

## 都市強震動予測のためのマクロ・ミクロ解析手法の現状について

## CURRENT STATE OF MACRO-MICRO ANALYSIS FOR PREDICTION OF STRONG MOTION DISTRIBUTION IN LARGE CITY

市村 強\* 堀 宗朗\*\*

Tsuyoshi ICHIMURA and Muneco HORI

\*学生会員 修士 東京大学大学院 社会基盤工学専攻 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

\*\*正会員 Ph.D. 東京大学助教授 東京大学地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

The present paper proposes a macro-micro analysis to predict a possible strong motion distribution in a metropolis. The macro-micro analysis takes advantage of the singular perturbation expansion and the bounding media theory, such that required numerical computation is reduced due to the multi-scale analysis and the uncertainty of the ground and geological structures are accounted for. Hence, optimistic and pessimistic evaluation in a most high spatial and time resolution can be obtained; A prototype of a numerical code is developed. An actual earthquake is simulated, and the comparison with measured data are made. The results support the basic validity of the proposed method.

**Key Words :** Macro-Micro Analysis, Singular Perturbation, Bounding Media

## 1. はじめに

都市部での震災対策を考える上で、都市内全域で空間・時間的に十分に高分解能<sup>1</sup>・高精度な強震動分布を予測することの意義は大きいと考える。高分解能かつ高精度がのぞまれるため、断層から考えている都市部までの波動伝播過程を定量的にシミュレートできるような数値解析手法がのぞまれる。

上記のような波動伝播過程を数値計算でシミュレートするにはふたつの大きな問題点がある。ひとつは現実的でないほどの計算機設備が必要とされること、もうひとつは地盤・地殻情報が低分解能であることである。ひとつめの問題点は、実際に解くべき問題とはほぼ等価な  $10 \times 10 \times 10$  [km] の領域における 40 [sec] 間の波動場計算を考えればよい。表-1 は空間分解能 10 [m]、時間分解能 0.1 [sec] としたときの各手法が要するメモリ量の評価である。境界要素法の必要とするメモリ量は現実的であるが、境界要素法は計算量が要素数の2乗に比例して増加するため大要素数の問題に適用するのは難しい。ふたつめの問題点は、水平方向も深さ方向も十分な分解能で地盤情報が整備されていないため、信頼できる高分解能なシミュレーション用の地盤モデルが設定できないことになる。強震動分布は伏在地形の影響を強く受けるということが指摘されていることを考えれば、この問題点のもつ重大さが理解される。以上の問題点があるために現在の計算による波動場計算

1) の限界は時間分解能で 0.9 [sec] ていどとなっており、必要とされる分解能にはいたっていない。

表-1 必要とされるメモリ

|     | メモリ [MB]        |
|-----|-----------------|
| FDM | $5 \times 10^3$ |
| FEM | $5 \times 10^3$ |
| BEM | 1               |

本研究では、都市部における強震動分布を高分解能・高精度で数値計算するためにマクロ・ミクロ解析という手法を提案している<sup>2)3)14)15)16)</sup>。この手法では前述の二つの問題点を、特異摂動とバウンディング・メディアの方法を組み合わせることによって解決をはかっている。特異摂動は、一度に必要な計算量を抑えながら高い空間分解能と時間分解能を獲得するための階層型解析をおこなうために導入される。バウンディング・メディアの方法は、地盤構造の不確実性にもとづいて *optimistic* な構造と *pessimistic* な構造をあたえるために導入される。

マクロ・ミクロ解析の具体的なながれについてのべる。1) 地盤情報の不確実性を統計的不均一性もつ構造としてとらえなおす<sup>2)</sup>。2) このモデルにバウンディング・メディアの方法を適用し、ひずみエネルギーの観点から二つの仮想的な *optimistic* な構造と *pessimistic* な構造を定義する。3) これらの構造をそれぞれもちいて

<sup>1</sup> 地表付近では、空間的分解能は 1 [m] のオーダー、時間分解能は 0.1 [sec] のオーダーが必要とされる。

<sup>2</sup> このような仮定は地質構造を推定する場合によく用いられている<sup>8)</sup>。

波動場計算をおこなう。このとき、変位場に関して特異摂動をほどこす。特異摂動の第一項については、低分解能で都市全域について計算をおこなう。第二項は、この第一項をもちいて高分解能で都市の部分領域で計算をおこなう。これらの二つの解析がそれぞれ、マクロ解析、ミクロ解析である。

本研究でのマクロ・ミクロ解析についての主な成果は、以下のように整理される。

1. 本解析の新しい定義に基づき厳密に定式化した。
2. 本解析のためのプロトタイププログラムを作成した。
3. 本解析の基礎的な妥当性を実測データと比較し検証した。

本研究中では、 $x_i$  座標に関する微分を  $d_i$  で、 $X_i$  座標に関する微分を  $D_i$  であらわす。また、添え字については総和規約を適用している。

## 2. マクロ・ミクロ解析の数理

簡単のため、不均質線形弾性体  $V$  を考える。 $V$  の不均一性の長さの尺度をあたえる無次元パラメータ、 $\varepsilon$  ( $\ll 1$ )、を導入し、弾性テンソルと密度を以下のように定義する。

$$c_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{x}) \text{ and } \rho^\varepsilon(\mathbf{x})$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は空間ベクトルである。これらの場における変位、 $u_i^\varepsilon$ 、に関する支配方程式は式 (1) となる。

$$d_i(c_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{x})d_l u_k(\mathbf{x}, t)) - \rho^\varepsilon(\mathbf{x})\ddot{u}_j(\mathbf{x}, t) = 0. \quad (1)$$

まず、不確実性のない  $V$  についての準静的な場合について考える。すなわち、 $c_{ijkl}^\varepsilon$  と  $\rho^\varepsilon$  が完全に与えられていて、かつ、慣性力が無視できる場合について考える (式 (2) の場合)。

$$d_i(c_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{x})d_l u_k^\varepsilon(\mathbf{x})) = 0. \quad (2)$$

$\mathbf{X} = \varepsilon\mathbf{x}$  となるような *slow* な空間変数、 $\mathbf{X}$ 、を導入し、式 (3) のように  $u_i^\varepsilon$  の特異摂動をとる。

$$u_i^\varepsilon(\mathbf{x}) \approx u_i^{(0)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + \varepsilon u_i^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + \dots \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{X}$  は  $V$  内で定義され、 $\mathbf{x}$  は  $\mathbf{X}$  内での小領域で定義される。また、 $x_i$  と  $X_i$  の関係から、 $x_i$  に関する微分は  $d_i + \varepsilon D_i$  に置き換えることができる。 $c_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{x})$  は  $x_i$  だけでなく  $X_i$  の関数であるから  $c_{ijkl}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = c_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{x})$  として式 (3) を式 (2) に代入すると次式をえる。

$$\begin{aligned} & \varepsilon^0 (d_i(c_{ijkl}d_l u_k^{(0)})) \\ & + \varepsilon^1 (d_i(c_{ijkl}(d_l u_k^{(1)} + D_l u_k^{(0)})) + D_i(c_{ijkl}d_l u_k^{(0)})) \\ & + \varepsilon^2 (D_i(c_{ijkl}(d_l u_k^{(1)} + D_l u_k^{(0)})) \\ & + d_i(c_{ijkl}(d_l u_k^{(2)} + D_l u_k^{(1)}))) + O(\varepsilon^1) = 0. \end{aligned}$$

$\varepsilon^0$  と  $\varepsilon^1$  の係数の条件より、 $u_k^{(0)}$  と  $u_k^{(1)}$  について以下の関係がえられる。 $u_i^{(0)}$  が  $\mathbf{X}$  のみの関数であること、 $u_i^{(1)}$  が

$$u_i^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) = \chi_{ipq}^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) D_q u_p^{(0)}(\mathbf{X})$$

の形式であらわすことができ、 $\chi_{ipq}^{(1)}$  が式 (4) を満足する。

$$d_i(c_{ijkl}(\mathbf{X}, \mathbf{x})(d_l \chi_{kpq}^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) + I_{klpq})) = 0, \quad (4)$$

ここで、 $I_{ijkl}$  は四階の単位テンソルである。 $\varepsilon^0$  の係数について  $\mathbf{X}$  の変域である  $\Omega_{\mathbf{X}}$  で体積平均をとると次式をえる。

$$D_i \langle c_{ijpq}(d_q \chi_{pkl}^{(1)} + I_{pqkl}) \rangle D_l u_k^{(0)} = 0.$$

ここで、 $\Omega_{\mathbf{X}}$  での  $\langle (\cdot) \rangle$  は体積平均をあらわす。

$\Omega_{\mathbf{X}}$  での  $\chi_{ipq}^{(1)}$  を決定するためには境界条件が必要となる。しかし、境界条件は  $V$  での  $u_i$  が決定されなければ一意に決定することはできない。そこで、正解の境界条件のかわりに一様ひずみ境界条件、 $u_i = x_j E_{ji}$ 、と一様応力境界条件、 $t_i = n_j \Sigma_{ji}$ 、をもちいる。これらの境界条件は式 (5) のように種々の境界条件における  $\Omega_{\mathbf{X}}$  のとりうるひずみエネルギーをはさみこむことができるためである。

$$\langle \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^E c_{ijkl} \varepsilon_{kl}^E \rangle \leq \langle \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^G c_{ijkl} \varepsilon_{kl}^G \rangle \leq \langle \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^\Sigma c_{ijkl} \varepsilon_{kl}^\Sigma \rangle, \quad (5)$$

ここで、上添え字  $E, G, \Sigma$  はそれぞれ、一様ひずみ境界条件、一般の境界条件、一様応力境界条件をそれぞれあらわしている。また、 $\langle \varepsilon_{ij}^E \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^G \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^\Sigma \rangle$  がみたまれている。

$u_k^{(0)}$  に関する二つの支配方程式をたてる。ここで、上添え字  $E$  と  $\Sigma$  はそれぞれ上記の一様ひずみ境界条件と一様応力境界条件に対応している。

$$D_i (C_{ijkl}^{E, \Sigma} D_l u_k^{(0)E, \Sigma}(\mathbf{X})) = 0, \quad (6)$$

ここで  $C_{ijkl}^{E, \Sigma}$  はそれぞれ以下のように定義される。

$$C_{ijkl}^{E, \Sigma} = \langle c_{ijpq}(d_q \chi_{pkl}^{(1)E, \Sigma} + I_{pqkl}) \rangle. \quad (7)$$

以上により、近似解が

$$u_i^{(0)E, \Sigma}(\mathbf{X}) + \varepsilon \chi_{ipq}^{(0)E, \Sigma}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) D_q u_p^{(0)E, \Sigma}(\mathbf{X})$$

のようにもとめられる。これらの解は、直接  $u_i^\varepsilon$  を計算するのに比べ、非常にすくない計算量でもとめることが可能となっている。

つぎに、 $V$  の物性が確率的に変動する場合について考える。ここでは、前述の特異摂動の方法と結び付けて、統計的不均一性をもつ  $V$  のひずみエネルギーをはさみこむような解を計算することをこころみる。簡単のため、 $V$  が異方性材料ではない、 $V$  のなかでヤング

率,  $E$ , が確率的に変動する, ポアソン比,  $\nu$ , は一定と仮定する. まず,  $V$  を  $N$  個の小領域,  $\omega^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, N$ ) に分割する. そして, それぞれの小領域  $\omega^\alpha$  のヤング率にたいする確率密度関数,  $\varphi^\alpha(E)$ , が与えられているとする.

ここで, 一般化された Hashin-Shtrikman の変分原理 (付録 I 参照) をもちいると, 考えているある  $c_{ijkl}^\epsilon$  の全ひずみエネルギー,  $e$ , は, 式 (8) のようにはさみこむことができる.

$$e^{o+} - J(s^*; c^\epsilon; c^{o+}) < e(c^\epsilon) < e^{o-} - J(s^*; c^\epsilon; c^{o-}), \quad (8)$$

ここで,  $J$  はアイゲンストレス,  $s_{ij}^*$ , に関する汎関数であり以下のようにあたえられる.

$$J(s^*; c^\epsilon; c^o) = \int_V \frac{1}{2} s_{ij}^* ((c_{ijkl}^\epsilon - c_{ijkl}^{o\pm})^{-1} s_{kl}^* - \epsilon_{ij}^d(s^*) - 2\epsilon_{ij}^h) dV, \quad (9)$$

$\epsilon_{ij}^d$  は  $s_{ij}^*$  によりつくられるひずみである.  $c_{ijkl}^{o\pm}$  は定値の弾性テンソルであり, それぞれ,  $c_{ijkl}^\epsilon - c_{ijkl}^{o\pm}$  を正值, 負値とする.  $e^{o\pm}$  は  $V(c^{o\pm})$  での全ひずみエネルギーである. この原理により  $V$  の平均ひずみエネルギーの上限と下限をあたえるようなバウンディング・メディアを設定することができる. 実際には, 式 (8) がすべての  $s_{ij}^*$  についてなりたつため, 式 (8) の両辺の期待値を以下のように設定することができる.

$$\overline{J(s^*; c^\epsilon; c^{o\pm})} = \int_V \frac{1}{2} s_{ij}^* ((c_{ijkl}^\epsilon - c_{ijkl}^{o\pm})^{-1} s_{kl}^* - \epsilon_{ij}^d(s^*) - 2\epsilon_{ij}^h) dV. \quad (10)$$

ここで, 上線は確率場における平均値をしめす. このとき, 以下のことがわかる.  $c_{ijkl}^{o+} \rightarrow 0$  とすると  $(c_{ijkl}^\epsilon - c_{ijkl}^{o+})^{-1}$  は  $(c_{ijkl}^+ - c_{ijkl}^{o+})^{-1}$  に近づく. そして  $\bar{c}_{ijkl}^+(x)$  は

$$\bar{c}_{ijkl}^+(x) = \left( \int \varphi^\alpha(E) (c_{ijkl}^\epsilon)^{-1}(x; E) dE \right)^{-1}, \quad (11)$$

となる. また,  $c_{ijkl}^{o-} \rightarrow \infty$  とすると  $(c_{ijkl}^\epsilon - c_{ijkl}^{o-})^{-1}$  は  $(\bar{c}_{ijkl}^- - c_{ijkl}^{o-})^{-1}$  に近づく. そして  $\bar{c}_{ijkl}^-(x)$  は

$$\bar{c}_{ijkl}^-(x) = \int \varphi^\alpha(E) c_{ijkl}^\epsilon(x; E) dE, \quad (12)$$

となる. それゆえ,  $\bar{e}$  に関する, 次の不等式を導くことができる.

$$e^{o+} - J(s^*; \bar{c}^+; c^{o+}) < \bar{e} < e^{o-} - J(s^*; \bar{c}^-; c^{o-}). \quad (13)$$

定義により,  $J$  は  $\bar{c}_{ijkl}^\pm$  で定義された領域での境界値問題のひずみエネルギーに対する狭い上下限をあたえる. そのため,  $\bar{c}_{ijkl}^+$ ,  $\bar{c}_{ijkl}^-$  をそれぞれもつ, 仮想的な *body*

$V^+$ ,  $V^-$  を設定すると  $V^\pm$  は  $V$  のひずみエネルギーの期待値をはさみこむことができる.

特異摂動を  $V^\pm$  の変位に適用する.  $V^\pm$  が全ひずみエネルギーの期待値の上限もしくは下限をあたえるので,  $V^\pm$  の有効弾性テンソルをもとめるときには, 一樣ひずみ境界条件か一樣応力境界条件のどちらかをもちいることになる.

最後に慣性力がふくまれている場合について考える. 波動場が低周波領域の場合,  $V^\pm$  に対して, 近似として準静的仮定を適用できる. そのため, 特異摂動の第一項に関する支配方程式は以下のようにかける.

$$D_i(\bar{C}_{ijkl}^\pm(\mathbf{X}) D_l u_k^{(0)}(\mathbf{X}, t)) - R(\mathbf{X}) \ddot{u}_j^{(0)}(\mathbf{X}, t) = 0, \quad (14)$$

ここで  $\bar{C}_{ijkl}^\pm$  は準静的な場合の  $V^\pm$  の有効弾性テンソルであり,  $R$  は  $R = \langle \bar{\rho} \rangle$  であたえられる有効密度である.

慣性力の影響を取り出すために  $T = \sqrt{\epsilon} t$  なる  $T$  を導入して空間と同様に時間に関して以下のように特異摂動をとる.

$$u_i^\epsilon(\mathbf{x}, t) \approx u_i^{(0)}(\mathbf{X}, T) + \epsilon u_i^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}, T, t) + \dots \quad (15)$$

ここで,  $T$  は  $t$  よりも *slow* に変化する時間変数である. 式 (15) を式 (1) に代入すると準静的な場合と同様な表現式がえられる. たとえば,  $\epsilon^1$  の係数より以下の式がえられる.

$$d_i(\bar{c}_{ijkl}^\pm(\mathbf{X}, \mathbf{x}) (d_l u_k^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{x}, T, t) + D_l u_k^{(0)}(\mathbf{X}, T))) - \bar{\rho}(\mathbf{X}, \mathbf{x}) \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2}(\mathbf{X}, \mathbf{x}, T, t) = 0. \quad (16)$$

この表現式は,  $u_i^{(0)}$  が与えられたときの, 局地的な不均一性による攪乱波である  $u_i^{(1)}$  がある場合と等価である.

以上をまとめる. まず式 (14) を解き, つぎに式 (16) を解くことによって  $V^\pm$  での波動場計算をおこなうことができる. 式 (14) では, 準静的仮定の場合の弾性テンソル  $\bar{C}_{ijkl}^\pm$  がもちいられている. さらに精度を向上させるには, 式 (16) の解から  $\bar{C}_{ijkl}^\pm$  を再計算すればよい. しかしながら, 今回は低周波領域での問題なので, この再計算による改善の度合いは小さいと考えられる.

### 3. マクロ・ミクロ解析の適用例

マクロ・ミクロ解析の基本的な妥当性を検証するために, プロトタイププログラムを作成し, 実際の地震をシミュレートした. このプログラムでは, 境界要素法, 有限要素法をマクロ解析, ミクロ解析にそれぞれもちいている (付録 II, 付録 III 参照).

シミュレートの対象となる地震の性状は表 2 のようである. 震源は ramp function の点震源としてモデル化した. 断層面積は  $2.19[\text{km}^2]$ , 断層面での食い違い量は  $0.3[\text{m}]$ , rise time は  $0.64[\text{sec}]$  とした<sup>6)</sup>. 比較の

ための強震動データは横浜市内千歳公園, (35.4338N, 139.6372E), でえられたものもちいる. 観測点近傍の全体の地盤構造のモデルとして, 図-1のような水平二層構造をもちいた. 表-3は最下層の物性をしめしている. 地表の層については, 図-2, 図-3と表-4が地盤構造と物性をしめしている. 図-2の番号は図-3中の柱状図の番号をしめしており, 図-3の英字はそれぞれ表-4の材料物性と関連づけてしめしてある.

表-2 震源パラメータ

| Lat.  | Long.  | Depth | Strike | Dip | Rake | Mag.  |
|-------|--------|-------|--------|-----|------|-------|
| 35.6N | 140.0E | 75km  | 10°    | 62° | 100° | 4.7Mw |

表-3 最下層の材料物性

| $\rho[\text{kg/m}^3]$ | $C_2[\text{m/s}]$ | $\nu$ |
|-----------------------|-------------------|-------|
| 2500.                 | 3500.             | 0.27  |

表-4 表層の材料物性

|        | $\rho[\text{kg/m}^3]$ | $C_2[\text{m/s}]$ | $\nu$ |
|--------|-----------------------|-------------------|-------|
| $Ac_1$ | 1500.                 | 100.              | 0.27  |
| $Ac_2$ | 1600.                 | 140.              | 0.27  |
| $As_2$ | 1800.                 | 210.              | 0.27  |
| $T$    | 2100.                 | 700.              | 0.27  |

まず, 観測点近傍において表層のみが不確実性をもつと考え, 表層を統計的不均一性をもつ領域としてモデル化する. この領域は図-4のように観測点を中心とした400×400×50[m]の範囲である. つぎに, この領域についてのバウンディング・メディアを計算すると物性は表-5のようになる. マクロ解析では, このバウンディング・メディアを表層の物性としてモデル化し, 全体での波動場計算をおこなう. マクロ解析では, 断層破壊から40.96[sec]間を0.32[sec]間隔で計算した. マクロ解析でもちいたモデルは図-5のようであり, 0.8×0.8[km]の地表と境界面は16×16要素に分割した. 震源パラメータは表-2をもちいた. ミクロ解析のモデルは図-6のように観測点を中心として40×40×40[m]の範囲である. この領域を2×2×2[m]の要素で離散化し0.02秒間隔で計算した.

マクロ解析とミクロ解析<sup>3</sup>でえられた観測点での波形はそれぞれ図-7, 8となった. 図-8のミクロ解析による波形は初動到達から10.0[sec]間のものである. 図-7と図-8を比較すると, マクロ解析によってえた解がミクロ解析によって地下の不整形形成層構造の影響を反映した解に改善されていることがわかる. 図-9はマクロ・ミクロ解析により計算された加速度波形と

<sup>3</sup>  $\epsilon$ はマクロ解析とミクロ解析の要素の大きさの比である0.04とした.

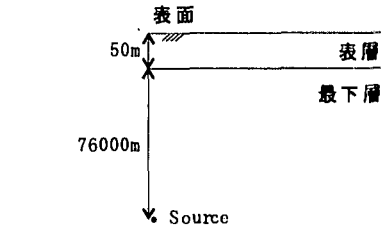


図-1 地殻構造

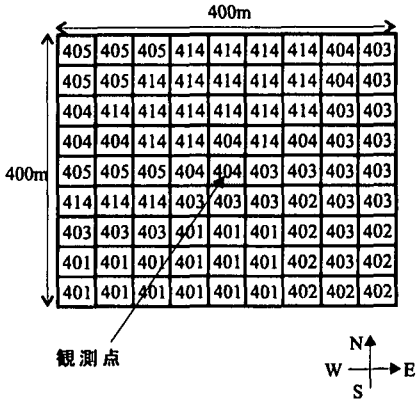


図-2 表層の地盤構造

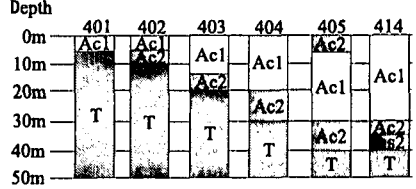


図-3 土質柱状図

表-5 bounding media の物性

|    | $\rho[\text{kg/m}^3]$ | $C_2[\text{m/s}]$ | $\nu$ |
|----|-----------------------|-------------------|-------|
| V+ | 1807.5                | 645.8             | 0.27  |
| V- | 1770.5                | 197.5             | 0.27  |

実測加速度波形を主要動開始から1.0[sec]間で図示したものである. この解析では5[Hz]までの精度の保証が可能であるので, 計算波形と実測データとともに5[Hz]まででカットしてある. 計算波形は実測された波形とは異なっているが, これはおもに断層モデルを単純化し過ぎたためと考えられる. しかしながら, 計算波形は実測データとほぼ同じオーダーの振幅であり, 振幅の意味では実測のデータをはさみこむことができていると考えられる. これは, マクロ・ミクロ解析の基本的な妥当性をしめしていると考えられる.

最後に, 観測点近傍の20×20[m]の範囲での最大加速度分布を計算した(図-10, 11). この計算では, 空間分解能2[m], 時間分解能0.2[sec]までが保証されている. マクロ解析では, このスケールではほぼ一様な最大加速度分布になる. しかし, ミクロ解析を介する

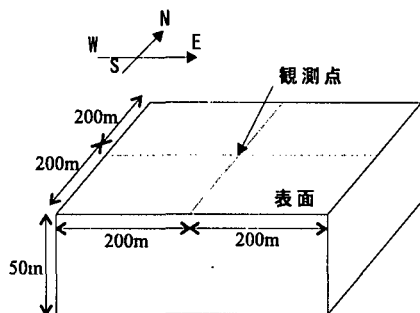


図-4 対象領域

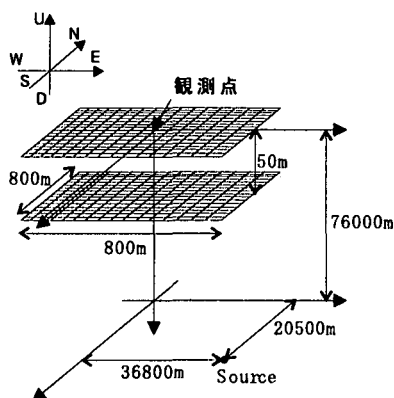


図-5 マクロ解析のためのモデル

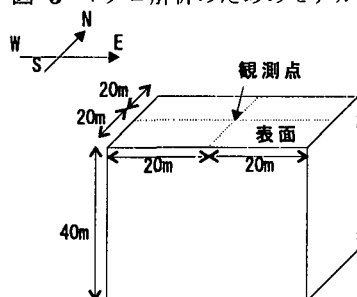
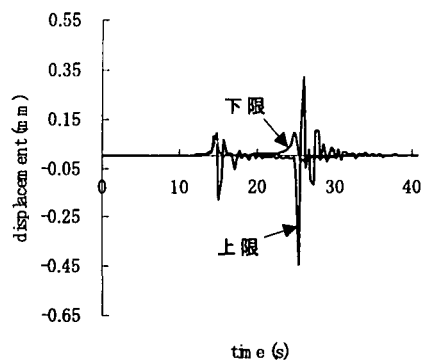


図-6 ミクロ解析のためのモデル

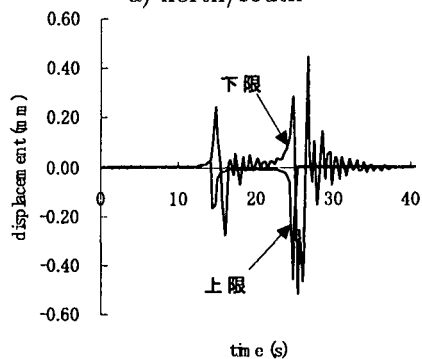
ことによって、地下での複雑な不整形成層構造の影響をうけた局所的な偏りをもつ最大加速度分布となっている。

#### 4. おわりに

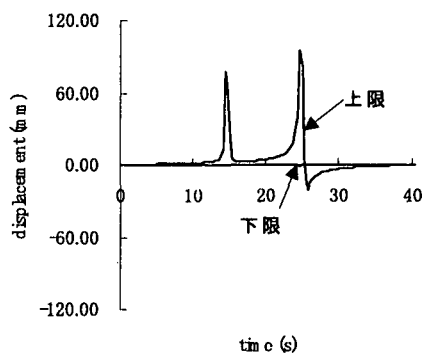
本論文では、提案しているマクロ・ミクロ解析の基本的な妥当性を検証するため、実際の地震をシミュレートした。本手法により、5[Hz]までの領域で実測データと同じ振幅の計算波形をえることができた。これは他の手法による計算結果とくらべて大きな成果である。また、空間分解能 2[m]・時間分解能 0.2[sec] という高分解能を高精度に数値計算することによって、20×20[m] という狭い範囲の中でも、地盤の複雑な構造により最大加速度分布に顕著な偏りが起こることを実際に数値計算により、定量的にあらわしたことも大きな成果であるといえる。



a) north/south



b) east/west



c) up/down

図-7 マクロ解析による変位波形

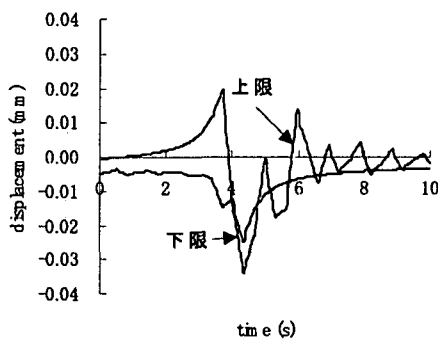
今回は簡単なモデル化を採用したため、計算波形と実際の波形の形が異なっていた。今後はより実際の地盤構造、断層モデルを取り入れられるように数値解析手法を改良していく予定である。また、本手法適用の妥当性をより検証するために、より多くの観測点でえられた実測データを再現することを予定している。

#### 付録 I Hashin-Shtrikman の変分原理

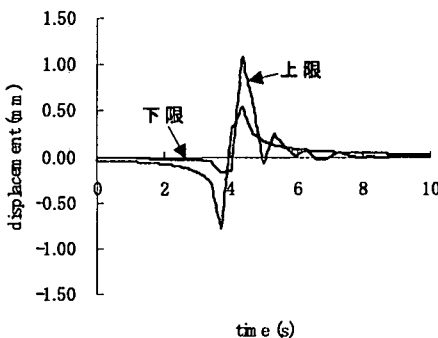
$u_i^e$  の支配方程式, 式 (2), を以下の二つの式で置き換える:

$$c_{ijkl}^o u_{k,li}^e(\mathbf{x}) + \sigma_{ij,i}^*(\mathbf{x}) = 0, \quad (\text{I.1})$$

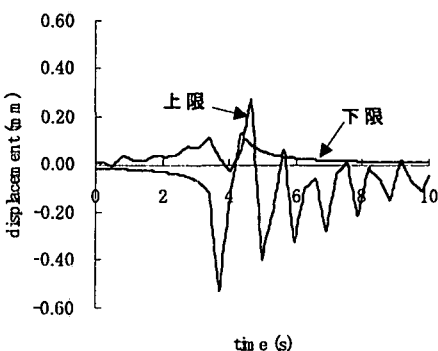
$$\sigma_{ij}^*(\mathbf{x}) = (c_{ijkl}^e(\mathbf{x}) - c_{ijkl}^o) \epsilon_{kl}^e(\mathbf{x}), \quad (\text{I.2})$$



a) north/south

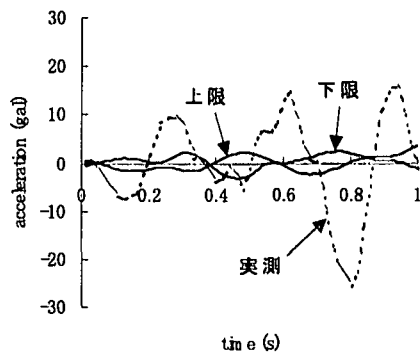


b) east/west

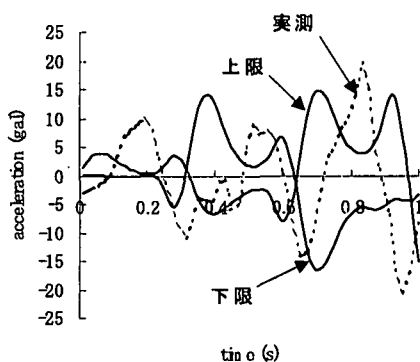


c) up/down

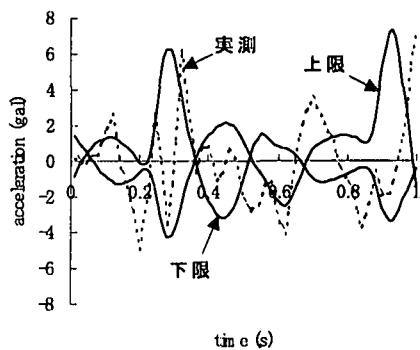
図-8 マクロ・ミクロ解析による変位波形



a) north/south



b) east/west



c) up/down

図-9 マクロ・ミクロ解析による加速度波形

ここで  $\epsilon_{ij}^e$  は  $u_i^e$  によるひずみ,  $c_{ijkl}^0$  は定値の弾性テンソル,  $\sigma_{ij}^*$  はアイゲンストレスである。あたえられた  $\sigma_{ij}^*$  と境界条件について式 (I.1) の解は形式的に  $u_i^h + u_i^d$  とあらすことができる。ここで,  $u_i^h$  は  $\sigma_{ij}^*$  がないときの変位,  $u_i^d$  は  $\sigma_{ij}^*$  による変位である。これをもちいて, 式 (I.2) は式 (I.3) とかける。

$$(c_{ijkl}^e(\mathbf{x}) - c_{ijkl}^0)^{-1} \sigma_{kl}^*(\mathbf{x}) - \epsilon_{kl}^h(\mathbf{x}) + \epsilon_{kl}^d(\mathbf{x}, \sigma^*). \quad (\text{I.3})$$

そして, 式 (I.3) を成り立たせるようなオイラー式をもつ汎関数, 式 (9), を定義することができる。この汎関数は以下の二つの性質をもつ。

1.  $J(\sigma^*) = e - e^0$  のときに  $J$  を停留させる, 正解のアイゲンストレスにたいする  $e$  をあたえる。

2.  $c_{ijkl} - c_{ijkl}^0$  を正定値にする  $c_{ijkl}^0$  に対して,  $J$  の停留値は最小となる。  $c_{ijkl} - c_{ijkl}^0$  を負定値にする  $c_{ijkl}^0$  に対して,  $J$  の停留値は最大となる。

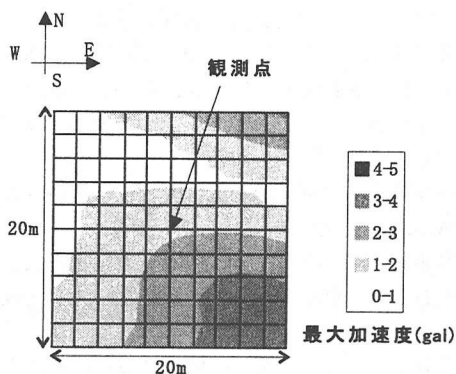
以上の性質により,  $V$  の全ひずみエネルギーは式 (8) のようにはさみこむことができる。

## 付録 II マクロ解析の数値解析手法

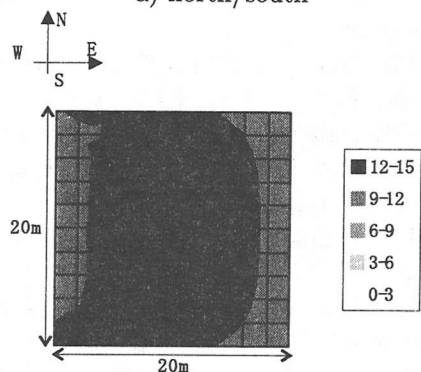
マクロ解析は周波数領域での境界要素法<sup>9)</sup>をもちいておこない, FFTにより時間領域に変換する<sup>4)</sup>。

先述したように境界要素法では  $n^2$  ( $n$  = 要素数) に

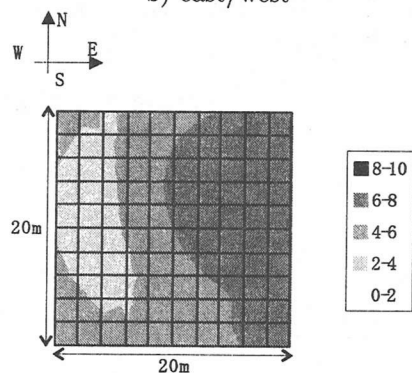
<sup>4)</sup> 積分方程式の特異性は<sup>4)</sup><sup>5)</sup>により評価している。



a) north/south

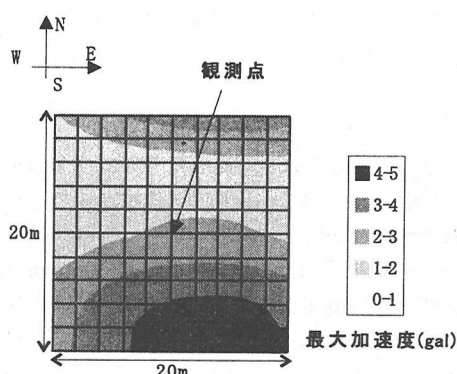


b) east/west

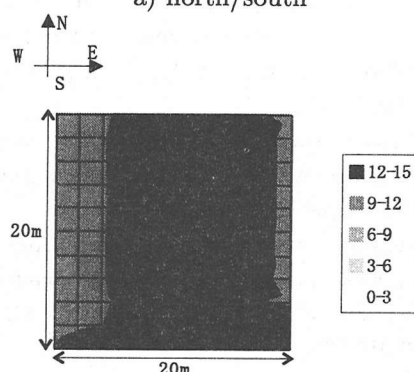


c) up/down

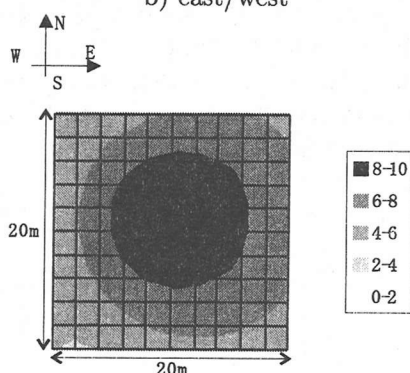
図-10 Optimistic の場合



a) north/south



b) east/west



c) up/down

図-11 Pessimistic の場合

比例して計算量が増加する．この問題を解決するために，多重極展開法<sup>10)11)12)13)14)</sup>を組み込み，計算量を  $n\log(n)$  に抑えている<sup>5)</sup>．

現在，大規模問題を直接法で解くのは難しいため，反復法をもちいる必要がある．今回のように表層の領域とそれ以外の領域で材料物性が大きく異なる場合にはそれぞれの領域でのグリーン関数のオーダーも大きく異なる．このようなグリーン関数をふくむ境界積分方程式を離散した代数方程式は収束性が極端に悪化するため反復法で解くのは難しく，最悪な場合には残差が収束しないことがある．この問題を解決するため，各層毎にサブストラクチャー法を導入し，収束性の改善

を図っている．

### 付録 III ミクロ解析の数値解析手法

ミクロ解析では有限要素法により，観測点近傍の領域を取り出し波動場計算をおこなっている．有限要素法をこの種の問題に適用する場合には，境界からの無意味な反射波を取り除かなければならない<sup>7)</sup>．今回は，ダンパー要素を対象とする領域に2層まきつけて反射波を吸収させている．パラメトリック・スタディの結果，内側のダンパー要素は  $C = 1. \times M$ ，外側の  $C = 10. \times M$  とした．ここで  $M$  は質量マトリクス， $C$  は減衰マトリクスである．

ミクロ解析では，マクロ解析でえた解を特異振動の

<sup>5)</sup> 厳密には，ここで用いている方法はパネル・クラスタリング法とよばれる．

関係に基づいて各ノードに直接、インシデントな波として導入している。

## 参考文献

- 1) Hesheng Bao, Jacobo Bielak, Omar Ghattas, Loukas F. Kallivokas, David R. O'Hallaron, Jonathan R. Shewchuk, and Jifeng Xu: Large-scale Simulation of Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Media on Parallel Computers. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 152(1-2), pp.85-102, 22 January 1998.
- 2) M. Hori: Bounds for Effective Material Properties of Statistically Non-homogeneous Solid, *Structural Eng./Earthquake Eng.* vol.11, No.3, pp.131-140, October 1994
- 3) M. Hori and S. Nemat-Nasser: On Two Micromechanics Theories for Determining Micro-Macro Relations (to be published).
- 4) M. Guiggiani, A. Gigante: A General Algorithm for Multidimensional Cauchy Principal Value Integrals in the Boundary Element Method, *Trans. ASME*, vol.57, pp.906-915, 1990
- 5) 中川克也, 北原道弘, 浜田政則: 3次元弾性波動問題への積分方程式の応用, 境界要素法研究会 境界要素法論文集 第1巻, pp.163-168, 1984
- 6) Kikuchi and Ishida: Source Retrieval for Local Earthquakes with Broadband Records, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 83, pp.330-346, 1993.
- 7) 鷲津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦: 有限要素法ハンドブック 2 応用編, 培風館, 1983.
- 8) Mary P. Anderson, William W. Woessner (藤縄克之訳): 地下水モデル 実践的シミュレーションの基礎, 共立出版, 1994.
- 9) 田中正隆, 田中喜久昭: 境界要素法—基礎と応用, 丸善株式会社, 1992.
- 10) 福井卓雄, 井上耕一: 高速多重極境界要素法による2次元動弾性問題の解析, 応用力学論文集, vol.1, pp.373-380, 1998.
- 11) 渡辺修, 速水謙: 多重極展開法による境界要素法の高速度化, *BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集*, 4, pp.39-44, 1995
- 12) 福井卓雄, 服部純一: 多重極展開法による境界要素解析の効率化, 計算工学講演会論文集, vol.1, 1996
- 13) 福井卓雄, 服部純一, 土居野優: 高速多重極法の境界要素解析への応用, 構造工学論文集, vol.43A, pp.373-382, 1997.
- 14) 市村強: 広域強震動シミュレーターに関する基礎研究, 東京大学工学部学士論文, 1998.
- 15) 市村強, 堀宗朗: 都市強震動予測のためのマクロ・ミクロ解析, 応用力学論文集, vol.1, pp.607-612, 1998.
- 16) 市村強, 堀宗朗: 都市強震動予測のためのマクロ・ミクロ解析手法, 第3回都市直下地震災害総合シンポジウム, pp.123-124, 1998.

(1999年4月23日受付)