

粒状体のせん断過程における間隙の変化

Profile of void ratio and strain of circular disks with different radii during shear

村上 章*・青山 咸康**・松岡 明日香***

*正会員 農博 京都大学助教授 農学研究科地域環境科学専攻 (〒606-8502 京都市左京区北白川追分町)

**正会員 農博 京都大学教授 農学研究科地域環境科学専攻 (同上)

***学生会員 京都大学大学院修士課程 (同上)

Change of void ratio in granular medium during shear is examined through a trap-door test using aluminum rods with different radii. Displacement profile of circular disks and void ratio distribution of the assemblage of granules are revealed by image data processing based on the high-speed video record, while measuring the load acting on the door. Development of shear strain calculated by the displacement of disks is related to the expansion or shrinkage of voids within granular assemblage.

Key Words : Granular material, Trap-door, Void ratio, Shear strain

1. はじめに

固体が荷重を受ける際、塑性変形にともなって、不均一で局所的な変形が発生することがある。このような局所領域を「せん断帯」と呼び、せん断帯の発生と成長のメカニズムが活発に研究されている¹⁾。

せん断帯形成過程の理解を目的として、連続体アプローチのみならず、‘粒状体’の視点から実験や数値計算が行われてきた。こうした実験・解析によって、地盤のような粒状材料について、「せん断帯」の幅が粒子の10～20倍である²⁾ことのほか、粒子集合体の渦運動がせん断帯形成に関与している^{3)～7)}ことなどが指摘されている。また近年では、せん断帯形成過程において、その幅の中で空隙が増加する現象も見出されている。^{8)～10)}

せん断帯の発生機構は、連続体に立脚した弾塑性力学や分岐理論に基づいて、明らかにされつつある。その一方で、上で述べたようないくつかの事実が、粒状体力学の立場から見いだされつつあり、両者の観点があいまって、せん断帯のメカニズムが明らかになるものと期待されている。

本論文は後者の見地から、粒状材料がせん断を受ける際の空隙変化を詳細に調べることを目的として、地盤に見立てたアルミ棒積層体による2次元落し戸実験を行った。せん断中、ドアに作用する荷重の変化を測定するとともに、高速ビデオシステムに収録した画像を解析して、空隙率分布の変化を観察した。

2. 落し戸実験装置と画像解析処理装置

単位体積重量 (2.70gf/cm^3)、直径3, 4および5mm、長さ50mmのアルミ棒積層体を用いて、2次元条件で落し戸実験を行った。図1に落し戸実験装置の概

要を示す。ドア幅は5cm, 7.5cmおよび10cmで可変であり、インバータモータに任意の周波数を与えることにより、その上昇・下降速度を1.0～20.0mm/secの範囲で決定できる。

実験装置の内幅は40cmであり、本実験で設定したアルミ棒の直径(3, 4, 5mm)、積層体の高さ(13cm)、ドア幅(10cm)に対して、十分に広いと考えられる。また、ドアの下部中央に、荷重計を設置した。荷重計は、動ひずみ測定器を通じてパーソナルコンピュータに接続し、毎秒1回の頻度で荷重を測定した。

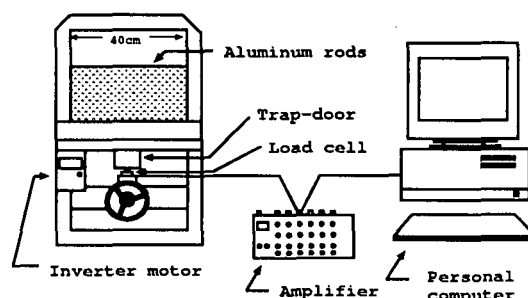


図-1 落し戸実験装置

画像解析装置としては、図2にある高速度ビデオおよび非接触型変位測定システムを用いた。アルミ棒積層体の挙動を非接触で観察するために、一般的なビデオカメラ(30pps)に比べ、より短い時間単位でのアルミ棒の挙動を知ることができる高速度ビデオシステムを用いた。カメラの仕様を表1に示す。

本実験では、通常のビデオカメラの倍の撮影速度(60pps)で画像を収録し、約34秒間で最高約2000枚の画像を取り込んだ。ビデオテープに保存した画像を、非接触型変位測定システムに入力し、アルミ棒の中心変

表-1 高速度ビデオカメラの仕様

撮影速度	画素数	エリアサイズ
60pps	504(H) × 242(V)	約 4.84(H) × 3.63(V) mm
200pps	504(H) × 242(V)	約 4.84(H) × 3.63(V) mm
300pps	504(H) × 155(V)	約 4.84(H) × 2.33(V) mm
400pps	504(H) × 111(V)	約 4.84(H) × 1.67(V) mm

位と間隙率を求めた。アルミ棒の変位は、まず画像データを円形分離処理することによって、円形領域を算出する。次に、その中心座標を追跡処理することにより、円形領域の移動ベクトルを算出する。一方、間隙率については、画像上に任意の計測領域を設定し、その領域内の2値化面積の変動から計算する。

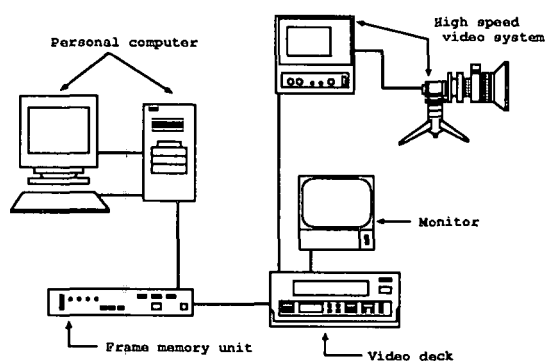


図-2 画像解析装置

3. 落し戸実験と画像解析の方法

アルミ棒積層体を用いて、落し戸実験をActive mode (下降)にて行った。実験の内容を表2に示す。3種類の径を有するアルミ棒の混合重量比は、豊浦標準砂の粒径加積曲線に平行となる^{8),11)}ように決定した。

表-2 落し戸実験内容

アルミ棒直径	3mm, 4mm, 5mm
混合重量比	12 : 9 : 7
本数比	4.8 : 2 : 1
本数	1595本, 673本, 335本
積層体の高さ	13cm
ドア幅	10.0cm
ドアの下降速度	1mm/sec
撮影速度	60pps

このように物理的性質や粒度分布を近似することで、アルミ棒積層体を砂地盤と見立てることができる。その際、本数比は混合重量比により計算したため、小数値となっている。また、ドアの下降速度は、ドアの変位に対する荷重の測定回数を多くするため、1mm/secと遅い速度に設定した。

前述の高速度ビデオシステムと非接触型変位測定システムを用いて、画像解析を行う。ビデオテープに保存した動画を、コンピュータに入力する。カメラと実験装置の距離が136cmであるため、画像は35pixel当たり1cmに相当する。この値に基づいて、個々のアルミ棒の変位と間隙率の計算を行った。間隙率を求める際の領域として、図3に示すような1辺1cmの正方形領域を150個設定した。間隙率は、それぞれの正方形において算出した。

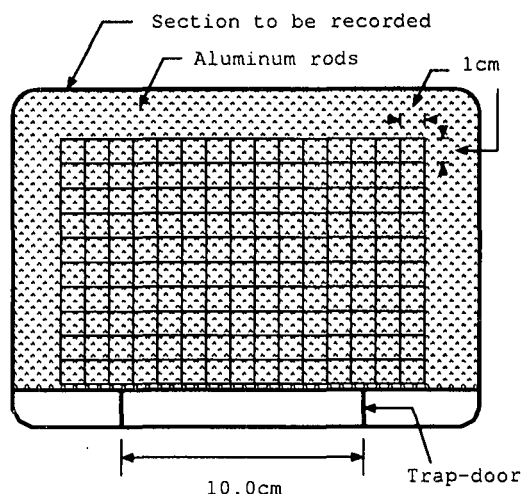


図-3 間隙率算出領域

4. せん断ひずみの算定方法

粒子個々の変位を算出しても、全体のプロファイルを読みとりにくい。そこで、一種の疎視化・平滑化を行うために、粒子変位ベクトルから下記の方法で、連続体の「ひずみ」に相当する量を算出する。

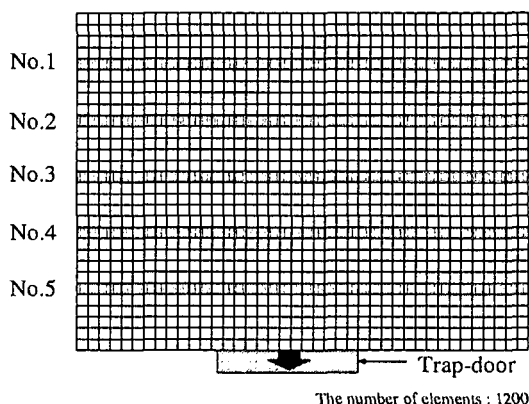


図-4 解析領域の格子分割

円形分離追跡演算により求められた粒子中心座標と変位から、粒子集合体のせん断ひずみを算定した。本

実験では、任意時間後の個々の粒子の位置を把握することが困難であるため、領域を格子で分割し、各格子を中心としたある半径の円内にある粒子の変位ベクトルを平滑化して、格子の変位ベクトルとして与えた。この量から、差分近似によって「ひずみ」を算出した⁷⁾。

この詳細を説明すると、以下ようになる。まず、解析領域 ($640 \times 480 \text{ pixel}$) を一辺 16 pixel の正方形により、格子に分割する。これにより、横40個・縦30個の格子が構成され、総要素数1200、総格子点数1271をもつ領域 (図4) が設定される。次に、各々の粒子が持つ変位ベクトルから、格子点における変位ベクトルを算出する。この時、格子点の変位計算に算入する粒子は、図5に示す一点鎖線円 (以後、変位算出円と呼ぶ) 内に中心が存在する粒子とする。

$$d_k = \sqrt{(X_{(i,j)} - x_k)^2 + (Y_{(i,j)} - y_k)^2} \leq R \quad (1)$$

ここに、 $X_{(i,j)}, Y_{(i,j)}$: 格子点の画面座標、 k : 粒子番号、 d_k : 格子点から粒子中心までの距離、 R : 変位算出円半径。

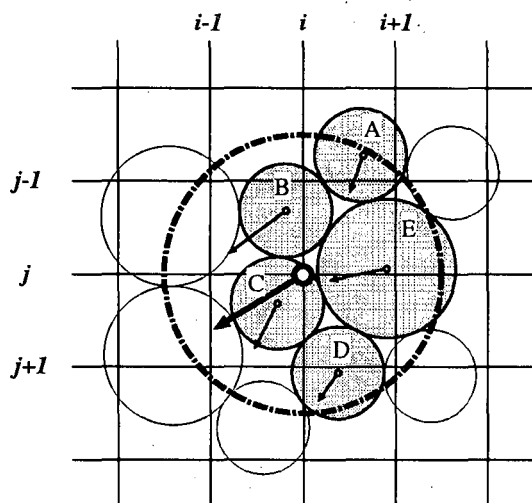


図-5 粒子の接触判定

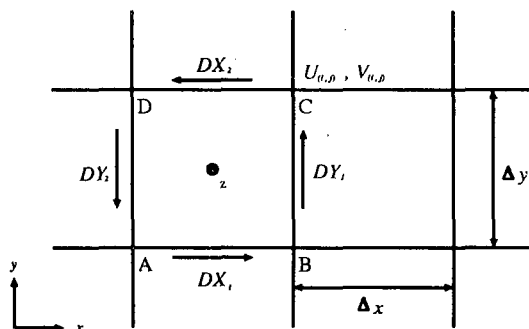


図-6 格子拡大図

図5ではA～Eの粒子がそれに相当し、他の粒子は計算から除外される。ここで、少なくともひとつの粒子が円内にあるように、変位算出円半径 R の大きさは最大粒子の直径とした。格子点の変位ベクトルは、式(1)をみたす粒子の変位ベクトルの平均として、次式のように表される。

$$U_{(i,j)} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N u_l \quad (2)$$

$$V_{(i,j)} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N v_l \quad (3)$$

ここに、 $U_{(i,j)}, V_{(i,j)}$: 格子点における x および y 方向変位ベクトル、 u_l, v_l : 変位算出円内の粒子の変位ベクトル、 N : 変位算出円内の粒子数。

以上の作業を、すべての粒子および格子点に施すことにより、格子点ごとに平滑化された変位場が得られる。

ここで得られた変位場のデータを用いて、中心差分を行うことにより、せん断ひずみ分布を求める。図6は、格子の拡大図を示しており、4つの格子点ABCDからなる正方形格子の中心 z におけるせん断ひずみを計算する。点A～Dにおいて、変位成分 DX (x 方向変位) をそれぞれ、添字 $DX_{(i-1,j-1)}, DX_{(i,j-1)}, DX_{(i,j)}, DX_{(i-1,j)}$ と表し、変位成分 DY (y 方向変位) についても、同様の添字で区別する。AB間の x 方向変位を U_1 とすれば、これはAB間の平均変位であり、

$$DX_1 = \frac{1}{2} (DX_{(i-1,j-1)} + DX_{(i,j-1)}) \quad (4)$$

と表される。同様に、BC間の y 方向変位 DY_1 は、

$$DY_1 = \frac{1}{2} (DY_{(i,j-1)} + DY_{(i,j)}) \quad (5)$$

である。以下同様に、

$$DX_2 = \frac{1}{2} (DX_{(i,j)} + DX_{(i-1,j)}) \quad (6)$$

$$DY_2 = \frac{1}{2} (DY_{(i-1,j)} + DY_{(i-1,j-1)}) \quad (7)$$

であり、正方形格子の中心におけるせん断ひずみは、

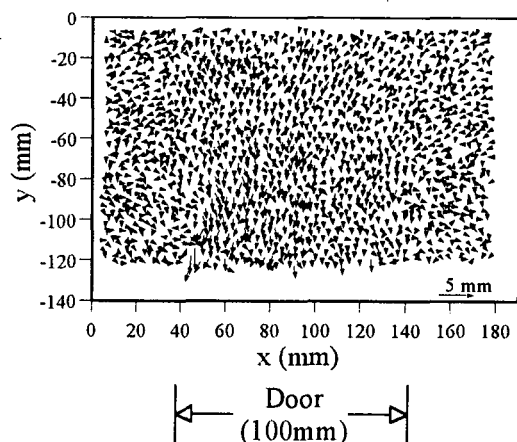


図-7 粒子中心の変位ベクトル

$$\gamma = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{DY_1 - DY_2}{\Delta x} + \frac{DX_1 - DX_2}{\Delta y} \quad (8)$$

と算出される。ここで、正断層の時のひずみの方向を正としている。

5. 間隙率の変化

本節では、落し戸実験のビデオ画像について、円形分離によって径の異なる粒子を識別したあと、それぞれの粒子中心の軌跡を追って変位を求める。その結果は、例えば図7のようであり、後続の間隙率やひずみ分布を算出する際の基礎データとなる。

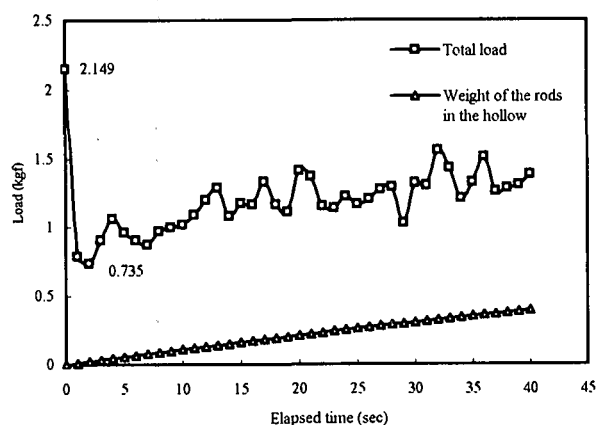


図-8 ドアに作用する荷重

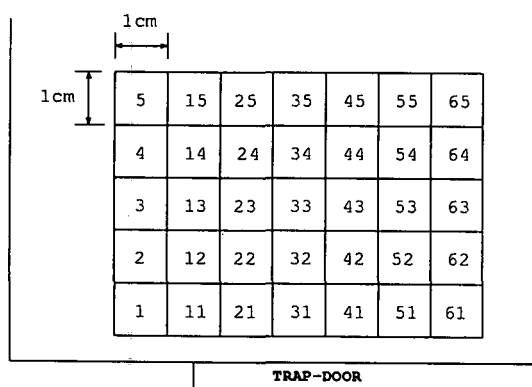


図-9 間隙率を計算する領域

一方、2節でも述べたように、せん断中にドアに作用する荷重を計測しており、その時間変化は図8のようである。図8の□印はドアに作用する全荷重を表しており、△印はドアの下降によりドア部に溜まるアルミ棒の重量を表している。図によれば、荷重はドア下降のごく初期段階（下降開始2秒後）で極小値を示し、以後は漸増していくことが分かる。

まず間隙率の変化を求める。そのために、図3に示したような、ドア上部の正方形領域（1辺1cm）におい

て、せん断中の間隙率変化を求めた。それぞれの領域を識別するように、図9のように番号付けた。結果は、図10のようである。

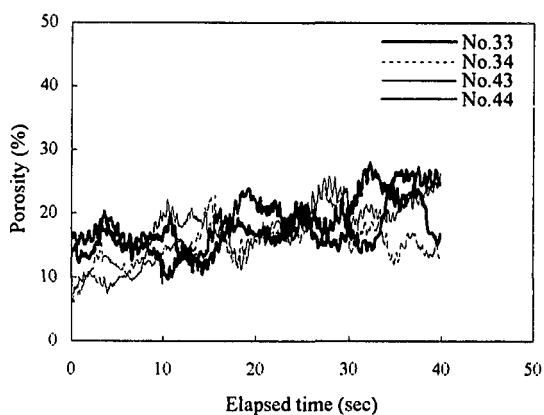
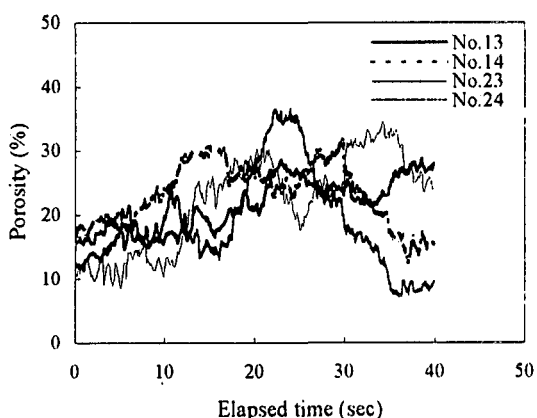
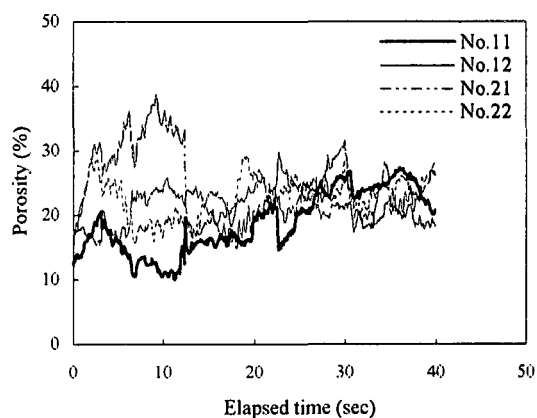
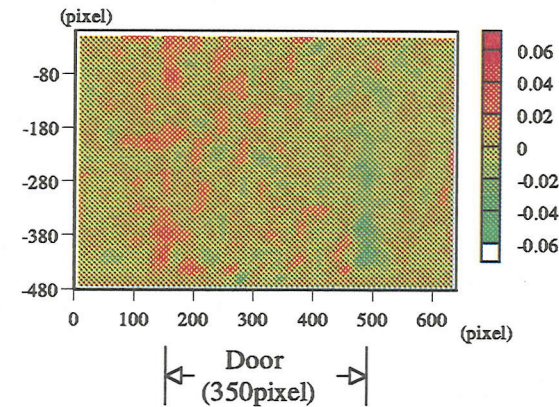


図-10 間隙率の変化

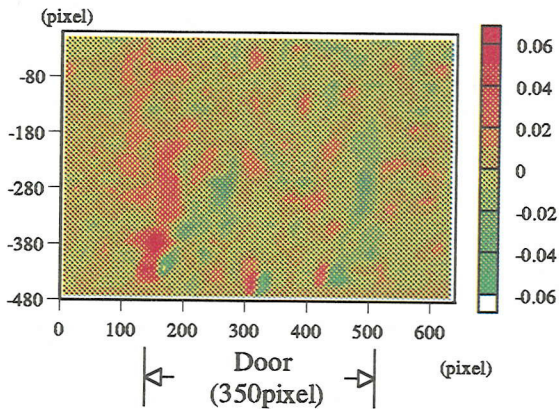
図10から、ドア上部で間隙率の増減が見られる領域と、あまり変化のない領域が存在することを見てとれる。前者として、領域21における急激な減少（12.7秒前後）、領域24における急増と急減、領域11, 13, 14, 23における漸増があげられる。また後者としては、領域12, 22, 33, 34, 43, 44が全般に相当する。そこで、間隙率の傾向に変化が見られる時刻に注目して、その付近の0.2秒間（12.7～12.9秒；12.9～13.1秒；13.1～13.3秒）において、粒子変位から求めたせん断ひずみ分

布を描くと、図11のようになる。

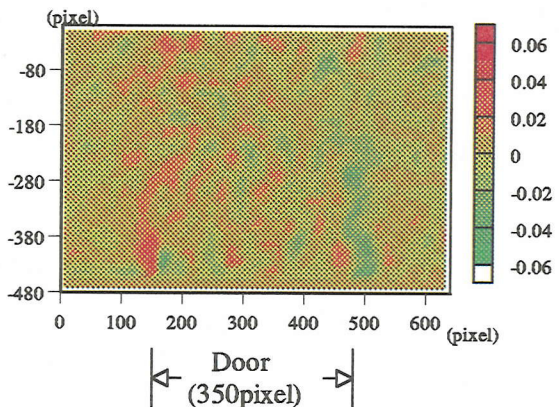
図によれば、各時刻ともドアの両端でひずみのやや集中した様子が見られる。これらの図にあげた以外の時刻におけるひずみ分布と間隙率の変化を比べると、ドア端の上部で間隙率の増減が生じる時には、ひずみの卓越がある場合も比較的多く見られるが、必ずしも一対一の対応ではない。また、ドア下降時には、せん断帯がドアよりやや内側に発生、上部に進展していく傾向にあるが、間隙率の変化が見られる領域は、その方向に位置していると考えられる。



(a) 12.7 ~ 12.9 秒



(b) 12.9 ~ 13.1 秒



(c) 13.1 ~ 13.3 秒

図-11 せん断ひずみ分布

6. まとめ

異なる径のアルミ棒積層層体を用いた2次元落し戸実験を行い、高速度ビデオで収録した画像を非接触変位測定装置に入力して、粒子の識別と粒子中心移動ベクトルを求めた。同時にドアに作用する荷重も計測している。これらを基礎データとして、せん断中の粒子集合体のひずみ分布や間隙率の変化を調べた。

その結果として、間隙比が急激に減少する領域 (例えば、図10での領域11, 21, 33) に対して、図11で該当する領域にひずみが卓越することを見出すことができ、砂を用いた既往の実験⁸⁾⁻¹⁰⁾で見出されたような、せん断中の空隙変化の可能性を指摘した。今後は、粒子集合体のせん断時における、せん断帯発生・進展メカニズムの考察を行う必要がある。

謝辞： この研究で用いた設備の一部は、文部省科学研究費基盤研究(B)(2) (村上 章代表「せん断帯における粒状材料の運動メカニズムに対する実験・解析的アプローチ」課題番号10460107)の補助によっている。記して深謝の意を表します。

参考文献

- 1) Adachi, T., Oka, F. and Yashima, A. (eds.) : *Localization and bifurcation theory for soils and rocks*, Balkema, 1998.
- 2) Mühlhaus, H.-B. and Vardoulakis, I. : The thickness of shear bands in granular materials, *Géotechnique*, 37(3) : 271-283, 1987.
- 3) Murakami, A., Sakaguchi, H. and Hasegawa, T. : Dislocation, vortex and couple stress in the formation of shear bands under trap-door problems, *Soils & Foundations*, 37(1) : 123-135, 1997.
- 4) Williams, J.R. and Rege, N. : The development of circulation cell structures in granular materials undergoing compression, *Powder Technology*, 90 : 187-194, 1997.
- 5) Williams, J.R. and Rege, N. : Coherent vortex structures in deforming granular materials, *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2(3) : 223-236, 1997.
- 6) Misra, A. and Jiang, H. : Measured kinematic fields in the biaxial shear granular materials, *Computers and Geotechnics*, 20(3/4) : 267-285, 1997.
- 7) 村上 章・阪口 秀・高尾智幸・長谷川高士：粒状体におけるせん断帯の形成と渦運動の関係，農業土木学会論文集 (201) : 21-31, 1999.
- 8) 村山朔郎・松岡 元：粒状土地盤の局部沈下現象について，土木学会論文報告集, (172) : 31-42, 1969.
- 9) Oda, M. and Kazama, H. : Microstructure of shear bands and its relation to the mechanisms of dilatancy and failure of dense granular soils, *Géotechnique*, 48(4) : 465-481, 1998.
- 10) Iwashita, K. and Oda, M. : Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM, *Journal of Engineering Mechanics*, 124(3) : 285-292, 1998.
- 11) 村山朔郎・松岡 元：砂質土中のトンネル土圧に関する基礎的研究，土木学会論文報告集, (187) : 95-108, 1971.

(1999年4月23日 受付)