

粒子接点での転がり抵抗を考慮した個別要素法によるせん断帯の微視的変形機構 Micro- Deformation Mechanism of Shear Banding Process Based on Modified Distinct Element Method

岩下和義*・小田匡寛**
Kazuyoshi IWASHITA and Masanobu ODA

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

** 正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保 255)

Numerical simulation tests were carried out using the distinct element method (DEM) with paying much attention to the micro- deformation mechanism leading to the development of shear bands. To do this, the conventional DEM was modified slightly such that the effect of rolling resistance at contact points could be taken into account (called MDEM). It is found that MDEM can be a powerful tool for simulating not only the generation of large voids inside a shear band but also the high gradient of particle rotation along the shear band boundaries, in a quite similar manner to those observed in natural granular soils. It is concluded, based on the numerical simulation tests, that the basic micro- deformation mechanism ending up with the formation of shear bands is in the generation of column- like structure during the hardening process and its collapse in the softening process.

Key Words: *shear band, dilatancy, granular material, rolling resistance*

1.はじめに

密な土質試料に対して平面歪み圧縮試験を行なうと、まず変形が供試体全体で均一に生じる。応力がピークを迎える頃より、変形は狭い範囲に局所化し、いわゆるせん断帯を形成し、それとともに土はひずみ軟化して残留応力状態に至る。この挙動はせん断帯と関連している土・地盤の安定問題、例えば土圧、支持力、斜面の安定など多くの力学問題にとり非常に重要である。せん断帯の機構を解明するために土質力学の分野でも多くの研究者が数十年にわたり研究を続けている。(例えば Newland & Allely¹⁾; Rowe²⁾; Matsuoka³⁾; Nemat-Nasser⁴⁾など)。そして現在においてもひずみの局所化問題は粒状体の力学において理論的にも実験的にも重要なトピックスであり続けている。(例えば、Scarpelli & Wood⁵⁾, 1892; Mühlhaus & Vardoulakis⁶⁾; Vermeer⁷⁾; Tatsuoka, et al.⁸⁾; Yoshida, et al.⁹⁾; Finno, et al.¹⁰⁾; Desrues, et al.¹¹⁾など)。

これらの研究にもかかわらず、せん断帯の発達に伴う微視的構造の変化は未だに未解明の部分が多いといわざるを得ない。この原因の一部は実際の粒状体で生じる微視的構造を直接観測する手段がほとんど無いことによる。このため最近では数値実験によってデータを得ようという研究が盛んに行われている。(例えば Cundall¹²⁾; Cundall & Strack¹³⁾; Thornton & Randall¹⁴⁾; Thornton & Lanier¹⁵⁾; Bathurst & Rothenburg¹⁶⁾; Bardet & Proubet^{17), 18)}; 岩下ら¹⁹⁾; Ke & Bray²⁰⁾; Thomas et al.²¹⁾など)。数値実験の結果をこの目的に用いるためには、粒状体の数値解析モデルが1)巨視的な応力-ひずみ関係を再現できるか、2)せん断帯で生じる微視的構造とその変化を的確に再現できるか、を十分に検査する必要がある。

Oda²²⁾及び Oda and Kazama²³⁾は複数の自然砂にせん断帯を発生させ、X線及び薄片の顕微鏡観察によりせん断帯での微視的構造を調べ2つの重要な報

告をしている。1)ひずみがせん断帯に集中するとせん断帯内部には非常に大きな空隙が形成され、せん断帯内部の間隙比は標準的な方法で求まる最大間隙比よりも大きくなりうる。2)せん断帯内部で粒子は大きく回転し、せん断帯境界に沿って高い回転勾配が生じる。しかしながら従来の粒状体の数値実験手法では、これらの空隙の形成や回転勾配の発生を再現しておらず、従来の計算法には何か欠けている可能性がある。これが本研究の動機である。

粒子間の接触点に生じる相対変位は滑りと転がりに分けることができる。従来の粒状体の強度とダイレイタンスに関する理論においては、このうちの滑りが主要な役割をしているとして扱われていた。しかし、例えば Oda et al.²⁴⁾は実験に基づき粒状体のダイレイタンス機構を支配するのはすべりより転がりの方であるという報告をしている。従来の数値実験に置いても、粒子が粒子間の転がりにより活発に移動していることが確かめられている。しかしそのような数値実験で観察される微視的構造は自然砂で観察されるものと異なっている。Oda²²⁾や Oda & Kazama²³⁾は、この差異は従来の数値モデルでは粒子間で転がりが生じるときに何ら抵抗が働かないと仮定していることが原因であろうと指摘している。もし粒子接触が点で行われているなら転がりは何の抵抗もなく生じると思われる。しかし実際の砂の粒子はけっして円形ではなく、また表面に凹凸があり、さらには本体の素材より柔らかい風化物が表面を薄く覆っていることが多い。その場合には、接触は面積の無い点ではなく面積を持つ面で行われ、接点での転がりに対する抵抗が働き、その効果が変形に対して影響を及ぼす可能性がある。事実 Bardet & Huang²⁵⁾は解析と実験により、円柱試験体同士の接触に置いて転がり抵抗が生じることを示している。

Iwashita & Oda²⁶⁾は接触点での転がり抵抗の効果

を取り入れた修正個別要素法(Modified Distinct Element Method、MDEM)を提案し、粒状体のせん断試験を試み、巨視的な応力一ひずみ関係の再現と微視的構造の変化を調べ MDEM が有効であることを示した。本研究では MDEM 数値実験で再現された粒状体のせん断変形での微視的構造の変化を、せん断帯内部での大きな間隙の形成と粒子の回転の原因とからめて説明することを目的とする。

2. 転がり抵抗を考慮した MDEM

Cundall により提案された DEM(Distinct Element Method)¹²⁾においては、図--1 に示すように全ての粒子接触点を法線方向と滑り方向のバネ、ダッシュポット、スライダ、ノーテンションジョイントのセットで置き換え、粒子間の相対変位と相対速度から接触点で働く粒子間接触力 f を求めていく。接触力 f は、法線方向成分 f_n と接線方向成分 f_t に分解され、 f_n と f_t は接点でのバネとダッシュポットの抗力として表わされる。滑り方向のスライダは f_n と f_t が以下の条件を満たす時に作用する。

$$|f_t| \geq \mu f_n \quad (1)$$

ここで μ は摩擦係数です。

本研究で用いる MDEM では、図--2 で示す様に接触点で作用するモーメント m に対応するバネ・ダッシュポット、ノーテンションジョイントとスライダを新たに設定する。粒子間に転がりが生じると弾性バネとダッシュポットが反発する。弾性バネが生む転がり抵抗は $k_r \omega$ となる。ここで k_r は回転剛性であり、 ω は接点での相対的な回転の量である(Iwashita & Oda²⁶⁾)。通常、接触点での接線方向の相対変形は、滑りと転がりの2つの成分に分解することができる(Oda et al.²⁴⁾; Bardet²⁷⁾)。転がり成分は接触点での相対回転をおこす(Iwashita & Oda²⁴⁾)。ここでパラメータ k_r の求め方は未だ確立されていない。本研究では岩下らの提案した滑り方向のバネ定数との関係¹⁹⁾より求める方法を用いたが、今後はより適切な求め方を考える必要があると思われる。ダッシュポットは $\eta_r d\omega/dt$ という転がり抵抗を生じる。ここで $d\omega/dt$ は相対回転の速度、 η_r は粘性定数です。これらの転がり抵抗の和が接点でのモーメントの釣合式に加わる。モーメントに関するスライダは滑り方向のスライダと同様、接点での粒子間モーメント m が以下の不等式を満たしたときに作動する。(図--3 (b)):

$$|M| \geq \eta f_n = \alpha B f_n \quad (2)$$

Sakaguchi et al.²⁸⁾は、DEM 解析に初めて η を導入しその物理的意味が式(1)の粒子間力における要素間摩擦係数 μ に似ていることから転がり摩擦係数と名付けた。 η は長さの次元を持つ。便利のため η を式(2)のように接触面の代表長さ(図--4 での B)と無次元パラメータ α に分ける。 α は接触点で生じる転がり抵抗の大きさを規定するパラメータとし

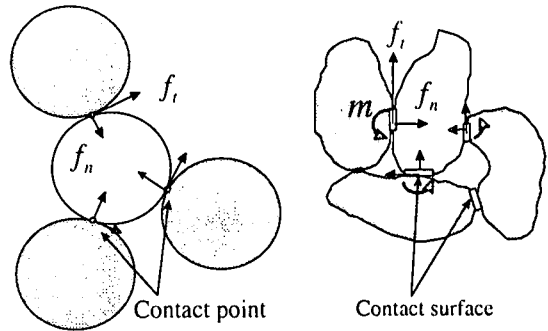


図--1 粒子接点で作用する力とモーメント

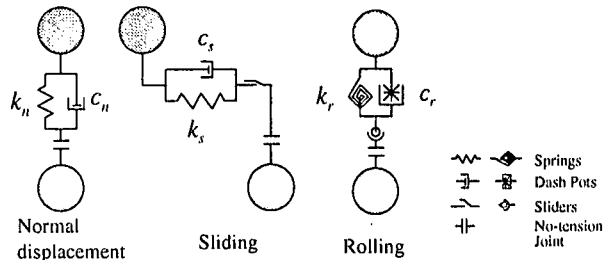


図--2 MDEM での接触点のモデル

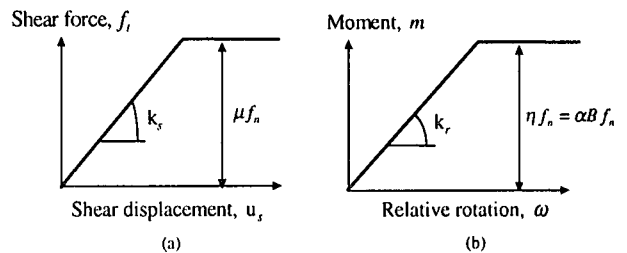


図--3 MDEM における接触点での滑りと転がりの構成則

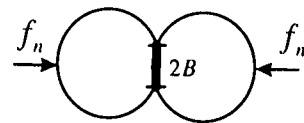


図--4 MDEM で用いる接触の代表長 B

て用いる。これらの転がり方向に対する変更を除けば、MDEM は従来の DEM と全く同一となっている。(無次元量 α は本来接触面での接触力の分布状況により決まる値であり、粒子形状が円柱で粘着力がなければ1以下となるべきパラメータである。しかしながら、このモデルで考慮していない形状の効果や粘着力の効果が α により表現できると考え、本研究ではこの制限を越えて α を用いることとする。)

3. 数値実験及びその結果

3.1 供試体と実験概要

断面の半径が 4, 5, 6mm である円柱粒子 15840 個

のDEM要素を85cm×185cmの領域にランダムに発生させた後、等方圧密して供試体を作成した。なお実験の奥行きは単位長さ(1m)とする。

供試体の力学的挙動は法線・接線・転がり方向の剛性など接触点の物性に依存する為、実験結果との比較などの定量的な研究を行なう場合にはパラメータの決め方は特に重要である。しかし本研究で用いた定数は、厳密に求めた値ではなく今までの経験に基づいた値となっている(表-1)。本研究では微視的機構の定性的な特徴を捉えることを目標としており、その範囲ならこれらの値で許されるのではと考えている。

供試体の変形は、上面、下面、両側面の4つの境界で制御される。上面と下面は上下に動く載荷プラテンとして応力制御とひずみ制御の両方で駆動される。本研究ではせん断帯が供試体の中央部に生じる様にプラテンと内部の粒子との間に物理摩擦(摩擦係数0.36)を設定した。

側面の左右の境界は8mmの半径の粒子を連結して作成したフレキシブル境界(Iwashita et al., 1995)でメンブレンを模擬することができ、供試体の変形に合わせて伸び縮みする。フレキシブル境界と内部粒子の間には物理摩擦は働かないとした。フレキシブル境界の上下の端の粒子は載荷プラテンの動きに同調し上下に動くが、水平方向には拘束されていない。

まず供試体は等方圧 p_0 で供試体内の動的釣り合い力が無視できるレベルになるまでゆっくりと圧密される。面内で重力は作用していないので圧密後の供試体はほぼ等方応力状態にあると考えられる。圧密後の供試体(図-5)を次のせん断試験での初期状態として扱う。直交座標軸 x_i ($i=1,2$)は x_1 が垂直方向、 x_2 が水平方向になる様に選ぶ。

3.2 粒状体の応力とひずみ

粒状体の任意の領域(体積 V)における局所的な応力テンソル σ_{ij} と偶応力テンソル μ_{ij} は以下の式で表わされる。(Oda & Iwashita²⁹⁾)

$$\sigma_{ji} = -\frac{1}{V} \sum_{a=1}^{N_c} \ell^a f_i^a n_j^a \quad (3)$$

$$\mu_{ji} = \frac{1}{V} \sum_{a=1}^{N_c} \ell^a m_i^a n_j^a \quad (4)$$

ここで N_c は領域 V 内の接触総数、各接触 a において ℓ^a は接触ブランチの長さ、 $\mathbf{n}^a$ は接触法線の単位ベクトル(外向きを正とする)、 $\mathbf{f}^a$ は接触力ベクトル、 $\mathbf{m}^a$ は接触モーメントとなっている。転がり抵抗を考えない場合には式(4)はゼロとなり、式(3)は対称になる。なお、供試体全体の巨視的な応力 $\bar{\sigma}_{11}$ と $\bar{\sigma}_{22}$ は式(3)を供試体全体に用いることで求めることができる。

供試体全体の巨視的なひずみに関しては、軸ひず

表-1 解析で用いたパラメータと物性

DEM parameters and material properties	Selected value
Number of particles	15840
Radii of the particles	4, 5, 6 mm
Increment of time step (Δt)	1.00×10^{-5} sec
Particle density	2600 kg/m^3
Confining pressure	$1.32 \times 10^5 \text{ Pa}$
Friction coefficient between particles	0.49
Friction coefficient between particles and wall	0.36
Cohesion between particles(C)	0.0 N
Normal spring constant (κ_n)	$1.00 \times 10^8 \text{ N/m}$
Tangential spring constant (κ_s)	$1.00 \times 10^7 \text{ N/m}$
Damping constant at the contact	0.05
Rolling spring constant (κ_r)	$7.00 \times 10^2 \text{ Nm/rad}$
Coefficient of rolling damping	$1.00 \times 10^{-2} \text{ Nm sec/rad}$

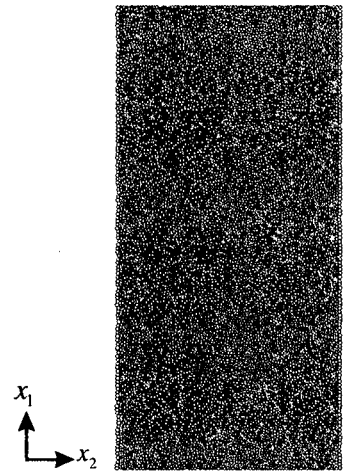


図-5 圧密後の初期状態配置

み $\bar{\epsilon}_{11}$ は上下の拘束板の変位から求め、体積ひずみ $\bar{\epsilon}_v$ は、供試体の初期状態からの体積変化から定めることとする。

局所的なひずみに関しては、局所的な変形勾配テンソルとラグランジュひずみテンソルを求めた。巨視的なひずみ $\bar{\epsilon}_{11} = \bar{\epsilon}_{11}^{(0)}$ においてある粒子 $P^{(0)}$ の中心点 $c^{(0)}$ の周りに十分な大きさ(少なくとも粒子が10個程度含まれる程度)の円を描く。その中に入った粒子 $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(N)}$ を抽出する。中心点 $c^{(0)}$ の座標をベクトル $\mathbf{X}^{(0)}$ とすれば、粒子 $P^{(i)}$ ($i=1, N$)の中心はベクトル $\mathbf{X}^{(0)} + d\mathbf{X}^{(i)}$ で表わされる。巨視的な軸ひずみが $\bar{\epsilon}_{11}^{(0)}$ から $\bar{\epsilon}_{11}^{(1)}$ に変わる間に、 $P^{(0)}$ の中心点は $\mathbf{x}_1^{(0)}$ に移動し、近傍の粒子 i は相対的に移動するため中心位置は $\mathbf{x}_1^{(0)} + d\mathbf{x}_1^{(i)}$ となる。ここで $P^{(0)}$ の周囲の微視的な変形勾配テンソルを $\mathbf{A}_1$ とあれば、 $d\mathbf{x}_1^{(i)} = \mathbf{A}_1 d\mathbf{X}^{(i)}$ という関係が成り立つ。もし円に含まれる近傍の粒子数 N が $N \geq 2$ であれば最少二乗法により $\mathbf{A}_1$ を決めることができる。同様に軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}^{(1)}$ から $\bar{\epsilon}_{11}^{(2)}$ までの変形

で A_2 が求まる。この際に、ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}^{(1)}$ における配置により $c^{(0)}$ の近傍の粒子 $P^{(i)}$ を選択し直していくことで大変形が生じる場合にも対応することができる。

変形段階が n 段階あり、周囲の粒子の最終的な位置が $\mathbf{x}^{(0)} + d\mathbf{x}^{(i)}$ であるなら、トータルの変形勾配テンソル A は

$$d\mathbf{x} = A_n A_{n-1} \cdots A_2 A_1 d\mathbf{X} \equiv A d\mathbf{X} \quad (5)$$

として求まる。

式(5)の代わりに最初と最後の粒子配置より $d\mathbf{x}^{(i)} = \hat{A} d\mathbf{X}^{(i)}$ として、変形勾配テンソル $\hat{A}$ を求めることもできるが、粒状体のように変形が非常に大きい場合には $\hat{A}$ では変形を的確に表わすことができない。

ラグランジュの(局所)ひずみテンソル E は

$$E = -(A^T A - I) / 2 \quad (6)$$

として求まる。 I は単位テンソルを、 T は転置を表わす。全ての粒子の周囲で E を求めることができる。また A より体積ひずみ ϵ_v が求まる。

$$\epsilon_v = \det A - 1 \quad (7)$$

式(6),(7)において A の代わりに A_i を用いれば載荷段階 i に生じたひずみ増分テンソル ΔE と体積ひずみ増分 $\Delta \epsilon_v$ を求めることもできる。

3.3 平面ひずみ圧縮試験(二軸圧縮試験)

二軸圧縮試験を行うために側面の巨視的応力 $\bar{\sigma}_{22}$ を p_0 に保ったまま、上下のプラテンを少しずつ変位制御で動かすことで垂直方向の巨視的応力 $\bar{\sigma}_{11}$ を増加させていく。各載荷段階において粒子の持つ速度が十分に小さくなるまで収束計算を行った。巨視的なひずみが $\bar{\epsilon}_{11} = 5.5\%$ に達するまでに 3×10^5 回の計算ステップが必要であった。

作成した同一の初期配置を用い、転がり抵抗の効果を調べるために3通りのパラメータで実験を行った。(この3通り以外にも数多くの数値実験を行ない、本研究での定性的な観察結果は接触に関するパラメータの影響を受けないことを確認した。) パラメータ α の値を 0.0, 1.0, 5.0 と変えて実験を行った。ここで $\alpha = 0.0$ の実験ケースでは接触点に転がり抵抗が存在しない従来の DEM の場合に相当し、以降「転がり自由」と呼ぶことにする。あとの α が 1.0 と 5.0 の場合は転がり抵抗のあるケースとなる。

図-6 は3通りの実験で得られた巨視的な応力比 $\bar{\sigma}_{11} / \bar{\sigma}_{22}$ と軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}$ と体積ひずみ $\bar{\epsilon}_v$ の関係である。これらの曲線の形状は、応力比はそれぞれのピーク値にまで増加し、体積はまず体積減少を示した後増加(ダイレイタンス)に転ずるという点で共通している。 α の値を大きくすると供試体のピーク応力比も高くなっている。 $\alpha = 0.0$ の転がり自由条件で

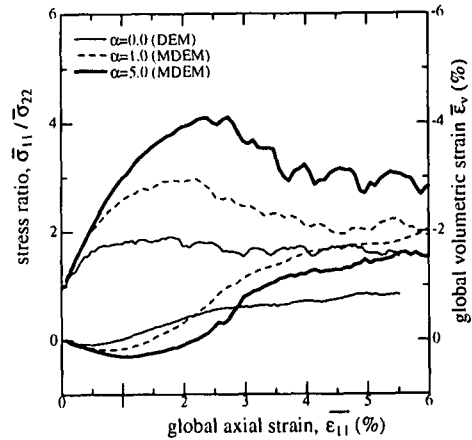
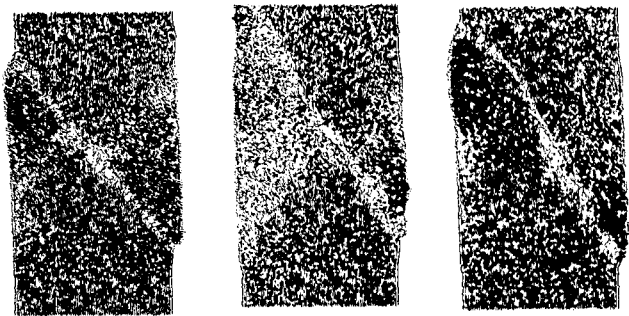


図-6 応力比・体積ひずみと軸ひずみの関係



(a) $\alpha = 0$ (b) $\alpha = 1$ (c) $\alpha = 5$

図-7 残留状態 (軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11} = 4.4\% - 5.5\%$)
における粒子の軌跡

は、ピーク応力比が上がらず、自然砂で観察される値に比べかなり低い。それに対し接触点に転がり抵抗を取り入れると破壊時の応力が大きくなる。さらに以下のような違いがある。転がり自由の場合にはピーク後の応力比の低下がわずかだが、転がり抵抗を用いた場合($\alpha = 1, 5$)ではピークを迎えた後に応力比は大きく減少し残留状態に至っている。粒状体からなる密な土の場合、ひずみ軟化とひずみの局所化は関連して生じるのでこの違いは重要である。

4. 微視的変形機構

4.1 ひずみの局所化

図-7 (a), (b), (c) は、3通りの実験での軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11} = 4.4$ から 5.5% の間の全粒子の移動軌跡を示す。(ここで図-6 で示した様にピーク応力は $\bar{\epsilon}_{11}$ が 2% から 3% の間に生じている。) 図-7 よりどの試験においても供試体中央にひずみの分布が際立って不連続になっている狭い曲がった領域:せん断帯がみられる。ここには示さないがピーク以前の軌跡図によると、ピーク以前には供試体全体が一様に変形している。

今回の実験ではひずみの局所化が α の値にかかわらず生じたが、Iwashita & Oda²⁶⁾は、同様の試験で軸ひずみで 10%以上まで圧縮しても転がり自由の場合 ($\alpha=0$)には明瞭なせん断帯が発生しないと報告している。この不一致の原因は用いた粒子数の違いと境界条件の違いにあると思われる。Iwashita & Oda²⁶⁾では 3960 個の粒子を用い上下の載荷板の摩擦は無いという条件であったが、本研究では 15840 個の粒子を用いせん断帯が生じやすい様に載荷板の摩擦をゼロにしていない。供試体の構成粒子数を変えて行なった試験によると粒子数が少ないと明瞭なせん断帯が現れないという結果を得ている。

4.2 粒子の柱状構造

図-- 8 (a), (b), (c), (d)は転がり抵抗試験 $\alpha=5.0$ における載荷 4 段階での高い応力を受けている粒子の分布の供試体中央部の拡大図を示す。黒く塗ったものは供試体全体での平均応力以上の圧縮応力を受けている粒子であり、それ以外の粒子は図から省いてある。

図-- 8(a)と(b)において高応力を受けている黒い粒子は、供試体の最大主応力方向である縦方向に繋がって位置する傾向がみられる。これより載荷板から与えられる軸圧縮力は供試体中の粒子全てが均等に受けて伝達するのではなく、一部の粒子が応力を伝える柱構造を作り伝達していることがわかる。Oda³⁰⁾は自然砂の三軸試験において、供試体が破壊にいたるひずみ硬化の間に粒子間接触面の法線ベクトルが最大主応力方向に集中していく現象を観察した。そのような集中は実際の砂においても応力を伝える柱状構造が形成されることを強く示唆している。より直接的な例として、Oda & Konishi³¹⁾や Oda et al.²⁴⁾は光弾性材料を用いた二次元二軸圧縮試験において、高い応力を伝える柱状構造が最大主応力方向に伸びていくことを報告している。Wakabayashi³²⁾, Drescher³³⁾や Allersma³⁴⁾は光弾性材料を用いた三次元実験において高応力を受ける帯を観察しそれを主応力が主に伝達されている経路と解釈している。これらの帯は本研究でみられた柱構造に相当すると思われる。よって、柱状構造は実際の粒状体において一般的に発達するものであり、MDEM による数値実験(図--8)においても再現されることが考えられる。

ピーク応力を越えた後、せん断帯の外に置いては柱状構造はそのまま保持される (図--8(c),(d))。しかしせん断帯の内部においては、多くの柱状構造が消滅し一部のみが生き残る。生き残った柱構造の方向はそれまで卓越していた垂直方向でなく時計方向に 20° から 30° 傾いた方向を示している。これらのことよりせん断帯内部の主応力の向きは巨視的な最大主応力方向である垂直方向から 20° から 30° 傾いており、せん断帯の内外で応力が不連続になっている可能性がある。

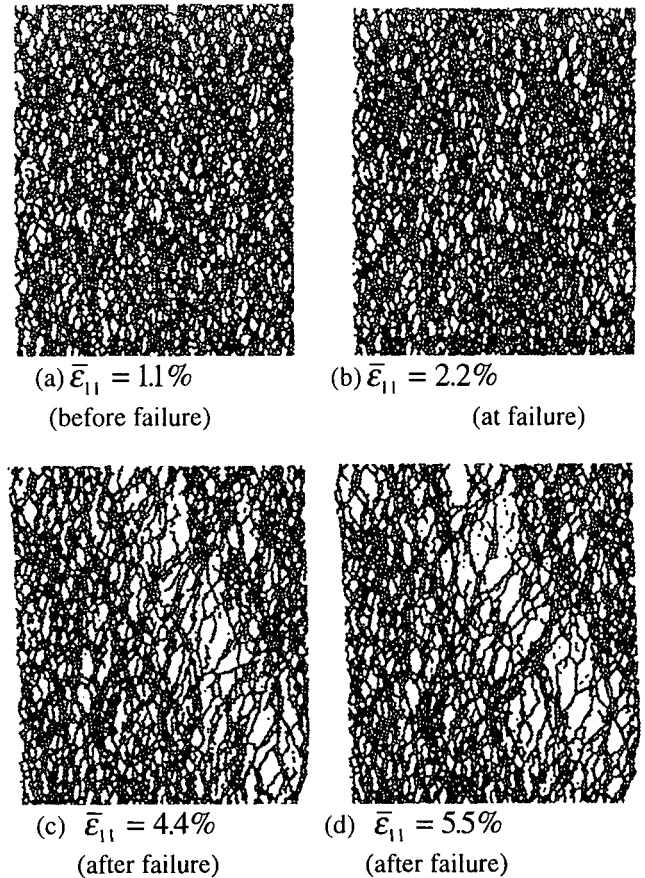


図--8 粒子の柱状構造の発達 ($\alpha=5$ の場合)

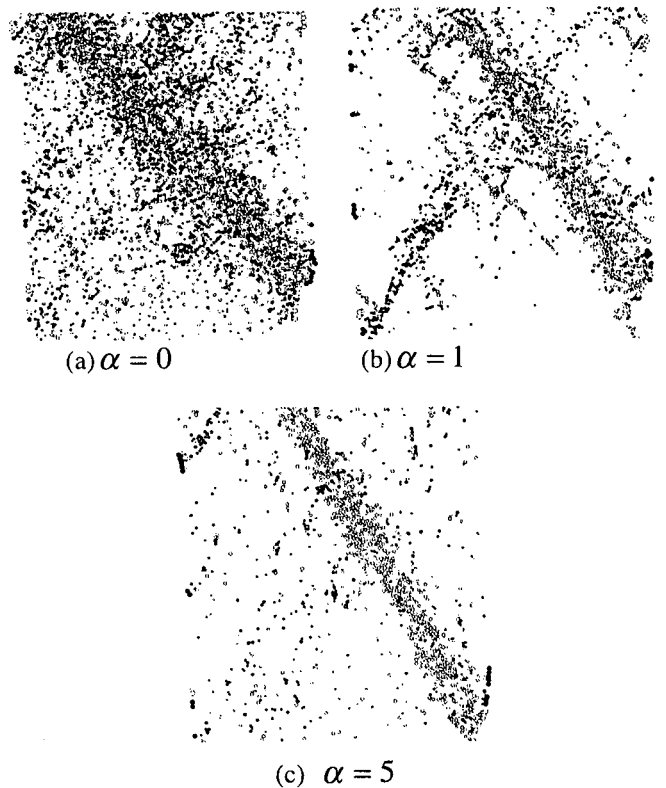


図--9 変形中の粒子の回転

4.3 粒子の回転

粒状体のせん断変形において粒子の回転が重要であることはよく知られている（例えば Bardet & Proubet^{17), 18)} ; Bardet²⁷⁾ ; Oda²²⁾ ; Oda & Kazama²³⁾ ; Iwashita & Oda^{26), 35)} など）。軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}=0\%$ から 5.5% の間の供試体中央部の粒子の回転を図-- 9 に示す。ここで黒い丸は反時計（正）方向に 15° 以上、白い丸は時計（負）方向に 15° 以上回転した粒子でありそれ以外の粒子は省略してある。粒子回転がある限られた領域で生じていることが判る。特に図-- 9(b),(c)の転がり抵抗のある場合 ($\alpha=1.0, 5.0$)、よく回転している粒子は図--7(b),(c)でみられたせん断帯に集中している。

α の値にかかわらず、せん断帯の発達に伴い粒子は回転しているが、転がり自由の場合と転がり抵抗を与えた場合とでは違いがある。図--9 (a)の転がり自由の場合 ($\alpha=0$)、 15° 以上回転している粒子は広く分散して分布し、せん断帯を特定しにくい。また時計回りと反時計回りの回転が同じような頻度で生じている。これに対し転がり抵抗のある $\alpha=1.0$ と 5.0 の場合(図--9 (b),(c))では、回転している粒子はせん断帯の内部に集中しており、時計回りの回転は左上から右下に伸びているせん断帯で生じ、反時計回りの回転は共役なせん断帯で生じている。

図--10(a),(b)に、転がり自由と転がり抵抗 ($\alpha=5$) のある場合のせん断帯付近での粒子回転の分布図を示す。この図の縦軸はそれぞれの軸ひずみ増分の間に生じた粒子回転量（単位は度）を、横軸はそれぞれの粒子中心とせん断帯中心線との距離 x を平均粒子直径 $\bar{d}$ (10mm) で正規化した値 $x/\bar{d}$ となっている。この図より 1) 転がり自由の場合、破壊後 ($\bar{\epsilon}_{11}>2.2\%$) にせん断帯内で正負両方向の粒子回転が生じ、せん断帯の位置は $-10 \leq x/\bar{d} \leq 10$ とみられる。2) 転がり抵抗がある場合、せん断帯内で負の回転が生じせん断帯の位置は $-7.5 \leq x/\bar{d} \leq 7.5$ とみられる。また粒子回転の方向が負に偏っており粒子回転に大きな勾配が生じている。このようなことが生じるのは接触点に転がり抵抗を設定した場合だけであった。

観察された違いを解釈してみる。2つの粒子の間で転がりが生じる場合、片方の粒子が時計方向に回転すると、もう片方の粒子に反時計方向の回転を生じさせる(図--11(a))。これは接触点に転がり抵抗を考えない場合に生じうる現象で、変形中に時計方向と反時計方向の回転が同じような頻度で生じることになる。図--10(a)より、この現象が転がり自由の場合に生じていると思われる。もし粒子が柱状構造を構成し、その柱が図--11(b)で見られた様に曲がっていく場合には別の回転をする可能性がある。この場合、上にある粒子は下の粒子の上を転がっていく。この変形は以下の3つの現象を引き起こす。1) 柱状構造は時計方向に湾曲する、2) 粒子の回転は反時計より時計方向のものが多くなり、3) 粒子回転の勾配

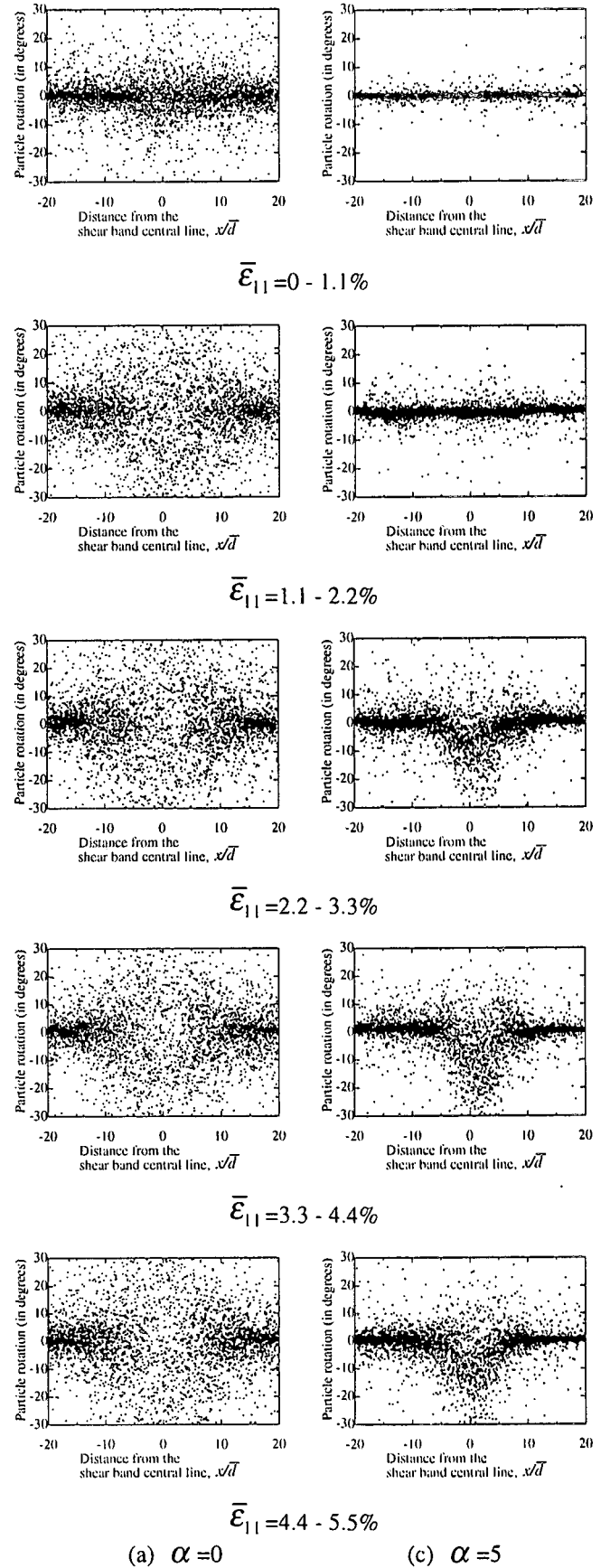
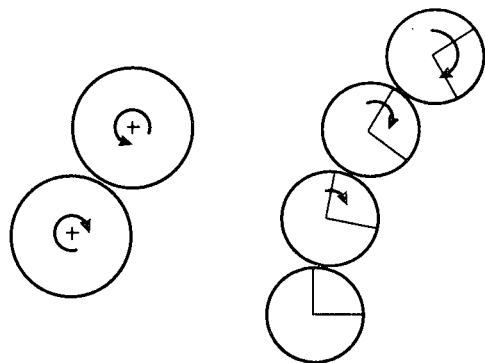


図--10 せん断帯周辺での粒子の回転の分布



(a) (b)

図--11 ころがりにより生じる2通りの粒子回転

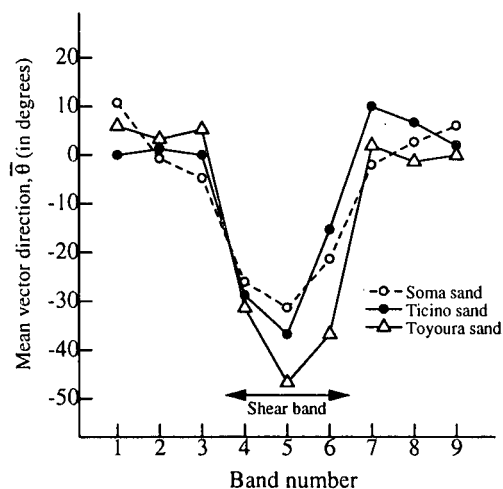


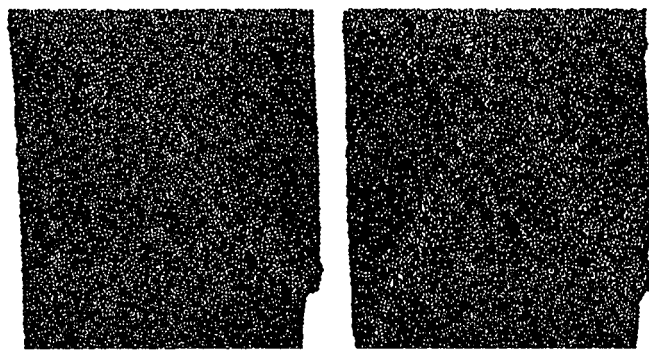
図--12 3種類の砂におけるせん断帯近傍での粒子長軸方向の卓越方向 (柿内による³⁶⁾)

が生じる。これらのすべての現象が転がり抵抗を設定したケースで観察されており(図--8, 9, 10)、接触点で転がりに対する抵抗が発揮されるために柱状構造が十分に発達し、特徴がより強調されたものと思われる(図--11)。

柿内³⁶⁾は、複数の自然砂に生じたせん断帯の薄片の顕微鏡観察において、せん断帯周辺をせん断帯の境界線に沿って同じ大きさの平行な矩形領域(band)に分け、各 Band 毎に粒子の長軸方向の変化を測定した(図--12)。その結果、せん断帯内外での粒子の回転について、1)せん断帯の外(Band 1から3, 7から9の範囲)では粒子回転は少ないのに対し、内部(Band 4から6の範囲)では良く回転している、2)せん断帯内での粒子の回転方向は偏っており、高い回転勾配が生じていることを報告している。数値実験の結果はこの観察と一致しており、粒子回転の特性もよく再現していることがわかる。

4.4 体積ひずみの集中

図--13 (a)-(c)は、3通りの実験 $\alpha=0.0, 1.0, 5.0$ での残留状態における空隙の分布を示す。すべての粒子は空隙を際立たせるために黒く塗り潰してある。



(a) $\alpha = 0$

(b) $\alpha = 1$



(c) $\alpha = 5$

図--13 空隙の分布

図--13(b)と(c)より $\alpha=1.0$ と 5.0 の場合に、極めて大きな空隙がせん断帯にそって並んでいるが、図--12(a)の転がり自由の場合にはそのような大きな空隙は見られない。この結果は Oda & Kazama²³⁾が自然砂のせん断帯で同様な極めて大きい空隙を観察していることと一致する。

膨張側の体積ひずみは、特に供試体破壊後に、狭いせん断帯に集中し、供試体の示したひずみ軟化はせん断帯に沿って供試体が弱体化したためと思われる。

体積ひずみがどのように集中していくかを調べるために、転がり抵抗 $\alpha=5$ の場合の連続5段階の供試体各部の局所的な体積ひずみ増分 $\Delta \epsilon_v$ の変化を図--14に示す。(局所的な体積ひずみ増分は全粒子の中心ごとに求められるので図--14ではその粒子の色で周囲の局所的なひずみの大きさを表わしている。)白い円は3%以上の圧縮体積ひずみ増分を受け、黒い円は3%以上の膨張体積ひずみ増分を受けている粒子を表している。その他の粒子は省略してある。以下にせん断帯内部でみられる変化を示す。

図--6に示される様に、転がり抵抗のある場合の巨視的な体積ひずみ $\bar{\epsilon}_v$ は、軸ひずみが $\bar{\epsilon}_{11}=0$ から1.1%の間は圧縮側となっている。図--14(a)においても、局所的体積ひずみ増分はほとんどの場所で圧縮となっている。更に重要なことにはひずみの分布には特定の場所への局所化はみられず、供試体全体が一樣に圧縮変形していることが判る。この変化はひずみ硬化現象での典型的な構造変化となっている。

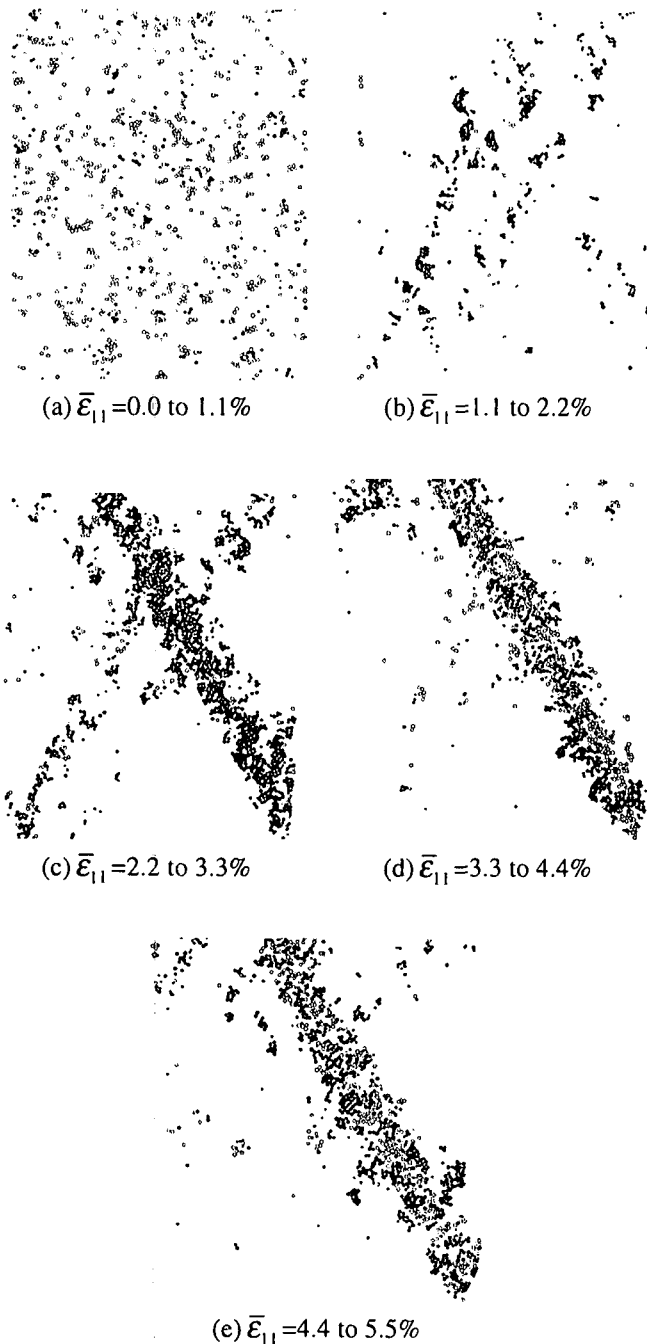


図--14 体積ひずみ増分の分布
($\alpha=5.0$)

巨視的軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}$ が 2.2%に達すると供試体は破壊し、その少し前から巨視的体積ひずみは増加に転ずる(図--6)。図--14(b)において幾つかの範囲で膨張が生じており、この場所は潜在的なせん断帯と思われる。しかし、次の载荷段階(図--14(c))に大きな膨張を示すメインのせん断帯はこの段階ではほとんど膨張を示していない。

軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{11}$ が 3.3%に達すると、供試体は大きなダイレイタンスとともにひずみ軟化を始める。図--14(c)において膨張体積ひずみ増分は Fig. 7(c)に現れたメインのせん断帯に集中している。

$\bar{\epsilon}_{11}=3.3\%$ から 5.5%の間に供試体は残留状態に達し、局所的なせん断ひずみはメインのせん断帯に集

中し続ける。図--14(d)と(e)を比較すると、せん断帯の内部で圧縮と膨張が同時に生じ、その場所が変わっていることがわかる。残留状態ではせん断帯の内部で巨大な空隙の発生と崩壊が同時に生じており、発生と崩壊が釣り合っているため、せん断帯全体で平均すると体積ひずみが一定になっている。

4.5 せん断帯周囲の応力分布

せん断帯の境界線に沿って同じ大きさの 8 つの矩形領域 (band) を平行にとり、各領域での偶応力と応力を求め、分布を調べた。Band 領域 4 と 5 の境界がほぼせん断帯中心軸の位置となっており、Band 領域 3,4,5,6 はせん断帯の内部、1,2,7,8 は外側となっている。この Band 領域の取り方の基本は図--12 での Band 領域の取り方と同様であるが、Band 領域の数やそれぞれのせん断帯に対しての位置は異なっている。

図--15 に転がり抵抗 $\alpha=5$ の場合のせん断帯近傍での偶応力の分布を示す。横軸は領域 (band) の番号もしくはせん断帯中心からの距離 x を平均粒子直径 $\bar{d}$ (10mm) で正規化した値 $x/\bar{d}$ であり、縦軸はせん断帯と平行な断面で観測される偶応力 μ_{12} (正面で反時計方向を正) となっている。

せん断帯が発生するまで(軸ひずみが 2.2%まで)は偶応力 μ_{12} はあまり発生していないが、応力がピークを迎えせん断帯の発達が始まると(軸ひずみが 3.3%以降)、せん断帯の外の Band 領域 1,2,7,8 にはあまり変化がないのに対し、せん断帯内部の領域 3-6 で偶応力 μ_{12} が大きくなる。せん断帯の中心線 (Band 領域 4 と 5 の間) で偶応力の符号が反転しており、作用している偶応力の向きは Fig10.(c) で観察された粒子回転の勾配の符号と整合している。なお $\alpha=1$ の場合にはせん断帯の内外とも偶応力の値は小さく顕著な傾向はみられなかった。また接触点での転がり抵抗を考えていない $\alpha=0$ の場合には偶応力は生じず、ゼロとなる。

図--16 に転がり抵抗 $\alpha=5$ の場合のせん断帯内外の各 Band 領域でのモールの応力円を示す。実線はせん断帯の外 (Band 領域 2 と 8)、点線はせん断帯内部 (Band 領域 4 と 5) の応力円を表わす。応力の非対称がある場合にはモールの応力円の中心がグラフの横軸 (垂直応力の軸) からずれることになるが、図--16 においてはどの応力円の中心もほぼ横軸上にあり、応力の非対象は生じていないことがわかる。これは図--14 で生じている偶応力の値が相対的に小さいことと一致している。平均主応力 σ に対し発生した偶応力 μ_{12} は $\mu_{12}/\bar{d} \approx 0.1 \times \sigma$ 程度となっている。

図--16 より、せん断帯の外の小領域では最大最小の主応力の軸の向きは、供試体の巨視的な主応力の向きと一致し、主応力の大きさもほぼ等しくなっていることがわかる。しかし、せん断帯の内部においては、作用している主応力の大きさは、せん断帯外部に比べ小さくなっており、主軸の向きを求めてみ

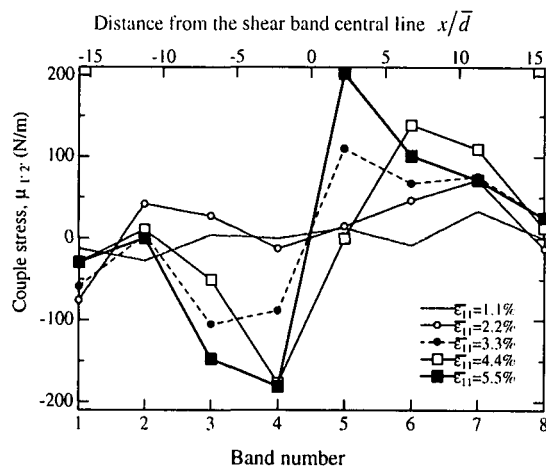


図--15 セン断帯周辺での偶応力の分布の変化
($\alpha=5.0$).

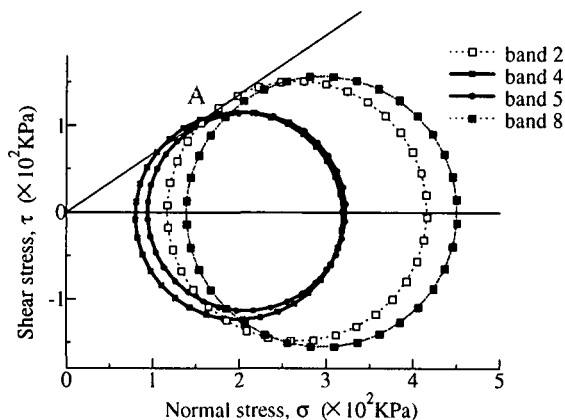


図--16 残留状態でのモールの応力円
($\alpha=5.0$ の場合) .

ると $20\text{--}30^\circ$ ほど傾いている。この事はせん断帯内部で圧縮応力を主に伝達する柱状構造が座屈し、屈曲する為であると思われる(図—8(c),(d))。図--16において実線と点線の応力円が共通のモール・クーロンの破壊線に接している。またせん断帯の境界の内外でのせん断帯垂直方向と接線方向の応力はほぼ図--16のA点になっている。このことは、せん断帯境界の内外の領域で、せん断の方向と平行な面上での垂直応力とせん断応力はA点で与えられる応力として一致し釣り合っているが、主応力の値は異なっている可能性を示唆していると思われる。

5. 結論

粒状体の微視的変形機構を調べるために数値実験を行なった。本研究では、粒子接触点での転がり抵抗の効果を確かめるために、従来の個別要素法DEMに転がり抵抗を導入したMDEMを用いた。数値実験により、せん断帯内での大きな空隙の形成及びせん断帯の境界に粒子回転の高い勾配ができるという2つの結果が得られ、この2つの現象は粒状体である土の実験においても報告されていること

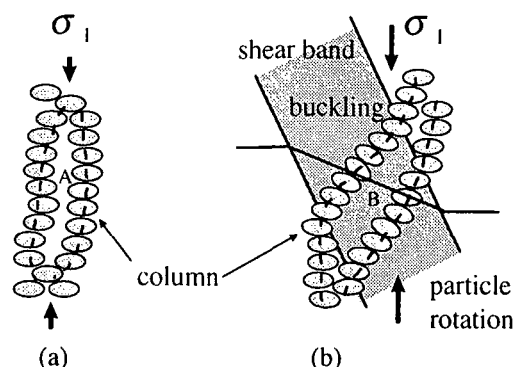


図--17 粒状体のせん断帯でのダイレイタンス発生モデル

からMDEMの有効性が確かめられた。MDEM数値実験により観察された微視的変形機構を以下に示す。

1) 供試体が破壊にいたるまでのひずみ硬化の過程において、粒子は繋がって柱状の構造を作り、その柱状構造はほぼ主応力の方を向いており、与えられる応力の多くを伝達する。柱状構造が形成される際に最小主応力方向では、それまであった接触が解消され、最大主応力方向では新たに接触が形成される(Oda et al.²⁴; Calvetti et al.³⁷)。その結果として2つの柱状構造の間に最大主応力軸の方を向いた細長い空隙が形成され(図--17(a))、破壊前に供試体にダイレイタンスが生じることになる。

2) 載荷に従い微視的構造は、柱状構造が最大主応力方向に伸びて行くことと、空隙も最大主応力方向に伸びて行くことにより、だんだんと異方的になっていく。そのような異方的な構造は周囲との接触点が次第に失われるために不安定になり(図--17(a))、最終的にはピーク応力の回りで崩壊することになる。

3) 次のひずみ軟化の過程においては新たな微視的構造が再構築される。すなわち幾つかの限られた領域(せん断帯)の内部において、偶応力が作用し、柱状構造の座屈が生じ、粒子の回転と粒子回転の高勾配が生じる、座屈する柱構造の間に巨大な空隙の形成される、といった主要な構造変化が生じる。せん断帯の外部においては大きな構造の変化は生じない。

4) 最終的にせん断帯内の微視的構造は動的な安定状態に達し、いわゆる残留状態を示す。ここで動的な安定状態としたものは、新規の微視的構造の発達が生じる。例えば、巨大な空隙及びダイレイタンスは、図--17(b)が示すような微視的構造の座屈によりせん断帯の内部で継続的に形成され続ける。同時にせん断帯の別の場所では既に形成されていた空隙が潰れ体積の収縮が生じる(図--14(c)と(d))。体積の膨張と収縮がバランスしせん断帯全体及び供試体全体としての平均体積ひずみは変化しなくなる。同時にせん断帯でのせん断ひずみの継続的な増加が可能となる。

せん断帯内で発達する微視的構造は、通常の方法で求まる間隙比よりずっと大きくなり、粒子の回転が高い勾配を示すという特徴を持つ(Oda & Kazama²³⁾)。これらの観察結果は連続体理論をベースに粒状体の変形機構を考える場合にはマイクロポーラ効果が重要になる可能性を示している(Mühlhaus & Vardoulakis⁶⁾; Oda³⁸⁾; Iwashita & Oda³⁵⁾)。

謝辞

埼玉大学工学部卒の橋本勇氏と同博士前期課程修了の柿内俊秀氏には、卒業研究と修士論文の一環として数値実験と室内試験を担当して頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Newland, P. L. & Allely, B. H. (1957). Volume changes in drained triaxial tests on granular materials. *Géotechnique*, London, UK, Vol.7, 17-34.
- 2) Rowe, P. W. (1962). The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. Royal Soc., London, UK*, Vol. A 269, 500-527.
- 3) Matsuoka, H. (1974). Stress-strain relationship of sands based on the mobilized plane. *Soils & Foundations*, Tokyo, Japan, Vol.14, No.2, 47-61.
- 4) Nemat-Nasser, S. (1980). On behavior of granular materials in simple shear. *Soils & Foundations*, Tokyo, Japan, Vol.20, No.3, 59-73.
- 5) Scarpetti, G. & Wood, D. M. (1982). Experimental observations of shear band patterns in direct shear tests. *Proc IUTAM Symp. Deformation and Failure of Granular Material*, Delft, (eds. P. A. Vermeer & H. J. Luger), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 473-484.
- 6) Mühlhaus, H. B. & Vardoulakis, I. (1987). The thickness of shear bands in granular materials. *Géotechnique*, London, UK, Vol.37, No.3, 271-283.
- 7) Vermeer, P. A. (1990). The orientation of shear bands in biaxial tests. *Géotechnique*, London, UK, Vol.40, No.2, 223-236.
- 8) Tatsuoka, F., Nakamura, S., Huang, C. C. & Tani, K. (1990). Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand. *Soils & Foundations*, Tokyo, Japan, Vol.30 No. 1, 35-54.
- 9) Yoshida, T., Tatsuoka, F., Siddiquee, M.S.A., Kamegai, Y. & Park, C.-S. (1994). Shear banding in sands observed in plane strain compression. *Symp. Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks*, (eds. R. Cambou, J. Desrues and I. Vardoulakis), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 165-179.
- 10) Finno, R. J., Harris, W. W., Mooney, M. A. & Viggiani, G. (1996). Strain localization and undrained steady state of sand. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 122, No. 6, 462-473.
- 11) Desrues, J., Chambon, R., Mokni, M. & Mazerolle, F. (1996). Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *Géotechnique*, London, UK, Vol.46, No.3, 529-546.
- 12) Cundall, P. A. (1971). A computer model for simulating progressive, large scale movement in blocky rock systems. *Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mech.*, Nancy, France, Vol.2, No.8.
- 13) Cundall, P. A. & Struck, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, London, UK, Vol.29, No.1, 47-65.
- 14) Thornton, C. & Randall, C. W. (1988). Application of theoretical contact mechanics to solid particle system simulations. *Micromechanics of Granular Materials*, (eds. M. Satake & J. T. Jenkins), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 254-252.
- 15) Thornton, C. & Lanier, J. (1997). Uniaxial compression of granular media: Numerical simulations and physical experiment. *Powder & Grains 97*, (eds. R. P. Behringer and J. Jenkins), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 223-226.
- 16) Bathurst, R. J. & Rothenburg, L. (1990). Observations on stress-force-fabric relationships in idealized granular materials. *Mechanics of Materials*, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, Vol.9, 65-80.
- 17) Bardet, J. P. & Proubet, J. (1991). A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Géotechnique*, London, UK, Vol.41, No.4, 599-613.
- 18) Bardet, J. P. & Proubet, J. (1992). Shear-band analysis in idealized granular material. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.118, No.2, 397-415.
- 19) 岩下和義, 松浦浩一, 小田匡寛(1995). 粒子接触点でのモーメント伝達を考慮した個別要素法の研究, 土木学会論文集 No.529/III-33, 145-154.
- 20) Ke, T. C. & Bray, J. D. (1995). Modeling of particulate media using discontinuous deformation analysis. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, No.121, 1234-1243.
- 21) Thomas, A. P., Bray, J. D. & Ke, T. C. (1996). Discontinuous deformation analysis for soil mechanics. *First International Forum on Discontinuous Deformation Analysis*, Berkeley, USA.
- 22) Oda, M. (1997). A micro-deformation model for dilatancy of granular materials. *Symposium on Mechanics of Particulate Materials in McNu Conference*, (eds C. S. Chang et al.), ASCE, 24-37.
- 23) Oda, M. & Kazama, H. (1998). Micro-structure of shear band and its relation to the mechanism of dilatancy and failure of granular soils. *Géotechnique*, London, UK, Vol. 48, No.4, 465-481.
- 24) Oda, M., Konishi, J. & Nemat-Nasser, S. (1982). Experimental micro-mechanical evaluation of strength of granular materials: Effect of particle rolling. *Mechanics of Materials*, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, Vol.1, 267-283.

- 25) Bardet, J. P. & Huang, Q. (1993). Rotational stiffness of cylindrical particle contacts. Proc. Second Int. Conf. on Micromechanics of Granular Media, Birmingham, (ed. C. Thornton), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 39-43.
- 26) Iwashita, K. & Oda, M. (1998). Rolling resistance at contacts in the simulation of shear band development by DEM. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, No.124, 285-292.
- 27) Bardet, J P (1994). Observations on the effects of particle rotations on the failure of idealized granular materials. Mechanics of Materials, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, Vol.18, 159-182.
- 28) Sakaguchi, H., Ozaki, E., & Igarashi, T. (1993). Plugging of the flow of granular materials during the discharge from a silo. International Journal of Modern Physics Vol. B 7, 1949-1963.
- 29) Oda, M. & Iwashita, K. (1998). Couple stress developed in shear bands (1); Particle rotation and couple stress in granular media, Engineering Mechanics: Proceedings of the 12TH Engineering Mechanics Conference, 1283-1286.
- 30) Oda, M. (1972). Deformation mechanism of sand in triaxial compression tests. Soils and Foundations, Tokyo, Japan, Vol.12, No.4, 45-63.
- 31) Oda, M. & Konishi, J. (1974). Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear. Soils & Foundations, Tokyo, Japan, Vol.14, No. 4, 25-38.
- 32) Wakabayashi, T. (1957). Photoelastic method for determination of stress in powdered mass. Proc. Seventh Japan Nat. Congr. Appl. Mech., Tokyo, Japan, 153-158.
- 33) Drescher, A. (1976). An experimental investigation of flow rule for granular materials. Géotechnique, London, UK, Vol.26, No.4, 591-601.
- 34) Allersma, H.G.B. (1982). Photo-elastic stress analysis and strain in simple shear. IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials, (eds: P.A. Vermeer & H.J. Luger), Balkema, Rotterdam, 345-353.
- 35) Iwashita, K. & Oda, M. (1998). Shear band development in modified DEM: Importance of couple stress. Scientific Bulletin of Academic Computer Center in Gdansk, Vol. 2, No. 3, 443-460.
- 36) 柿内俊秀(1998).埼玉大学工学部建設工学科修士論文
- 37) Calvetti, F., Combe, G. & Lanier, J. (1997). Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material: Relation between structure evolution and loading path. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Vol. 2, 121-163.
- 38) Oda, M. (1993). Micro-fabric and couple stress in shear bands of granular materials. Proc. Second Int. Conf. on Micromechanics of Granular Media, Birmingham, (ed. C. Thornton), Balkema, Rotterdam, Netherlands, 161-166.

(1999 年 4 月 23 日 受付)