1$ となり同定可能範囲である。設定値と同定結果の差は最大で 0.02 となった。このモデルでの同定限界は要素番号①～⑪までの 11 個で $\hat{n}_d=46$, $n_p=46$, 1.1.000=1 となり同定可能範囲である。設定値と同定結果の差は劣化部で最大 0.2、健全部ではすべて一致した。

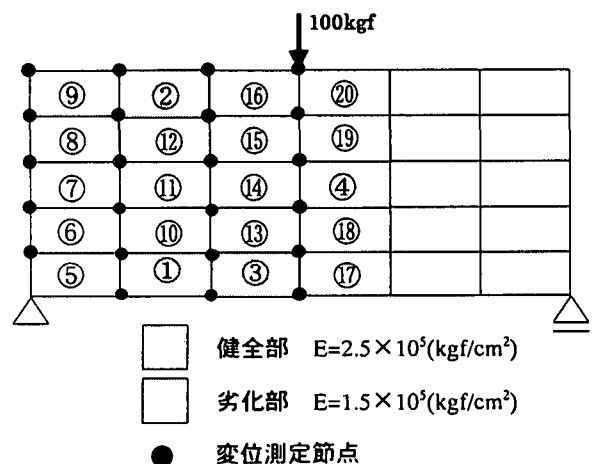


図-14 モデル 4 の同定条件

(3) モデル 5 (2 次元 30 要素)

モデル 5 では、図-15 に示すように変位測定節点をほぼ劣化部の周囲に設定し、シミュレーションを行った。負荷値、測定値としての節点変位応答値、未

測定変位としての予測値，および健全部と劣化部の設定値はモデル 1 の場合と同じである．劣化部の①②を同定した場合， $\hat{n}_d=24$ ， $n_p=59$ ， $n_{lc}=1$ ， $IC=0.407<1$ で同定可能範囲を超えているにもかかわらず，設定値と同定結果の差は最大 0.03 という精度の高い結果が得られた．このモデルでは要素番号①～⑤までの 5 個まで同定できることを確認している．この 5 個を同定したとき同様に $\hat{n}_d=24$ ， $n_p=62$ ， $n_{lc}=1$ ， $IC=0.387<1$ で同定可能範囲を超えているが，設定値と同定結果の差は最大 0.07 であった．

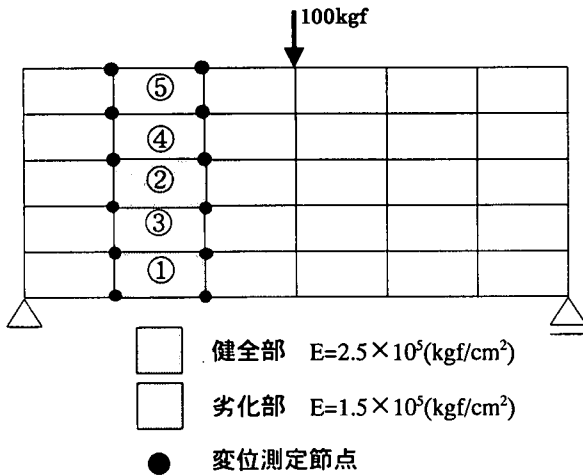


図-15 モデル 5 の同定条件

(4) モデル 6 (2 次元 30 要素)

モデル 6 では，図-16 に示すように変位測定節点を劣化部の周囲のみに限定した極端な場合を設定し，シミュレーションを行った．負荷値，測定値としての節点変位応答値，未測定変位としての予測値，および健全部と劣化部の設定値はモデル 1 の場合と同じである．同定要素を劣化部の①②にした場合，設定値と同定結果の差は，最大 0.03 という精度の高い結果が得られた (図-17)． $\hat{n}_d=16$ ， $n_p=67$ ， $n_{lc}=1$ ， $IC=0.239<1$ となり，同定可能範囲を超えているにもかかわらず精度よく同定できた．これは，ニューラルネットワークの解の適応性によるものと考えられる．このモデルでの同定限界は要素番号①～③は 3 個である．3 個を同定したとき， $\hat{n}_d=16$ ， $n_p=68$ ， $n_{lc}=1$ ， $IC=0.235<1$ である．しかし，測定変位の増加に伴い，同定可能要素数も増えていくことが確認されている．

(5) 考察

このシミュレーションでは，限られた測定変位による既存構造物の剛性劣化度構造同定法を，静的縮小法の導入による未測定節点変位の予測アルゴリズムを提案することによって構築することに成功した．解析の結果，開発した剛性劣化度構造同定法を目視検査を合わせて劣化部分の周囲の変位を測定すれば，構造物の剛性に関する健全率を精度良く推定で

きることが明らかになっている．

また，解析の結果，同定可能範囲を超えても同定できる可能性が見出され，相互結合型ニューラルネットワーク解法の適応性が確認されたといえる．

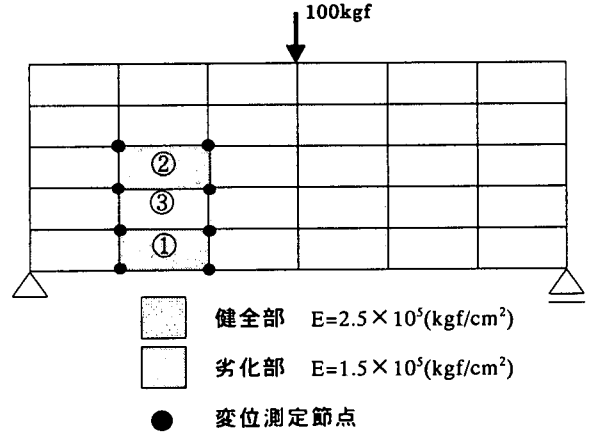


図-16 モデル 6 の同定条件

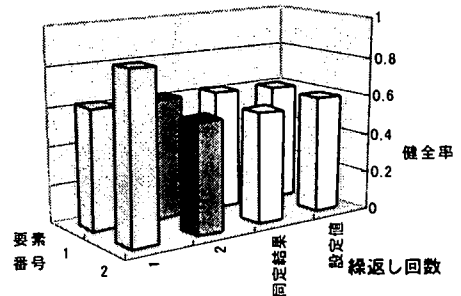


図-17 モデル 6 の同定結果

6. おわりに

本研究では，既存構造物の健全性診断支援システムとして，構造物の劣化位置とその健全度の指標として要素剛性値，あるいは要素構成材料の弾性係数に着目した静的な構造応答情報による逆解析手法を，有限要素離散化過程および相互結合型ニューラルネットワーク求解法を通して構築した．大型構造物を想定した構造モデルの数値解析を行った結果，静的な構造同定法（全体構造同定，局所構造同定，予測変位を用いた構造同定）の妥当性が確認できた．また，相互結合型ニューラルネットワークの導入により，逆解析問題の求解能力がかなり改善されていることが実施できた．しかしながら，変位応答の測定誤差を考慮していないことや，ノイズフリーの FEM 計算値を用いていることなどから，提案した同定モデルに関する検討において，実際の問題とかなりのギャップが存在している．また，構造物の複雑さ，材料・構造システムの不確実性，観測データの制限等のさまざまな問題が生じると考えられる．そのため，これらの欠点を解決すべく，今後，実構造物に関する適用を行うとともに，より現実的な同定計算手法を構築していく予定である．

参考文献

- 1) Sheena, Z., Unger, A., and Zalmanovich, A. : Theoretical stiffness matrix correction by using static test results, *Israel Journal of Technology*, vol.20, pp.245-253,1982
- 2) Sanayei, M., Scampoli, S. F. : Structural element stiffness identification from static test data, *J. Engrg. Mech., ASCE*, 117(5), pp.1021-1036, 1991
- 3) Sanayei, M., Onipede, O. : Damage assessment of structural using static test data, *AIAA J.*, 29(7), pp.1174-1179, 1991
- 4) Sanayei, M., Nelson, R. B. : Identification of structural element stiffness from incomplete static test data, *SAE Tech. Paper Se. No861793*, 7.1237-7.1248, 1986
- 5) Hajela, P., Soerio, F. J. : Recent developments in damage detection based on system identification methods, *Struct. Optim.*, 2, pp.1-10, 1989
- 6) Hajela, p. Seorio, F. J. : Structural damage detection based on static and model analysis, *AIAA J.*, 28(6), pp.1110-1115, 1990
- 7) Hjelmstad, K. D., Wood, S. L., Clark, S. J. : Mutual residual energy method for parameter estimation in structures, *J. Struct. Engrg., ASCE*, 118(1), pp.223-242, 1992
- 8) Hjelmstad, K. D., Shin, S. : Damage detection and assessment of structures from static response, *Journal of engineering mechanics*, vol.123, pp.568-576, No.6, 1997.6
- 9) Banan, M. R., Banan, M. R., Hjelmstad, K. D. : Parameter estimation of structures from static response. I . Computational aspects, *Journal of structural engineering*, vol.120, pp.3243-3258, No.11, 1994.11
- 10) Banan, M. R., Banan, M. R., Hjelmstad, K. D. : Parameter estimation of structures from static response. II . Numerical simulation studies, *Journal of structural engineering*, vol.120, pp.3359-3283, No.11, 1994.11
- 11) Liu, Pei-Ling., Chian, Chung-Chi. : Parametric Identification of truss structures using static strains, *Journal of structural engineering*, Vol.123, pp.927-933, No.7, 1997.7
- 12) Wu, Z. S., Iwamatsu, S. and Harada, T. : Computational modeling on parameter estimation of large scale structures from static responses, *Proceedings of The Third Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics*, Vol.2, pp.1105-1110, 1996
- 13) 吳 智深, 佐々木雄一, 原田隆郎, 岩松幸雄:相互結合型ニューラルネットワークによる離散化構造同定法の開発, *計算工学講演会論文集*, Vol.2, pp.781-784, 1997.5
- 14) 市来佐都子, 吳 智深:剛性劣化の離散化構造同定法に関する未測定変位の予測アルゴリズム, *計算工学講演会論文集*, Vol.3, pp.531-534, 1998.7
- 15) 構造工学委員会 AL(人工生命)技術の構造システム最適化への応用に関する研究小委員会:新しい構造システム最適化手法ー人工生命技術の応用ー, *土木学会論文集*, No.543/I-36, pp.1-18, 1996.7
- 16) 矢川元基:計算力学とCAE シリーズ 12 ニューラルネットワーク, 培風館, 1992.5
- 17) Adeli,H. and Kamal,O. : Concurrent Analysis of Large Structure- I.Algorithms,II.Applications,Computers and Structures,Val.42, No.3, pp.413-424, 425-432, 1992

(2000 年 4 月 21 日 受付)