

低レイノルズ数2方程式乱流モデルの汎用性について

On General Applicability of Low-Reynolds Number Two-Equation Turbulence Models

横嶋 哲*・中山 昭彦**

Satoshi YOKOJIMA and Akihiko NAKAYAMA

*学生会員

神戸大学大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

**正会員 Ph.D. 神戸大学教授 大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

General applicability of recently-developed low-Reynolds number two-equation turbulence models using isotropic eddy viscosity, are examined by conducting calculations of flows past a backward-facing step and over a rectangular cavity in the bottom bed of open channels, by comparing with recent direct simulation results. These flows contain features of many general complex flows, such as separation and stagnation and are suited for the present purpose. Models that appropriately incorporate the low-Reynolds number effects near solid walls are found to perform fairly well in the test flows and it is expected that these simple models can further be improved to be a practical method of prediction with wide enough applicability if the effects of the Reynolds stress anisotropy can be taken into account.

Keywords: turbulence model, separation, reattachment, $k-\omega$ model, backward-facing step, cavity flow

1. はじめに

実用的乱流の予測計算法には、広い適用範囲、高い予測精度に加えて、計算効率の良さが要求される。近年汎用性と精度で優れているラージエディシミュレーション (LES) 法がいろいろな流れに応用されつつあるが、計算量が多く実用計算に用いるには計算機の更なる性能向上が必要である。それに対してレイノルズ平均運動方程式と乱流モデルを用いる方法は、汎用性と精度が向上すれば実用計算には非常に有用である。乱流モデルでは渦粘性仮定を用いる2方程式モデルが、汎用性で劣っているものの、その簡便さ、効率の良さから実用計算には最もよく用いられている。3次元流の計算では2次元流発生源の応力が表現できないなどの根本的問題があるが、2次元流計算ではまだ有用である。特に、近年発表されている低レイノルズ数モデルは壁まで積分でき、初期のモデル (例えば Launder & Spalding¹⁾) が壁面近傍で局所平衡の成り

立つ流れに限られる壁関数を用いているのに対し、剥離や再付着を伴う流れにも適用できるとされ、その汎用性が期待されている。低レイノルズ数モデルは数多く発表されている²⁾が、幾つかのモデルは近年得られている直接シミュレーション (DNS) 結果との詳細な検証により、モデル定数、モデル関数が調節されており以前のモデルに比べ予測性能が格段に向上している。しかし、これらのモデルの汎用性はあまり検討されていない。すなわち、検証例は平行平板間内で十分発達した流れなど単純な境界のものが殆どである。著者ら³⁻⁴⁾は剥離、再付着を伴う段落ち流れについて近年提唱されている低レイノルズ数型2方程式モデルの有用性を検討している。しかし、汎用性の検討は更に異なった特性のある非平衡な流れにおいてもなされるべきである。

水路凹部流れは剥離、再付着現象に加え、段上がり部でせん断流が衝突し、全体の流れに大きな影響を及ぼす新たな要素を含んでいる⁵⁻⁸⁾。凹部深さに対する

長さの比（アスペクト比）により、複雑な干渉乱流となり、標準的 k - ε モデルなどでは予測が難しく、応力モデルが必要になると指摘されている⁸⁾。原因は垂直応力と異方性が重要になることや境界近傍の低レイノルズ数領域の扱いの問題などが考えられる。前者は等方渦粘性の問題であるが後者は境界条件と低レイノルズ数領域の扱いの問題である。何れにしても乱流モデルの汎用性の検証に適したベンチマークの流れである。

本研究では壁近傍の低レイノルズ数領域をきちんと扱うモデルが剥離、再付着する流れのみならず、剥離せん断層と下流壁とが干渉するような複雑な流れ場をどの程度予測できるかを調べ、モデルの有用性、汎用性を客観的に検証する。検証には近年得られているDNS結果を用いている。検証したモデルは2方程式モデルの代表である k - ε 系低レイノルズ数モデルと、汎用性で優れているとされている k - ω 系低レイノルズ数モデルの最新モデルである。

2. 低レイノルズ数2方程式モデルの概要

2次元開水路流で x_j を路床に平行な流れ方向の座標、 x_2 を鉛直上向きの座標、 (U_1, U_2) を (x_1, x_2) 方向の平均流速成分、 P を平均圧力とすると、密度 ρ 、動粘性係数 ν の水の基礎運動方程式は

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$$

である。ここで、 g_i は重力の加速度の x_i 方向成分、 $-\overline{u_i u_j}$ はレイノルズ応力である。境界条件はモデルによるが、低レイノルズ数乱流モデルでは、上式を壁面まで適用し、壁面では粘着条件が用いられる。水面では圧力及びせん断応力がゼロである。

本研究で検証するモデルは全てレイノルズ応力を等方渦粘性を用いて表わす2方程式モデルで、近年発表されている k - ε モデルと k - ω モデルを基にした低レイノルズ数モデルから評価の高いものを選んだ。それらはKawamura & Kawashima⁹⁾によるものとNagano & Shimada¹⁰⁾によるもの、それに k - ω モデルを基にしたWilcox¹¹⁾とPeng et al.¹²⁾のモデルである。 k - ω モデルは k と単位エネルギー当たりの散逸率 ω を渦粘性係数を

表ー1 検討した乱流モデル

		提唱者	略記
k - ε	標準型	Launder & Spalding ¹⁾	SKE
	低 Re 数型	Kawamura & Kawashima ⁹⁾	LEK
		Nagano & Shimada ¹⁰⁾	LEN
k - ω	低 Re 数型	Wilcox ¹¹⁾	LOW
		Peng et al. ¹²⁾	LOP

表ー2 LEKモデルの詳細

$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$	(a.1)
$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \pi_k^*$	(a.2)
$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 2} \varepsilon + \hat{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + E$	(a.3)
$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$	(a.4), $\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}$ (a.5)
$\hat{\varepsilon} = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \geq 0, \hat{\varepsilon} = 0 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} < 0$	(a.6)
$\pi_k^* = -\frac{1}{2} \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]$	(a.7)
$E = C_{\varepsilon 3} \nu \nu_t \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k}$	(a.8)
$f_\mu = 1.0 - \exp \left\{ - \left(n_\eta / 285 \right) - \left(n_\eta / 20 \right)^3 \right\}$	(a.9)
$\sigma_k = 1.0 - 0.5 \exp \left[- \left(n_\eta / 20 \right)^2 \right]$	(a.10), $\sigma_\varepsilon = \sigma_k$ (a.11)
$n_\eta = \eta / \eta$	(a.12), $\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$ (a.13)
n は壁面垂直距離を表す。	
$C_\mu:0.09, C_{\varepsilon 1}:1.44, C_{\varepsilon 2}:1.92, C_{\varepsilon 3}:0.6$	

表わすパラメータとして用いるもので、 ω の壁面境界条件の設定が容易であるなどの特徴がある。本研究ではこれらの既往モデルの長所、欠点を客観的に評価するのが主目的で、改良案はその結果として述べるにとどめる。これらのモデルはそれぞれの略記とともに表ー1にまとめられている。またモデル式の詳細およ

表-3 LENモデルの詳細

$$v_i = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left\{ 1 + \frac{80}{\tilde{R}_t} \exp \left[- \left(\frac{\tilde{R}_t}{40} \right)^{3/4} \right] \right\} \quad (\text{b.1})$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \Pi_k \quad (\text{b.2})$$

$$\frac{D\tilde{\varepsilon}}{Dt} = C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + E \quad (\text{b.3})$$

$$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{b.4}), \quad \varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \quad (\text{b.5})$$

$$\hat{\varepsilon} = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \geq 0, \hat{\varepsilon} = 0 : \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} < 0 \quad (\text{b.6})$$

$$\Pi_k = \max \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_i} - f_w \varepsilon \bar{\lambda} \sigma_{u_i u_j} e_{Si} e_{Nj} e_i \right), 0 \right\} \quad (\text{b.7})$$

$$\sigma_x = 1 : x \geq 0, \sigma_x = -1 : x < 0 \quad (\text{b.8})$$

e_{Si}, e_{Nj}, e_i はそれぞれ流れ方向, 壁面垂直方向および全方向単位ベクトルを表す。

$$E = f_{w2} \nu v_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} - \max \left\{ \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right\} \quad (\text{b.9})$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{2k} \left(\sqrt{\nu/\varepsilon} + \sqrt{\nu/\varepsilon_w} \right) / 2 \quad (\text{b.10})$$

$$f_w = \exp(-R_\varepsilon/8) \quad (\text{b.11}), \quad f_{w2} = \exp(-2 \times 10^{-3} R_\varepsilon^2) \quad (\text{b.12})$$

$$f_\mu = 1 - f_{w2} \quad (\text{b.13}), \quad f_i = 1 + 5f_w \quad (\text{b.14})$$

$$\sigma_k = 1.2/f_i \quad (\text{b.15}), \quad \sigma_\varepsilon = 1.4/f_i \quad (\text{b.16})$$

$$f_1 = 1.0 \quad (\text{b.17}), \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp \left\{ - \left(\tilde{R}_t / 6.5 \right)^2 \right\} \quad (\text{b.18})$$

$$\tilde{R}_t = k^2 / (\nu \tilde{\varepsilon}) \quad (\text{b.19}), \quad R_\varepsilon = n / \tilde{\eta} \quad (\text{b.20}), \quad \tilde{\eta} = (\nu^3 / \tilde{\varepsilon})^{1/4} \quad (\text{b.21})$$

n は壁面垂直距離を表す。

$$C_\mu:0.09, \quad C_{\varepsilon 1}:1.50, \quad C_{\varepsilon 2}:1.90$$

び定数の値は表-2から表-5にまとめてある。これらのモデルの基本的性能はそれぞれの文献に説明されているが、全て壁法則などの相似則を必要とせず、壁まで適用できる。ただし、比較基準として、壁関数を用いる必要とする標準型k-εモデルを用いた計算も行っている。標準型k-εモデル以外のモデルではパラメータに

表-4 LOWモデルの詳細

$$v_i = \alpha^* \frac{k}{\omega} \quad (\text{c.1})$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{c.2})$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \frac{\beta^* \omega}{\sigma_\omega k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (\text{c.3})$$

$$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{c.4}), \quad \varepsilon = \beta^* \omega k \quad (\text{c.5})$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + R_t / R_k}{1 + R_t / R_k} \quad (\text{c.6}), \quad \alpha = \frac{5 \alpha_0^* + R_t / R_\omega}{9 \cdot 1 + R_t / R_\omega} (\alpha^*)^{-1} \quad (\text{c.7})$$

$$\beta^* = \frac{9}{100} \frac{5/18 + (R_t / R_\beta)^4}{1 + (R_t / R_\beta)^4} \quad (\text{c.8}), \quad R_t = k / \omega \nu \quad (\text{c.9})$$

$$\beta:3/40, \quad \sigma_k:2.0, \quad \sigma_\omega:2.0, \quad \alpha_0^*:\beta/3, \quad \alpha_0:1/10$$

$$R_\beta:8, \quad R_k:6, \quad R_\omega:27/10$$

表-5 LOPモデルの詳細

$$v_i = f_\mu \frac{k}{\omega} \quad (\text{d.1})$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (\text{d.2})$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} f_\omega \frac{\omega}{k} P_k - \frac{C_{\omega 2} \omega}{C_k f_k k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{v_i}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (\text{d.3})$$

$$+ C_\omega \frac{v_i}{k} \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right)$$

$$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\text{d.4}), \quad \varepsilon = C_k f_k \omega k \quad (\text{d.5})$$

$$R_t = k / \omega \nu \quad (\text{d.6}), \quad f_\mu = 0.025 + \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{R_t}{10} \right)^{3/4} \right] \right\} \quad (\text{d.7})$$

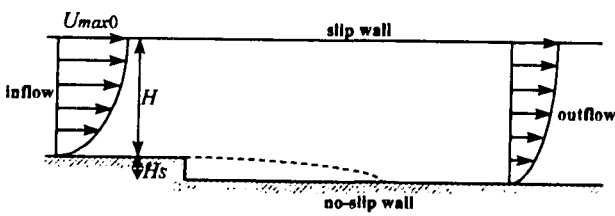
$$\times \left\{ 0.975 + \frac{0.001}{R_t} \exp \left[- \left(\frac{R_t}{200} \right)^2 \right] \right\}$$

$$f_\omega = 1 + 4.3 \exp \left[- \left(\frac{R_t}{1.5} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{d.8})$$

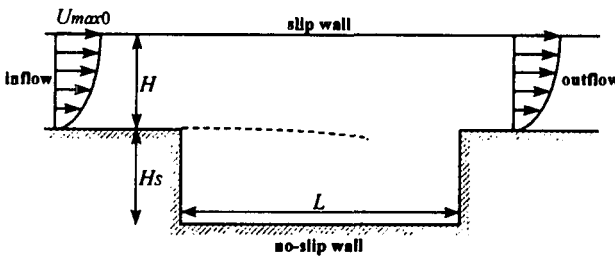
$$f_k = 1 - 0.722 \exp \left[- \left(\frac{R_t}{10} \right)^4 \right] \quad (\text{d.9})$$

$$C_k:0.09, \quad C_{\omega 1}:0.42, \quad C_{\omega 2}:0.075, \quad C_\omega:0.75, \quad \sigma_k:0.8, \quad \sigma_\omega:1.35$$

壁面摩擦速度 u_τ を用いないので、逆流を伴う流れで $u_\tau=0$ となる場合にも数値的問題なく適用できる。またLEKモデルとLENモデルは壁近傍で乱流エネルギーの圧力拡散を考慮にいれ、散逸率 ε の壁面近傍の挙動を良く捉えたとされている。ただこのため、 $k-\omega$ モデルに比べ壁近傍では非常に密な格子が要求される。LOPモデルはLOWモデルの改良モデルで、クロス拡散の影響を入れており、逆流計算に適している¹²⁾。



(a) 段落ち流れ

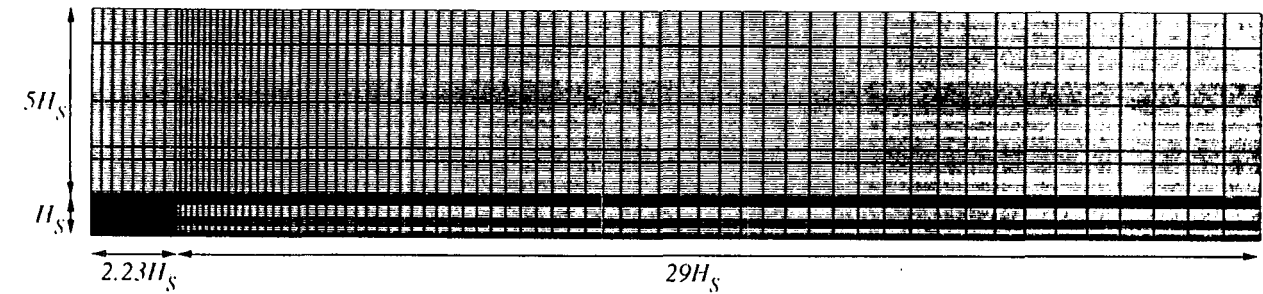


(b) 凹部流れ

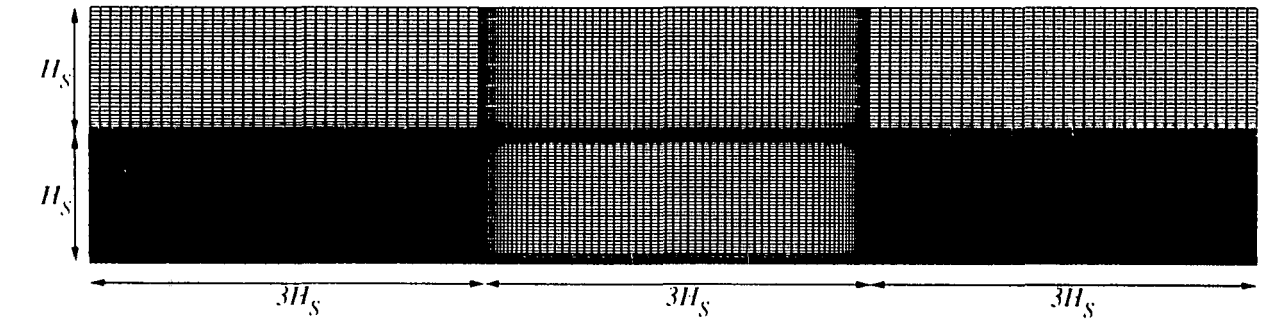
図－1 計算対象流れの概要と記号の定義

4. 計算ケース

図－1に本研究で対象とする段落ち流れと開水路凹部流れの概要と記号の定義を示してある。双方とも

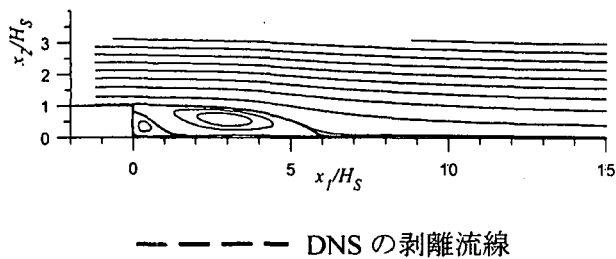


(a) 段落ち流れ

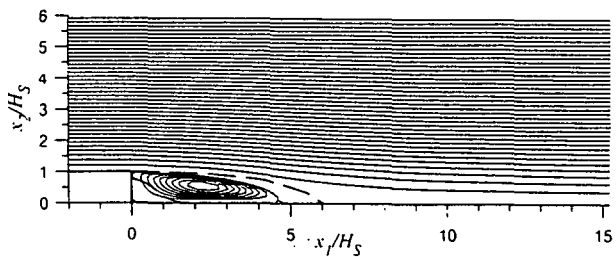


(b) 凹部流れ

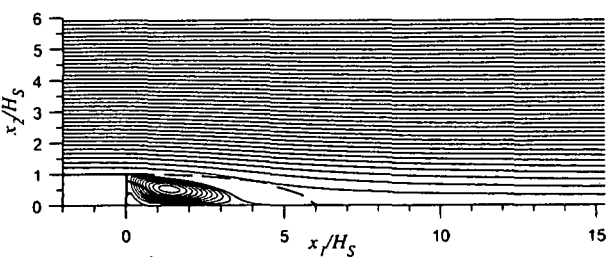
図－2 計算領域と格子



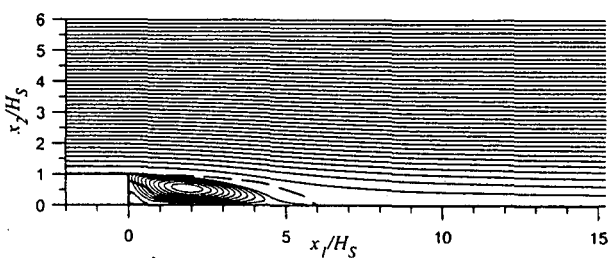
(a) DNS, Le et al.¹³⁾



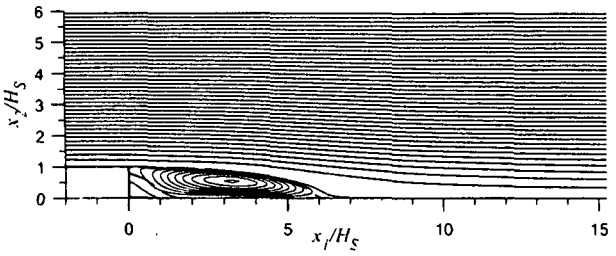
(b) SKEモデル



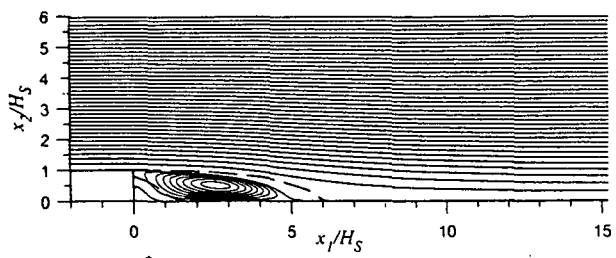
(c) LEKモデル



(d) LENモデル

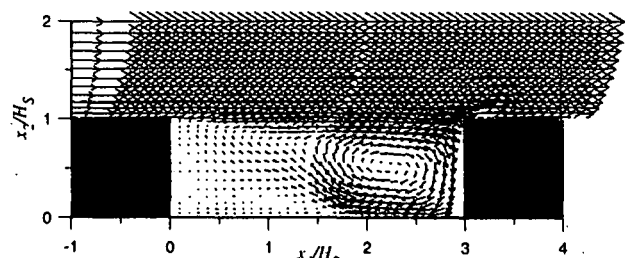


(e) LOWモデル

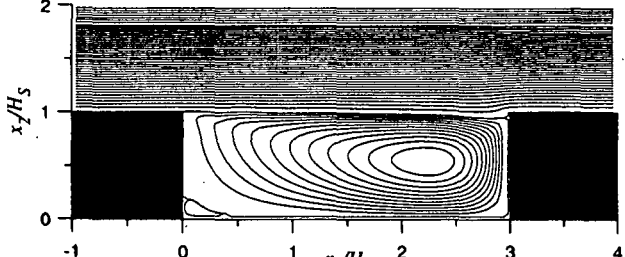


(f) LOPモデル

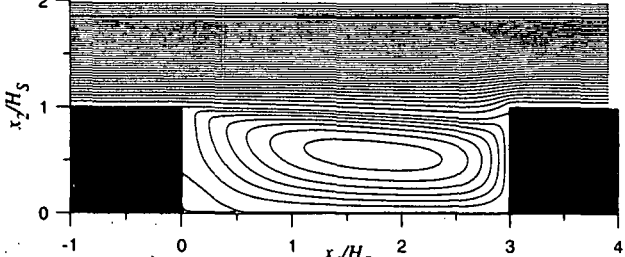
図-3 段落ち流れ計算結果, 平均流線図



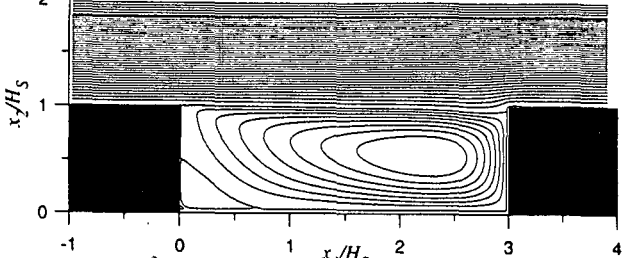
(a) DNS, 棚津・山本¹⁴⁾



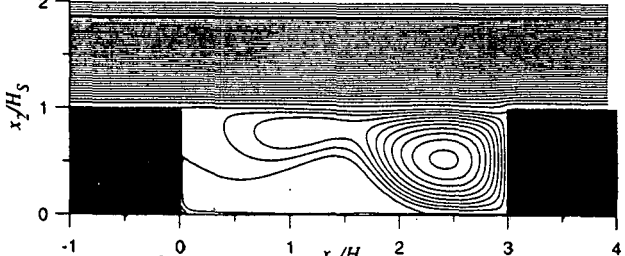
(b) SKEモデル



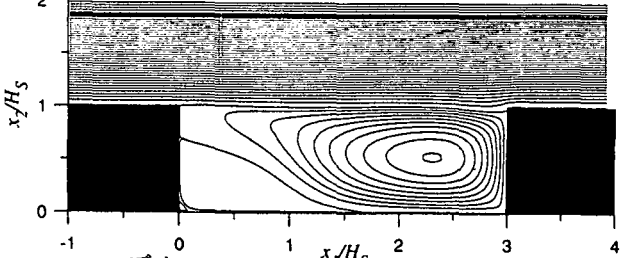
(c) LEKモデル



(d) LENモデル



(e) LOWモデル



(f) LOPモデル

図-4 凹部流れの計算結果, 平均流線図

DNS計算がなされており、詳細な検証が可能である。段落ち流れはLe et al.¹³⁾により、また凹部流れは棚津・山本¹⁴⁾により計算されているものである。ただどちらのケースも水面は固定すべり面とされているのでフルード数は実質ゼロの水面変動効果のないものである。また最大流速とステップの高さを基にしたレイノルズ数はそれぞれ6000、6300とかなり低い。凹部流れのDNS計算は流れ方向に周期条件が用いられているが、両ケースとも上流端でDNS値を流入条件として与えている。凹部流れのDNSでは乱れを発達させるために流れ方向に周期条件を用いているが、計算ではステップ面からステップ高さ H_s の3倍の距離の位置で流入条件を設定し、下流端は段上がりよりやはり $3H_s$ 下流の面で自由流出条件を設定している。両方とも実験の状況を再現しており、比較検証には問題ないと考えられる。

これらの流れの数値計算に用いた計算格子は図-2に示されている。共に壁近傍で格子密度が高くなる不等間隔で、メッシュ数は段落ち流れのケースで 76×96 、凹部流れのケースで 151×81 である。格子間隔はモデルにより多少異なっている。

5. 計算結果と考察

まず平均流の計算結果から考察する。図-3に段落ち流れの計算結果とDNSデータの平均流流線を、図-4に凹部流れについての同様の結果を示してある。どちらの場合も循環域での流線の数が少なくなりすぎないよう流線間隔は外側の1/2にとってある。DNSデータの図での流線間隔とは多少異なるが、比較に支障はない。 $k-\epsilon$ 型モデルはいずれも循環域の長さがDNSのそれより短くなっている。特に標準 $k-\epsilon$ モデルでは剥離流線の形状も異なり、ステップ下隅角部の2次剥離が無いなど定性的にも合っていない。これに対し $k-\omega$ 系モデルは剥離流線の形状、2次剥離ともDNSと良く合っており良好な結果が見て取れる。

棚津・山本¹⁴⁾のDNSでは流線の代わりに流速ベクトルが報告されているのでそれを比較基準として示してある。段落ち流れの計算結果と比較すると凹部下流端壁の及ぼす影響がよく分かる。段落ち流れで循環域が長く予測されているモデルは凹部循環渦は下流に寄り、形状は流れ方向に圧縮されている。逆に段落ち流れの循環域を短く予測しているモデルは凹部内循環渦の形状は流れ方向に長い。凹部内の循環流が最も圧縮されているLOWモデルの結果では凹部中心付近でか

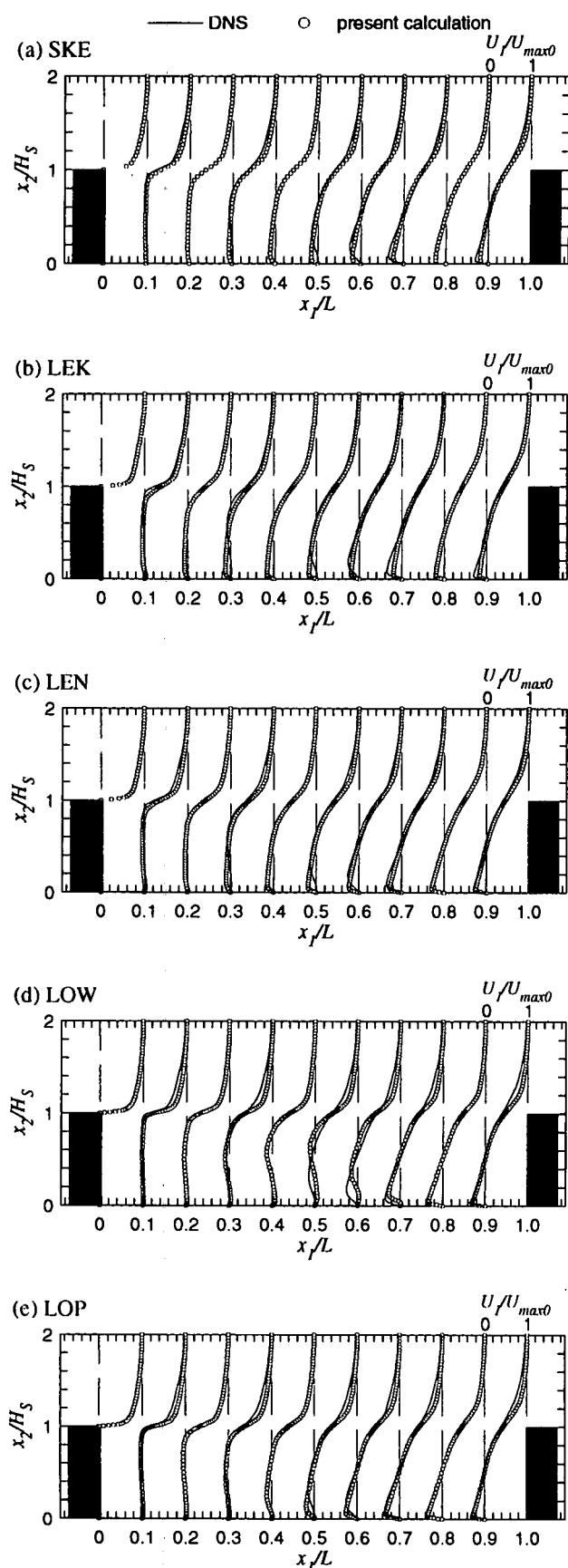
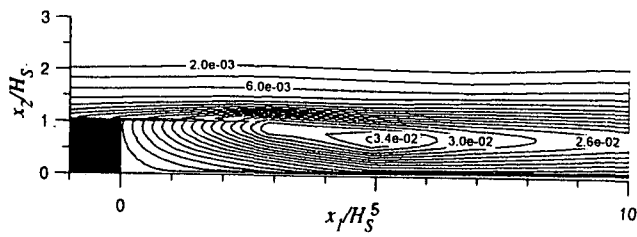
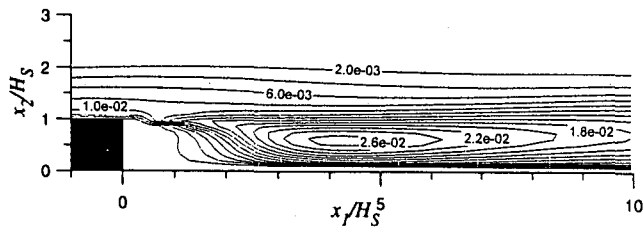


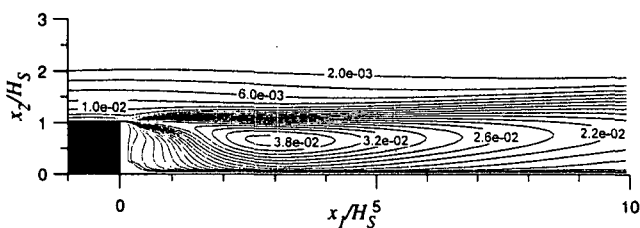
図-5 段落ち流れ計算結果、平均速度分布



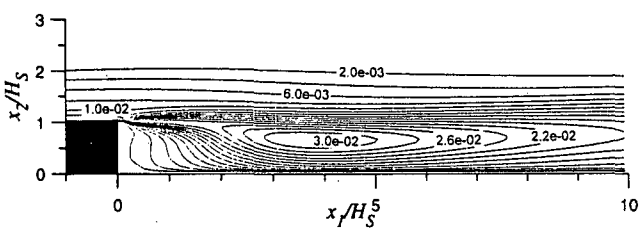
(a) DNS, Le et al.¹³⁾



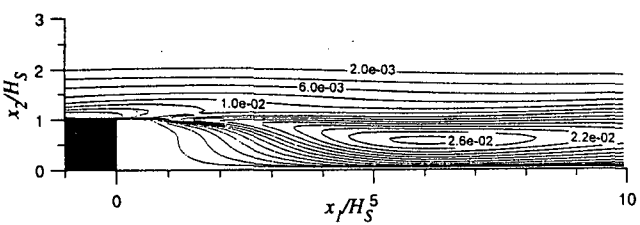
(b) SKEモデル



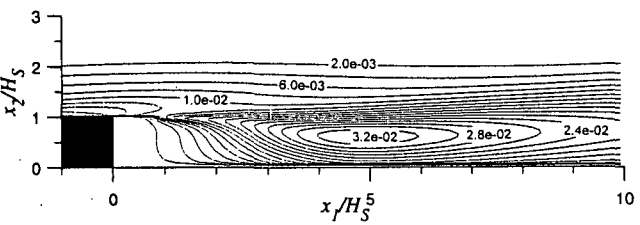
(c) LEKモデル



(d) LENモデル

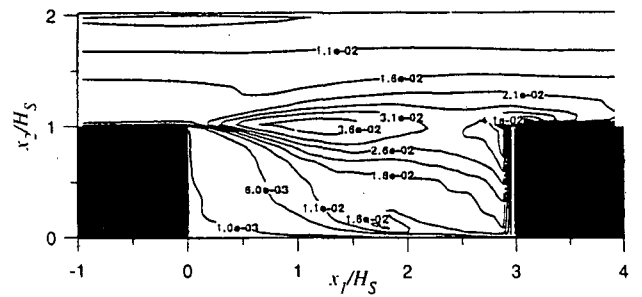


(e) LOWモデル

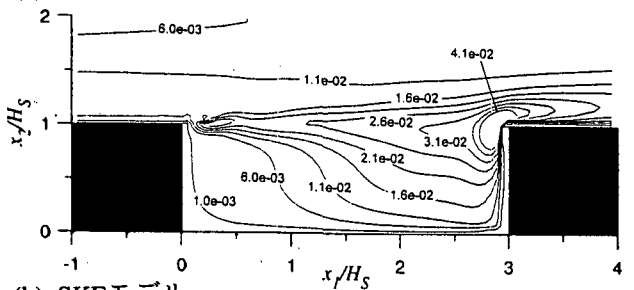


(f) LOPモデル

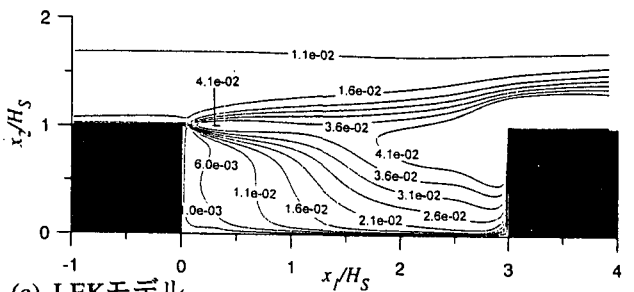
図-6 段落ち流れ計算結果, k/U_{max0}^2



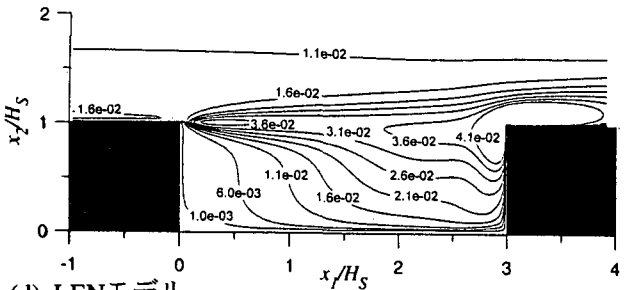
(a) DNS, 棚津・山本¹⁴⁾



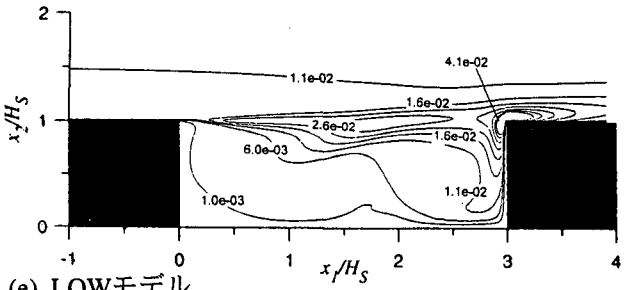
(b) SKEモデル



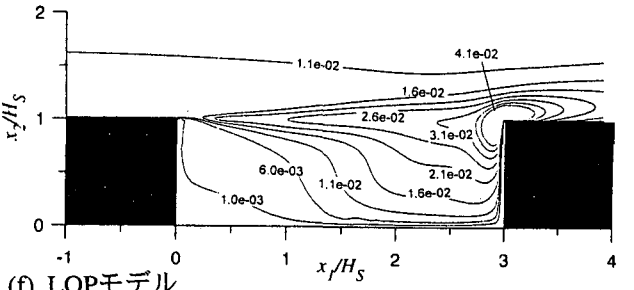
(c) LEKモデル



(d) LENモデル



(e) LOWモデル



(f) LOPモデル

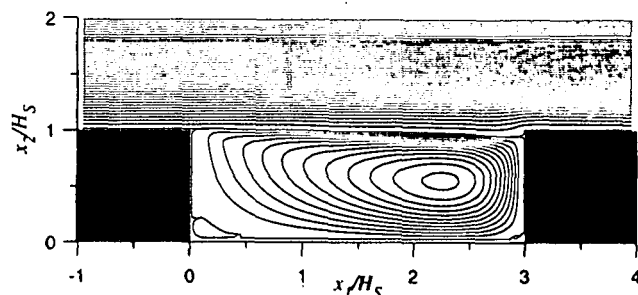
図-7 凹部流れの計算結果, k/U_{max0}^2

なり強い上昇流が見られ、第2の渦が上流側に形成されかけている。LOPモデルの流線の形状は、凹部底面中央付近の流線がやや上昇しながら上流側に向かっており、DNSと最も合っている。

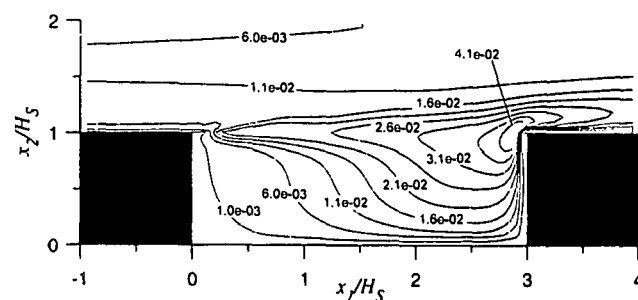
平均流速の予測性を評価するために凹部流のケースの鉛直断面でのそれぞれの主流方向速度分布の計算結果を瀬津・山本¹⁴⁾のDNSデータとを図-5に比較してある。速度分布は上流での境界層の厚さとその続きである剥離せん断層の広がりやの度合に大きく影響しているようである。LOWモデルでは凹部上流端でのせん断層の厚さが薄いため、広がりが過小予測されている。下流端近傍の分布は全てのモデルともDNSと良く合っている。

次に乱流量の計算結果を検証する。図-6、7は乱流エネルギー k の結果を等値コンター図として比較したもので、図-6は段落ち流れ、図-7は凹部流れについてである。Le et al.¹³⁾のDNSデータは流れ方向に5個の断面での乱流エネルギーデータよりコンター図を作成したのでステップ角付近は不正確であるので注意を要する。本計算ケースの凹部アスペクト比では、上流端角からの剥離せん断層と、それが下流壁に衝突した後凹部下層を逆流し凹部中央付近で上昇する流れとの相互作用で乱れが大きくなる特徴があることが報告されている¹⁴⁾。この特徴をいかに良く捉えるかは乱流モデルの評価に重要である。段落ち流れではこの相乗作用がないため、乱れエネルギー分布と循環域の長さは良く相関している。すなわちいずれの場合も再付着点近傍で極大値をとっている。凹部流れの場合、 k - ϵ 系モデルでは凹部中央付近より上流端角付近に極大値が見られ、 k - ω 系モデルでは全体的に値が低い。LENモデルの結果が最もDNS値に近い。下流壁衝突域近傍での過剰な乱流エネルギーはほぼ全てのモデルに見られるが、LOWモデルでは最も程度が低い。この過剰な乱れ生成は、Kato & Launder¹⁵⁾が角柱まわりの流れの計算で、 k の生成項を修正することにより回避している。瀬津・山本¹⁴⁾は同様の修正を凹部流れにも適用すべきという指摘があるのでここで、Kato & Launder¹⁵⁾修正を導入した計算を行った。結果は図-8に示してある。図-4(b)、図-7(b)と比較して分かるように修正の効果は非常に小さい。角柱の場合、ポテンシャル流が衝突するので乱れ生成に寄与しない非回転性歪み速度が大きい。この凹部流れのように、せん断流が衝突する場合非回転成分は小さくKato & Launder¹⁵⁾修正の効果は小さいと推察出来る。

図-9は凹部流れのせん断応力 $-\overline{u_1 u_2} / U_{max0}^2$ の計算結果をDNSと比較したものである。DNSでは k と同



(a) 平均流線



(b) 乱流エネルギー

図-8 Kato-Launder¹⁵⁾の生成項修正の影響、 k - ϵ モデル

様凹部中央付近で大きな値をとっているが、 k - ϵ 系モデルではこの傾向が全く見られない。それに対し値がやや低い。LOWモデルの k コンター形状はDNSに近い。 ϵ の壁面漸近性の再現では他のモデルに劣るLOWモデルが他のベンチマーク流れと同様⁴⁾この流れでも全体的良い予測結果となっている。ただ凹部流れでの k とせん断応力の過小予測は、凹部中央付近で特有の非等方性が表わされていないためと推察される。

6. 結論

等方性渦粘性仮定を用いる2方程式乱流モデルを用いて開水路段落ち流れと凹部流れの計算を行いDNSデータと比較検討した結果次のような結論を得た。剥離や再付着を伴う複雑な乱流の予測計算には等方性渦粘性モデルは適していないと従来から指摘されているが、適切な低レイノルズ数モデルは再付着する剥離流、衝突する剥離流ともある程度の予測性能はあり、かなり広範囲の実用計算にも用いられる事が分かった。低レイノルズ数 k - ω モデルは応力モデルや非線形渦粘性モデルなどに比べて効率良い短時間計算で、平均流速、乱流エネルギーの予測では十分精度ある結果

が得られる。今後簡単な方法で異方性の表現が可能になるような改良がなされれば更に汎用性あるものになると考えられる。

参考文献

- 1) Launder B.E. and Spalding, D.B.:The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 103, pp.456-460, 1974.
- 2) Rodi, W. and Mansour, N.N.:Low-Reynolds number $k-\epsilon$ modelling with the aid of direct simulation data, *J. Fluid Mech.*, Vol. 250, pp.509-529, 1993.
- 3) 福知正高, 中山昭彦:低レイノルズ数乱流モデルを用いた開水路段落ち流れの計算, 水工学論文集第42巻 pp.471-476, 1998.
- 4) 中山昭彦, 横嶋哲:開水路乱流予測計算における低レイノルズ数乱流モデルの有用性, 土木学会論文投稿中, 1999.
- 5) Kanda, T., Fujita, I., Miyamoto, H. and Ikegami, J.:Turbulent Behaviors in Open Channel Trench Analyzed by Using PIV and Turbulence Model, Proc. 27th Congress of the IAHR, Theme B, pp.143-148, 1997.
- 6) 藤田一郎, 神田徹, 門脇正夫, 森田卓光:開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 7) 宮本仁志, 神田徹, 藤田一郎, 池上迅:PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 8) 欄津家久, 山本義暢:開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No. 613/II-46-63, 1999.
- 9) Kawamura, H. and Kawashima, N.:A proposal of $k-\epsilon$ model with relevance to the near wall turbulence, *Proc. Int Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transf.*, pp.P.I.1,1-P.I.1.4, 1994.
- 10) Nagano, Y. and Shimada, M.:Development of a two-equation heat transfer model based on direct simulation of turbulent flows with different Prandtl numbers, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.3379,-3402, 1996.
- 11) Wilcox, D.C.:*Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc. La Canada, 1993.
- 12) Peng, S.-H., Davidson, L. and Holmberg, S.:A Modified Low-Reynolds-Number $k-\omega$ Model for

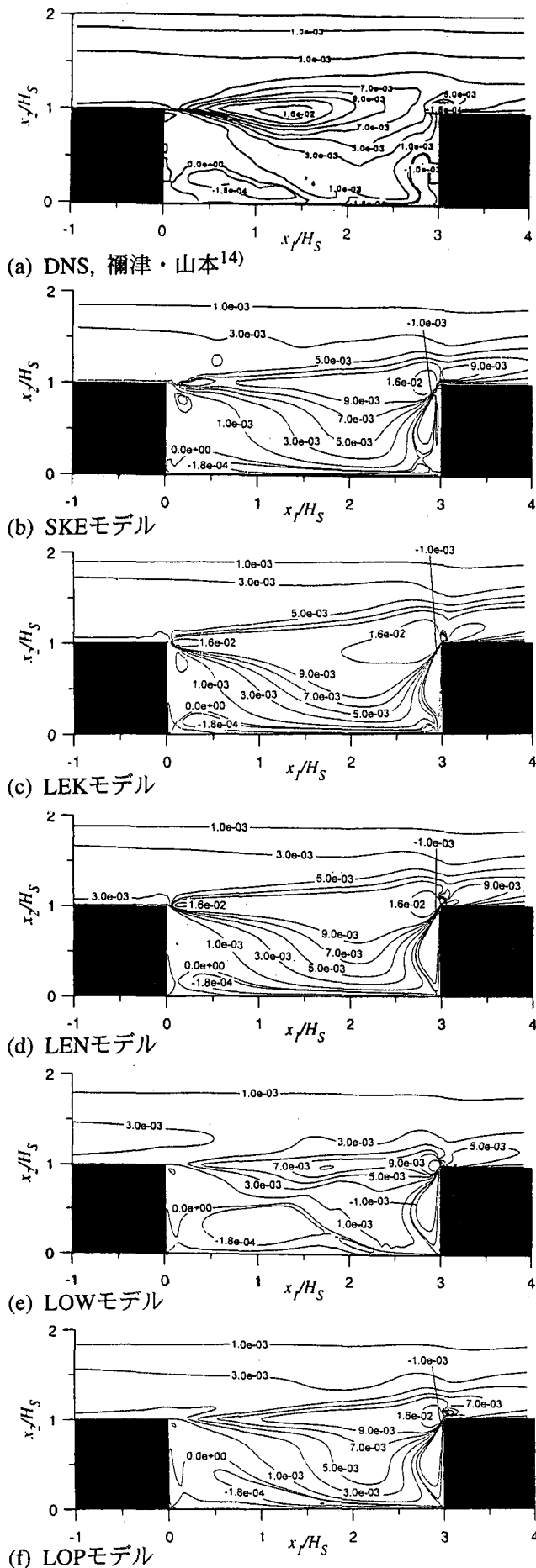


図-9 凹部流れの計算結果, せん断応力分布

Recirculating Flows, *J. Fluids Engnrng.* Vol. 119, pp.867-875, 1997.

13) Le, H., Moin, P. and Kim, J. :Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step, *J. Fluid Mech.*, Vol. 330, pp.349-374, 1997.

14) 棚津家久, 山本義暢 : DNSを用いた開水路キャビ

ティー流れの乱れの生成機構とその輸送過程の解析, 水工学論文集, 第43巻, pp.377-382, 1999.

15) Kato, M. and Launder, B.E.:The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders. *Proc. 9th Symp. on Turb. Shear Flows*, pp.10.4.1-10.4.6, 1993.

(1999年4月23日受付)