

楕円微細構造体に着目した初期構造の異なる粒状体の非線形変形挙動

Non-linear Deformation Behaviors of Granular Materials with Different Initial Fabric by Elliptic Microstructure

前田健一*・三浦均也**

Kenichi MAEDA and Kinya MIURA

正会員 工博 名古屋工業大学講師 システムマネジメント工学科 (〒466-8555 愛知県名古屋市昭和区御器所町)
 正会員 工博 北海道大学大学院助教授 工学研究科 (〒060-9628 北海道札幌市北区 13 条西 8 丁目)

The constitutive model for explaining non-linear deformation mechanism of granular materials was presented by the Authors. Elliptic microstructure composed of particles in granular materials is focused as a unit of microstructure. In the model, the macroscopic behavior of heterogeneous granular material is assumed to be controlled by the elliptic microstructures and the interactions among them. In this paper, the relation between size of microstructure and size of constituent particle is investigated with stability conditions of the structures. And the deformation behavior of granular materials with different initial fabric under shearing are examined based on the mechanism of fabric change such as collapse and revival of the microstructures.. The proposed constitutive model has the capacity to explain the mechanism of non-linear deformation including the effect of initial fabric on stress-induced anisotropy and dilatancy in a unique manner based on the elliptic microstructure model.

Key Words: granular materials, microstructure, deformation, micromechanics

1. はじめに

粒状体の変形・破壊挙動を統一的に理解するには、個々の粒子が持つ性質および粒子が形成する構造の変化を解明する必要がある。

そこで、著者等は粒状体中に発生する接触力伝達経路全体を楕円形の骨格構造が連鎖したものとみなし、その構成単位として粒子間の接点が楕円上に整列した「楕円微細構造体」(図-1 参照)に着目した。さらに、これら構造体間の相互作用を考慮した二次元非線形解析モデル「楕円微細構造体モデル」(Elliptic Microstructure Model)を提案している^{1),2)}。本モデルでは個別要素法(DEM)のように境界条件もとの粒子個々のミクロな運動を計算するのではなく、連続体近似された楕円微細構造体(楕円領域)がランダムに配置した不均質材料として粒状体をみなし、等価な均質材料に置きかえることで粒状体要素の応力ひずみ関係を解析する。

本解析手法では、構造体の粒子間すべりによる構造体の崩壊、安定条件を満足した構造体の生存や発生による内部構造の変化によって、粒状体の非線形性が表現される。また、楕円構造体自身が、粒状体に特徴的な、ダイレイタンス、変形の異方性や非共軸性などの性質を有している¹⁾。

既報²⁾では等方粒状材料において等方圧縮およびせん断時の解析を行い、以下のことが示された。

- (1)せん断に伴う応力誘導異方性は楕円構造体の安定条件に支配されて発現し、最大主応力方向に長軸を有する扁平な構造体のみが生存または発生することで、最大圧縮応力を受ける方向に粒子間接点力が集中することが明らかになった。ひずみ硬化現象は構造体の安定条件で説明可能である。
- (2)等方応力下での粒状体の硬化現象は、崩壊していた楕円微細構造体が安定条件を満たし発生することで生じる。
- (3)低応力比のせん断では収縮傾向、高い応力比では膨張傾向に推移する粒状体のダイレイタンス挙動は、楕円微細構造体の安定条件と変形特性のメカニズムを考慮するば統一的説明が可能である。
- (4)せん断力が作用していない等方応力状態においても、楕円構造体にはせん断力が発生し粒状体中には局所的にはせん断変形が発生していることが分かった。したがって、等方圧縮時とせん断変形時の変形挙動は、構造体の特性に基づき共通のメカニズムで説明できる。

本論文では、楕円微細構造体を形成する粒子個数(構造体の大きさ)と構造体の安定性との関係について検討し、粒状体の変形・破壊挙動におよぼす構造体の構成粒子数の影響について調べる。さらに、粒状体の変形・破壊におよぼす初期構造異方性の影響について調べることで、粒状体の応力誘導異方性・破壊強度の発現メカニズムについて考察する

表-1 楕円微細構造体の基本的パラメータ

構造体幾何

対称軸半径: a, b
 扁平度: $\kappa_e = (a^2 - b^2) / (a^2 + b^2)$ (異方性の程度)
 長軸方向: α_e (異方性の主軸と一致)
 構成粒子直径: d
 接点方位角, 粒子接触面垂直方向: α_r, α_c

応力条件

主応力: σ_a, σ_b
 せん断レベル (応力比): $\kappa_\sigma = (\sigma_a - \sigma_b) / (\sigma_a + \sigma_b)$
 最大主応力方向: α_σ

粒子接点

粒子接触面垂直力・接線力: f_n, f_t
 粒子間動員摩擦角, 最大値:
 $\phi_c, \phi_{cmax} (|\phi_c| \text{ の最大値})$
 粒子間摩擦角: ϕ_μ
 粒子接触面垂直・接線方向バネ定数: k_n, k_t

*ただし、方向角 $\alpha_r, \alpha_c, \alpha_\sigma, \alpha_e$ は
 x 軸から反時計まわりを正。

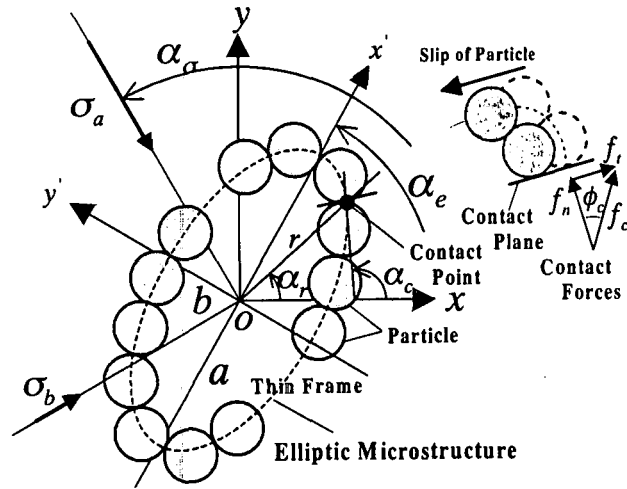


図-1 楕円微細構造体の幾何学的定義

2. 楕円微細構造体の定義

楕円構造体の定義を説明する。幾何形状、応力状態、および接点力に関する基本的パラメータを図-1と表-1にまとめて示す。図-1に示す構造体を受ける応力（主応力 σ_a, σ_b ）は、隣接する構造体の粒子から受ける接点力を注目する構造体が囲む楕円領域で平均化したものである。つまり個々の構造体はそれぞれ一様な応力空間内に存在すると仮定する。実際には粒状体内部の応力状態は不均一で構造体間の境界で不連続であるが、その効果は構造体間の相互作用を考慮することで組み込んでいる。

2.1 構造体の幾何形状

本モデルでは、構造体が一元的には離散系であることを考慮しながらも連続体に近似するために、構成粒子特性を次のように取り扱っている。

- 1) 個々の粒子の形状は直接的には議論しない。粒子形状の影響は粒子間接点における力学定数（表-1）に反映すると考える。
- 2) 構造体の接点力の算定や変形解析では、粒子接点が楕円形状に連続的に（稠密に）分布すると考える。
- 3) 構造体の大きさに関連する構成粒子数、つまり、粒子直径 d と楕円短軸半径 b の比 d/b の影響は変形解析には接点剛性として直接的に考慮され、破壊条件については確率的に導入する。

構造体の形状は扁平度"Slenderness" κ_e 、方向は長

軸の向き α_e で表現する。ここで、 $\kappa_e = 0$ は円形に対応し、扁平になるにしたがい $|\kappa_e|$ は大きく、楕円構造体はその長軸方向に異方性が卓越していることになる。

2.2 応力および接点力

応力状態については、主応力 σ_a, σ_b と最大主応力方向 α_σ で表現する。また、せん断応力レベルを応力比 κ_σ で表わす。等方応力下では $\kappa_\sigma = 0$ 、主応力比が大きくなると $|\kappa_\sigma|$ は大きくなる。

構造体を楕円形状シェルに近似し、周辺応力との釣り合い関係から粒子間接点力に相当する軸力とせん断力を算定する。これにより、粒子接触面の垂直および接線方向の接点力 f_n, f_t と粒子間動員摩擦角 ϕ_c （図-1）が得られる¹⁾。

3. 構造体に動員される摩擦角

粒状体では、粒子間で発生するすべりに対する安定性が構造の変化を支配する要因と考えられる。したがって、粒子間動員摩擦角の最大値 ϕ_{cmax} が粒子間摩擦角 ϕ_μ よりも大きい時（ $\phi_{cmax} \geq \phi_\mu$ ）、構造体は不安定化して崩壊し接点力を伝達する能力を失う。粒子間動員摩擦角の最大値 ϕ_{cmax} は構造体の形状 κ_e 、応力比 κ_σ 、構造体と主応力方向の相対角 $\alpha_\sigma - \alpha_e$ の関数で表される¹⁾。

$$\phi_{cmax} = \phi_{cmax}(\kappa_e, \kappa_\sigma, \alpha_\sigma - \alpha_e) \quad (1)$$

構造体長軸方向と最大主応力方向が一致する“対称条件”($\alpha_o - \alpha_e = 0$)では、

$$K_e = K_o \quad (2)$$

すなわち、

$$a/b = \sqrt{\sigma_a / \sigma_b} \quad (3)$$

のときに、構造体全体にわたって $\phi_e = 0$ であり粒子間にはせん断力が全く発生せず、もっとも安定する。また、扁平な構造体($\kappa_e \neq 0$)では、たとえ等方応力下($\kappa_o = 0$)であっても ϕ_e が大きな値を示し、接点にはせん断力が発生する^{1),2)}。

つぎに、“非対称条件”($\alpha_o - \alpha_e \neq 0$)における最大動員摩擦角 ϕ_{cmax} について述べる。最大動員摩擦角 $\phi_{cmax} = 20^\circ$ が発生する条件について、構造体の扁平度(異方性)を表す κ_e 、応力比 κ_o の関係を図-2に示す。等値線で囲まれた範囲では、 $\phi_{cmax} < 20^\circ$ であるから、粒子間摩擦角 $\phi_\mu = 20^\circ$ の構造体は粒子間のすべりに対して安定である。一方等値線の外側の条件下では崩壊する。

例えば、等方応力下 $\kappa_o = 0$ では、構造体の向きに関係なく $\kappa_e < 0.33$ の円に近い形状の構造体であれば安定ということになる。応力比 κ_o の増加に伴って等値線は上方に移動し、囲まれる領域は狭くなるため安定条件はより厳しくなる。さらに、高い応力比 $\kappa_o = 0.6$ では、円形に近い構造体($\kappa_e < 0.3$)や相対角 $|\alpha_o - \alpha_e|$ が 10° 以上の構造は存在できないことも分かる。高い応力比下では、扁平さ κ_e や相対主応力角($\alpha_o - \alpha_e$)の変化によって構造の不安定化が生じやすいことが分かる。

図-2 から、主応力比の増大に伴って最大主応力方向に長軸が向いた扁平な構造が安定であり、その発生・消滅の必要条件が構造体の安定条件であるといえる。このような傾向は小田ら³⁾の実験結果と一致

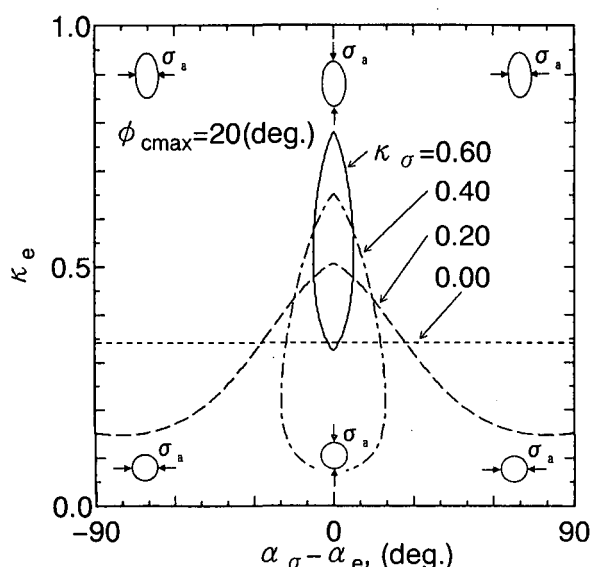


図-2 粒子間動員摩擦角 $\phi_{cmax} = 20(\text{deg.})$ の等値線

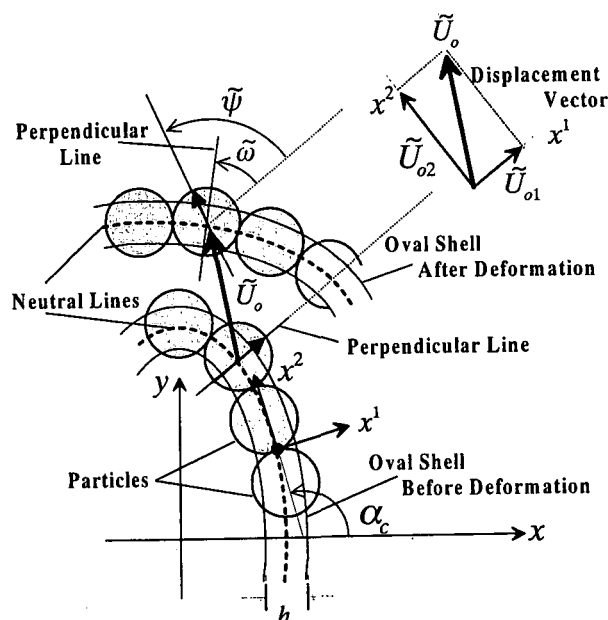


図-3 構造体の変位場のシェルによる連続体モデル化

しており、統計的には最大主応力方向に粒子接触面分布が卓越するという実験結果に対応している。

以上のことから、粒状体の誘導異方性また移動硬化のメカニズムは、楕円構造体の安定条件を考慮することで説明することができ、安定条件が満たされず構造体が破壊することで非弾性的な変形を生じると理解できる。

4. 構造体の変形特性

本章では、構造体の変形解析・変形特性^{1),2)}についてその特徴を説明する。本論文では、粒状体に特徴的なダイレイタンスーについてのみ述べる。

4.1. 変形解析

本論文では構造体の変形解析は微小ひずみ変形解析で微小な応力・ひずみ増分に対して弾性として行う。したがって、粒状体の巨視的な塑性的変形は、粒子間すべりに起因する構造体の崩壊・発生といった不可逆的な内部部構造の変化に支配されると考える。

構造上の変位場とひずみの関係を得るために、構造を楕円形状のシェルでモデル化し(図-3)。局所的座標系としてシェルの中立線に垂直方向・接線方向にそれぞれ x^1 、 x^2 を設ける。シェルの幅を任意幅 h とし楕円の曲率半径 ρ に比べて十分小さいと考える($h/\rho \rightarrow 0$)。シェルの中立線の変位 $\tilde{U}_{oi}$ ($i=1, 2$)と、シェル要素の変形との関係はシェル理論によって定式化し、粒子回転の効果を考慮するためシェルの構成則としてマイクロポーラ理論を導入した。接点が連続的に並んでいると考えているので、構成則に必要な変形係数はシェル要素の局所的な釣合条件を考慮

することでバネ定数 k_n, k_t と粒子直径 d の関数として与えられる。したがって、変形に及ぼす粒子回転の影響は、バネ定数の関数として設定する。

接触面法線・接線方向の粒子接点力 f_n, f_t とシェル中立線 $\tilde{U}_{o1}$ の変位量との関係は次式によって与えられ、これらが楕円構造体の構成則を意味する。

$$f_n = -\frac{d \cdot (k_n + k_t)}{2} \left[\frac{\tilde{U}_{o1}}{\rho} + \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{d\tilde{U}_{o2}}{d\alpha_c} + \frac{\tilde{U}_{o2}}{\rho^2} \frac{d\rho}{d\alpha_c} \right\} \right] \quad (4)$$

$$f_t = \frac{d \cdot k_t}{2} [\tilde{\psi} - \tilde{\omega}] \quad (5)$$

$$\tilde{\omega} = \left\{ \frac{\tilde{U}_{o1}}{\rho} - \frac{d\tilde{U}_{o2}}{\rho d\alpha_c} \right\} \quad (6)$$

ここで、 $\tilde{\psi}$ と $\tilde{\omega}$ は、粒子の全回転量と変位による回転量を表す。式(4)の軸力 f_t に k_t の項や式(5)のせん断力に回転項($\tilde{\psi} - \tilde{\omega}$)が含まれるのは、せん断変形や粒子の独自の回転によって接点力が動員されることを意味し、通常の弾性体ではなくマイクロポーラ理論導入に伴うものである。

式(4)と式(5)における曲率半径 ρ が構造体短軸 b に比例することから、変形量は $k_n \cdot d/b$ に反比例することになる。つまり、構造が密で d/b が小さく、相対的に構造体の構成粒子数が少なく粒子接点数が少ないと変形しにくい。このように、楕円構造体自体の構成関係には微細構造サイズ b 、粒子寸法 d という長さの次元をもつパラメータ、つまり、特性長を含むことになる。以後、応力と変形係数に関しては $k_n \cdot d/b$ で正規化して検討する。

応力・ひずみについては、図-4 のように、それぞれ三成分で考える。添え字の p, s は純粋せん断と単純せん断に対応し、 m は平均垂直応力と、それに対応する面積ひずみを意味し、収縮側を正としている。

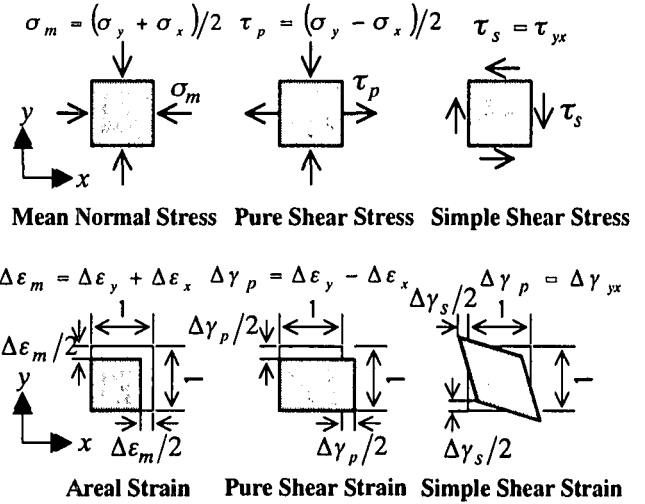


図-4 x-y 座標系における応力・ひずみ成分の定義

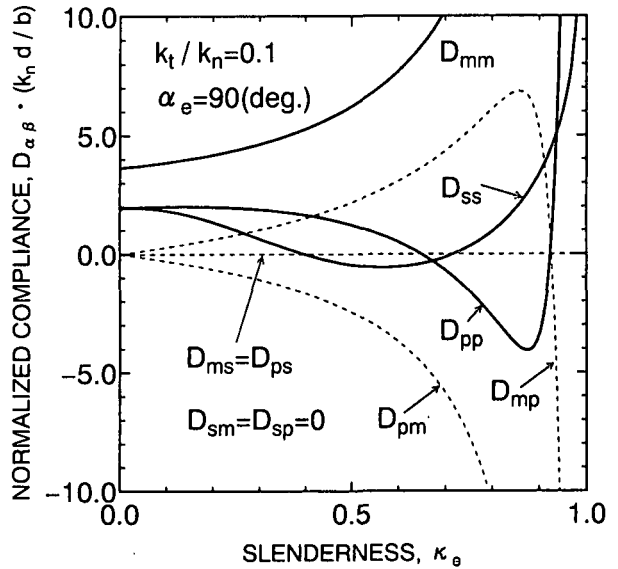


図-5 楕円微細構造体のコンプライアンス成分; $k_t/k_n=0.1$

4.2. 変形の特徴

変形コンプライアンスは、次式で定義される。

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_m \\ \Delta \gamma_p \\ \Delta \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{mm} & D_{mp} & D_{ms} \\ D_{pm} & D_{pp} & D_{ps} \\ D_{sm} & D_{sp} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \sigma_m \\ \Delta \tau_p \\ \Delta \tau_s \end{bmatrix} \quad (7)$$

通常の等方弾性体では対角マトリックスを成す。楕円微細構造体についてコンプライアンスを詳細に検討した結果、個々の楕円構造体の力学特性に基づいて、粒状体に特徴的な変形の異方性、ダイレイタンス特性、変形の共軸・非共軸性などを合理的に説明できることが明らかになっている。

ここで、楕円構造体の力学特性に基づく粒状体のダイレイタンス・メカニズムについて説明する

(図-6)。周長が等しい閉じた曲線に囲まれた面積は、円のときが一番大きく、扁平になるにしたがい小さくなる。低い応力比では円形に近い構造体が存在し、せん断によって体積が収縮する ($\Delta \varepsilon_m = D_{mp} \cdot \Delta \tau_p > 0$)。せん断応力比が高くなると扁平な構造体が存在可能となることから体積が膨張 ($\Delta \varepsilon_m < 0$) が生じる。このような応力比の増加に伴い収縮性から膨張性へと推移する“ダイレイタンス”特性は粒状体において通常見られる挙動であり、楕円構造体の安定条件、変形特性から説明可能である。つまり、構造体の変形は弾性であるが、塑性的な粒子間すべりに基づく構造変化によってダイレイタンスが生じることを示唆している。

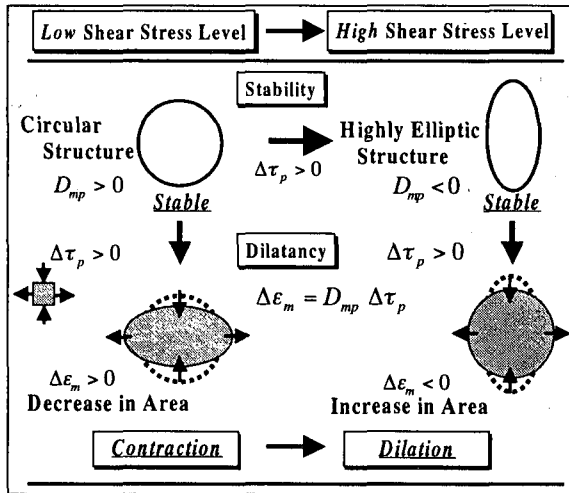


図-6 楕円微細構造体の力学特性に基づく粒状体のダイレイタンス・メカニズム

5. 構造体の大きさを考慮した構造体の破壊・安定条件

前章で述べたように構造体の変形解析では構造体と構成粒子との相対的大きさが考慮されている。本章では構造体の安定条件・破壊条件に構造体の大きさの影響を反映することを考える。

楕円の扁平度 κ_e と長軸・短軸半径の比 a/b 、 $b=1$ としたときの楕円の全周長 Γ ($b=1$) との関係を図-7 に示す。

本章では、最大動員摩擦角 ϕ_{cmax} と粒子間すべりの条件 $\phi_{cmax} \geq \phi_\mu$ 満たす全弧長 $s(\phi_\mu)$ に着目する (図-8 参照)。図-9 には、相対角 $(\alpha_o - \alpha_c) = 0$ で、形状 $\kappa_e = 0.6$ 、摩擦角 $\phi_\mu = 20\text{deg}$ の構造体について、 $\phi_{cmax} \geq 20\text{deg}$ となる楕円の弧の長さ $s(20)$ 、最大動員摩擦角 ϕ_{cmax} と応力比 κ_o との関係を示している。応力比が $0.35 < \kappa_o < 0.75$ では $\phi_{cmax} < 20\text{deg}$ であるから $s(20) = 0$ である。また、応力比の変化によって、摩擦角 ϕ_{cmax} のみならず、すべり条件を満たす弧長 $s(20)$ も顕著に変化することが分かる。

構造体の安定条件は弧長 $s(\phi_\mu)$ と構成粒子径 d の大きさの比 s/d の設定値によって大きく影響をうけると考えられる。たとえば、粒径 d のとき、 $s/d \geq 1$ であれば s の中に接点が存在する確率は高く、構造体が破壊する可能性は極めて高い。一方、 $\phi_{cmax} \geq \phi_\mu$ となる弧長が小さいとき ($s/d \approx 0$) は、破壊しにくくなると考えられる。したがって、構造体の破壊条件は次の二式によって記述される。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{cmax} &\geq \phi_\mu \\ s(\phi_\mu)/d &\geq \text{設定値} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

図-2 の等値線が囲む領域は、構造体の破壊の規準を式(8)の設定値を 0 とした場合に相当し、 $\phi_{cmax} \geq \phi_\mu$ 、

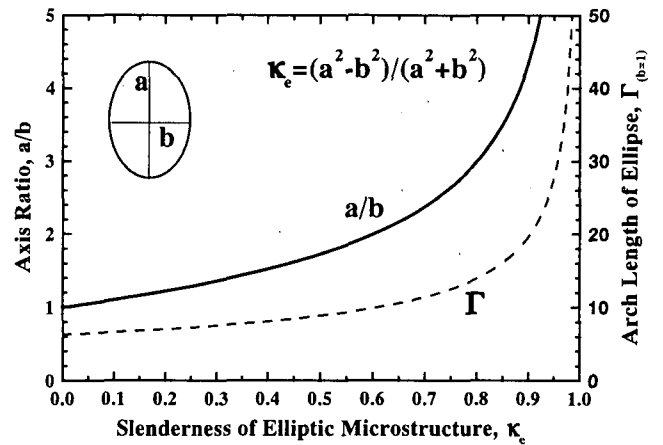


図-7 楕円微細構造体の形状 κ_e 、 a/b と全周長 Γ

$s/d=0$ の構造体の最も厳しい安定条件に相当する。

また、弧長 $s(\phi_\mu)$ は構造体の半径 b に比例するから、同じ形状の構造体であれば、構成粒子数が少なく密な構造体の方が高い強度を示す。このように、構造体の破壊条件に s/d を付加することで、構造体の大きさを考慮した解析が可能になる。

6. 楕円微細構造体の大きさ

提案するモデルにおいて重要なパラメータである構造体の大きさについて考察する。構造体がおかれている二次元応力状態に微小な変化を与え、構造体の粒子間すべりに対する安定性の変化を調べることで構造体の大きさについて検討する。図-10 は、図-9 の場合に主応力の相対角差の変化 $\Delta(\alpha_o - \alpha_c) = 0 \sim 15\text{deg}$ を与えたときの、周長 Γ とすべり条件を満たす弧長 $s(20)$ との比 $\Gamma/s(20)$ の変化を示している。構造体の安定度が高い場合には、弧長 $s(20)$ が小さく長さ比 $\Gamma/s(20)$ は大きい。一方、 $\Gamma/s(20)$ が小さくなると安定性は低い。図から、低い応力比下では相対角差の変化 $\Delta(\alpha_o - \alpha_c)$ の変化に伴う $\Gamma/s(20)$ の変化は見られないが、高い応力比下では著しく $\Gamma/s(20)$ が小さくなり、安定性が低下することが分かる。主応力方向の変化 $\Delta(\alpha_o - \alpha_c)$ が 10deg 以上の場合、 Γ/s は有限な値をもち 15deg では最大で 50 程度におちつく。

そこで、 $\Delta(\alpha_o - \alpha_c) = 15\text{deg}$ で、形状が $\kappa_e = 0.50, 0.60, 0.80, 0.95$ の構造体について Γ/s の変化をまとめたのが図-11 である。低い応力比 $\kappa_o < 0.2$ では $\Gamma/s = 20 \sim 30$ の値を示し、極大値をとった後、高い応力 $\kappa_o > \kappa_c$ では顕著な減少傾向を示す。ここで、式(8)の破壊条件を

$$s(20)/d = 1 \quad (9)$$

とすると、安定状態での構造体の最大構成粒子個数 n_c はおおまかに、

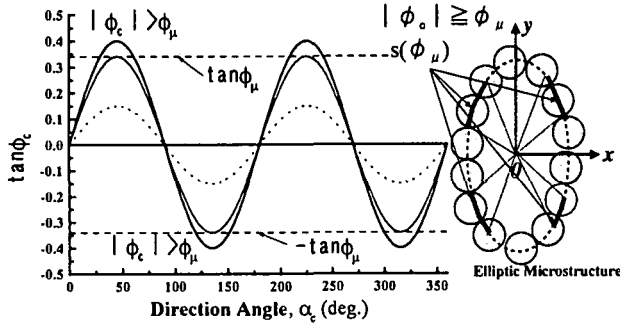


図-8 すべり条件 $|\phi_e| \geq \phi_\mu$ を満たす弧長 $s(\phi_\mu)$ の定義

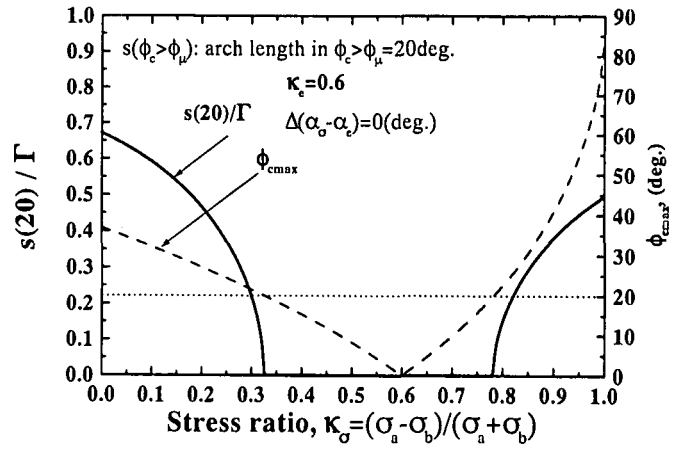


図-9 破壊条件を満たす弧長 $s(20)$ の相対大きさ $s(20)/\Gamma$ と応力比 κ_σ の関係; $\kappa_e = 0.60$

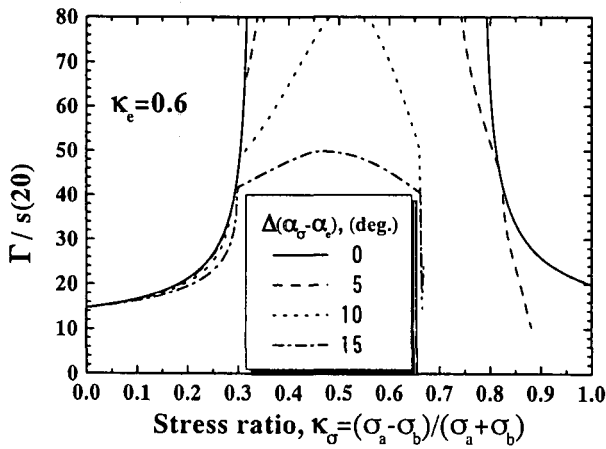


図-10 相対角差の変化 $\Delta(\alpha_\sigma - \alpha_e)$ がある場合の弧長比 $\Gamma/s(20)$ と応力比 κ_σ の関係; $\kappa_e = 0.60$

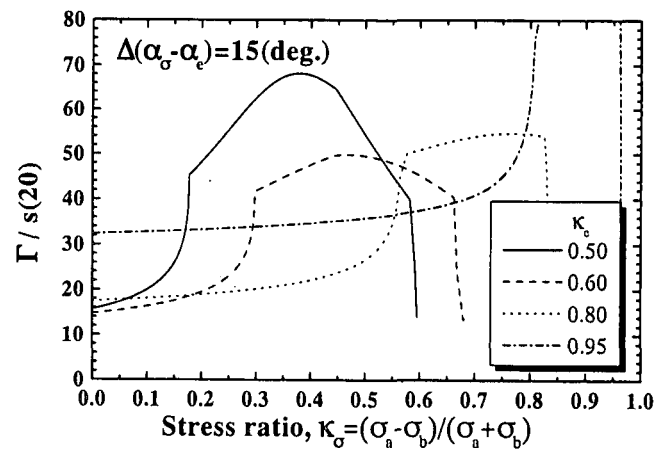


図-11 相対角差の変化 $\Delta(\alpha_\sigma - \alpha_e) = 15\text{deg.}$ の場合の弧長比 $\Gamma/s(20)$ と応力比 κ_σ ; $\kappa_e = 0.50, 0.60, 0.80, 0.95$

$$n_e \approx \Gamma/d = \Gamma/s(20) \quad (10)$$

となる。したがって構造体の構成粒子数 n_e も応力比に依存する。たとえば、 $\kappa_e = 0.6$ 場合、図-12 から約 $n_e = 20 \sim 50$ 、図-7 より $\Gamma = 10$ となる。式(10)から $d = \Gamma/n_e = 10/(20 \sim 50) = 0.2 \sim 0.5$ 。よって破壊規準を $s/d = 1$ としたときの安定な構造体の大きさは $b/d \approx 1/(0.2 \sim 0.5) = 2 \sim 5$ 、 $a/d \approx 4 \sim 10$ となる。つまり構造の大きさは短軸方向に粒子 2～5 個、長軸方向に 4～10 個となる。図-13 は、応力状態 $\kappa_\sigma = 0.2$ と $\kappa_\sigma = 0.5$ の場合について、破壊規準を $s/d = 1$ とした際の、 $\kappa_e = 0.6$ の構造体の模式図である。この結果は、他の模型実験実験や解析^{3),4)}と同等の値を示している。

粒状体に発達する構造の大きさを考えることによって、変形の局所化によって発生するせん断層の層厚などを検討する際には有益な情報を与えると考えられる。

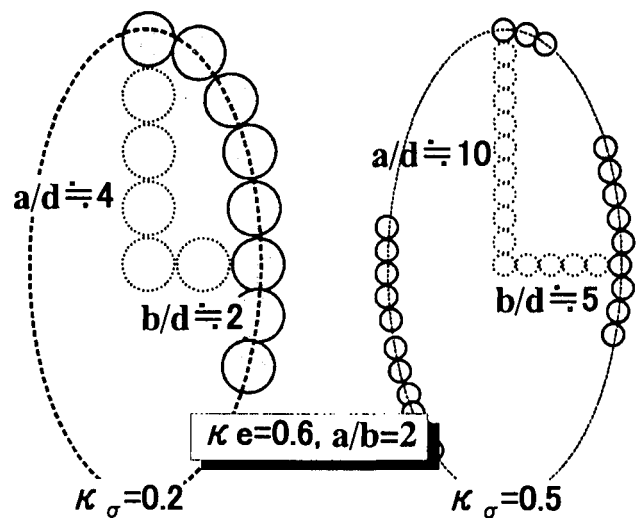


図-12 破壊条件が $s(20)/d = 1.0$ の場合の楕円微細構造体; $\kappa_e = 0.6(a/b = 2)$

7. 非線形解析手法と解析条件

提案する粒状体の非線形解析モデル「楕円微細構造体モデル」²⁾の概要と本論文で採用した仮定について説明する。

本モデルでは粒状体を様々な形状・向きを有する構造体から成る不均質材料とみなす。解析する対象は構造体に比べて十分大きな粒状要素である。また、構造体の空間的分布はランダムであると考えるので、不均質性は構造体の形状・向きそして面積割合（含有割合）で評価され、構造体の接し方を考慮する必要はない。さらに、Self-consistent Method^{3), 4)}を用いることで構造体間の相互作用、構造変化を考慮しながら巨視的平均変形を逐次計算している。ただし、構造体間のすべり・剥離はないと考える。非線形解析のフロー・チャートを図-13に示す

(1) 潜在的構造の決定(Potential Fabric)

粒状体の構造は粒子の形状、寸法と配列・接触構造に加えて応力とひずみの履歴によって決定される。

本モデルにおいては、粒状体中に潜在的に存在し得る様々な形状 κ_e 、向き α_e の楕円構造体の占める楕円形状領域の面積割合 $f^{(0)}$ を決めることで初期構造を設定する。構造体の向きに制限を与えることで、初期構造異方性を有する粒状体の解析が可能となる。ここで、潜在的楕円構造体(Potential Elliptic Microstructure)は安定条件($\phi_\mu > \phi_{\max}$, $s(\phi_\mu)/d$)を満たしたときに接点力を伝達可能な楕円構造体を形成する能力を有するもので、安定で生存可能な構造(Survivable Structure)と不安定で崩壊した構造(Dead Structure)とからなる。構造体は安定条件を満たせば発生できると考える。

構造体の大きさに関わるパラメータは構成粒子直径 d と短軸半径 b であり、構造体の大きさ b/d は粒状体の密度と密接な関係があると考えられる。本論文では、簡単のために、全構造体の面積が等しいと仮定する。この場合、面積割合 $f^{(0)}$ は構造体の個数割合を意味する。構造体の大きさ b/d は、光弾性体実験などの模型実験^{3), 4)}から得られた結果および6章の解析結果から得られた結果を考え合わせ、円形構造体で $b/d=3$ とした。

それぞれの構造体の割合 $f^{(0)}$ は密度、応力ひずみ履歴や粒子特性（粒度、粒形など）によって支配される。ここでは、構造体の形状や異方性の影響を明瞭にするために、本論文では統計的パラメータである $f^{(0)}$ を単調な関数で与えることにする。

$$f^{(r)} = A \cosh((\kappa_e - 1)\beta) g(\alpha_e) \quad (11)$$

$$g(\alpha_e) = \begin{cases} 1 & C_1 \leq \alpha_e \leq C_2 \\ 0 & \alpha_e \leq C_1, C_2 \leq \alpha_e \end{cases} \quad (12)$$

$$\sum f^{(r)} = 1 \quad (13)$$

このパラメータに関しては個別要素法計算や実験結果から同定する必要がある、今後の課題と考える。

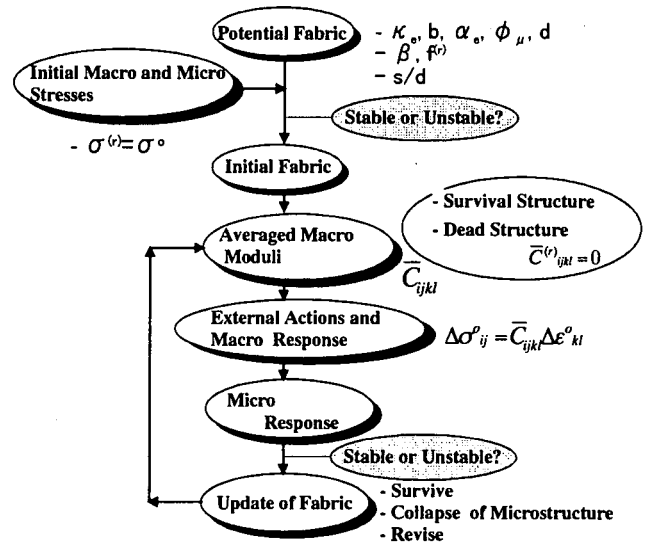


図-13 楕円微細構造体モデルによる粒状体の非線形変形解析のフロー

式(11)から、構造パラメータ β の値が大きいほど円形の構造体の割合が増加する設定になる。定数 A は式(13)を満たすように決定する。構造体の形状が同じであれば、 $C_1 < \alpha_e < C_2$ の方向に存在する割合は等しい。また、 $C_1=0$ 、 $C_2=180\text{deg.}$ のときのみ潜在的構造は等方である。初期構造の異方性の主軸方向 α_{ϕ} は、 $(C_1+C_2)/2$ となる。

(2) 初期応力の決定(Initial macro and Micro Stresses)

釣り合い条件を満足させるため初期状態において、全構造体の応力 $\sigma^{(0)}$ は粒状体全体が受けている巨視的応力 σ^0 と等しく一様であると仮定した。

$$\sigma^{(r)} = \sigma^0 \quad \text{at initial state}$$

(3) 粒状体の巨視的平均変形係数の算定(Averaged Macro Moduli)

本論文では、'Self-consistent Method'を援用して、不均質な粒状体の巨視的な平均変形係数 $\bar{C}$ を決定している。ここで、生存する構造体が占める楕円領域の剛性は構造体の変形解析から得られた $C^{(0)}$ を用い、崩壊した構造体が占める領域はどのような変形モードに対しても剛性を持たないものとする($C^{(0)}=0$)。したがって、構造体が形成されていない領域には、他の領域に比べひずみが集中することになる。

$$\bar{C} = \bar{C}(f^{(r)}, \kappa_e^{(r)}, \alpha_e^{(r)}, C^{(r)})$$

(5) 巨視的および各構造体応答の計算(Macro and Micro Reposes)

粒状体の巨視的応答および各構造体に分担されるの応力、ひずみ量を算定する。

(6) 構造状態の更新(Update of Fabric)

変形後の各構造体について安定性を検討する。ただし、崩壊していた構造体については平均応力下においてその安定性を再度検討し、安定な場合には再度発生させる。この際、応力の平均値に不整合が生

じるが、これを生存する構造体の応力から一様に差し引き、再び安定性を検討する。

構造体の生存、崩壊、発生に伴って構造状態が更新される。以上の(3)から(6)の操作を繰り返し、粒状体の非線形変形解析を行う。

本論文で用いた主なパラメータの値を表-2に示す。次章では、平均主応力一定せん断時

$\Delta \tau_p > 0, \Delta \sigma_m = \Delta \tau_s = 0, \alpha_o = 90 \text{deg.}$ の変形解析の結果について示す。

表-2 解析に用いた主なパラメータの値

初期等方応力	$\sigma^o = 0.0001 \cdot k_n \cdot (d/b)_{\text{ave}}$ (d/b)ave は d/b の平均
摩擦角 ϕ_μ	20, 30(deg.)
粒子間バネ	$k_t/k_n = 0.1, 1.0$ (バネ定数は線形)
潜在的構造 β	0~5
異方性 C_1, C_2	等方: $C_1 = 0(\text{deg.}), C_2 = 180$ 異方: $C_1 = -30(\text{deg.}), C_2 = 30, \alpha_{i0} = 0(\text{deg.})$ $C_1 = 15(\text{deg.}), C_2 = 75, \alpha_{i0} = 45(\text{deg.})$ $C_1 = 60(\text{deg.}), C_2 = 120, \alpha_{i0} = 90(\text{deg.})$

8. 解析結果

8.1 構造体の大きさを考慮した変形解析

図-14 に、等方初期構造 ($\phi_\mu = 20 \text{deg.}, \beta = 3$) をもつ粒状体の平均主応力一定せん断時の解析結果を示す。構造体の破壊条件は式(8)で $s/d = 0.0, 0.2, 1.0$ とした。 s/d の増加にともない、剛性・強度ともに高くなっている。この傾向は、 b/d が小さく構造体の構成粒子が少ない密な構造から成る粒状体は剛性・強度ともに高い値を示すことに相当する。よって粒状体の変形・強度におよぼす密度の影響は構造体の構成粒子に対する大きさで表現できるといえる。

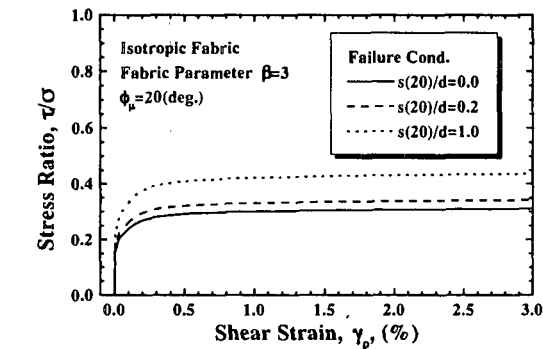


図-14 楕円微細構造体の大きさを考慮した粒状体の変形解析

8.2 初期異方性を考慮した変形解析

図-15 に等方および異方の初期構造 (表-2) を有する粒状体の平均主応力一定せん断時の変形解析結果を示す。破壊規準は $s(20)/d = 0$ としている。せん断

ひずみ γ_m は次式で定義する。

$$\gamma_m = \sqrt{\gamma_p^2 + \gamma_s^2} \tag{14}$$

図から分かるように異方性の主軸が最大応力方向に一致した場合 ($\alpha_{i0} = 90 \text{deg.}$) に最も高い強度が発揮されており、異方性の主軸が最小主応力方向に一致した場合 ($\alpha_{i0} = 0 \text{deg.}$) の 4 倍程度になっている。また、初期構造が等方や $\alpha_{i0} = 45 \text{deg.}$ の場合はそれらの中間の強度を示している。また、ダイレイタンスー挙動は、 $\alpha_{i0} = 90 \text{deg.}$ の場合がもっとも膨張傾向が強く、 $\alpha_{i0} = 0 \text{deg.}$ に近くなるに従い収縮傾向に推移している。同様の傾向は砂の実験においても観察されている⁸⁾。

せん断に伴う内部変化の構造の変化を図-16 に示す。図-16(a, b)は、それぞれ初期状態 ($\tau_m/\sigma_m = 0.0$) と $\tau_m/\sigma_m = 0.2$ において生存する構造体の分布を図-2 の構造体の安定条件上に示している。せん断初期には $\kappa_e = 0.33$ よりも円形に近い構造は安定であるが、せん断が進行するにしたがって扁平で、その方向 α_o が最大主応力方向 $\alpha_o = 90 \text{deg.}$ に向けた構造のみが生存または発生している。つまり方向角差 ($\alpha_o - \alpha_{i0}$) の値が小さい構造体のみが安定している。応力比 $\tau_m/\sigma_m = 0.2$ のとき、異方性 $\alpha_{i0} = 90 \text{deg.}$ の場合 (●印) と異方性 $\alpha_{i0} = 0 \text{deg.}$ の場合 (▲印) とでは生存する構造の割合にかなりの差がある。そこで、生存する構造体の全割合 f と応力比 τ_m/σ_m の関係を図-17 に示す。図-15 と比較すると、生存する構造の全割合が $f = 0.3$ 程度まで低下すると大きなひずみが発生し破壊が生じている。特に、 $\alpha_{i0} = 0 \text{deg.}$ の場合がせん断にともなう生存割合 f の低下が顕著であり、もっとも低い応力比で破壊している。

以上のことから最大主応力方向 $\alpha_o = 90 \text{deg.}$ に向けた扁平な構造の生存または発生が、強度や正のダイレイタンスーの発現に貢献するといえる。初期構造が異方性を有する粒状体の強度発現メカニズムおよびダイレイタンスー特性は構造体の安定条件 (破壊条件) と変形特性から合理的に説明が可能である。

9. 結論

粒状体中に形成される粒子接触力伝達経路を楕円に近似した楕円微細構造体(Elliptic Microstructure)を粒状体の構成単位として着目し、構成モデルを展開した。構造体の大きさや異方性が粒状体の変形・破壊におよぼす影響について調べた。解析から得られた以下に結果をまとめる。

- (1)構造体の安定破壊条件を最大動員摩擦角 ϕ_{cmax} と摩擦角 ϕ_μ の大小関係、すべり条件 ($\phi_{cmax} \geq \phi_\mu$) を満たす弧長 $s(\phi_\mu)$ と粒径 d との関係とで規定することで、構造体と構成粒子との相対的な大きさを検討し、変形解析に取り込むことを試みた。
- (2)構造体の負荷されている応力に微小変化を与え、構造体の安定性の変化を考慮することで、構造体の大きさを算出し安定な大きさが応力比に依存することが分かった。代表的な値として構造体の大

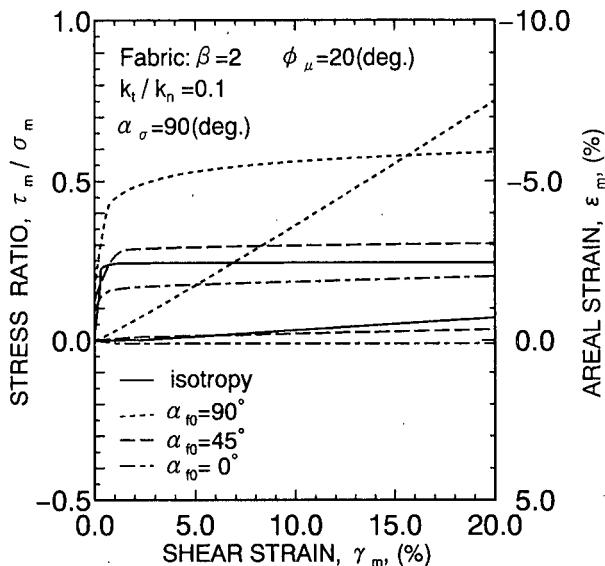


図-15 初期構造異方性を有する粒状体 ($\phi_{\mu}=20(\text{deg.})$) の平均主応力一定下でのせん断変形挙動

子2~5個、長軸方向に4~10個程度である。

(3) 構造体の粒子構成数が少なく、密な構造ほど剛性・強度も高い値を示すことが示された。

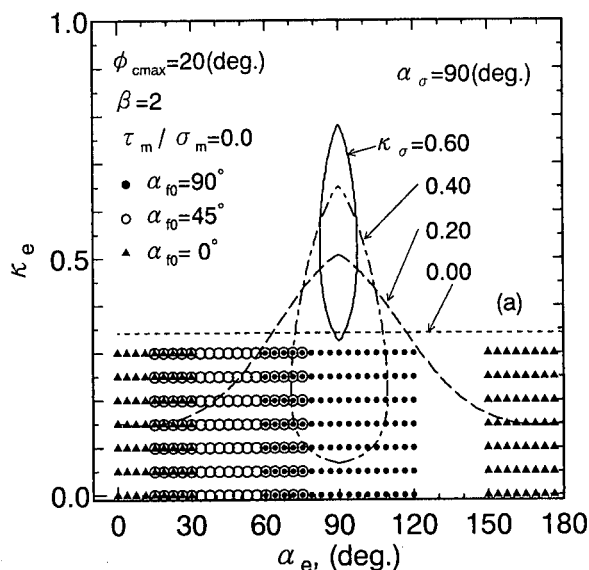
(4) 粒状体の強度とダイレイタンシーやその異方性は、楕円構造体の安定条件と変形特性のメカニズムを考慮すれば統一的に説明可能である。

今後の課題としては、本モデルにおける構造体の安定性・変形メカニズムと個別要素法 (DEM) 解析結果との照合、弾・塑性論における各概念や関数系との関連、せん断層発生メカニズムと構造体の安定性・大きさとの関わりについての検討が考えられる。

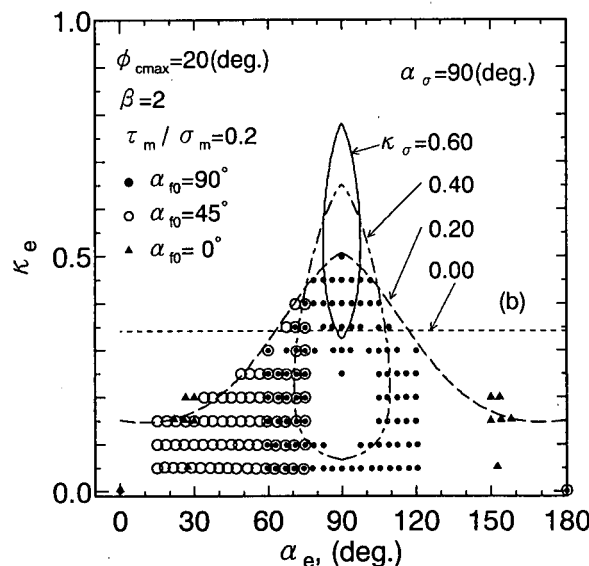
参考文献

- 1) Maeda, K., Miura, K. and Toki, S.: Mechanical properties of elliptic microstructure formed in granular materials, Soils and Foundations, Vol.35, No.2, pp.1-13, 1995.
- 2) 前田健一・三浦均也: 楕円微細構造体に着目した粒状体の非線形解析, 土木学会応用力学論文集 Vol.1, pp.507-518, 1998.
- 3) Oda, M., Nemat-Nasser, S. and Konishi, J.: Stress-induced anisotropy in granular masses, Soils and Foundations, Vol.25, No.3, pp.85-97, 1985.
- 4) 坂口 秀: 粒状体に発達する網目状骨格構造の大きさについて, 第29回土質工学研究発表会, pp.483-484, 1993.
- 5) Hori, M.: Micromechanical analyses on granular column formation and macroscopic deformation, Soils and Foundations, Vol.36, No.4, pp.71-80, 1996.
- 6) Mura, T.: Micromechanics of Defects in Solids, Martinus, 1987.
- 7) Nemat-Nasser, S. and Hori, M.: Micromechanics - Overall Properties of Heterogeneous Solids, Elsevier, 1993.
- 8) Oda, M.: Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, Soils and Foundations, Vol.12, No.1, pp.17-36, 1985.1993.

(1999年4月23日受付)



(a) 応力比 $\tau/\sigma=0.0$ (等方圧縮応力下)



(b) 応力比 $\tau/\sigma=0.2$

図-16 せん断中に安定な構造体の分布

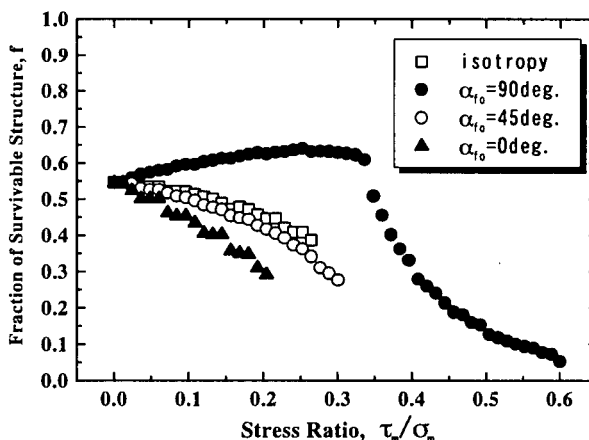


図-17 せん断中に安定な構造体の割合 f と応力比 τ_m / σ_m の関係