

差分を基礎としたバネブロック系を用いた 弾性体変形の計算手法の開発

Numerical Method for Elastic Deformation Using a Spring-Block System
Based on Finite Difference

吉野 隆*

Takashi YOSHINO

*正会員 博(工) 東洋大学講師 工学部環境建設学科 (〒350-8585 埼玉県川越市鯨井 2100)

We propose a new simulation method for elastic deformation based on a finite difference. The most remarkable feature of this method is to combine the finite difference of the fundamental equation of elastic body with a spring-block system. We derived a procedure, called continuous cellular automaton, for calculation of deformation of spring-block system as an approximation of deformation of continuous elastic body. Using the method, we obtain final shapes of the deformed body under some conditions. The results show qualitatively good agreement with expected shapes. Because local fracturing can be corresponded to breaking of springs, this method may have a potentiality for describing fracturing.

Key Words : spring-block model, elastic deformation, continuous cellular automaton

1. はじめに

弾性体の変形や破壊の数値シミュレーションは、物理学や地球科学そして構造工学など、さまざまな分野で取り組まれてきた重要な課題である。この課題に対して、現在において有効と考えられている方法としては、個別要素法、有限要素法そして境界要素法などが挙げられる。これらの手法は、それぞれが得意な分野において、たくさんの成果を挙げている。しかし、すべてのシミュレーションがこれらの方法で十分であるというわけではない。特に破壊のシミュレーションについては、考慮しなければならない課題も多い。例えば、個別要素法では、物理試験で実際に測定できるパラメータとシミュレーションで用いるパラメータとの関係がシステムを構成する粒子の初期配列を終了したあとでなければ決定できないという問題点がある¹⁾。また、その他の方法の場合は、連続体の変形の記述には強いが新たに生成される破壊面の記述が困難であるという欠点を持っている。

個別要素法のように破壊現象の記述を成功させながら、実験で測定されている物理パラメータを直接用いるためにはどうすればよいだろうか？本研究では、この問題を解決し得る可能性をもつ新しい手法として、「バネブロック系を用いたセルオートマトン的な計算方法」を提案し、その方法の可能性について考察してゆく。

正方向格子の格子点においたブロックが格子に置かれたバネによって連結されたシステムは、しばしば、バネブロック系もしくはバネビーズ系と呼ばれる。バネブロック系は、弾性体の振る舞いを記述する方法

として広く用いられている。地震学や統計物理学の分野では、Burridge-Knopoff²⁾のモデルという名前で広く知られているシステムである。しかし、弾性体とバネブロック系との対応関係には明解な説明が得られている訳ではない。Burridge-Knopoff モデルについては、1次元系の連立常微分方程式³⁾や二次元のセルオートマトン^{4),5)}など、様々な状況での計算結果が報告されているが、その適用の合理性は十分に議論されているとは言えない状況にある。そのため、弾性体の運動方程式から導出されたモデルとこれまで慣用的に使用されて来た(二次元) Burridge-Knopoff モデルを比較することは興味深い。

本研究で用いるのは連続値セルオートマトンもしくは結合マップ格子と呼ばれている手法である。セルオートマトン法とは、空間を格子に分割し、各格子点(セル)の次の時刻の状態をその格子点と周囲の格子点の状態から決定するルールをあたえることで系を発展させて行く手法を言う(例えば Wolfram⁶⁾や加藤・光成・築山⁷⁾)。セルオートマトンの最大の特徴はセルの状態値として0または1しかとらないところにある。この状態値を実数に拡張したセルオートマトンを連続値セルオートマトンもしくは結合マップ格子という。連続値セルオートマトンは実数に拡張した分だけ、状態の細かい記述が可能である。連続値セルオートマトンについては、通常は現象論的なアプローチをするために、アルゴリズムの基礎を微分方程式に求めないことが多い。

本研究では、バネブロック系を用いた弾性体の変

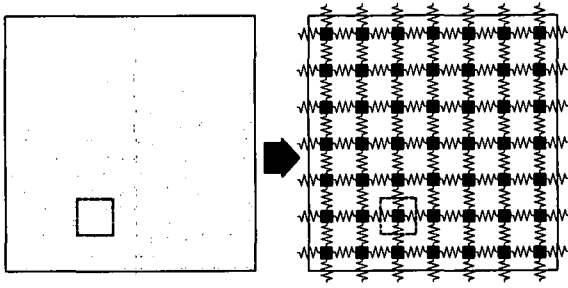


図-1 連続体とバネブロック系の対応関係

形計算を、差分法を基礎とする連続値セルオートマトンで構築することを行う。差分法を基礎とすることで、実際の物理パラメータを使用することや計算精度を評価することが可能になる。また破壊がバネそのものの切断を意味しているために、バネブロック系による弾性体の変形の記述に成功すれば、破壊現象の記述も容易になる可能性が高い。以下では、その手法の導出を行い、簡単な条件のもとでの計算結果からその手法の検証を行う。

2. 手法

2.1 バネブロック系の定義

弾性体を領域分割し、個々の領域をバネで周囲と力をやりとりするブロックに置き換えることによって、連続体である線形弾性体をバネブロック系に対応させる。このときの対応関係の模式図を図-1に示す。図で、小さい正方形で囲まれた部分が、ひとつのバネとブロックの組が対応する領域である。境界に注目すると、外部との力のやりとりを可能にするために、領域の外までバネが出ていることがわかる。以下では簡単のために2次元の場合を考えてゆくが、3次元への拡張は容易である。

以下に示す手法の導出では、長方形形状(横 L_x 、縦 L_y)の弾性体を考えてゆく。しかし、その導出の過程を考えると、長方形格子に分割できる形状であれば本手法は適用可能と考えて良いと思われる。計算のための座標系として、原点を弾性体の中央底部に定め、横方向を x 方向なおかつ縦方向を y 方向とする。弾性体を有限の幅(x 方向に Δx かつ y 方向に Δy)で切り分けた結果として生じる、 x 方向に i 番目、 y 方向に j 番目の領域を (i, j) と定義する。このときの分割数を x 方向に N_x 個、 y 方向に N_y 個(すなわち $N_x = L_x/\Delta x$ 、 $N_y = L_y/\Delta y$)とする。

バネブロック系と弾性体を対応させるために、領域 (i, j) の中心(以下では、位置 (i, j) とも表す)に微小体積の質量 $m_{i,j}$ を集中させる。その結果としてできる質点をブロックと呼ぶことにする。各ブロックは周

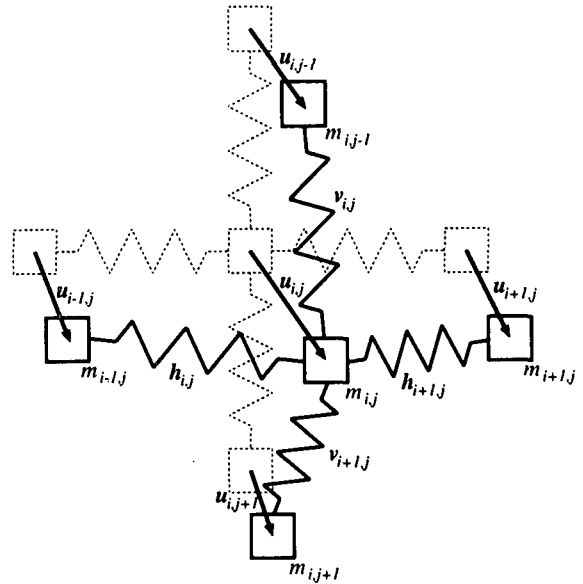


図-2 バネブロック系における変数の関係

囲のブロックとバネで連結され、正方格子上に配列されている。ブロックの位置の変化がその領域を代表する点の変位を表している。変形によって生じる、中心の位置の変位を $u_{i,j}$ とおく。

横方向および縦方向に連結されているバネの伸びを表すベクトルを、それぞれ $h_{i,j}$ および $v_{i,j}$ とおく。これらは、

$$h_{i,j} = u_{i,j} - u_{i-1,j}, \quad (1)$$

$$v_{i,j} = u_{i,j} - u_{i,j-1}, \quad (2)$$

と表される。図-2にシステムにおける変数の関係を示す。図では「伸び」ではなく「長さ」に見えてしまうので注意してほしい。以下では $m_{i,j}$ 、 $h_{i,j}$ および $v_{i,j}$ を用いて、弾性体の変形を表してゆくことを検討する。

2.2 動的な過程のシミュレーション法

弾性体の基礎方程式の差分表現を導出し、それをバネブロック系の言葉で表現することを考える。もとになる方程式は、

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \text{div grad } \mathbf{u} + \mathbf{K}, \quad (3)$$

である。ここで ρ は密度、 λ と μ は Lamé の定数、 $\mathbf{u}$ は変位、そして $\mathbf{K}$ は体積力などの外力を総合したものである。Lamé の定数は、

$$\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)},$$

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)},$$

でヤング率 E とポアソン比 σ と関係づけられる。右辺値は位置 $\mathbf{x}$ にあるブロックに生じた単位面積あたりの力と考えられるので、これを、

$$\mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})] \equiv (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \text{div grad } \mathbf{u} + \mathbf{K}, \quad (4)$$

とおき、これを微小面積倍した力 $F_{i,j} = \mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})] \Delta x \Delta y$ がバネ-ブロック系 (すなわち $m_{i,j}$, $\mathbf{h}_{i,j}$ および $\mathbf{v}_{i,j}$) でどのように表されるのかを考える。 $\mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})]$ の x 成分を f^x は成分で表示すると、

$$f^x = (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u^x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^y}{\partial x \partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u^x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^x}{\partial y^2} \right) + K^x, \quad (5)$$

と表わされる。ここで、肩にある x や y は、もとのベクトルの要素を表している。また、 $\mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})]$ の y 成分についても同様な形で表すことができる。

はじめに、 $\mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})]$ を差分近似し、式 (1) と式 (2) の $\mathbf{h}_{i,j}$ と $\mathbf{v}_{i,j}$ の要素で表現することを考える。式 (5) に現れるすべての 2 階微分は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u^x}{\partial x^2} &= \frac{u_{i+1,j}^x + u_{i-1,j}^x - 2u_{i,j}^x}{\Delta x^2}, \\ &= \frac{h_{i,j}^x - h_{i-1,j}^x}{\Delta x^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u^x}{\partial y^2} &= \frac{u_{i,j+1}^x + u_{i,j-1}^x - 2u_{i,j}^x}{\Delta y^2}, \\ &= \frac{v_{i,j}^x - v_{i-1,j}^x}{\Delta y^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u^y}{\partial x \partial y} &= \frac{u_{i+1,j+1}^y + u_{i-1,j-1}^y - u_{i+1,j-1}^y - u_{i-1,j+1}^y}{\Delta x \Delta y}, \\ &= \frac{1}{4\Delta x \Delta y} \{ v_{i+1,j+1}^y + v_{i+1,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y - v_{i-1,j+1}^y - v_{i-1,j}^y - v_{i,j+1}^y - v_{i,j}^y \}, \end{aligned} \quad (8)$$

と差分近似することができる。これによって f^x は、

$$\begin{aligned} f^x &= (\lambda + 2\mu) \frac{h_{i+1,j}^x + h_{i-1,j}^x - 2h_{i,j}^x}{\Delta x^2} + \\ &\quad \lambda \frac{v_{i+1,j}^x + v_{i-1,j}^x - 2v_{i,j}^x}{\Delta y^2} + \\ &\quad \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \{ v_{i+1,j+1}^y + v_{i+1,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y - v_{i-1,j+1}^y - v_{i-1,j}^y - v_{i,j+1}^y - v_{i,j}^y \}, \end{aligned} \quad (9)$$

となる。基礎方程式である式 (3) の両辺を $\Delta x \Delta y$ 倍したものは、

$$\rho \Delta x \Delta y \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \Delta x \Delta y \mathbf{f}[\mathbf{u}(\mathbf{x})], \quad (10)$$

なので、ブロックの質量 $m_{i,j}$ が $\rho \Delta x \Delta y$ であることから、

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{i,j}}{\partial t^2} &= \mathbf{F}_{i,j}, \\ &= (\lambda + \mu) \frac{\Delta y}{\Delta x} (h_{i+1,j}^x + h_{i-1,j}^x - 2h_{i,j}^x) + \\ &\quad \mu \frac{\Delta x}{\Delta y} (v_{i+1,j}^x + v_{i-1,j}^x - 2v_{i,j}^x) + \\ &\quad \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \{ v_{i+1,j+1}^y + v_{i+1,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y - v_{i-1,j+1}^y - v_{i-1,j}^y - v_{i,j+1}^y - v_{i,j}^y \}, \end{aligned} \quad (11)$$

と表せられる。 $\mathbf{h}_{i,j}$, $\mathbf{v}_{i,j}$ の定義式 (1) と (2) を用いることにより、

$$\frac{\partial^2 h_{i,j}^x}{\partial t^2} = F_{i,j}^x - F_{i-1,j}^x, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 v_{i,j}^y}{\partial t^2} = F_{i,j}^y - F_{i,j-1}^y, \quad (13)$$

となることから、最終的に、式 (9) にある $v_{i,j}^x$ や f^y の近似式に出てくる $h_{i,j}^y$ を消去することができる。その結果、方程式は $h_{i,j}^x$ および $v_{i,j}^y$ のみで構成することができて、

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{\partial^2 h_{i,j}^x}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\Delta y}{\Delta x} (h_{i+1,j}^x - 2h_{i,j}^x + h_{i-1,j}^x) + \\ &\quad \mu \frac{\Delta x}{\Delta y} (h_{i,j+1}^x - h_{i,j}^x) + \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \{ v_{i+1,j+1}^y + v_{i+1,j}^y - v_{i-1,j+1}^y - v_{i-1,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y - v_{i-2,j+1}^y - v_{i-2,j}^y \}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{\partial^2 v_{i,j}^y}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\Delta x}{\Delta y} (v_{i,j+1}^y - 2v_{i,j}^y + v_{i,j-1}^y) + \\ &\quad \mu \frac{\Delta y}{\Delta x} (v_{i+1,j}^y - v_{i,j}^y) + \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \{ h_{i+1,j+1}^x + h_{i,j+1}^x - h_{i+1,j-1}^x - h_{i,j-1}^x + h_{i+1,j}^x + h_{i,j}^x - h_{i+1,j-2}^x - h_{i,j-2}^x \}, \end{aligned} \quad (15)$$

となる。特に $\Delta x = \Delta y$ のとき、

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{\partial^2 h_{i,j}^x}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) (h_{i+1,j}^x - 2h_{i,j}^x + h_{i-1,j}^x) + \\ &\quad \mu (h_{i,j+1}^x - h_{i,j}^x) + \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \{ v_{i+1,j+1}^y + v_{i+1,j}^y - v_{i-1,j+1}^y - v_{i-1,j}^y + v_{i,j+1}^y + v_{i,j}^y - v_{i-2,j+1}^y - v_{i-2,j}^y \}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{\partial^2 v_{i,j}^y}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) (v_{i,j+1}^y - 2v_{i,j}^y + v_{i,j-1}^y) + \\ &\quad \mu (v_{i+1,j}^y - v_{i,j}^y) + (\lambda + \mu) \{ h_{i+1,j+1}^x + h_{i,j+1}^x - h_{i+1,j-1}^x - h_{i,j-1}^x + h_{i+1,j}^x + h_{i,j}^x - h_{i+1,j-2}^x - h_{i,j-2}^x \}, \end{aligned} \quad (17)$$

となり、分割の仕方が計算式にあらわに現れない形の方程式が得られる。同様にして $h_{i,j}^y$ と $v_{i,j}^x$ について閉じた式も導出できる。式 (16) と式 (17) を差分法などで数値計算することで、パネの運動 (そしてブロックの運動) が記述できる。

ここで外力について考えておく。外力が表面力であるとき、全加重を P とおくと、単位長さあたりの力は P/L_x となり、ひとつのブロックにかかる力は、

$$\Delta x \Delta y K^x = \frac{P}{L_x} \Delta x, \quad (18)$$

である。ブロックが代表する領域が分割幅によって違うために、システムの分割幅が式の中に含まれてしまう。また外力が体積力の場合には、

$$\Delta x \Delta y K^x = \Delta x \Delta y \rho g = m_{i,j} g \quad (19)$$

と分割の情報を $m_{i,j}$ に含ませてしまうことができるために、分割幅は式の中にあらわに含まれない。

2.3 静的な過程のシミュレーション法

以下では、つりあいの状態の形状のみを考える。すなわち、弾性波動といった動力学的な振る舞いは無視するものとし、最終的に到達する形状のみに注目する。「物質の破壊も、その伝播は一瞬 (弾性波の速度程度) であり、破壊の直前直後では、この仮定が成立していると考えても構わない」という状況が現実には多いため、この近似は決して不当なものではない (再び注意しておくが、本研究で提案している手法は静的な問題にのみ限られたものではない)。

弾性体のつりあい状態を求めるアルゴリズムを考えるときに基礎となる方程式は、弾性体のつりあいの式、

$$(\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u} + \mu \text{div grad} \mathbf{u} + \mathbf{K} = \mathbf{0}, \quad (20)$$

である。パネ-ブロック系で言うならば、すべての i と j について $\mathbf{F}_{i,j} = \mathbf{0}$ である。

ブロックをつりあいの位置に到達させるために、パネの伸び $h_{i,j}$ と $v_{i,j}$ を外力 ($\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i-1,j}$) および ($\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i,j-1}$) の α 倍分だけ増加させてゆく方法 (最急勾配法) を用いた。すなわち、一回の計算ごとに、

$$h_{i,j} \rightarrow h_{i,j} + \alpha (\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i-1,j}), \quad (21)$$

$$v_{i,j} \rightarrow v_{i,j} + \alpha (\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i,j-1}), \quad (22)$$

を計算して系を発展させてゆくことで ($\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i-1,j}$) と ($\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{F}_{i,j-1}$) をゼロに近づけてゆく。これを繰り返して、最終的には、すべての点 (i,j) のにおいて、

$$\mathbf{F}_{i,j} = \mathbf{0}, \quad (23)$$

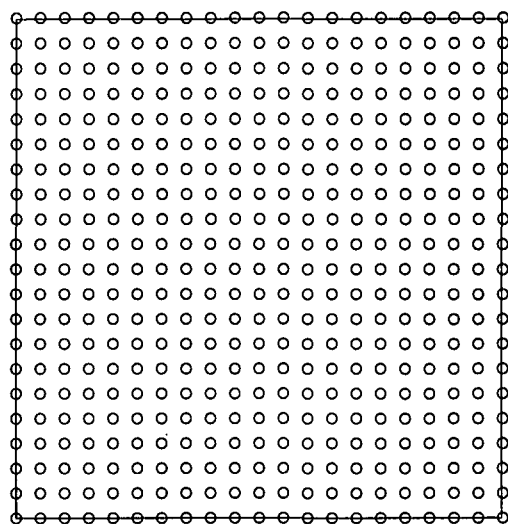


図-3 シミュレーションの初期状態

となる $\mathbf{F}_{i,j}$ に到達させる。実際の数値計算では完全にゼロとなることは稀なので、 $\mathbf{F}_{i,j} \approx \mathbf{0}$ が成立すること、すなわち、 $\mathbf{F}_{i,j}$ が無視できる程十分に小さくなることが目標となる。

3. 結果

以下では、つりあいの状態を求めるシミュレーションの結果を示す。図-3 は計算開始前の初期状態を表している。白丸がブロックに相当しており、パネは図の中には示していない。以下に示した結果は、 $N_x \times N_y = 21 \times 21$ のブロックで正方形に構成されている。各パラメータの値には以下のものを用いた。 $\lambda = 0.00033 \text{ N/cm}^2$, $\mu = 0.00091 \text{ N/cm}^2$, $\alpha = 0.08$, そして、システムサイズは $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ である。なお、用いている数値は、計算結果を視覚的に確認するために用いたものであって、実際のコンクリートや鉄板で用いられる数値ではない。以下で使用する数値についても同様である。

はじめに、せん断力および圧縮力を加えた状態を計算した結果を示す。2種類のシミュレーションのいずれの場合でも、最上面にある各ブロックに同一の大きさをもつ力を外力として作用させ、最底面の一行は固定している。

せん断試験のシミュレーションの結果を図-4 に、圧縮試験のシミュレーションの結果を図-5 に示す。せん断のシミュレーションでは $P = 0.04 \text{ N}$, 圧縮のシミュレーションでは $P = 0.68 \text{ N}$ である。ただし (当然のことながら) せん断では K^x が、圧縮では K^y が非ゼロになる量である。図中の正方形は計算前の形状を表している。 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ と、平衡形へ到達してゆく様子がわかる。 A が 500 回, B が 1000 回, C が

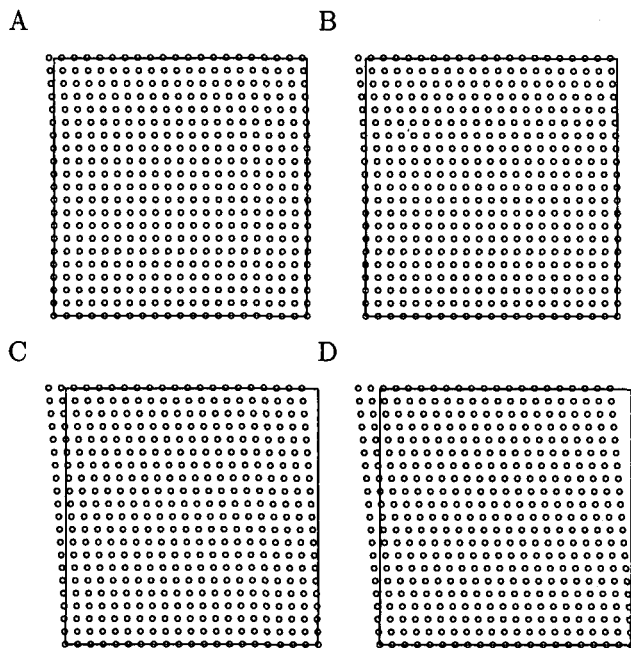


図-4 上面にせん断力を加えたときの計算過程

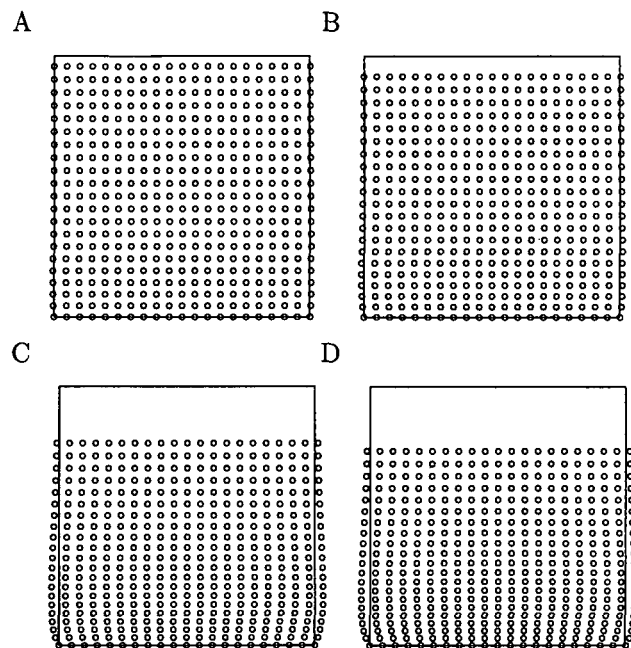


図-6 自重による変形の計算過程

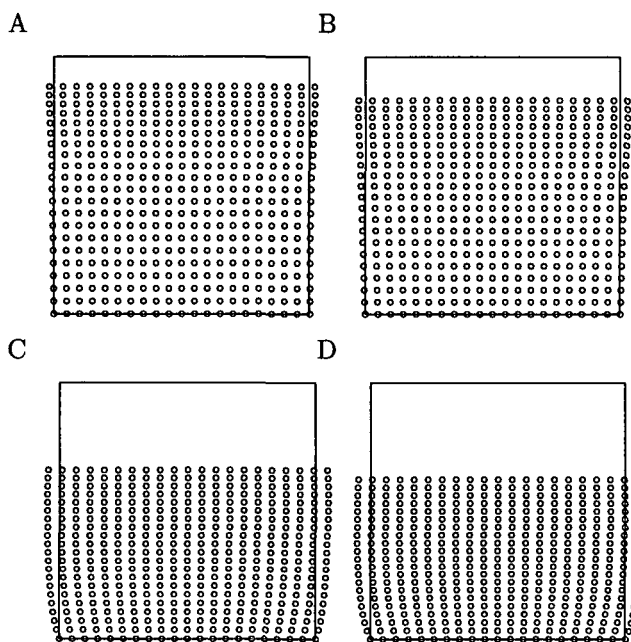


図-5 上面に圧縮力を加えたときの計算過程

5000 回、そして D が 10000 回の繰り返しの時点での変形の結果である。どちらの場合も効率良く(無駄な動きをせずに)平衡位置へ近付いていることがわかる。

次に、自重で変形した場合の形状を求めるシミュレーションの結果を図- 6 に示す。体積力は $\rho g = 0.001$ N/cm² を用いた。表面力の場合と同様に、正方形は計算前の形状を表しており、A が 500 回、B が 1000 回、C が 5000 回、そして D が 10000 回の繰り返しの時

点での変形の結果である。A → B → C → D と、平衡形へ到達してゆくことがわかる。以上の結果から、外力として表面力や体積力を与えた場合について、変形が計算できることが確かめられた。

最後に、圧縮試験のシミュレーションで、システムサイズの違いをによる結果の違いを比較した。計算結果を図-7 に示す。A は $N_x \times N_x = 8 \times 8$, B は $N_x \times N_x = 21 \times 21$, C は $N_x \times N_x = 30 \times 30$, そして D は $N_x \times N_x = 41 \times 41$ である。どのシステムも(その精度についての違いはあるものの)破綻すること無く結果が得られることがわかった。

4. 議論

今回検討したいずれのシミュレーションについても、定性的には弾性体の変形と考えて良い結果が得られた。いずれのシミュレーションの結果においても、スナップショットを見る限り、無駄な変動をせずに平衡点に達しているようである。このことから、つりあいの状態を求めるシミュレーションは成功していると言って良い。本手法は差分を基礎としているために、誤差の精度が評価しやすいという利点がある。この利点を活かすためには、誤差の評価方法を確立する必要があるだろう。

これまでに考察されてきた二次元 Burrige-Knopoff モデルと本モデルの違いについて考察しておく。一般に、連続値セルオートマトンで用いられる二次元 Burrige-Knopoff モデルの基礎方程式は、本研究の表示方法を

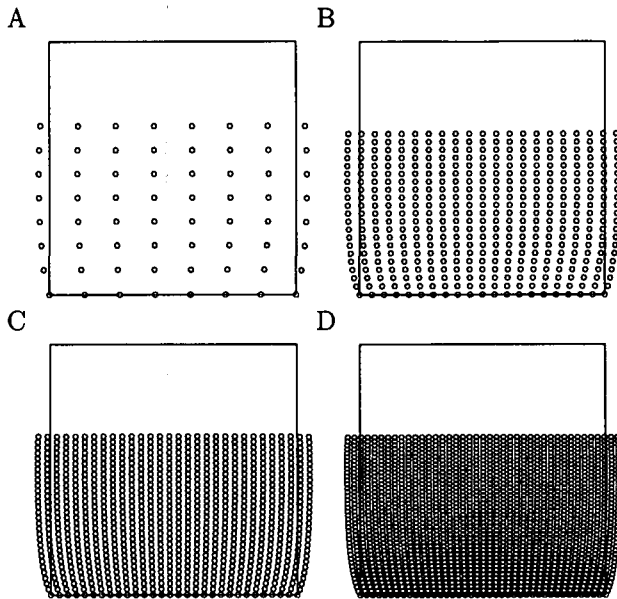


図-7 システムサイズによる最終形状の違い

用いると,

$$m_{i,j} \frac{\partial^2 u_{i,j}^x}{\partial t^2} = K_1(2u_{i,j}^x - u_{i-1,j}^x - u_{i+1,j}^x) + K_2(2u_{i,j}^x - u_{i,j-1}^x - u_{i,j+1}^x) + K_L^x u_{i,j}^x \quad (24)$$

と書かれる^{4),5)}. ここで、最後の項はモデルが断層を表すために存在する項 (leaf term と呼ばれている) であって、ここでの議論の対象とはならないものである。式 (6) から式 (8) までを式 (24) と比較すると、この式には式 (8) に対応する項が含まれていないことがわかる。これは主に微小体積が回転をしないことに対応する項である。この項が存在しないために計算結果に差が出るのが予想される。

計算の対象とする材料に介在物がある場合に本手法が適応可能であるか検討する。介在物内部および外部については、ブロックに連結されるバネのパラメータ (μ や λ) およびブロックの質量 ($m_{i,j}$) の値を領域毎に変えれば良い。ただし境界に接して存在するブロックには、工夫が必要である。最も単純な方法としては、境界上にあるバネのパラメータをブロックの位置によって使い分けることが考えられる。具体的には、境界の内部にあるブロックの計算を行うときには外部のバネのパラメータを用い、外部にあるブロックの計算を行うときには内部のバネのパラメータを用いる。これを不自然と考え、新しい適用方法を模索するかは今後の課題である。

本手法と個別要素法は、分割された要素間をバネで連結するという点で似ているが、運動を記述する対象が異なっている。個別要素法が要素の位置の変化を記述するのに対して、本手法は要素間を連結するバネの状態 (伸びもしくは長さ) の変化を記述している。その意味で、本手法は破壊現象を記述する新しいシミュレーションの可能性を秘めていると言える。計算効率と精度のバランスという点で、本手法が個別要素法よりも優秀となりうるの計算条件がどのような場合であるのかは、これからの検討課題である。

5. 結論

弾性体の変形の計算方法としてバネ・ブロック系による計算手法を導出した。動的な過程は式 (16) および式 (17) などを時間について差分化することによって数値計算が可能であることがわかった。また、つりあいの状態を求める場合には、式 (21) および式 (22) で示した手続きを繰り返せば良いことがわかった。数値シミュレーションの結果から、本研究で考察したモデルは弾性体の変形を定性的に表現し得ることが解った。本来の目的は、このモデルの破壊問題への拡張にある。破壊のシミュレーションとモデルの改善点については、今後の研究で検討してゆきたい。

謝辞： 東京大学地震研究所の堀宗朗先生には研究の当初からいろいろとコメントを頂いた。環境工学株式会社の八木直良さんには、プログラムのミスを指摘して頂いた。本研究は文部省科学研究費 (No. 10750055 および No. 07555334) による補助を受けている。

参考文献

- 1) 伯野元彦：破壊のシミュレーションー拡張個別要素法で破壊を追うー，森北出版，1997。
- 2) Burridge, R. and Knopoff, L.: Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57, 341-371, 1967.
- 3) Carlson, J.M. and Langer, J.S.: Mechanical model of an earthquake fault, *Phys. Rev. A* 40, 6470-6484, 1989.
- 4) Christensen, K. and Olami, Z.: Variation of the Gutenberg-Richter b values and nontrivial temporal correlations in a spring-block model for earthquakes, *J. Geophys. Res.* Vol. 97, pp.8729-8735, 1992.
- 5) Yoshino, T.: Influence of crustal viscosity on earthquake energy distribution in a viscoelastic spring-block system, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 25, pp.3643-3646, 1998.
- 6) Wolfram, S.: *Cellular Automata and Complexity - Collected Papers*, Addison-Wesley, Reading Mass, 1994.
- 7) 加藤恭義・光成友孝・築山洋：セルオートマトン法，森北出版，1998

(1999 年 4 月 23 日 受付)