

圧縮荷重下におけるモードⅡ型き裂進展に関する破壊力学的考察

Mode II Crack Extension Behavior under Compressive Loads

鱸 洋一*・矢富盟祥**

Yoichi SUZUKI and Chikayoshi YATOMI

*正会員 博士(工学) 金沢大学助手 工学部土木建設工学科(〒920-8667 金沢市小立野二丁目 40-20)

**正会員 Ph.D. 金沢大学教授 工学部土木建設工学科(同上)

In this paper, we examine the existence of conditions that the mode II crack extensions occur under compressive loads. It is important to elucidate the fracture criteria under compressive loads such as the explanation of the existence and the creation of long faults, landslide in slope ground and so on. We find, by using the maximum energy release rate criterion, that the mode II crack extensions occur by the shear stress with the necessary parallel compressive stresses for a crack surface. We also find that the mode II crack extensions do not occur by the well-known maximum stress criterion.

Key Words : mode II crack extension, maximum energy release rate criterion, maximum stress criterion

1. まえがき

土木工学の分野においても構造物の最終的な耐荷力の決定には、き裂進展メカニズムの把握が重要である。そのき裂進展メカニズムについては鉄、セラミックといった比較的均質性の高い材料に対する加工、設計に破壊力学的手法を用いる事によりかなりの成果をおさめている。それに対し、土木工学の分野で用いるコンクリート、岩盤、地盤などの材料においては(工学的スケールでは)不均質性が強く、破壊力学の適用を大きく遅らせている。

しかし、土木工学の分野においては、鋼、コンクリート構造物の破壊はもとより、地すべり、地震の活断層といった自然を相手にした破壊現象の把握という意味においても、今後ますます破壊力学の土木工学への応用は重要であると考えられる。

破壊力学は、き裂が“いつ”、“どの方向に”進展するかという破壊規準を解明することを目的とした、力学分野においては比較的新しい学問であるが、コンピュータの進歩により計算力学、非線形破壊力学として近年急速に進歩している。

コンピュータの進歩により破壊メカニズムの解明という意味で様々な問題(特に地球規模での大規模な問題やミクロなメカニズムまで含めた問題など)が解くことが可能となっているが、未だ圧縮荷重下の破壊規準、3次元の破壊規準という難問が山積している。

コンクリート、岩盤、地盤材料における一軸圧縮荷重下の(ないし多軸圧縮荷重下においても)破壊面は図-1のようにモードⅡ型で、供試体側面から見ると、ほとんどの場合、直線的ないし曲線的になめらかにモ

ードⅡ型で進展している。一方、モルタルやアクリルライト板などの材料にあらかじめ斜め初期き裂を挿入しておくと、図-2のように、き裂面は最大引張り方向に折れ曲がって、圧縮荷重が負荷されている方向になめらかに進展するウィングクラック型進展をする。したがって圧縮荷重下で、どのような条件のもとで上記のようなモードⅡ型のまま、き裂が進展するかを定量的に把握するのは非常に興味ある、かつ、重要な問題となる。

地震の断層生成メカニズム解明を意図して Melin は、どのような時、モードⅡ型のき裂進展するのか?と題した論文¹⁾(1986)を報告しており、その中でき裂面に対して等方圧縮応力とせん断応力の比によりモードⅡ型進展が起こる条件を議論している。また、Scholz らは長い直線的な断層(き裂)の生成メカニズムに対して実験的な論文を報告²⁾(1988)しており、せん断応力下では一般的に、き裂は折れ曲がり進展することより、長いせん断的な不連続面の存在は矛盾であり、単一き裂では説明できず、複数のき裂が連結する干渉により説明できるとしている。

筆者らは既報³⁾において、無限板内に存在する直線的初期き裂に多軸圧縮荷重が載荷されるという簡単な問題設定をし、理論解析および数値解析を行う事より、ある条件の混合モードⅡ下において元のき裂と同方向にモードⅡ型のみで、き裂が進展する可能性を示唆する結果を得た。

本論文においてはモードⅡ型き裂進展に着目し、さらに解析を進め、それらモードⅡ型き裂進展は圧縮荷重下でなければ起こらないと考えられること、また、どのような条件であれば起こるかということ、その際

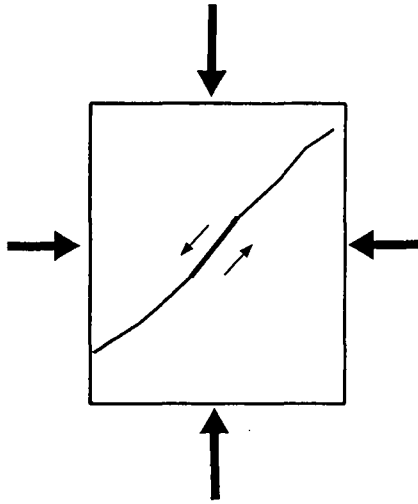


図-1 モードII型進展

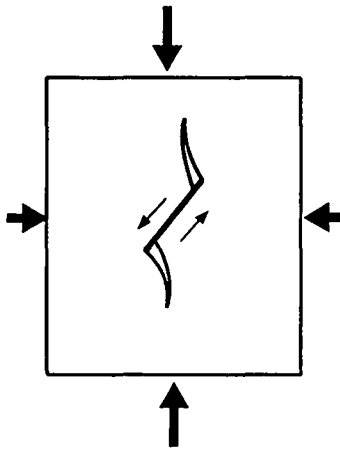


図-2 ウィングクラック型進展

に破壊規準として従来から有効であると考えられている最大周応力破壊規準と最大エネルギー解放率破壊規準との関係などの新たに分かった知見について報告する。

2. 圧縮荷重下におけるき裂先端近傍の応力

図-3に示すような2次元での平面ひずみ圧縮荷重下にある無限板内に存在するき裂を考える。圧縮荷重下にあるき裂は図-3のように無限から与えられる応力と、き裂面上での反力および摩擦力による応力の重ね合わせである。

その時の Westergaard の応力関数は次式のように示される⁴⁾。

$$\begin{Bmatrix} Z_I \\ Z_{II} \end{Bmatrix} = \frac{z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \begin{Bmatrix} \sigma_y^\infty - \sigma_0 \\ \tau_{xy}^\infty - \tau_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \sigma_0 \\ \tau_0 \end{Bmatrix} + i \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{\sigma_x^\infty - \sigma_y^\infty}{2} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで a はき裂の半分の長さ($=\ell/2$)であり、 σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ (<0) はそれぞれ無限遠での、き裂面に

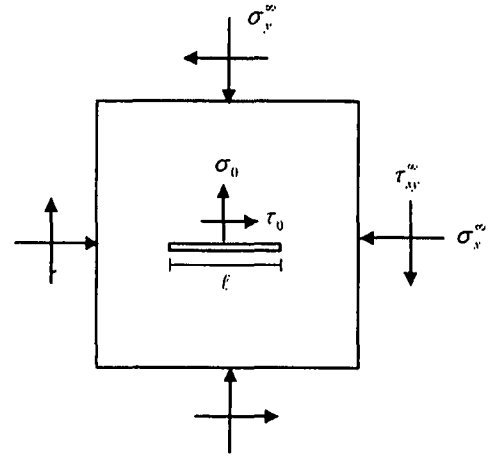


図-3 圧縮荷重下にある2次元無限板内のき裂
(なお矢印の向きはすべて負の向きである)

平行, 垂直, せん断方向の圧縮応力である。また, σ_0 , τ_0 はき裂面上の反力, 摩擦力である。よって,

$$\begin{cases} \sigma_0 = \sigma_y^\infty & \text{if } \sigma_y^\infty < 0 \\ \sigma_0 = 0 & \text{if } \sigma_y^\infty \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \tau_0 = \pm \mu |\sigma_y^\infty| & \text{if } |\tau_{xy}^\infty| \geq \mu |\sigma_y^\infty| \\ \tau_0 = \tau_{xy}^\infty & \text{if } |\tau_{xy}^\infty| < \mu |\sigma_y^\infty| \end{cases} \quad (3)$$

と表せる。

一方, 物体内の応力は Westergaard の応力関数を用いて

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re } Z_I - y \text{Im } Z'_I \\ \text{Re } Z_I + y \text{Im } Z'_I \\ -y \text{Re } Z'_I \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2 \text{Im } Z_{II} + y \text{Re } Z'_{II} \\ -y \text{Re } Z'_{II} \\ \text{Re } Z_{II} - y \text{Im } Z'_{II} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

によって表わされる。よって図-4のような座標を用いることによって応力は以下のように表せる。

$$\sigma_x = \frac{r_0}{\sqrt{r_1 r_2}} (\tau_{xy}^\infty + \mu |\sigma_y^\infty|) \left[2 \sin \left(\theta_0 - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) - \frac{a^2}{r_1 r_2} \sin \theta_0 \cos \left\{ \frac{3}{2} (\theta_1 + \theta_2) \right\} \right] + \sigma_x^\infty \quad (5a)$$

$$\sigma_y = \frac{r_0}{\sqrt{r_1 r_2}} (\tau_{xy}^\infty + \mu |\sigma_y^\infty|) \frac{a^2}{r_1 r_2} \sin \theta \times \cos \left\{ \frac{3}{2} (\theta_1 + \theta_2) \right\} + \sigma_y^\infty \quad (5b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{r_0}{\sqrt{r_1 r_2}} (\tau_{xy}^\infty + \mu |\sigma_y^\infty|) \left[\cos \left(\theta_0 - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) - \frac{a^2}{r_1 r_2} \sin \theta_0 \sin \left\{ \frac{3}{2} (\theta_1 + \theta_2) \right\} \right] - \mu |\sigma_y^\infty| \quad (5c)$$

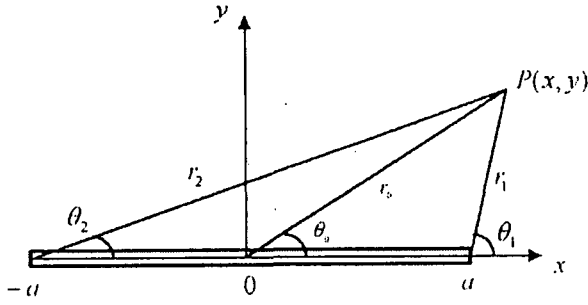


図-4 き裂周辺での極座標系

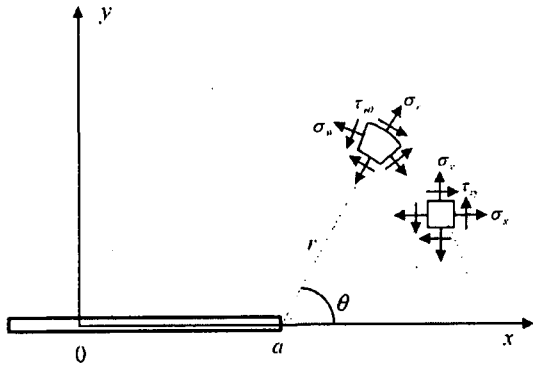


図-5 き裂先端近傍の極座標による応力

き裂右先端近傍の応力分布はき裂長さ a に対して r の $-1/2$ のオーダーの特異性を持つ項から始まる級数により展開でき、

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{n=-1}^{\infty} A_n (\sqrt{r/a})^n f_{ij,n}(\theta) \quad (6)$$

と表わすことができる。

この応力を図-5 で表すような極座標系における応力に変換し、 r の $-1/2$ のオーダーをもつ第1項（特異項）は

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{4} \cos(\theta/2) - \frac{1}{4} \cos(3\theta/2) \\ \frac{1}{4} \cos(\theta/2) + \frac{1}{4} \cos(3\theta/2) \\ \frac{1}{4} \sin(\theta/2) + \frac{1}{4} \sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\frac{5}{4} \sin(\theta/2) + \frac{1}{4} \sin(3\theta/2) \\ -\frac{3}{4} \sin(\theta/2) - \frac{1}{4} \sin(3\theta/2) \\ \frac{1}{4} \cos(\theta/2) + \frac{1}{4} \cos(3\theta/2) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

となり、第2項（定数項）は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x^\infty \cos^2 \theta + \sigma_y^\infty \sin^2 \theta + 2\tau_{xy}^\infty \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_x^\infty \sin^2 \theta + \sigma_y^\infty \cos^2 \theta - 2\tau_{xy}^\infty \sin \theta \cos \theta \\ (\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy}^\infty (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

と表せる。なお式(7)中の K_I 、 K_{II} は引張り荷重下

では

$$K_I = \sigma_y^\infty \sqrt{\pi a}, \quad K_{II} = \tau_{xy}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (9)$$

であり、圧縮荷重下では

$$K_I = 0, \quad K_{II} = (\tau_{xy}^\infty + \mu |\sigma_y^\infty|) \sqrt{\pi a} \quad (10)$$

である。

上式より、き裂先端近傍の応力は式(7)で近似されるが、 σ_θ などの大きさは K_I 、 K_{II} に無関係な σ_x^∞ の影響が大きくなり、式(8)の項（Tstress と呼ばれている）が無視できなくなる。以後、式(7)と式(8)の和でもって σ_r 、 σ_θ 、 $\tau_{r\theta}$ を近似して議論する。

3. 圧縮荷重下でのき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の有限要素解析

前章で考えた、2次元で圧縮荷重を受ける無限板内に存在する、き裂右先端でのエネルギー解放率を求める。圧縮荷重下での進展き裂のエネルギー解放率の解析には、前報で筆者らが提案しているき裂面上での接触条件を考慮できる有限要素法とE積分を用いた解析手法を用いる。この方法を用いると、圧縮荷重下でのエネルギー解放率が理論解と比較することにより非常に精度良く求まることが立証されている³⁾。また次式で表される、き裂面上での摩擦力を考慮した補ひずみ型E積分公式は、経路独立に精度良くエネルギー解放率が求まらだけでなく、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率も求めることができる。

$$E(\ell) = \frac{\partial}{\partial \ell} \left[\int_{\Gamma \cap C^+} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \mathbf{u} \right) ds \right] - \int_{\Gamma \cap C^+} \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (11)$$

ここで ℓ はき裂長さ、 Γ はき裂先端を含む閉領域の境界、 C^+ は閉領域内のき裂上下面である。また $\mathbf{s}$ および $\mathbf{u}$ はそれぞれ、境界 Γ およびき裂上下面 C^+ 上での表面力ベクトルと変位ベクトルである。この式を数値解析して計算する場合、図-6 に示すような、き裂長さ ℓ の基本モデルと、き裂が微小長さ $\Delta \ell$ 伸びたき裂進展モデルの2つのモデルの解析を行い、き裂長さによる偏微分項は2点差分近似することにより求める。また経路積分は表面力と変位をそれぞれ離散化した等価節点表面力 $\mathbf{s}_i$ と節点変位 $\mathbf{u}_i$ を用い、積分経路上の全節点で和をとることにより求めた。すなわち、式(11)の数値解公式は次式のようにになる。

$$E = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta \ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell + \Delta \ell) - \mathbf{s}_i(\ell) \cdot \mathbf{u}_i(\ell)}{2\Delta \ell} - \frac{\mathbf{s}_i(\ell + \Delta \ell) - \mathbf{s}_i(\ell)}{\Delta \ell} \cdot \mathbf{u}_i(\ell) \right\} \quad (12)$$

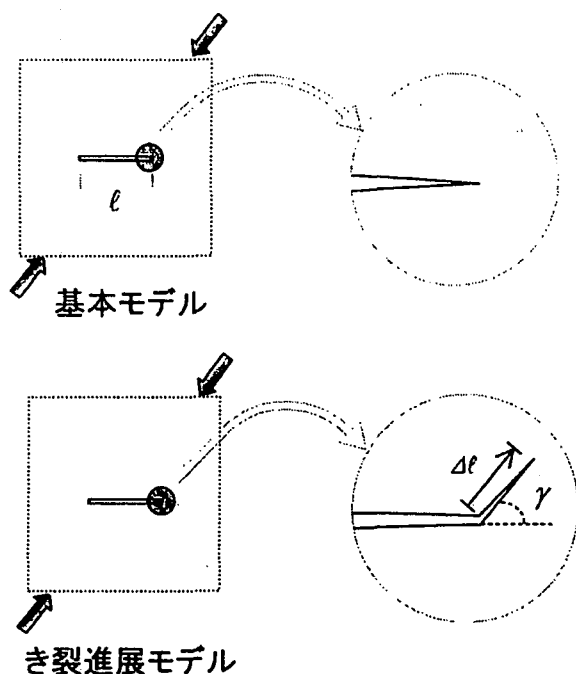


図-6 基本モデルと、き裂進展モデル

ここで n は積分経路上の節点数であり、 (l) および $(l + \Delta l)$ はそれぞれ基本モデル、き裂進展モデルの物理量であることを示している。

有限要素解析に用いたモデルを図-7に示す。用いた要素は8節点四辺形アイソパラメトリック要素と6節点三角形アイソパラメトリック要素であり、き裂先端にはモードⅠ型の特異性だけでなく、モードⅡ型、すなわちせん断変形時にも精度良く特異性を表現できる特異要素^{5) 6)}を用いた。基本モデルの節点数は920であり、き裂進展モデルは基本モデルのき裂先端近傍での節点を解除することによりモデル化しているため、節点数は2つ増え922となる。要素数は基本モデル、き裂進展モデルともに332である。き裂はモデル中央に存在し、き裂長さ l は4.0cmに対して、縦80.0cm、横80.0cmで無限板を近似している。ヤング率 E は68.6GPa、ポアソン比 ν は0.3とした。き裂進展長さ Δl と、き裂長さ l の比 $\Delta l/l$ は、理論解のある問題で幾つか試行解析し、0.0078とした。き裂先端近傍においてき裂折れ曲がり進展角度 γ (図-6参照) が19種類変化できるように要素分割している。なお、き裂折れ曲がり角度 γ は、元のき裂と同方向を0度とし、反時計回りの方向を正としている。積分経路については図-8に示したように、進展き裂先端を囲むように計3とおり設定した。き裂右進展側先端を囲む経路(図中一点鎖線)を経路1、き裂両先端を囲む経路2、3(それぞれ図中点鎖線、二点鎖線)とした。すべての

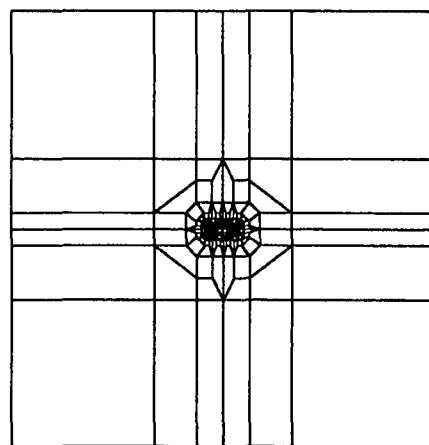


図-7 有限要素メッシュ図

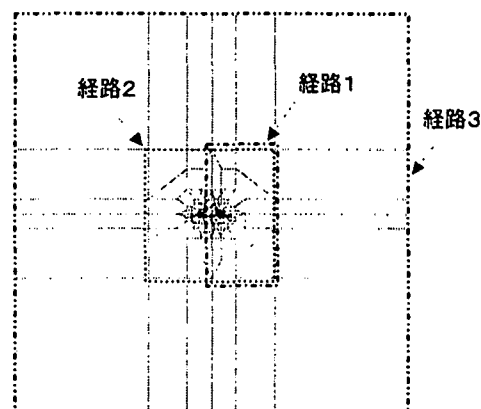


図-8 積分経路図

解析においてこれらの経路における経路独立性を調べたところ、非常に精度良く経路独立性が成り立っていたので、以後のエネルギー解放率の解析結果は、すべて物体境界における経路3の結果を表している。

4. 最大周応力破壊規準と最大エネルギー解放率破壊規準

断層の生成メカニズム解明への破壊力学の応用や、コンクリートのせん断破壊メカニズムの解明などの問題に対して破壊力学的手法を用いる際にモードⅡ型き裂進展という言葉がしばしば用いられている。それらの中には応力状態がモードⅡのみの場合であるき裂進展開始の限界値という意味合いから、進展開始後は元のき裂と同方向に進む場合と折れ曲がって進む場合のいずれの場合もモードⅡ型き裂進展という言葉で混在して用いられている。本論文では混乱を避けるためモードⅡ型き裂進展という言葉は進展開始後に元のき裂と同方向に進む場合に限定することに注意したい。

き裂が進展開始後にどの方向に進展するかを識

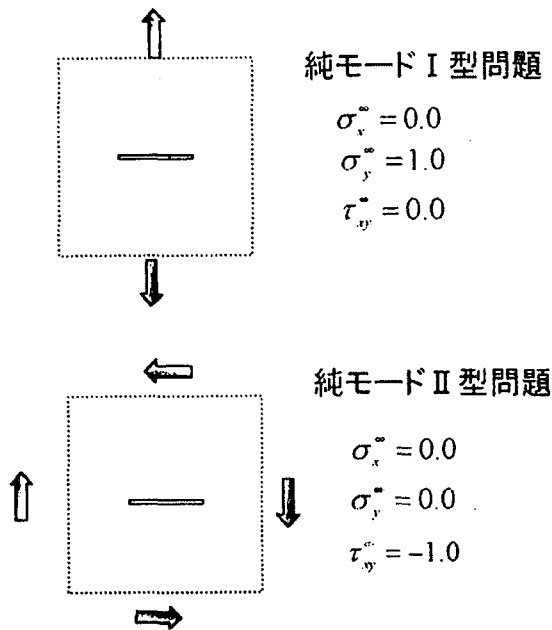


図-9 純モード I 型と純モード II 型問題

論するための破壊規準として代表的なものに

1. 最大周応力破壊規準
(Maximum Stress Criterion)
2. 最小ひずみエネルギー密度破壊規準
(Minimum Strain Energy Density Criterion)
3. 局所対称破壊規準
(Criterion of Local Symmetry) [$k_{II} = 0$ 説]
4. 最大エネルギー解放率破壊規準
(Maximum Energy Release Rate Criterion)

などが挙げられる。

これらの内どれが有用であるかは現在でも議論されており、どれが最も有効かはその考えられた物質によって異なるものであろうが、き裂進展前の状態で簡単に求まることもあり、1の最大周応力破壊規準が汎用されている。この規準は、式(7)、(8)で表される周方向応力が引張り側で最大になる方向に、き裂は進展開始すると考える。直感的に理解しやすい破壊規準であり、一般に材料は引張りに弱いため実験などにおいても良くき裂進展方向を表しているとされる規準ではあるが、き裂先端では理論上応力が無限大となるため、周応力を測る点の距離に依存してしまう欠点がある。4の最大エネルギー解放率破壊規準は、Griffith⁷⁾のエネルギー解放率の概念に始まり、エネルギー解放率が最大となる方向にき裂は進展開始するという有用な規準として、Wu⁸⁾や Hayashi⁹⁾らによって精力的な研究が行われた。

本研究の方法によっても同様な議論が行えるか簡単な境界値問題によって検証する。検証は図-9

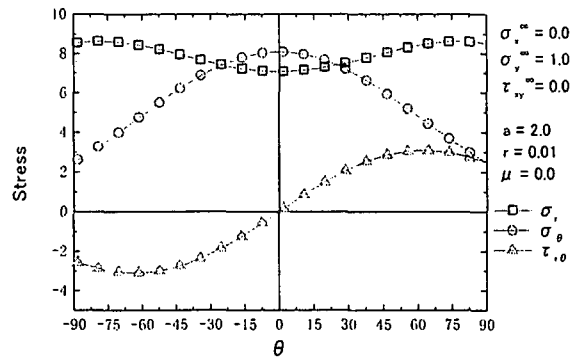


図-10 純モード I 型応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布

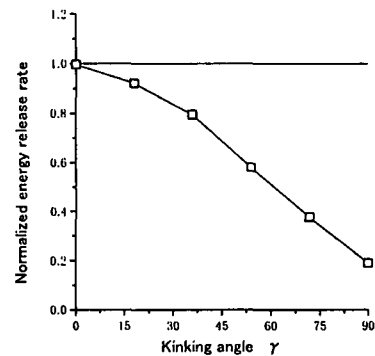


図-11 純モード I 型応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係

に示すような純粋なモード I のみの応力状態と純粋なモード II のみの応力状態の境界値問題で行う。なお最大周応力破壊規準を検討する際の計算に使用する、き裂先端からの距離 r は、ことわらない限り 0.01cm を用いる。

図-10 は、式(7)、(8)を用いた純モード I 型の引張り応力状態下における、き裂先端近傍での応力である。横軸はき裂先端近傍における角度 θ (図-5 参照) であり、元のき裂と同方向をゼロとして反時計回りの方向に正として示してある。縦軸は極座標表示による応力であり、図中それぞれ、 $\square$ は σ_r 、 $\circ$ は σ_θ 、 $\triangle$ は $\tau_{r\theta}$ である。図中、周応力 σ_θ を見ると $\theta = 0$ 方向、すなわち元のき裂と同方向が引張り最大であり、最大周応力規準に従うならば、元のき裂と同方向に進展開始するという自明的な結果が得られる。

図-11 は純モード I 型の応力状態下での、き裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を、E 積分を用いた有限要素解析により求めた結果である。横軸はき裂折れ曲がり角度 γ (図-6 参照)、縦軸は無次元化したエネルギー解放率である。エネルギー解放率の無次元化は元のき裂と同方向に進む場合のエネルギー解放率の理論解、すなわち引張り荷重下においては

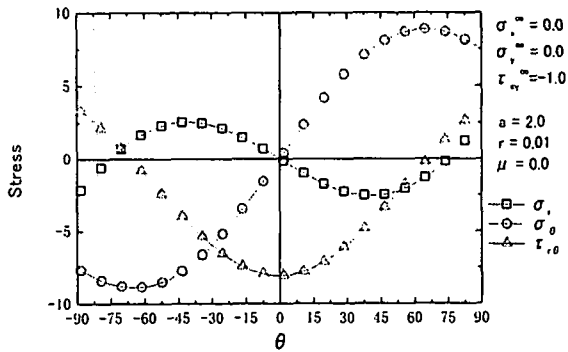


図-12 純モードⅡ型応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布

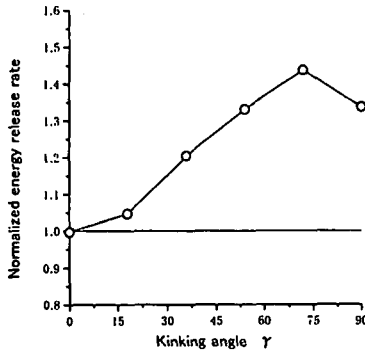


図-13 純モードⅡ型応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係

$$G_0 = \frac{\pi a}{E'} \{ (\sigma_y^\infty)^2 + (\tau_{xy}^\infty)^2 \} \quad (11)$$

圧縮荷重下においては

$$G_0 = \frac{\pi a}{E'} (\tau_{xy}^\infty + \mu |\sigma_y^\infty|)^2 \quad (12)$$

により無次元化する。なお、ここで E' はヤング率 E 、ポアソン比 ν を用いて次のように表される。

$$E' = \begin{cases} E & (\text{平面応力}) \\ E/(1-\nu) & (\text{平面ひずみ}) \end{cases} \quad (13)$$

図-11 より分かるようにエネルギー解放率は0度方向に最大が表れており、最大エネルギー解放率破壊規準に従うならば、この手法によっても元のき裂と同方向に進展するという自明的な結果が得られる。

図-12 は純モードⅡ型の応力状態下における、き裂先端近傍での応力を表しており、図-13 は同応力状態下でのき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係である。これらよりそれぞれの規準に従うならばどちらも約 70 度方向に進展開始することが示されている。

よって、このような単一モードの境界値問題においては、最大周応力破壊規準と最大エネルギー解放率破壊規準に差異は認められない事が分かる。

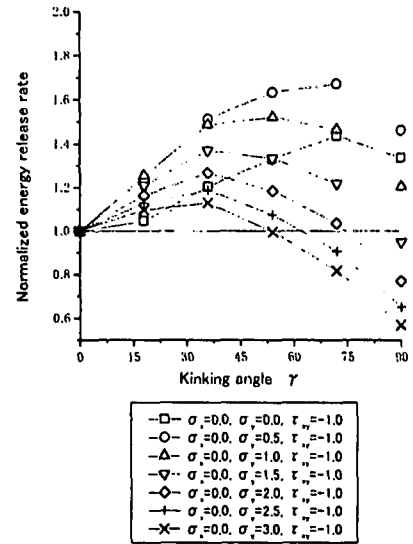


図-14 引張混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係;
 $\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_x^\infty = 0.0$, $\sigma_y^\infty = 0.0 \sim 3.0$.

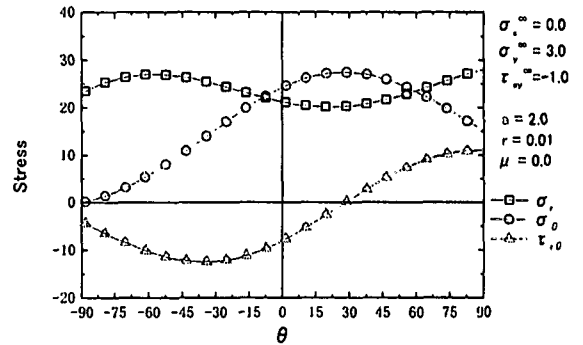


図-15 引張混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布; $\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_x^\infty = 0.0$, $\sigma_y^\infty = 3.0$.

次に引張り応力下での混合モード状態について考えてみる。まず無限遠でのせん断応力 τ_{xy}^∞ を一定にし、き裂面に垂直な方向の引張り応力 σ_y^∞ をせん断応力に比べて相対的に変化させる。 $\tau_{xy}^\infty = -1.0$ とし、 σ_y^∞ を 0.0 から 3.0 まで 0.5 おきに变化させ、それぞれの応力状態でエネルギー解放率の解析を行った結果が図-14 である。ここで応力の単位は、すべてパスカル (Pa) である。この図から純粋なモードⅡの状態である□は、き裂折れ曲がり角度が約 70 度付近でエネルギー解放率の最大値が表れており、垂直方向の引張り応力を大きくするに連れてエネルギー解放率が最大値を示すき裂折れ曲がり角度は元のき裂と同方向に近づいていく事が分かる。図-15 は $\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_y^\infty = 3.0$ の場合のき裂先端近傍の応力であるが、図-14 と比べることによりこの応力状態では周応力引張り最大になる角度とエネルギー解放率が最大になる角度はどちらも約

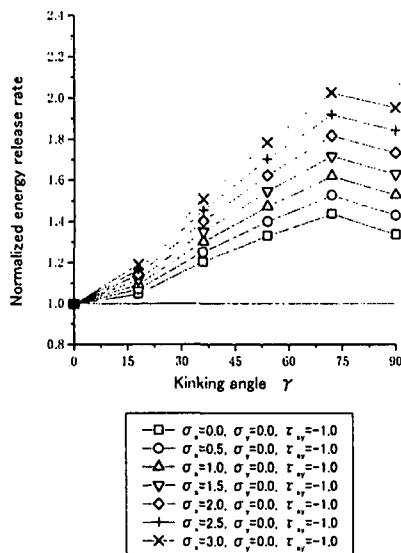


図-16 引張混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係;
 $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0, \sigma_x^{\infty} = 0.0 \sim 3.0, \sigma_y^{\infty} = 0.0$.

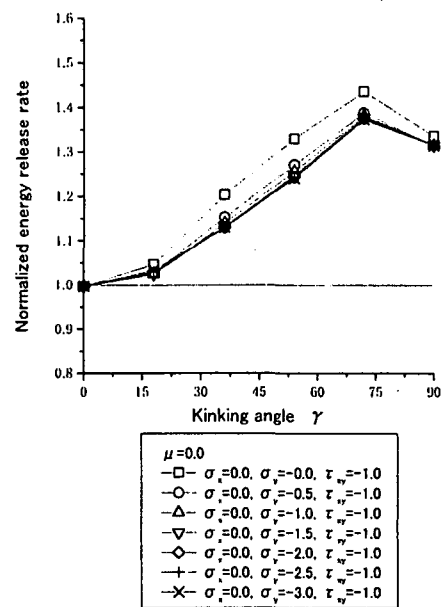


図-18 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係;
 $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0, \sigma_x^{\infty} = 0.0, \sigma_y^{\infty} = 0.0 \sim -3.0, \mu = 0.0$.

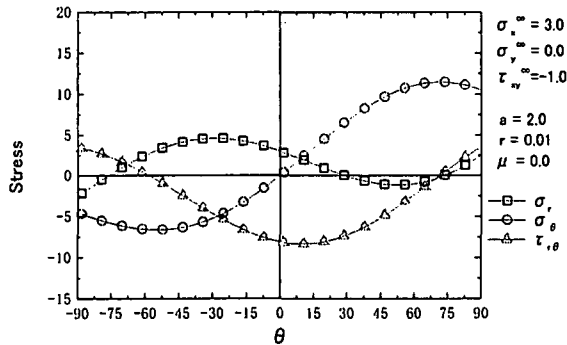


図-17 引張混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布;
 $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0, \sigma_x^{\infty} = 3.0, \sigma_y^{\infty} = 0.0$.

30度で、ほぼ一致している事が分かる。

図-16 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ とし、き裂面に平行な方向の引張り応力 σ_x^{∞} を 0.0 から 3.0 まで 0.5 おきに变化させた応力状態下での、き裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係である。き裂面に平行な方向の引張り応力を大きくすると、エネルギー解放率が最大となるき裂折れ曲がり角度は約 70 度の付近で変化しないことが分かる。図-17 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0, \sigma_x^{\infty} = 3.0$ の場合のき裂先端近傍の応力であるが、図-12 の純モードⅡ型の場合と比較すると絶対値の大きさは変化しているが、応力分布はあまり変化していない事が分かる。図-16 と図-17 より、せん断応力とき裂面に平行な方向の引張り応力がある混合モードの場合も、周応力が引張り最大になる角度とエネルギー解放率が最大になる角度は、ほぼ一致している事が分かり、最大エネルギー解放率破壊規準と最大周応力破壊規準による進展開始方向の予測は、同じ結果を得ることが分かる。

次に無限遠でのせん断応力 τ_{xy}^{∞} を一定にし、き裂面に対し垂直な応力 σ_y^{∞} 、き裂面に対し平行な応力 σ_x^{∞} を圧縮側に相対的に大きくする圧縮混合モード応力状態を考える。

図-18 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ とし、 σ_y^{∞} を 0.0 から -3.0 まで 0.5 おきに变化させた応力状態下での、き裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係である。き裂面に対して垂直な圧縮荷重が载荷された場合、き裂面は閉じて接触するが、図-18 は摩擦係数 μ が 0.0 の場合である。図から分かるようにき裂面に垂直な圧縮応力は大きさを変化させても、エネルギー解放率の大きさや、最大値を示す角度にはあまり影響を与えていない事が分かる。

図-19 はき裂面に対して垂直な圧縮応力、平行な圧縮応力の両方を等方的に与えた場合のエネルギー解放率である。この場合、等方圧縮応力 ($\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty}$) が、大きくなるにつれて最大である約 70 度方向のエネルギー解放率が小さくなって行き、 $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ に対して $\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty} = -2.5$ となるとところで相対的に元のき裂と同方向のエネルギー解放率の方が大きくなっている事が分かる。したがって、最大エネルギー解放率破壊規準に従うとすれば、き裂面に対してせん断応力が一定で、等方圧縮応力がある値以下であると、き裂は図-2 のようなウィングクラック型進展をし、等方圧縮応力がある値以上になると図-1 のようなモードⅡ型進展となることを表している。

最大エネルギー解放率破壊規準に従うならば、せん断応力と等方圧縮応力が同時に作用する圧縮混合モード応力状態下で、モードⅡ型き裂進展が起

この状態が存在することを示唆する結果が得られたが、さらに σ_x^∞ と σ_y^∞ のうち、どちらが主な要因であるか調べるために、せん断応力を一定にしてき裂面に平行な圧縮応力のみを変化させた応力状態下でのき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係が図-20である。 $\tau_{xy}^\infty = -1.0$ とし、 σ_x^∞ を0.0から-3.0まで0.5おきに变化させた応力状態を考えた。図から分かるように $\tau_{xy}^\infty = -1.0$ に対して $\sigma_x^\infty = -3.0$ となったところで元のき裂と同方向の角度のエネルギー解放率が大きくなった。これまで折れ曲がりき裂に対する理論解は見つかっていない

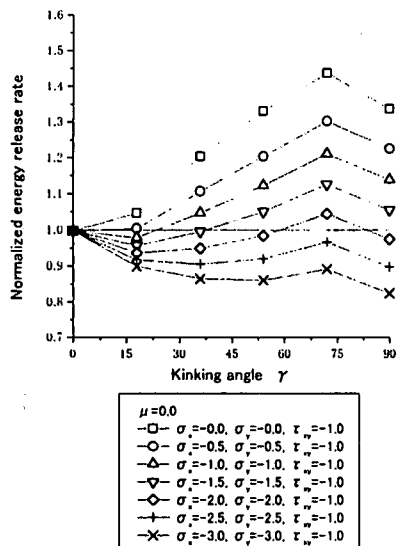


図-19 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係；

$\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_x^\infty = 0.0 \sim -3.0$,
 $\sigma_y^\infty = 0.0 \sim -3.0$, $\mu = 0.0$.

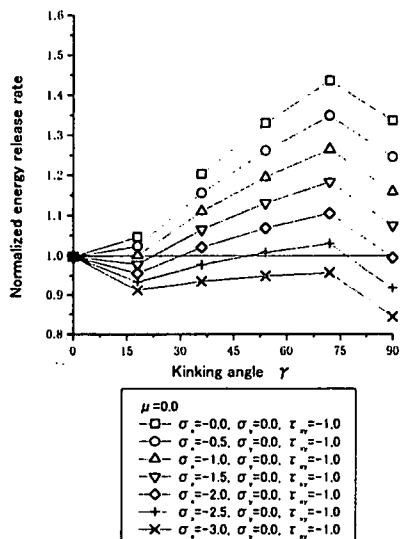
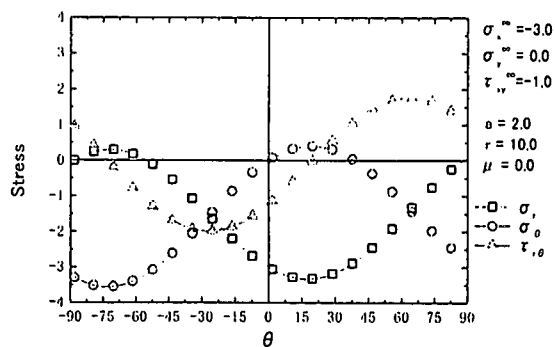
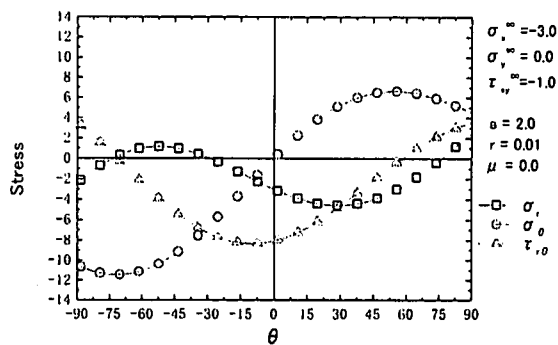


図-20 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係；

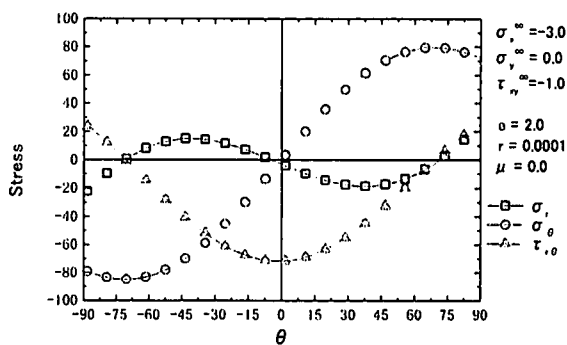
$\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_x^\infty = 0.0 \sim -3.0$, $\sigma_y^\infty = 0.0$,
 $\mu = 0.0$.



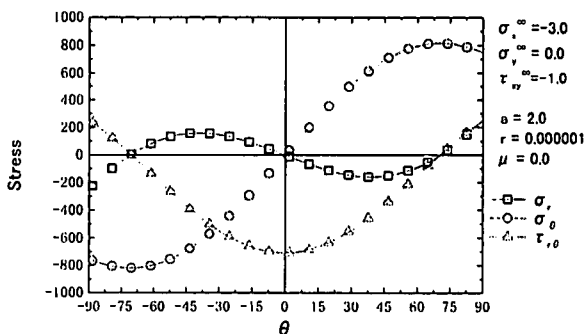
(a) $r = 10.0$



(b) $r = 0.01$



(c) $r = 0.0001$



(d) $r = 0.000001$

図-21 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布； $\tau_{xy}^\infty = -1.0$, $\sigma_x^\infty = -3.0$,
 $\sigma_y^\infty = 0.0$, $\mu = 0.0$.

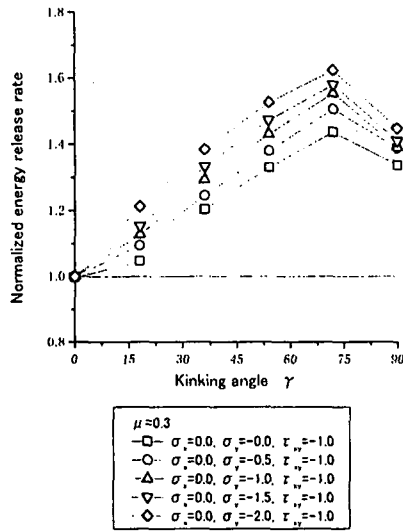


図-22 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係; $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = 0.0$, $\sigma_y^{\infty} = 0.0 \sim -2.0$, $\mu = 0.3$.

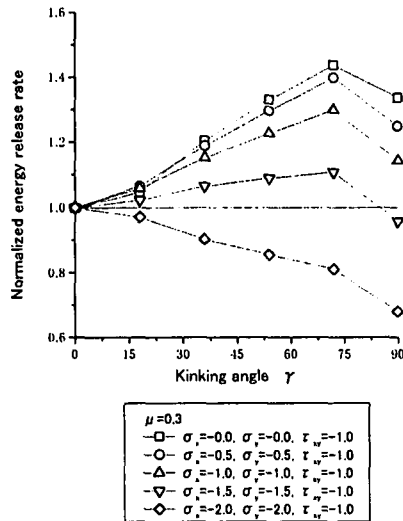


図-23 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係;
 $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = 0.0 \sim -2.0$, $\sigma_y^{\infty} = 0.0 \sim -2.0$, $\mu = 0.3$.

いこともあり理論的には議論されていなかったが、き裂に対して平行な方向の圧縮応力が、元のき裂と同方向に進展する、すなわちモードII型き裂進展に大きな影響を与えていることが分かった。これは折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求めることができるE積分を、圧縮荷重下における接触条件を考慮することの可能な数値解析に応用したため分かった結果であり、過去にこのような報告は筆者の知る限り見当たらない。

図-21 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = -3.0$ とした場合のき裂先端周辺の応力である。最大周応力破壊規準はき裂先端からの距離 r に依存している点があいま

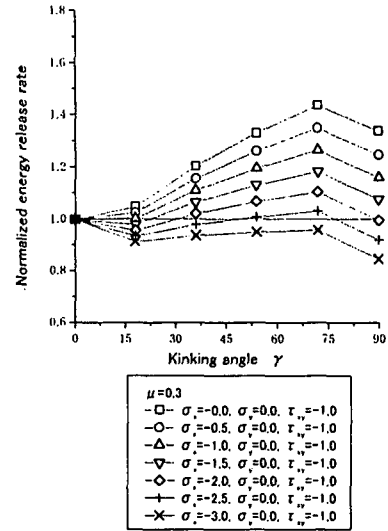


図-24 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係; $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = 0.0 \sim -3.0$, $\sigma_y^{\infty} = 0.0$, $\mu = 0.3$.

いであるため、 r を 0.000001cm から 10.0cm まで変化させて、周応力が引張りで最大になる角度を調べた。 r が 0.000001cm であると特異性が強く影響して、約 70 度方向に引張り最大が表れる。 r が大きくなるにつれて元のき裂と同方向である 0 度方向へ最大値は変化するが、き裂長さの半分 a が 2.0cm に対して r が 10.0cm になったところであっても約 20 度付近が最大であった。よって、最大周応力破壊規準ではこの応力状態でモードII型き裂進展は起こらない事が分かる。

図-22 から図-24 は、き裂面上の摩擦力による影響を調べるため摩擦係数 μ を 0.3 とした場合のき裂折れ曲がり角度とエネルギー解放率の関係である。 μ が 0.0 の場合と比較して、エネルギー解放率の最大値が表れる角度は同じような傾向が言える。ただし図-23 より分かるように、 μ が 0.0 の場合、等方圧縮応力 ($\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty}$) が、 -2.0 から -2.5 の間で元のき裂と同方向にエネルギー解放率の最大値が表れるようになったが、 μ が 0.3 の場合は、等方圧縮応力 ($\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty}$) が -1.5 から -2.0 の間で元のき裂と同方向にエネルギー解放率の最大値が表れた。すなわち、き裂面上に摩擦力が存在すると、摩擦力が存在しない場合に比べて、同じせん断応力に対して、より小さな等方圧縮応力の下でモードII型き裂進展する可能性を示唆している。

図-25 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_y^{\infty} = -2.0$ の場合、図-26 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty} = -2.0$ の場合、図-27 は $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$, $\sigma_x^{\infty} = -2.0$ の場合の、き裂面上に摩擦力が存在する際の、き裂先端近傍の応力分布である。

これらより、き裂面上に摩擦力が存在する場合

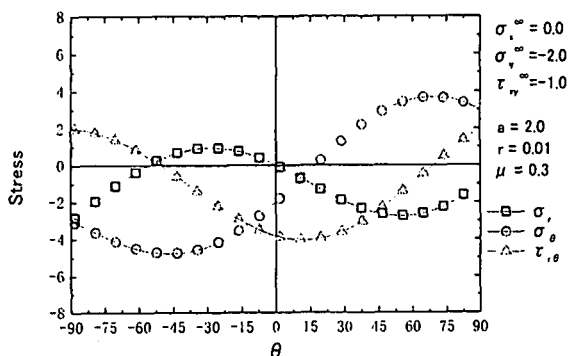


図-25 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布； $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ ， $\sigma_x^{\infty} = 0.0$ ， $\sigma_y^{\infty} = -2.0$ ， $\mu = 0.3$ 。

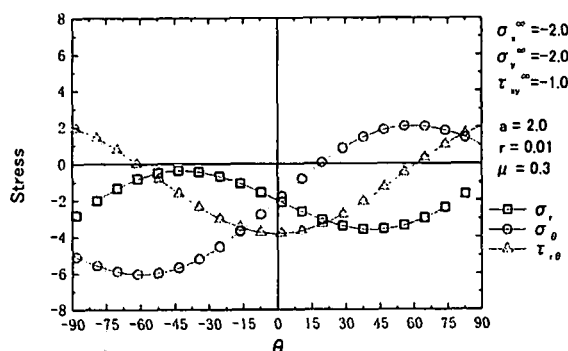


図-26 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布； $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ ， $\sigma_x^{\infty} = -2.0$ ， $\sigma_y^{\infty} = -2.0$ ， $\mu = 0.3$ 。

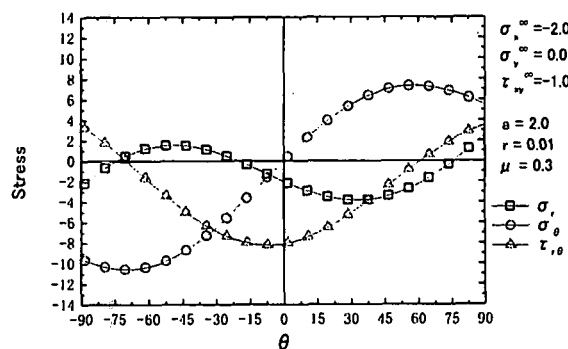


図-27 圧縮混合モード応力状態下におけるき裂先端近傍の応力分布； $\tau_{xy}^{\infty} = -1.0$ ， $\sigma_x^{\infty} = -2.0$ ， $\sigma_y^{\infty} = 0.0$ ， $\mu = 0.3$ 。

も、き裂面に対して垂直な方向の圧縮応力とせん断応力が存在する場合は、周応力が最大となる方向と、エネルギー解放率が最大となる方向は、約70度でほぼ一致するが、せん断応力と等方圧縮応力がある場合や、せん断応力とき裂面に平行な方向の圧縮応力がある場合は、その両者の規準によるき裂折れ曲がり進展開始方向は一致しない事が分かる。

5. まとめ

本研究では引張り・圧縮荷重下でのき裂先端周辺の応力を求め、また圧縮荷重下ではき裂面上の接触条件を考慮したE積分有限要素解析手法を用いて、き裂進展時のエネルギー解放率を求めた。それにより汎用されている最大周応力破壊規準と最大エネルギー解放率破壊規準を比較検討することにより、次に列挙するような知見を得た。

- (1)最大エネルギー解放率破壊規準と最大周応力破壊規準は一般に、き裂の進展方向に関しては、ほぼ同じ結果が得られるとされているが、き裂面と平行な方向の圧縮応力があると2つの規準は異なるき裂進展角度を与える場合がある事を新たに見出した。
- (2)最大エネルギー解放率破壊規準に従うとすると、元のき裂と同方向に進展するき裂、すなわちモードII型き裂進展は、引張混合モード応力状態下では起こらず、圧縮混合モード応力状態下でなければ起こらないことを示した。
- (3)圧縮荷重下で元のき裂と同方向にき裂が進展する可能性は、既往の報告と同様にき裂面に対するせん断応力+等方圧縮応力の応力状態で起こりうる事が最大エネルギー解放率破壊規準を用いた本研究でも示されているが、当方圧縮応力の中でもき裂面に対して平行な方向の圧縮応力が影響していることが分かった。
- (4)最大エネルギー解放率破壊規準に従うとするとモードII型き裂進展が起きる条件は、き裂面に平行な方向の圧縮応力がせん断応力に対して約2～3倍になった状態である。さらに垂直な方向の圧縮応力があると、より少ない平行な方向の圧縮応力でモードII型のき裂進展をする可能性があることが分かった。
- (5)最大周応力破壊規準では、コンクリート、岩盤、地盤や地震の断層などのようなせん断による不連続面生成メカニズムを説明するのは難しいが、最大エネルギー解放率破壊規準に従うとすれば、高い等方圧縮応力を受けている状態で、少しの主応力の差が生まれさえすれば、せん断的に長い不連続面が生成されることの物理的メカニズムを説明することが可能である。

以上のように、最大エネルギー解放率破壊規準を用いると、土木工学の分野で重要な圧縮荷重下でのモードII型のき裂進展性状の説明に有用であることが分かった。

なお、今回はき裂面上の摩擦力という非線形性は考慮しているが、物体は完全に線形等方弾性体を仮定しての議論であり、脆性的な不安定破壊現象の予測への応用にはそれほど問題がないが、延性的な破壊まで含めて考えるならば弾塑性体などの非線形性の考慮が課題として残る。

今後、実験などを含めて材料定数である破壊靱性値を精度良く測定する方法を確立し、“いつ”または“どの方向に”き裂が進展開始するかを含めて、総合的に圧縮荷重下での破壊現象の解明することが課題であり、それが地震の予知や地すべり現象の予測へ応用されることが望まれる。

参考文献

- 1) Solveig Melin : When does a crack grow under mode II conditions?, *Int. J. Fract.*, 30, pp. 103-114, 1986.
- 2) S. J. D. Cox and C. H. Scholz : On the formation and growth of faults : an experimental study, *J. Struct. Geology*, 10, No.4, pp.413-430, 1988.
- 3) 矢富盟祥, 鱈 洋一 : 圧縮荷重下にある進展き裂のE積分によるエネルギー解放率の有限要素解析, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- 4) 岡村弘之 : 線形破壊力学, 培風館, 1976.
- 5) Barsoum, R.S. : On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 10, pp. 25-37, 1976.
- 6) Barsoum, R.S. : Triangular quarter-point elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 11, pp. 85-98, 1977.
- 7) Griffith, A.A. : The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Soc.*, London, A221, pp.163-198, 1921.
- 8) Wu, C. H. : Maximum energy-release-rate criterion applied to a tension-compression specimen with crack, *J. Elasticity*, Vol. 8, No.3, pp.235-257, 1978.
- 9) K. Hayashi and S. Nemat-Nasser : Energy-release rate and crack kinking under combined loading, *J. Appl. Mech.*, Vol. 48, pp.520-524, 1981.

(2000年4月21日 受付)