

ボイド損傷理論に基づく材料劣化の二次元変形解析

2-Dimensional deformation analysis for material deterioration based on void damage theory

内海 和仁*・中沢 正利**・岩熊 哲夫***

Kazuhiro UCHIUMI, Masatoshi NAKAZAWA and Tetsuo IWAKUMA

* 学生員 東北大学大学院修士課程 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

** 正員 工博 東北学院大学助教授 工学部土木工学科 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

*** 正員 Ph.D. 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

The void damage theory can express quantitatively the growth and coalescence of voids which are inherently included in any material and are caused by the accumulated microcrack.

In this paper, 2-dimensional deformation analysis by the elasto-plastic FEM is carried out to show some numerical examples for the relationships between initial value of void volume fraction and the deterioration of overall stiffness. From this result, an estimation method of material deterioration is presented to evaluate the damage of materials.

Key Words : Damage Theory, Void Volume Fraction, Material Deterioration, FEM

1. まえがき

材料中に分布する多数の微視的空隙(ボイド)は、巨視的亀裂の発生と最終的な破断を引き起こすだけではなく、強度・剛性・靱性の低下や材料の劣化といった材料内部の物理的欠陥に起因する損傷の原因となる。

ここで、材料の破壊予測の一つのアプローチとして、微視的現象に関する知見に基づくボイド損傷理論がある。この理論によると、金属の破壊は次のように理解することができる。高い三軸引張応力場(すなわち負の静水圧場)において、材料内に初めから存在していたか、あるいは新たに生じたボイドが成長・合体することによりボイド体積分率が大きくなり、巨視的な軟化領域が形成され、やがて破壊に至るという着想である。このような理論的研究^{1)~7)}はここ10数年にわたって重ねられてきているが、数値解析例⁸⁾は少ない。

そこで本研究では、ボイド損傷理論を用いて基本的な特性を把握するために、まず鋼材の二次元変形解析を行い、ボイドの存在によって材料劣化がどのように進行するのかを数値的に追跡した。ここでは、多孔質延性材料を構成モデルとし、Gurson¹⁾によって提案され、さらにTvergaard²⁾が改良した降伏関数を採用した。材料の変形に伴う材料中のボイドの発生と成長、合体をボイド体積分率として降伏関数に組み込み、ボイド体積分率を考慮した弾塑性構成則をまとめた。

最後に、数値解析例として剛体ポンチの押込み解析を行い、材料の降伏および塑性化した後の塑性化領域の拡がりや、ボイドの成長を二次元問題として数値解析的に追跡することを試みた。ここでは、基礎的解析として剛性劣化のみに着目し、比較的ひずみの小さい領域に限

定している。さらに、解析結果を応用して材料内部に蓄積されたダメージを推定する手法を考案し、例えばコンクリートの針貫入試験方法⁹⁾や鋼材のビッカース硬さ試験¹⁰⁾を理論的側面から説明することを試みている。例えば、針貫入試験では、凍害を受けたコンクリート表面に対する針の貫入量と貫入軸力の関係より、剛性抵抗を求めた後にコンクリートの圧縮強度に換算している。

しかし、ボイド損傷理論そのものが定量的な評価を確実にできるまでには成熟していないために、本解析も定量的予測とは言い難いのも事実である。それでも、鋼材のような延性材料、あるいはコンクリートモルタルのような脆性材料でも破壊前までは連続体力学が充分適用可能な材料に対しては、マイクロクラックや材料の劣化といった材料損傷の予測につながる基礎的な研究であり、今後の応用の可能性は大きいと考えられる。

2. ボイド損傷理論

2.1 Gursonの降伏条件

Gurson¹⁾によると、ボイドを含む固体の挙動は、膨張性のある、圧力に敏感な連続体の塑性流れであるとし、ボイドの体積分率 f を含む延性材料に対して

$$\Phi(\sigma_{ij}, \sigma_M, f) = 0 \quad (1)$$

という近似的な降伏条件の使用を提案した。ここに、 σ_{ij} ; 平均巨視的 Cauchy 応力テンソル, σ_M ; 母材における実際の微視的応力状態を示す相当引張流れ応力である。

降伏関数が効果的に等方性を保つように、任意に分布したボイド形状の変化を無視するなどの簡略化した近似を含む、単一ボイドの球形モデル解析に基づいて導かれ

た近似降伏条件は、以下の形をとる。

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + 2f \cosh \left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - (1 + f^2) = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\bar{\sigma} = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2}$; 相当応力, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} G_{ij} \sigma_{kk}$; 巨視的な Cauchy の偏差応力, G_{ij} ; 現配置の計量テンソル, $-\frac{1}{3} \sigma_{kk}$; 静水圧である。式 (2) は $f=0$ の場合に von Mises の降伏条件に帰着する。

また、右辺第 2 項は降伏条件の静水圧依存性を表しており、ボイド体積分率 f が大きいほど、あるいは静水圧が大きいほど、降伏強度が減少することがわかる。

2.2 Tvergaard の降伏関数

Tvergaard²⁾は Gurson の降伏関数 (2) に調整パラメータ q_1, q_2, q_3 を導入し

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f \cosh \left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - (1 + q_3 f^2) = 0 \quad (3)$$

とした。ここで $q_1=q_2=q_3=1$ とすると、球形ボイド周辺の剛完全塑性体の球形対称性に基づいて Gurson が導いた降伏関数と一致する。

Tvergaard によって、周期的に分布した円筒形ボイド、あるいは、球形ボイドを含む材料に対する数値解析的研究と、降伏条件 (3) に基づく予測とが比較され、式中のパラメータを $q_1=1.5, q_2=1, q_3=q_1^2$ に設定することで、実験結果に対する近似が大幅に改善された。

2.3 ボイド体積分率

ボイド体積分率は初めから存在するボイドの成長と新しいボイドの発生によって変化し、さらに、ボイド体積分率が大きくなるとボイドが合体することが考えられる。よって、文献 3) によれば、ボイド体積分率の増分 $\dot{f}$ はこれら全てを含んだ形で

$$\dot{f} = (\dot{f})_{\text{growth}} + (\dot{f})_{\text{nucleation}} + (\dot{f})_{\text{failure}} \quad (4)$$

と表される。母材が塑性域で非圧縮性であるとする、ボイド成長による増分は、母材自体の塑性ひずみ増分に比例するとして

$$(\dot{f})_{\text{growth}} = (1 - f) G_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P \quad (5)$$

と表される。ここに、 $\dot{\epsilon}_{ij}^P$; 母材とボイドの両者全体に対する巨視的ひずみ増分の塑性部分である。また、ボイドの発生がクラックあるいは分離によると考えると、ボイド発生による増分は

$$(\dot{f})_{\text{nucleation}} = A \dot{\sigma}_M + B \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \quad (6)$$

と表せる。ここで、 A, B は後述する材料定数である。さらに、 $f > f_c$ に対して、ボイドの合体による増分は

$$(\dot{f})_{\text{failure}} = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_u - f_c}{\Delta \epsilon} \dot{\sigma}_M \quad (7)$$

と表され、ここに、 E_t ; 現在の応力レベル σ_M での母材に対する単軸の真応力-自然ひずみ曲線の勾配、 f_c ; ボ

イドの合体が始まる限界ボイド率、 f_u ; これ以上ボイドが増加すると巨視的な応力を支持できない状態を表す限界ボイド率、 $\Delta \epsilon$; 付加的な材料定数である。

母材における微視的ひずみ状態を表す有効塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_M^P$ は、以下の増分式によって $\dot{\sigma}_M$ と関係づけられる。

$$\dot{\epsilon}_M^P = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \dot{\sigma}_M \quad (8)$$

ボイド発生が塑性ひずみに支配される材料の場合、Chu and Needleman⁴⁾によって、ボイド発生に対する正規分布が提案された。これによれば、式 (6) 中の A, B は

$$A = \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_N}{s \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_M^P - \epsilon_N}{s} \right)^2 \right], \quad B = 0 \quad (9)$$

$$\text{for } \epsilon_M^P = (\epsilon_M^P)_{\text{max}} \text{ and } \dot{\epsilon}_M^P > 0$$

と表される。ここに、 ϵ_N ; ボイド発生に対する平均ひずみ、 s ; 標準偏差、 f_N ; ボイドが発生する粒子の体積分率である。一方、ボイド発生が母材粒子間の最大法線方向応力に支配される材料の場合、Needleman and Rice⁵⁾は、この最大応力の近似値として $\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3}$ を用いることを提案した。これによれば、 A, B は

$$A = B = \frac{f_N}{s \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} \right) - \sigma_N}{s} \right\}^2 \right] \quad (10)$$

$$\text{for } \sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} = \left(\sigma_M + \frac{\sigma_{kk}}{3} \right)_{\text{max}}$$

$$\text{and } \dot{\sigma}_M + \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} > 0$$

と表され、ここに、 σ_N ; ボイド発生に対する平均応力である。

3. ボイド体積分率を考慮した弾塑性構成則

Tvergaard²⁾によると、式 (8) 中の $\dot{\epsilon}_M^P$ が相当塑性仕事式

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P = (1 - f) \sigma_M \dot{\epsilon}_M^P \quad (11)$$

に基づいて変化すると仮定でき、 σ_M の増分は次式で与えられる。

$$\dot{\sigma}_M = \frac{E E_t}{E - E_t} \frac{\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P}{(1 - f) \sigma_M} \quad (12)$$

また、式 (4) ~ (7), (12) より、ボイド体積分率の増分 $\dot{f}$ は

$$\begin{aligned} \dot{f} = & (1 - f) \dot{\epsilon}_{kk}^P + B \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3} \\ & + \left\{ A + \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \right) \frac{f_u - f_c}{\Delta \epsilon} \right\} \frac{E E_t}{E - E_t} \frac{\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P}{(1 - f) \sigma_M} \end{aligned} \quad (13)$$

と表せる。さらに、母材に対する塑性流れ則の法線性は巨視的な法線性を表すので、多孔質延性材料に対する巨視的ひずみ速度の塑性部分は

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (14)$$

と表され、パラメータ λ は以下の整合条件によって決定される。

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_M} \dot{\sigma}_M + \frac{\partial \Phi}{\partial f} \dot{f} = 0 \quad (15)$$

式(3), (12) ~ (15) より、塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ は

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_M} + \alpha G_{ij} \right) \left(\frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\sigma_M} + \beta G_{kl} \right) \dot{\sigma}_{kl} \quad (16)$$

と求まる。ここに、

$$H = \frac{h}{1-f} \left(\frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + \alpha \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) \times \left\{ \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + \alpha \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} - \left(A + \frac{1}{h} \frac{f_u - f_c}{\Delta \epsilon} \right) \frac{\sigma_M}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial f} \right\} - 3\alpha(1-f) \frac{\sigma_M}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial f} \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{f}{2} q_1 q_2 \sinh \left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) \quad (18)$$

$$\beta = \alpha + \frac{B \sigma_M}{6} \frac{\partial \Phi}{\partial f} \quad (19)$$

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{E_t} - \frac{1}{E} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f} = 2q_1 \cosh \left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) - 2q_3 f \quad (21)$$

である。ここで、式(16)の $\dot{\sigma}_{ij}$ を有限ひずみ問題に対応する Cauchy 応力の Jaumann 速度

$$\dot{\nabla}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + (G_{ik} \sigma_{jl} + G_{jk} \sigma_{il}) \dot{\epsilon}_{kl} \quad (22)$$

に拡張すると

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_M} + \alpha G_{ij} \right) \left(\frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\sigma_M} + \beta G_{kl} \right) \dot{\nabla}_{kl} \quad (23)$$

と表せる。また、弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^E$ は

$$\dot{\epsilon}_{ij}^E = B_{ijkl}^E \dot{\nabla}_{kl} \quad (24)$$

$$B_{ijkl}^E = \frac{1}{E} \{ (1+\nu) G_{ik} G_{jl} - \nu G_{ij} G_{kl} \} \quad (25)$$

と表される。よって、全体の巨視的ひずみ速度は

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^E + \dot{\epsilon}_{ij}^P \quad (26)$$

と書けることから、ボイド体積分率を含む弾塑性構成則は

$$\dot{\nabla}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (27)$$

の形で表される。ここに

$$C_{ijkl} = D_{ijkl}^E - \alpha^* D_{ijkl}^P \quad (28)$$

$$D_{ijkl}^E = \frac{E}{1+\nu} \left\{ \frac{1}{2} (G_{ik} G_{jl} + G_{jk} G_{il}) + \frac{\nu}{1-2\nu} G_{ij} G_{kl} \right\} \quad (29)$$

$$D_{ijkl}^P = \frac{E}{1+\nu} \frac{MN}{T} \quad (30)$$

$$\begin{cases} M = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} G_{ij} \\ N = \frac{3}{2} \frac{s_{kl}}{\sigma_M} + \beta \frac{1+\nu}{1-2\nu} G_{kl} \\ T = (1+\nu) \frac{H}{E} + \frac{3}{2} \frac{\bar{\sigma}^2}{\sigma_M^2} + 3\alpha\beta \frac{1+\nu}{1-2\nu} \end{cases} \quad (31)$$

と求まる。ただし

$$\begin{cases} \alpha^* = 1: & \text{when } \Phi = 0 \text{ and } s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} > 0 \\ \alpha^* = 0: & \text{when } \Phi < 0, \text{ or } \Phi = 0 \text{ and } s_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad (32)$$

である。式(27)をマトリクス形式

$$\{\dot{\sigma}\} = [C^E] \{\dot{\epsilon}\} = ([D^E] - \alpha^* [D^P]) \{\dot{\epsilon}\} \quad (33)$$

で表すと

$$[D^P] = \frac{2G}{T} \times \begin{bmatrix} t_{xx}^\alpha t_{xx}^\beta & t_{xx}^\alpha t_{yy}^\beta & t_{xx}^\alpha t_{zz}^\beta & t_{xx}^\alpha t_{xy} & t_{xx}^\alpha t_{yz} & t_{xx}^\alpha t_{zx} \\ & t_{yy}^\alpha t_{yy}^\beta & t_{yy}^\alpha t_{zz}^\beta & t_{yy}^\alpha t_{xy} & t_{yy}^\alpha t_{yz} & t_{yy}^\alpha t_{zx} \\ & & t_{zz}^\alpha t_{zz}^\beta & t_{zz}^\alpha t_{xy} & t_{zz}^\alpha t_{yz} & t_{zz}^\alpha t_{zx} \\ & & & (t_{xy})^2 & t_{xy} t_{yz} & t_{xy} t_{zx} \\ & & & & (t_{yz})^2 & t_{yz} t_{zx} \\ & & & & & (t_{zx})^2 \end{bmatrix} \text{SYM.} \quad (34)$$

となり、ここに

$$\begin{cases} t_{xx}^\alpha = \frac{3}{2} \frac{s_{xx}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{xx}^\beta = \frac{3}{2} \frac{s_{xx}}{\sigma_M} + \beta \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{yy}^\alpha = \frac{3}{2} \frac{s_{yy}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{yy}^\beta = \frac{3}{2} \frac{s_{yy}}{\sigma_M} + \beta \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{zz}^\alpha = \frac{3}{2} \frac{s_{zz}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{zz}^\beta = \frac{3}{2} \frac{s_{zz}}{\sigma_M} + \beta \frac{1+\nu}{1-2\nu} \\ t_{xy} = \frac{3}{2} \frac{s_{xy}}{\sigma_M}, t_{yz} = \frac{3}{2} \frac{s_{yz}}{\sigma_M}, t_{zx} = \frac{3}{2} \frac{s_{zx}}{\sigma_M} \end{cases} \quad (35)$$

である。

4. 数値解析手法

本研究では、ボイドの影響を考慮した構成則(27)を用い、ここでは最も単純な増分解析を行った。したがって、増分ステップは十分小さくする必要があるが、これは有限要素の大きさ等にも左右されるので、実際の解析対象ごとに適切なステップ量を数値的に確認して決定した。用いる要素は、最も基本的な定ひずみ三角形要素である。

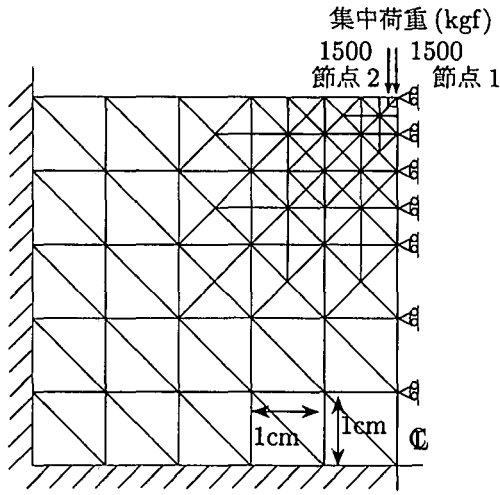


図-1 剛体ポンチの押込み解析モデル

4.1 節点座標と応力成分の算定

構成則はすべて基準配置を標構とした記述となっているので、節点座標値や応力の値を各増分ステップ毎に更新していく必要がある。まず、初期位置ベクトルを $\mathbf{X}$ とすると、各増分ステップ毎の節点座標値は増分変位を単純に足し合わせて

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \sum_{\text{step}} \mathbf{v} \quad (36)$$

として現配置の座標が求まる。

また、現配置における Cauchy 応力は、Cauchy 応力の Jaumann 速度と同じく現配置で定義されているため、単純な和 $(\sigma_{ij} + \dot{\sigma}_{ij} \Delta t)$ は、新しい配置における第一 Piola-Kirchhoff 応力成分 T_{ij}^R となる。よって、この新しい配置での Cauchy 応力は、定義にしたがってステップ前後の要素面積 A_0, A を用いて表すと

$$\sigma_{ij} = \frac{A_0}{A} x_{i,k} T_{kj}^R \quad (37)$$

として得られることになる。本研究では、座標変換を考慮しないので $x_{i,k} = \delta_{ik}$ としている。

4.2 降伏判定と $r_{\min}$ 法の適用

材料が弾性から塑性に移るときの降伏判定は、Tvergaard の降伏関数 (3) より、以下の条件で決定する。

$$\bar{\sigma} > \sigma_M \sqrt{(1 + q_3 f^2) - 2q_1 f \cosh\left(\frac{q_2}{2} \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M}\right)} \quad (38)$$

ここで、そのステップにおける相当応力増分のうち、初期降伏曲線までの増分の比率を r として計算し、 $r_{\min}$ 法¹¹⁾を適用した。

また、母材の降伏応力の増分とボイド体積分率の増分は、それぞれ式 (12), (13) より計算する。しかし、ボイド発生・合体に対する材料パラメータについての実証的な蓄積がほとんどないことより、本研究ではボイド体積分率の増分式 (4) においてボイドの成長のみに注目することとし、式 (13) を以下のように簡略化した。

$$\dot{f} = (1 - f) G_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P \quad (39)$$

表-1 剛体ポンチの押込み解析 (荷重制御) における最終的な荷重と鉛直変位量

f_1 値	荷重 (kgf)	鉛直変位 (cm)	
		節点 1	節点 2
0.0	1454	-0.08013	-0.04271
0.005	1446	-0.08067	-0.04341
0.01	1453	-0.08205	-0.04470
0.05	1445	-0.08115	-0.04659
0.10	1442	-0.08814	-0.05288
0.15	1439	-0.10220	-0.06340
0.20	1434	-0.11940	-0.07695

5. 数値解析例

5.1 剛体ポンチの押込み解析

ここでは、二次元の平面ひずみ状態を仮定した時の剛体ポンチの押込み問題を考え、鋼材を対象にして以下に示す材料定数を有する等方硬化材料を用いた。

$$\begin{cases} \sigma_Y = 3200 \text{ kgf/cm}^2 \\ E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \\ E_t = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2 \\ \nu = 0.3 \end{cases} \quad (40)$$

ここに、 σ_Y は母材の初期降伏応力である。図-1 に示すように、メッシュ分割を 73 節点・116 要素とした半解析モデルを設定した。大きな変形が予想される部分は細かく分割し、周辺境界条件は固定としている。また、荷重制御と変位制御の両者による解析を行った。荷重 (変位) 増分ステップ数は 500 にとり、ボイド体積分率の初期値 f_1 を $f_1 = 0.0 \sim 0.20$ の範囲で変化させて計算した。

(1) 荷重制御の場合

ポンチ幅の分布荷重 6000 kgf を、図-1 に示すように 1500 kgf の集中荷重として半解析モデルの中央 2 点に作用させた。図中の集中荷重を受ける節点を、それぞれ右から節点 1、節点 2 とする。また、 $f_1 = 0.0$ の場合のみ、ボイド体積分率の増分式 (13) を $\dot{f} = 0.0$ としてボイドの成長を考慮しないようにし、一般の等方硬化モデル (von Mises 型) と等しくした。

表-1 に、各初期の f 値における最終的な荷重と鉛直変位量を示す。後述する変形図と相当応力分布、ボイド体積分率分布は、この最終的な荷重を受けた段階でのものである。

図-2 にそれぞれ、ボイド体積分率の初期値が $f_1 = 0.0$ ($\dot{f} = 0.0$), 0.05, 0.20 の場合における変形図を示す。変形倍率を 5 倍にして、拡大表示した。 f_1 の値が高いほど荷重点付近の要素の軟化が促進されるために、鉛直変位は大きく降伏した領域も広い。また、 f_1 の値が低いほど押込み部周辺に盛り上がっている領域が顕著に見られ

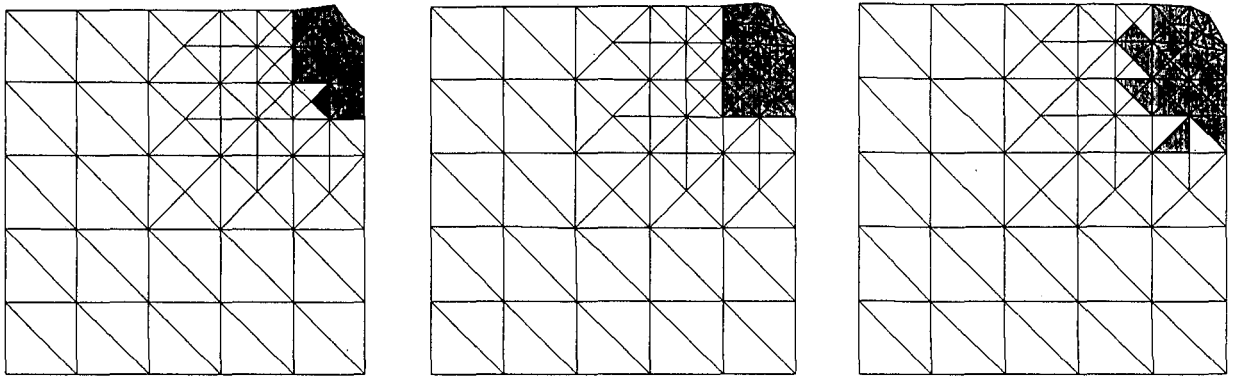


図-2 剛体ポンチの押込み解析 (荷重制御) における変形状況 (5 倍率, 影付き部分は降伏した領域). ボイド体積分率の初期値を左から $f_1=0.0, 0.05, 0.20$ としている.

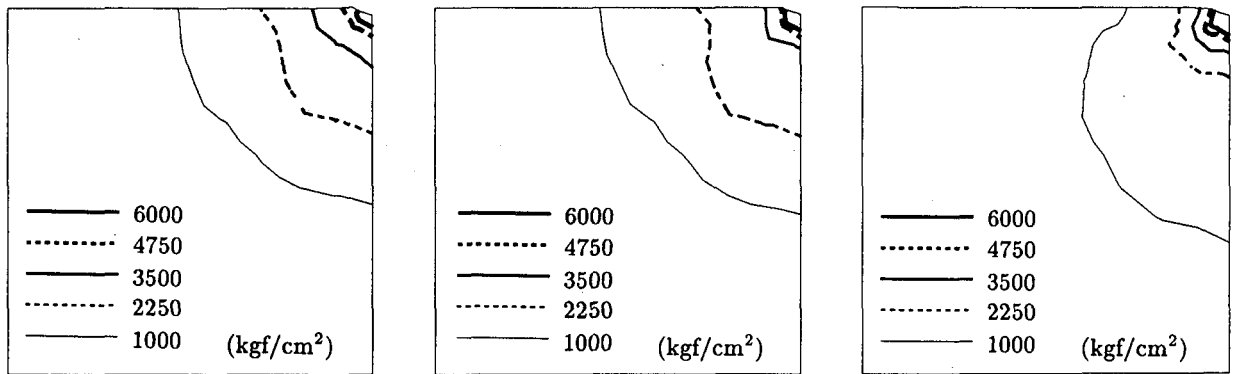


図-3 剛体ポンチの押込み解析 (荷重制御) における相当応力分布. ボイド体積分率の初期値を左から $f_1=0.0, 0.05, 0.20$ としている.

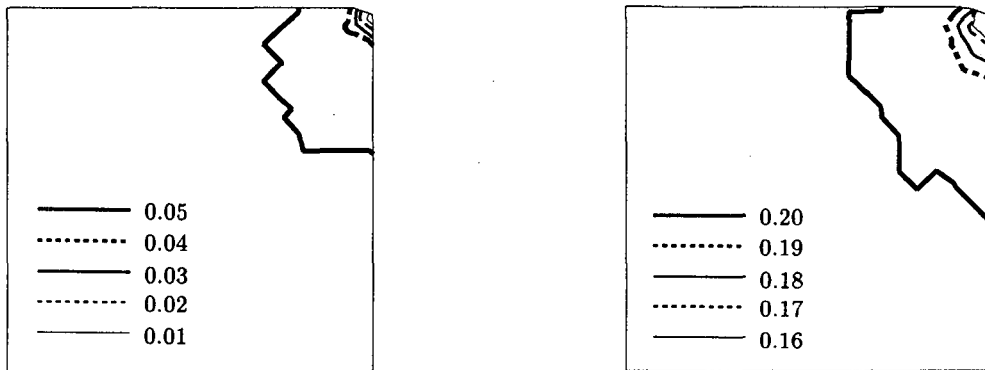


図-4 剛体ポンチの押込み解析 (荷重制御) におけるボイド体積分率分布. ボイド体積分率の初期値を左から $f_1=0.05, 0.20$ としている.

るが, これは硬いものに物体を押込んだときに周辺が盛り上がるという特性をよく表している.

図-3にそれぞれ, ボイド体積分率の初期値が $f_1=0.0$ ($f=0.0$), $0.05, 0.20$ の場合における相当応力分布を示す. 荷重点付近を中心に, 環状に分布しているのが確認できる. また, f_1 の値が高いほど相当応力の等高線が荷重点に集中していることがわかる. これは, ボイド体積分率の初期値が高いほど荷重点付近の要素の剛性が大

きく低下し, 応力集中が大きく出ためである.

図-4にそれぞれ, ボイド体積分率の初期値が $f_1=0.05, 0.20$ の場合におけるボイド体積分率分布を示す. 比較しやすいように, 両者ともに f_1 の値を基準としてボイド体積分率 f の等高線の幅を等しくし, 前者は $f=0.01 \sim 0.05$ に, 後者は $f=0.16 \sim 0.20$ にとった. 相当応力分布と同様に, 荷重点付近を中心に環状に分布しているが, 相当応力分布と異なるのは, f_1 の値が低いほど荷

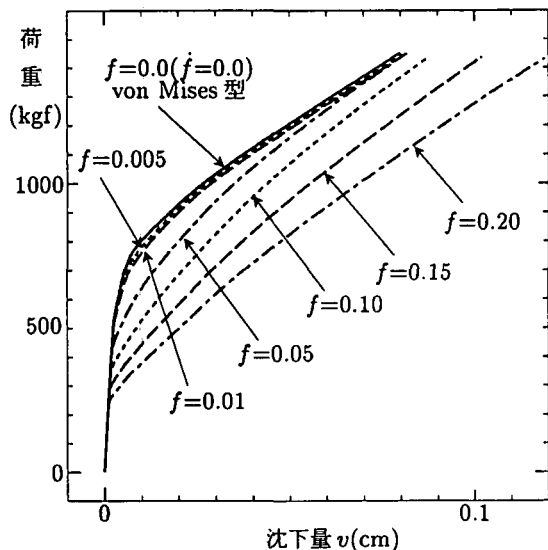


図-5 剛体ポンチの押し込み解析 (荷重制御) における節点1での荷重-変位曲線

重点付近に等高線が集中している点である。

図-5に節点1における荷重-変位曲線を示す。 f_1 の値が低い曲線($f_1=0.005, 0.01, 0.05$)では、最終的にはvon Mises型($f_1=0.0, \dot{f}=0.0$)の曲線に漸近している。これは、押し込み解析のため圧縮力が働き、塑性ひずみ速度の垂直成分の和 $\dot{\epsilon}_{kk}^p$ が負の値となるので、式(39)よりボイド体積分率の増分 $\dot{f}$ も負の値となり、载荷に伴って f の値が減少することが原因と考えられる。 f_1 の値が低いほどこの影響を受けやすい。さらに荷重を大きくしていけば、 $f_1=0.10, 0.15, 0.20$ においても同様に漸近する可能性はある。しかし、たとえ漸近したとしても、変形の履歴が異なるため、図-2を比較してもわかるように、最終的な変形状態は異なる。

荷重がまだ小さいうちは、例えば700～800kgf付近までは、 f_1 値が高い方が勾配はゆるやか、すなわち剛性が低下して変位が大きく出ることがわかる。よって、ボイド体積分率の初期値が高いほど、塑性域に入ってから剛性低下は進みやすいという特性をうまく表している。

また、図-5において変位が小さい領域を拡大したものを図-6に示す。図中で△印をつけて材料の初期降伏応力の値を示したように、 f_1 の値によって材料の初期降伏点に大きな違いが出ているのがわかる。 f_1 の値が高いほど、すなわち材料にボイドが多く含まれているほど初期降伏点が低下する。これらの初期降伏応力の相違は、降伏判定の式(38)によるものである。ここで注意すべきは、この初期降伏応力が母材そのものの降伏応力ではなく、母材にボイドが含まれている材料全体としての降伏応力であり、あくまでも母材自体の初期降伏応力は3200kgf/cm²である。

(2) 変位制御法の場合

図-1における節点1、節点2に集中荷重ではなく強

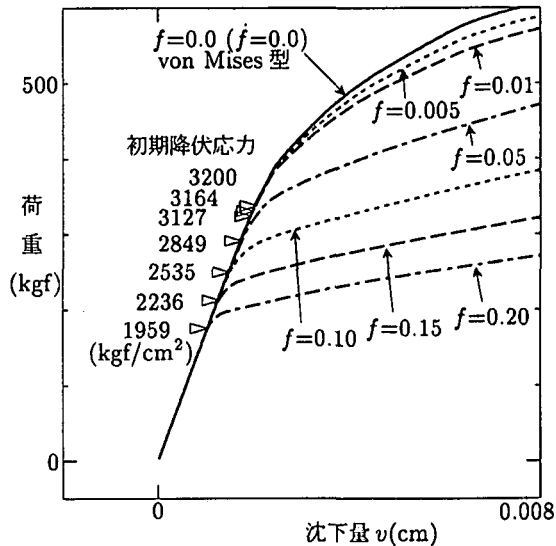


図-6 剛体ポンチの押し込み解析 (荷重制御) における節点1での荷重-変位曲線 (拡大図)

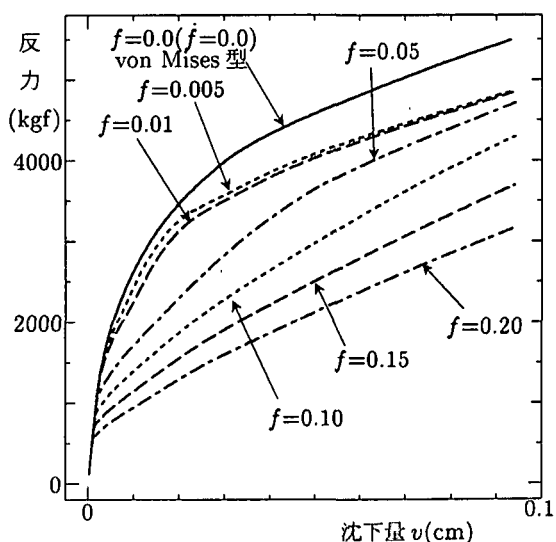


図-7 剛体ポンチの押し込み解析 (変位制御) における節点1での反力-変位曲線

制変位を与えた。ここで与える変位は、前述の荷重制御の場合において表-1に示されている最終変位量より $v=0.1\text{cm}$ に設定した。図-7に剛体ポンチの反力-変位曲線を示す。ここに、縦軸の反力は節点1と節点2における反力を足し合わせたものである。荷重制御の場合とは相異なり、 $f_1=0.0$ の曲線に漸近しなかったが、 f_1 の値が大きくなるほど初期の降伏点が下がる傾向にあるということと、曲線の概形は共通している。ただし、これら荷重制御と変位制御型解析は同じ問題を解いているわけではないので、同じ結果が得られないのは当然である。

5.2 材料内部に蓄積されたダメージの推定

材料内部に蓄積されたダメージをボイド体積分率の初期値 f_1 の大きさとして計算し、推定することを試み

る。ここでは、前述の剛体ポンチの押し込み解析の結果を用いる。実際の構造部材のダメージを検査する際、引っ張り試験では部材からある一片を切り出してからでないと実行できないのに対して、剛体ポンチの押し込み試験は直接的に部材に対して実行できるためである。

図-5より、節点1での荷重が900～1400kgfにおけるボイド体積分率の初期値 f_1 と沈下量 v 、さらに $f_1=0.0$ ($f=0.0$) での沈下量 v_0 (ダメージがない健全な場合を想定) を基準とし、この値との相対的な沈下量 $\Delta v = v - v_0$ を読みとり、縦軸を相対沈下量 Δv 、横軸をボイド体積分率の初期値 f_1 として各荷重段階毎にプロットしたものを図-8に示す。ここで、 f_1 に関する回帰式を求めれば、相対沈下量 Δv より f_1 が求まり、材料が内部に蓄積しているダメージをある程度予測することができると考えられる。

本解析では、まず相対沈下量 Δv をボイド体積分率の初期値 f_1 の二次回帰式として求めた。結果として図-8に示すように、次の回帰式が得られた。

$$\Delta v = 0.089f_1 + 0.600f_1^2 \quad (41)$$

ここで、相関係数は $r=0.993$ である。 $f_1 > 0$ であることを考慮して、上式が f_1 に関する二次方程式であることから、その解である f_1 は

$$f_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a\Delta v}}{2a} \quad (42)$$

と求まり、ここに

$$\begin{cases} a = 0.600 \\ b = 0.089 \end{cases} \quad (43)$$

である。すなわち、剛体ポンチの押し込み試験により沈下量を測定すれば、上式からボイド体積分率の初期値 f_1 を求めることができる。実用的な v_0 の決定法としては、例えば図-9に示すように、ポンチの押し込みを数箇所で行い、測定された沈下量 v の中で最小値となるものを $v_{\min} = v_0$ とする。その測定点付近が劣化をほとんど受けていない部分、すなわち相対的に最も健全な部分とみなして $f_1=0.0$ とおくと、他の部分の劣化の程度が評価できる。あるいは、同じ材料でできたヴァージン材から v_0 を決定できるならば、絶対的な劣化の程度が評価可能であろう。

本解析では剛性の低下のみに着目したが、例えばコンクリートの針貫入試験方法を理論的側面から説明することを試み、鋼材の場合にも適用できる可能性を示した。また、以上の考え方によって、構造部材が過去に受けたダメージがどの程度内部に蓄積されているかを簡易的に推定する手法を考案した。

6. 結論

本研究では剛体ポンチの押し込み問題を平面ひずみ問題としてモデル化し、ボイド損傷理論を組み込んだ弾塑性

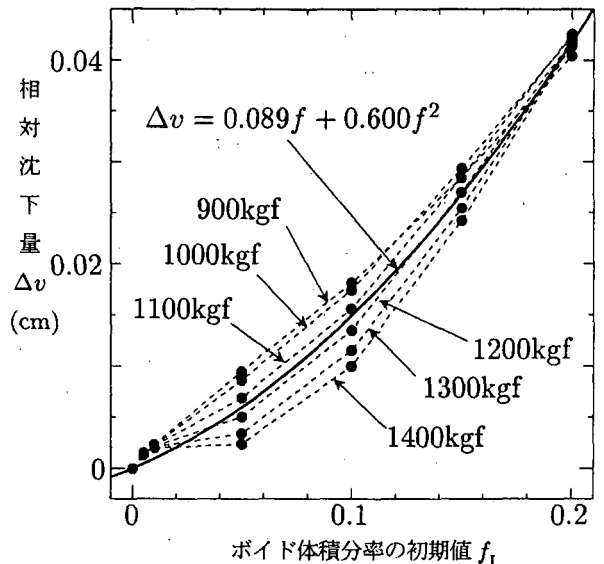


図-8 ボイド体積分率の初期値 f_1 と相対沈下量 Δv の回帰曲線

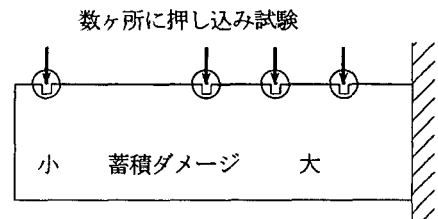


図-9 構造物の劣化診断

有限要素法によって解析を行い、初期ボイド体積分率の相違がボイドの成長による材料劣化に及ぼす影響を検討し、次のような結論を得た。

- 1) ボイド体積分率は塑性ひずみの影響を受けて増加するが、材料に圧縮力が働くと減少してしまう傾向が顕著に表れる。これは Gurson の基本的仮定に起因するためである。
- 2) 材料が集中荷重を受ける場合には、ボイド体積分率が大きい材料ほど応力集中が顕著に見られる。また、材料中にボイドが多く含まれているほど、すなわち材料内部にダメージが蓄積されているほど初期降伏点、および降伏後の材料の剛性は低下する。
- 3) 剛体ポンチの押し込み解析より、沈下量からボイド体積分率の初期値を求める回帰式を構築することが出来る。これを利用して、構造部材が過去に受けたダメージが内部にどの程度蓄積されているかを相対的に概算する手法を考案した。

参考文献

- 1) Gurson, A.L.: Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth/part I-yield criteria and flow rules for porous ductile media, *J. Eng. Materials Technol.*, Vol.99, pp.2-15, 1977.

- 2) Tvergaard, V.: Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions, *Int. J. Fracture*, Vol.17, pp.389-407, 1981.
- 3) Tvergaard, V.: Influence of void nucleation on ductile shear fracture at a free surface, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.30, pp.399-425, 1982.
- 4) Chu, C.C. and Needleman, A.: Void nucleation effects in biaxially stretched sheets, *J. Eng. Materials Technol.*, Vol.102, pp.249-256, 1980.
- 5) Needleman, A. and Rice, J.R.: Limits to ductility set by plastic flow localization, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, edit. D.P. Koistinen and N-M. Wang, pp.237-267, 1978.
- 6) Tvergaard, V.: Material failure by void growth to coalescence, *Adv. Appl. Mech.*, Vol.27, pp.83-151, 1990.
- 7) 富田佳宏, 進藤明夫, 藤根敬司: マクロな弾性係数がボイド率に依存する材料の弾塑性変形挙動, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.54, No.499, pp.578-582, 1988.
- 8) 黒田充紀, 井原啓介, 阿部英彦: 矩形断面鋼製橋脚の大変形時における角部破壊予測の試み, 足利工業大学研究集録, 第 25 号, 1997.
- 9) 山守 亨, 三浦 尚, 西丸知範: 新針貫入試験によるコンクリートの劣化度推定に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.1, pp.1251-1256, 1996.
- 10) 三木千壽, 休場裕子, 沖中知雄: 阪神大震災により円形断面鋼製橋脚に生じた脆性破壊の材料特性からの検討, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.45-53, 1999.
- 11) 山田嘉昭: マトリックス法材料力学, 培風館, 1980.
- 12) 富田佳宏: 弾塑性力学の基礎と応用, 森北出版, 1995.

(1999 年 4 月 23 日 受付)