

空洞掘削に伴う不連続性岩盤の変形と浸透流の連成解析

Coupling Analysis of Deformation and Flow in Jointed Rock Mass during Cavern Excavation

吉田 秀典*・糸山 豊**・堀井 秀之***

Hidenori YOSHIDA, Yutaka ITOYAMA and Hideyuki HORII

*正会員 博士(工学) 香川大学助教授 工学部 安全システム建設工学科 (〒760-8526 香川県高松市幸町一丁目1)

**学生員 東京大学 大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷七丁目3-1)

***正会員 Ph.D 東京大学教授 大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷七丁目3-1)

Mechanical behaviors of geological material are governed by the existences and behaviors of microstructures such as joints or microcracks in rock mass. During cavern excavation, not only the mechanical properties but also permeability of jointed rock mass are changed due to joint deformation. In this article, the coupled modeling of deformation and flow of the jointed rock mass is carried on the basis of the Micromechanics-Based Continuum approach (MBC approach). The derived model is implemented into the MBC analysis, which enables us to carry the excavation analysis of a cavern and obtain the distribution of displacement, stress, strain and permeability of rock mass and the deformation of joints.

Key Words : *Micromechanics-based continuum model, Jointed rock mass, Deformation - flow coupled analysis*

1. はじめに

1960年代の高度経済成長、そしてその後の安定経済成長を通して、我が国の生活レベルは急激に上昇し、大量生産・大量消費型の生活スタイルになって来ている。土木工学分野においても、現在の国民の生活レベルを維持し、さらに将来に備える必要がある。例えば、エネルギーや水資源を安定的に供給するために、それらの関係施設を確保する必要がある。しかしながら、近年、環境問題が深刻化しており、特に核廃棄物貯蔵施設、下水浄水施設、ゴミ処理施設は、地点確保が難しくなっている。こうした環境問題を解決するために、地下空間を利用した土木施設の設置が解決手段の一つとして考えられるが、我が国の地質は良好な地点が少なく、今後は、さらに地質条件の厳しい所にも地下空間を設置する必要性が高まることが予想される。

また、地下空間を設置にするにあたっては、空洞の長期耐久性・安定性および環境保全を議論することが必須である。例えば、地下空洞周辺の岩盤の変形問題、浸透流問題、放射能遮閉問題、クリープ問題などに対して、我々技術者は何らかの答えを出さねばならない。

特に、放射性廃棄物問題などにおいては、岩盤浸透流問題について十分に議論する必要がある。地下空洞の掘削に伴う周辺岩盤の透水性の変化を予測することは、単に岩盤構造体に要求される機能を確保するという目的だけでなく、環境問題を議論する上で非常に重要である。これまで建設された地下空洞の計測結果より、空洞掘削に伴う周辺岩盤の透水性は、掘削前と比較してほとんど変化が見られない場合もあれば、数百

倍も増加することもあると報告されている。透水性の変化する領域の拡大に関しても、それがどの程度、また何に起因して拡大するのかなど、多くの不明点が未だ存在し、地下空洞掘削時の周辺岩盤において、透水性が変化する領域および程度を予測することは依然として困難である。

一般に、地下空洞の掘削に伴って周辺岩盤の透水性が変化する原因としては、

1. 発破による岩盤の直接損傷
2. 地下空洞の隅角部などに見られる応力集中による基質岩盤の破壊
3. 応力解放および再配分に伴う新規亀裂の発生と既存亀裂の変形

などが挙げられよう。1, 2に関しては、施工技術の範疇で対処したり、良好な岩盤を選ぶことによって対処が可能であるが、3に関しては、適当な対処法が存在しないことに加え、既存亀裂が変形するまで、あるいは新規亀裂が発生するまでは透水性に変化が無いため、何らかに手法で予測するしかない。一般に、地下空洞の掘削に伴う周辺岩盤の透水性変化を予測するためには、応力解放および再配分に伴う既存亀裂の変形(せん断すべりと開口変形)による影響が大きく、この変形量を捉えることが重要である。

木下ら¹⁾や多田ら²⁾は、上述した観点から、応力と亀裂の透水係数との関係式、および亀裂密度の調査結果に基づいて、地下空洞掘削時の応力変化に起因する周辺岩盤の透水特性変化を予測するために簡易手法を提案し、その適用性について検討を行っている。

しかしながら、こうした手法は依然として岩盤内の

亀裂の特性（幾何学的特性、変形特性および強度特性）などを評価しておらず、掘削に伴う亀裂の変形や変形に伴って岩盤が異方的になることを考慮に入れていない。勿論、変形メカニズムに関して議論していない。

そこで本研究では、技術的課題である岩盤地下空洞掘削に伴う岩盤の変形問題と浸透流問題を連成させて、筆者らの一部がこれまで開発を進めてきた、マイクロメカニクスに基づく連続体モデル³⁾を拡張し、変形-浸透流の連成解析手法の開発を行うことを目的とする。

2. 岩盤の力学的挙動と浸透流の連成解析

2.1 MBC モデルの概略

岩盤は其中に多数存在するジョイントによって特徴づけられる。ジョイントを多数包含する岩盤の場合、その力学的挙動はジョイントの力学的特性だけでなく、その密度・配置・連結性・などに大きく依存することが知られている。しかしながら、岩盤に含まれるジョイントの数は一般的に膨大であり、これらを一一つ個別に扱うことは不可能に近い。ジョイントを含む岩盤を等価な連続体に置き換えた解析が望まれる。こうした岩盤内のジョイントの挙動を考慮にいたした連続的理論を、吉田・堀井はマイクロメカニクスに基づいて誘導している (Micromechanics-Based Continuum Model, 以後、MBC モデルと呼ぶ)。

MBC モデルは、微視構造要素の存在あるいはその発生・成長に支配された材料に対する連続体理論であるが、対象となる微視構造はどのようなものであっても構わない。不連続面を有する材料を考える場合、まず、材料の任意の点に着目し、その点を含む部分領域である代表要素 (Representative Volume Element, R.V.E.) を考える。その領域は微視構造要素の寸法に比べて十分大きく、かつ物体の代表寸法に比べて十分小さいものとする。この代表要素における平均応力と平均ひずみの関係、すなわち巨視的な構成式を求め、この構成式が等価な連続体の一点における材料の挙動を与えるものとして解析を行なう。代表要素における平均応力と平均ひずみの関係は、内在する不連続面の寸法、平均間隔、および方向分布に依存し、材料は異方的な挙動を強く呈する。不連続面同士の相互干渉を考慮に入れて不連続面の挙動を算定し、その結果を基に代表要素内で平均操作を行なうことにより、巨視的な平均応力と平均ひずみの関係 (構成式) が求まる。

2.2 平均ひずみと平均応力

岩盤にマイクロメカニクスに基づく連続体理論を適用する場合、微視構造要素は個々のジョイントである。ジョイント (不連続面) を有する岩盤の応力-ひずみ関係は、前述の通り、代表要素 (R.V.E) 内の応力とひずみに対して平均操作をすることにより得られる。

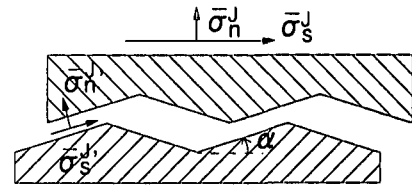


図-1 ジョイントのモデル

平均応力 $\bar{\sigma}_{ij}$ と平均ひずみ $\bar{\epsilon}_{ij}$ は次式で定義される。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \bar{\sigma}_{ij} dV \quad (1a)$$

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_S \frac{1}{2} (u_i n_j + u_j n_i) dS \quad (1b)$$

ここで、 V は代表要素の体積、 S は外側境界面、 u_i は変位ベクトルの成分である。代表要素内では平均応力 $\bar{\sigma}_{ij}^R$ はジョイントを除いた基質岩盤の平均ひずみ $\bar{\epsilon}_{ij}^R$ と異なり、式 (2) で与えられる。

$$\bar{\epsilon}_{ij} = D_{ijkl}^R \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_m \int_{S_m} \left([u_i^{(m)}] n_j^{(m)} + [u_j^{(m)}] n_i^{(m)} \right) dS \quad (2)$$

ここで、 D_{ijkl}^R は基質岩盤のコンプライアンステンソル、 S_m は代表要素 V 中の m 番目の不連続面、 $n_i^{(m)}$ はそのジョイント面での単位法線ベクトル、そして $[u_i^{(m)}]$ は、そのジョイント面での変位の不連続量 (相対変位量) である。また、基質岩盤は均質な等方弾性体に見なせるものとし、 $\bar{\epsilon}_{ij}^R = D_{ijkl}^R \bar{\sigma}_{kl}$ を用いた。式 (2) の右辺第一項は基質岩盤の平均ひずみであり、第二項はジョイントのせん断すべり・開口によるひずみを表す。

一般に岩盤の力学的応答は非線型であるため、式 (2) を増分方程式に書き換えると、

$$\Delta \bar{\epsilon}_{ij} = D_{ijkl}^R \Delta \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_m \int_{S_m} \Delta \left([u_i^{(m)}] n_j^{(m)} + [u_j^{(m)}] n_i^{(m)} \right) dS \quad (3)$$

となる。

2.3 水圧作用下のジョイントの挙動

まず、岩盤中に存在する個々のジョイントにおける挙動のモデル化を行なう。微視的に見ると、岩盤中のジョイントは平面であるとみなすことができるが、巨視的には完全に平坦ではなく、起伏を有しているものと考えられる。そこで、MBC 理論ではその起伏の影響を考慮するために、ジョイントを図-1に示されるような「のぎりの歯」型にモデル化している。個々のジョイントにおける挙動、すなわちジョイントの変形は「のぎりの歯」の一方がせん断すべりすることにより生じる。この場合、他方の面は開口するものとしている。

ここで、岩盤中のある代表要素に ΔP という静水圧が作用しているものとする。

このとき、 x 方向の力のつりあいは次のように表される。

$$\begin{aligned} & \Delta\bar{\sigma}_s^J A - \Delta\bar{\sigma}_s^{J'} \cos\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} \\ & + (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta P) \sin\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} + \Delta P \sin\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} \\ & + \Delta P \sin\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} - \Delta P \sin\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{\sigma}_n^J$ は代表要素における巨視的平均応力の法線方向成分、 $\bar{\sigma}_s^J$ はその接線方向成分であり、 $\bar{\sigma}_n^{J'}$ は実際にジョイントのせん断面に作用する局所的平均応力の法線方向成分、 $\bar{\sigma}_s^{J'}$ はその接線方向成分、 α はジョイントの起伏角である。この式をまとめると、 ΔP に関する項が消えて次のようになる。

$$\Delta\bar{\sigma}_s^J = \frac{1}{2}(-\Delta\bar{\sigma}_n^J \tan\alpha + \Delta\bar{\sigma}_s^{J'}) \quad (5)$$

同様に、 y 方向の力のつりあいは次のようになる。

$$\begin{aligned} & (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta P) A - \Delta\bar{\sigma}_s^{J'} \sin\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} \\ & - (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta P) \cos\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} \\ & + \Delta P \cos\alpha \frac{A}{2\cos\alpha} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

この場合も同様に、まとめると ΔP に関する項が消え、次のように表される。

$$\Delta\bar{\sigma}_n^J = \frac{1}{2}(\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta\bar{\sigma}_s^{J'} \tan\alpha) \quad (7)$$

ジョイントのすべり条件は、Coulombの破壊条件にしたがって次のように表される。

$$|\bar{\sigma}_s^{J'}| \geq -\bar{\sigma}_n^J \tan\phi \quad (8)$$

せん断すべりを起こしている間、すべりを生じているジョイント面における応力増分は次の条件を満たすものと仮定する。

$$\Delta\bar{\sigma}_s^{J'} = \begin{cases} -\Delta\bar{\sigma}_n^J \tan\phi & (\alpha > 0 \text{ のとき}) \\ \Delta\bar{\sigma}_n^J \tan\phi & (\alpha < 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (9)$$

さらに、ジョイントのすべりを生じている面における変位成分は、せん断方向のすべりのみを生じて、法線方向には変位を生じないものとする。これは局所的なダイレーションが、巨視的な起伏によるダイレーションに比べて小さく、無視できるからである。これより、代表要素における相対変位増分の法線・接線方向成分 $(\Delta[\bar{u}_n^J], \Delta[\bar{u}_s^J])$ とすべり面における変位増分の法線・接線方向成分 $(\Delta[\bar{u}_n^{J'}], \Delta[\bar{u}_s^{J'}])$ との関係は次のように表される。

$$\Delta[\bar{u}_n^J] = \Delta[\bar{u}_s^{J'}] \sin\alpha \quad (10a)$$

$$\Delta[\bar{u}_s^J] = \Delta[\bar{u}_s^{J'}] \cos\alpha \quad (10b)$$

$$\Delta[\bar{u}_n^{J'}] = 0 \quad (10c)$$

上式はジョイントの挙動を規定する関係式であるが、さらにジョイントを包含する岩盤の相互干渉を考慮に

入れた「系の剛性」という概念を導入することで、最終的に不連続性岩盤の構成式が得られる。詳しくは文献³⁾を参照されたい。

2.4 間隙流体を考慮に入れた変形問題におけるつりあい式

前節で述べた岩盤の変形に関する構成式は、材料の局所的な変形と力(ひずみと応力)の関係を表したものである。間隙水の影響を考慮した岩盤の変形をモデル化する場合、この構成式とともに、もう一つの支配方程式であるつりあい式を導き、規定する必要がある。

間隙流体と構造骨格との相互作用を考慮した一般的な場を対象とする連続式の誘導は、二相混合体理論に基づき行なう。二相混合体理論とは、地盤材料が連続する間隙と骨格からなっていることから、材料を固体相および液体相という抽象的な二つの相の重ね合わせにより表現するものである。また、この理論に関しては、これまでに石原⁴⁾、岡⁵⁾により基本的な概念がまとめられるとともに、多孔質体の挙動に関する理論的考察がなされてきているので、これらの考え方に基づき検討を加える。

一般的な応力場での二相混合体の応力-ひずみ関係式は、石原⁴⁾によれば以下のように表示される。

$$\varepsilon_{kk}^{(s)} = \frac{1}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} (k_c \sigma^{(s)} - \alpha_c \sigma^{(f)}) \quad (11a)$$

$$\varepsilon_{kk}^{(f)} = \frac{1}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} (\alpha_b \sigma^{(f)} - \alpha_c \sigma^{(s)}) \quad (11b)$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{3} \sigma_{kk}^{(s)} \quad (11c)$$

$$\sigma^{(f)} = \frac{1}{3} \sigma_{kk}^{(f)} \quad (11d)$$

ただし、 $\varepsilon_{ij}^{(s)}$ 、 $\sigma_{ij}^{(s)}$ は各々ひずみテンソルおよび応力テンソル(s, f はそれぞれ固体相、流体相を示す指標)である。また k_c 、 α_b 、 α_c は混合体理論における材料定数を表す。ここで、固体相の体積ひずみ $\varepsilon_{kk}^{(s)}$ は、一般に地盤および岩盤で計測される変形に伴うひずみに相当するものである。

式(11a)から式(11d)に示す関係式で、二相混合体理論における各材料定数を土質力学における物理定数の関係を用いて表示し、一般的な応力場として、各相の応力について $\sigma^{(f)} = np$ 、 $\sigma^{(s)} = \sigma_m - np$ とすると、固体相および液体相のひずみに関してそれぞれ次の関係が成り立つ。

$$\varepsilon_{kk}^{(s)} = c_b \left[\sigma_m - \left(1 - \frac{c_s}{c_b}\right) \right] \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kk}^{(f)} = & \left[1 - \frac{1}{n} \left(1 - \frac{c_s}{c_b}\right) \right] \varepsilon_{kk}^{(s)} \\ & + \left[(c_1 - c_s) + \frac{c_s}{n} \left(1 - \frac{c_s}{c_b}\right) \right] p \quad (12b) \end{aligned}$$

ただし、それぞれ c_1 は間隙水の圧縮率、 c_s は土粒子実質部分の圧縮率、 c_b は土粒子骨格の圧縮率、 n は間隙

率, p は間隙水圧, σ_m は中間主応力を表す.

この固体相のひずみ式は, いわゆる間隙水圧についての補正項目を含んだ有効応力との構造骨格のひずみの関係を表しており, この関係式を拡張することで, 岡・中川⁵⁾により示された一般的有效応力の定義式が誘導される.

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \beta p \delta_{ij} \quad (13)$$

ここに, $\beta = 1 - c_s/c_b$ であり, σ_{ij} および σ'_{ij} は, それぞれ全応力テンソルおよび有効応力テンソルを表す.

土粒子実質部分の圧縮率 c_s が構造骨格の圧縮率 c_b に比べて十分小さい場合 ($c_s/c_b \rightarrow 0$) には, 式 (13) より古典的な Terzaghi の有効応力式 ($\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + p\delta_{ij}$) が成り立つ. したがって, 全応力と有効応力は次のように表される.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \tau'_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p \\ p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

ここで, $\{\sigma\}$ は全応力テンソル, $\{\sigma'\}$ は有効応力テンソル, p は間隙水圧である.

つりあい式は全応力成分に基づくので, $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$, すなわち

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \gamma_w = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

となる. ただし, γ_w は液相の単位体積重量である.

2.5 平行平板流れと質量保存則

Kikuchi⁶⁾ は不連続性岩盤中の浸透流の実験的研究により, 複雑な水路のような形をしていても, ジョイントが並行な面のときと同じようにダルシーの法則が適用できるとしている. これに従えば, 岩盤内の浸透流は次のように表される.

$$q_f = -k \nabla \phi \quad (17)$$

ここで, q_f はダルシーの流速, k は透水係数, ϕ は水頭ポテンシャルである. 水頭ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \frac{p}{\gamma_w} + \zeta \quad (18)$$

と書ける. ここで p/γ_w は圧力水頭 (γ_w は水の単位体積重量), ζ は位置水頭であり, 鉛直上向きを $+y$ 方向にとると $\zeta = y - y_0$ となる (y_0 : 基準位置, 例えば地表面の y 座標).

透水係数に関しては, 不連続性岩盤の中には複数のジョイントセットがあるため, 容積透水係数が定義される (Elsworth and Mase⁷⁾). ジョイントネットワークは並行で連結した不連続面のセットに理想化されるので,

不連続性岩盤は次のような容積透水係数 K^{Bulk} , 間隙率 \bar{n} を持つ等価浸透性媒体 (図-2) にモデル化される.

$$K^{Bulk} = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{n_{js}} \frac{a_i^3}{d_i} \quad (19a)$$

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{n_{js}} \frac{a_i}{d_i} \quad (19b)$$

ここで, a_i, d_i はそれぞれジョイントセット i の開口の平均幅, ジョイントの平均間隔である. 上記の仮定を行うと, 不連続性岩盤の透水テンソルは対角なマトリックスになる. 直, MBC 解析においては, ジョイントの開口幅は解析的に求まる. また, ジョイントの幾何学的分布などは, 現場計測, 例えばシュミットネットなどより卓越ジョイントを抽出することで決定することができる.

岩盤の力学的変形を規定する支配方程式は前節までに導いた. 浸透問題においては, 流体の質量が保存則を満たさなければならない. 変形する不連続性岩盤に対する浸透流の連続条件は次のとおりである.

$$\nabla^T q_f = m^T \partial \varepsilon - \beta_f \partial p + Q_f \quad (20)$$

ここで, $m^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0]$ (3次元問題), $m^T = [1, 1, 0]$ (2次元問題), β_f は岩盤の圧縮係数, Q_f は流入流出量を体積で除した値である. 岩盤の圧縮性は間隙率 \bar{n} , 不連続性岩盤の容積係数 \bar{K}_s , 流体の容積係数 K_f を用いて次のように表すことができる.

$$\beta_f = \frac{\bar{n}}{K_f} + \frac{1 - \bar{n}}{\bar{K}_s} \quad (21)$$

不連続面があるため不連続性岩盤の圧縮性は基質岩盤のそれよりも大きい. したがって, 岩盤の容積係数はジョイントの存在を考えなければならない. これは有効ヤング率 \bar{E} を用いて次のように表される.

$$\bar{K}_s = \frac{\bar{E}}{3(1 - 2\nu)} \quad (22)$$

一方, 流体の容積係数 K_f については水が非圧縮であると仮定すると $K_f = \infty$ なので, 式 (21) の第一項は無視できる. したがって, 式 (21) は式 (22) より次のようになる.

$$\beta_f = \frac{3(1 - \bar{n})(1 - 2\nu)}{\bar{E}} \quad (23)$$

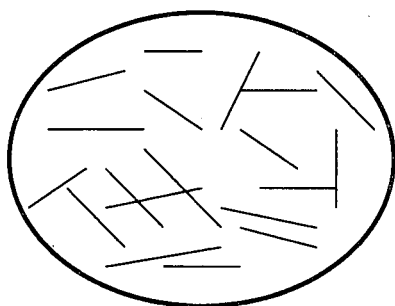
式 (17) と式 (18) より

$$\begin{aligned} \nabla^T q_f &= \nabla^T \left\{ -k \nabla \left(\frac{p}{\gamma_w} + \zeta \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{\gamma_w} \nabla^T k \nabla p - \nabla^T k n_j \end{aligned} \quad (24)$$

となる (n_j は鉛直上向きの単位ベクトルである). 最終的に, 式 (20), 式 (24) を結びつけることで, 岩盤中の浸透問題に関する完全な支配方程式が得られる.

$$-\frac{1}{\gamma_w} \nabla^T k \nabla p = m^T \partial \varepsilon - \beta_f \partial p + Q_f + \nabla^T k n_j \quad (25)$$

実際のジョイントの配置



規則正しく並んだジョイント

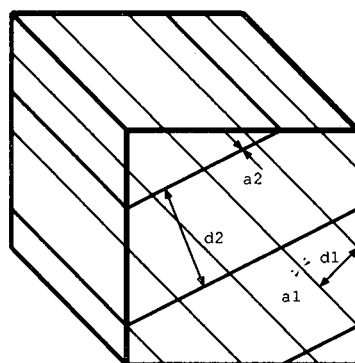


図-2 連成解析におけるジョイントのモデル

2.6 連成解析

(1) 概略

これまで、トンネル掘削での地下水位の低下に伴う地盤沈下、斜面掘削による地下水位の変化に伴う斜面安定等の工学的な問題において、外力変化が地下水流動特性に及ぼす影響について合理的に評価することができなかった。その原因は、地盤・変形と間隙水の相互作用いわゆる連成効果が合理的に評価されていないことにある。このような課題を解消するために、この連成効果に関する評価手法の開発が多く研究者によってなされてきた。それらの手法は、つりあい式と連続式を間接的に関連付ける手法および直接的に関連付ける方法とに区分され、それぞれ非連成解析および連成解析と呼ばれる。

非連成解析の一つとして、地盤と水の相互作用を解析する場合、浸透解析と地盤の応力・変形解析を個々に実施し、その結果をどちらかへの入力として繰り返し計算し、収束するときの値を解とする手法も利用されることがあった。しかし、この手法は極めて複雑で実用性に劣るとされている。

連成解析においては、つりあい式と連続式が直接的に関連付けられているので、例えば、地下水の流れが変化することによって力学的特性に影響を受け、また、応力-変位挙動が浸透特性に影響を与える。このように、相互に連成作用をおよぼしているためおのおのを独立に解くことは一般に不可能であって、両者を連立させて解かなければならない。

(2) 支配方程式

本研究では岩盤の変形と浸透流の連成解析には Hudson⁸⁾の方法を採用する。ただし、本解析においては熱の移動を無視する。ここでは、前節までで導かれた不連続性岩盤の力学的挙動の連続条件と浸透流の支配方程式を結びつける。

岩盤の力学的変形において、すべり条件が満たされ

ると不連続面が非弾性変形を生ずる。したがって、式(13)より平均応力-平均ひずみ増分関係は次のように表現される。

$$\partial \bar{\sigma} = \bar{C} \partial \bar{\epsilon} + m \partial p \quad (26)$$

ここで、 $\bar{C} = \bar{D}^{-1}$ である。荷重-変形特性をモデル化するには慣性と粘性の影響を無視する。したがって、基質岩盤のマトリクスを用いた釣り合い式は

$$\int_V B^T \partial \bar{\sigma} dV - \partial f = 0 \quad (27)$$

である。ここで、 B は変位-ひずみ補間マトリックス、 f は荷重ベクトルである。式(26)と式(27)を用いて、変形の支配方程式は次のように表される。

$$\int_V B^T \bar{C} \partial \bar{\epsilon} dV + \int_V B^T m \partial p dV - \partial f = 0 \quad (28)$$

したがって、岩盤の力学的挙動と地下水流動の連成解析における基本方程式は、式(25)と式(28)より次のようになる。

$$\int_V B^T \bar{C} \partial \bar{\epsilon} dV + \int_V B^T m \partial p dV = \partial f \quad (29a)$$

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^T \nabla p + m^T \partial \epsilon + \beta_f \partial p + Q_f - k \nabla^T n_j = 0 \quad (29b)$$

(3) 連成解析の定式化

ここでは、岩盤の変形と浸透流の連成方程式を有限要素法のコードに組み込むための定式化を行う。変位-ひずみ関係と間隙水圧形状関数(下式の B 、 N)を用いて、次のような離散化を行う。

$$\partial \epsilon = B \partial u_i \quad (30)$$

$$\partial p = N \partial p_i \quad (31)$$

ここで、 $\partial u_i = [\partial u_1, \partial u_2, \dots, \partial u_n]$ であり、ある一つの要素にある n 個の節点における変位を表している。同様に、 $\partial p_i = [\partial p_1, \partial p_2, \dots, \partial p_n]$ であり、節点における水圧を表している。

この式 (30), 式 (31) の形状関数を用いて, 岩盤の変形と浸透流の連成解析における基本方程式である式 (29a), 式 (29b) を離散化すると次のようになる.

$$\int_v B^T \bar{C} B dV \dot{u} - \int_v B^T m N dV \dot{p} = \dot{f} \quad (32a)$$

$$-\frac{1}{\mu} \int_v A^T k A dV p - \int_v N^T m^T B dV \dot{u} + \beta_f \int_v N^T N dV \dot{p} = Q_f \quad (32b)$$

ここで, $A = \nabla N$ である. 上の式は以下のように書き直せる.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{f} \\ Q_f \end{Bmatrix} \quad (33)$$

数値解析においても時間に依存しなければならない. 時間ごとの解を得るためには, 時間ステップ Δt の間に節点変数を近似し, 全体座標系に対しての方程式を再整理しなければならない. 本研究では, 線形差分近似

$$\begin{cases} u^{t+\theta\Delta t} = (1-\theta)u^t + \theta u^{t+\Delta t} \\ p^{t+\theta\Delta t} = (1-\theta)p^t + \theta p^{t+\Delta t} \\ Q_f^{t+\theta\Delta t} = (1-\theta)Q_f^t + \theta Q_f^{t+\Delta t} \end{cases} \quad (34)$$

を節点の構成要素に適用し,

$$\begin{cases} \dot{u}^{t+\theta\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(u^{t+\Delta t} - u^t) \\ \dot{p}^{t+\theta\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(p^{t+\Delta t} - p^t) \\ \dot{f}^{t+\theta\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}(f^{t+\Delta t} - f^t) \end{cases} \quad (35)$$

を節点変数の時間導関数に適用する.

ここで, 式 (33) を時刻 t から Δt 後に書き換えると次のようになる.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix}^{t+\theta\Delta t} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}^{t+\theta\Delta t} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{Bmatrix}^{t+\theta\Delta t} = \begin{Bmatrix} \dot{f} \\ Q \end{Bmatrix}^{t+\theta\Delta t} \quad (36)$$

式 (34), 式 (35) を式 (36) に代入すると

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (1-\theta)u^t + \theta u^{t+\Delta t} \\ (1-\theta)p^t + \theta p^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{(u^{t+\Delta t} - u^t)}{\Delta t} \\ \frac{(p^{t+\Delta t} - p^t)}{\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\Delta t}(f^{t+\Delta t} - f^t) \\ (1-\theta)Q^t + \theta Q^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

となる.

初期値問題の解を求めるために θ の値によっていくつかの時間ステップの決め方がある (Euler method $\theta = 0$, Crank-Nicholson procedure $\theta = 1/2$, Galerkin method $\theta = 2/3$, Implicit method $\theta = 1$). その利点, 正確さ, 適したアプリケーションなどが Zienkiewicz et

al (1991) で議論されている. Elsworth によれば地盤システムにおける連成解析には Crank-Nicholson procedure が適しているということである (1991). $\theta = 1/2$ を用いて, 式 (37) を書き換えると次のようになる.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} + \frac{\Delta t}{2} R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^{t+\Delta t} \\ p^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} + \frac{\Delta t}{2} R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^t \\ p^t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f^{t+\Delta t} - f^t \\ \frac{\Delta t}{2}(Q^{t+\Delta t} + Q^t) - \Delta t R_{22} P^t \end{Bmatrix} \quad (38)$$

これを変形すると最終的に次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} + \frac{\Delta t}{2} R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta f \\ \Delta Q \frac{\Delta t}{2} \end{Bmatrix} + \Delta t \begin{Bmatrix} 0 \\ Q^t - [R_{22}] P^t \end{Bmatrix} \quad (39)$$

ここで

$$S_{11} = \int_v B^T \bar{C} B dV \quad (40a)$$

$$S_{12} = - \int_v B^T m N dV \quad (40b)$$

$$S_{21} = - \int_v N^T m^T B dV \quad (40c)$$

$$S_{22} = \beta_f \int_v N^T N dV \quad (40d)$$

$$R_{22} = - \int_v A^T k A dV \quad (40e)$$

である.

(4) 連成解析の問題点

地盤・岩盤骨格の変形問題と浸透流問題の連成解析を有限要素法によって取り扱う場合, 最終的に解くべき多元連立方程式の未知量ベクトルの中身は, 有限要素網の各節点における座標方向の変位成分と水圧の値である. つまり, 連成解析では構造骨格の変位と間隙水圧を同時に取り扱わなければならない. しかし, 変位を座標系で 1 階微分したものがひずみとなり, このひずみ成分と対応する応力成分は式 (41) などのフックの法則を介して比例関係にある.

$$\{\sigma'\} = [C] \{\varepsilon\} \quad (41)$$

したがって, 変位と間隙水圧を同時に扱わなければならない連成解析において, 両者を同一の形状関数 (補間関数) で近似することは必ずしも論理的に整合性の有る手法とはいえない. つまり, 要素内の変位の分布を仮定する形状関数の次数は間隙水圧の分布を仮定する形状関数の次数に比べて, 1 階だけ次数の高い関数を選ぶことが好ましい. これによって, 結果的に変位を微分して得られるひずみや応力が, 間隙水圧と同じ次数の形状関数で近似されることになる.

(5) 複合要素

前小節で述べたように、連成解析においては未知量に対する形状関数の選択が重要となる。地盤工学分野においては、圧密問題を有限要素的アプローチで解こうとすると、同様の問題が生じる。したがって、圧密問題では古くから問題解決への手段が講じられ、研究も進んでいる。

地盤工学において圧密問題は重要であり、Terzaghiの一次元圧密理論をベースに研究が進められて来ている。この理論は、圧密を支配している2つの現象、すなわち間隙水の流れと粘土の変形という大きく異なる物理的側面が関わるため、この現象を数値解析の土俵に乗せることはそれほど容易ではない。実際、その複雑さに起因して、数値解析手法および技法を構成する過程で大幅に異なる立場をとる複数の理論が提案されている。多くの研究・理論があるが、本研究ではZienkiewiczらのグループが提案している手法（釣合式を仮想仕事の原理で書き下し、また連続式を Galerkin 法を適用して離散化した後、両者を連立して圧密過程を支配する多元連立微分方程式を導くという手法）をベースにしているため、これに則って圧密問題の問題点である、『間隙水の流れと粘土の変形という大きく異なる物理的側面を同時に解く』という問題点の解決を図る。

従来、圧密の有限要素解析においては、多くの場合変位と間隙水圧に異なる次数の形状関数が採用されてきた。1つの要素内でこのように変位と水圧がそれぞれ異なる次数の形状関数で近似されるとき、その要素は複合要素 (composite element) と呼ばれる。そしてこれまでの所、複合要素として最も多く用いられたのは6節点三角形要素である。本研究では、上述したような6節点複合要素を拡張して、8節点複合要素を定式化し、変位に関する形状関数としては8節点四角形アイソパラメトリック要素を、そして間隙水圧に関しては4節点四角形アイソパラメトリック要素を用いた。複合要素に関する詳細は文献⁹⁾などを参考にされたい。

3. 準備解析

3.1 概略

前章で導いた不連続性岩盤の変形および浸透流モデルを有限要素解析コードに組み込むことにより、不連続性岩盤の変形・浸透流に関する連成解析を可能にした。本章では、本研究で開発した解析手法の妥当性を検証するために準備解析を行う。解析例として、間隙水圧と変形の連成効果を確認するために圧密解析を行い、求められた解析解と理論解を比較し、検証を行う。

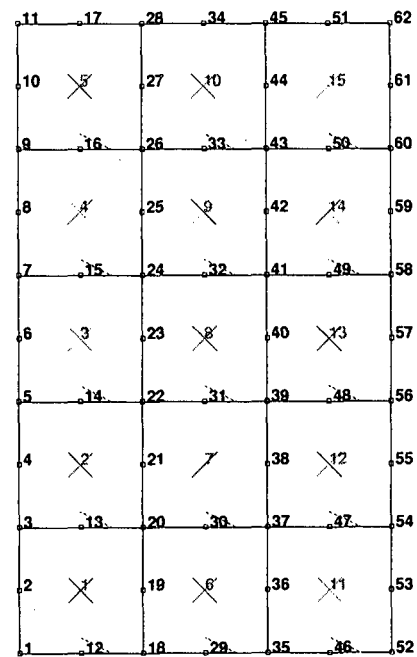


図-3 解析メッシュ

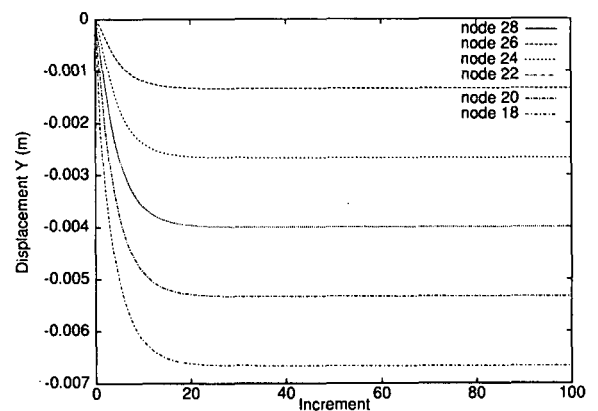


図-4 沈下量の時間変化(10日間)

3.2 圧密解析

本研究で採用したモデルが、岩盤・地盤の変形と浸透流において連成されていることを確認するために、圧密解析を行う。モデルは図-3に示すように、層厚 $H = 10.0m$ 、弾性係数 $E = 1000tf/m^2$ 、ポアソン比 $\nu = 1/3$ 、透水係数 $k = 10^{-4}m/日$ 、したがって、圧密係数 $C_v = 0.15m^2/日$ とした。ただし、 C_v は

$$C_v = \frac{E(1-\nu)k}{(1-2\nu)(1+\nu)\gamma_w} = 0.15m^2/day \quad (42)$$

である。また、底面は変位固定・非排水、側面は横方向変位固定・非排水とした。なお、計算は変位8節点・水圧4節点の複合要素を用い、2次元平面ひずみの条件下で解析を行った。

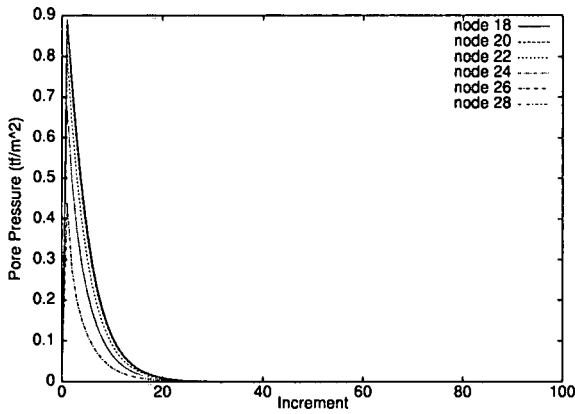


図-5 過剰間隙水圧の時間変化(10日間)

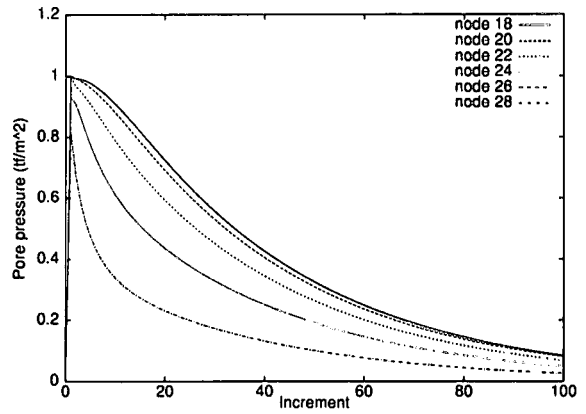


図-7 過剰間隙水圧の時間変化(1日間)

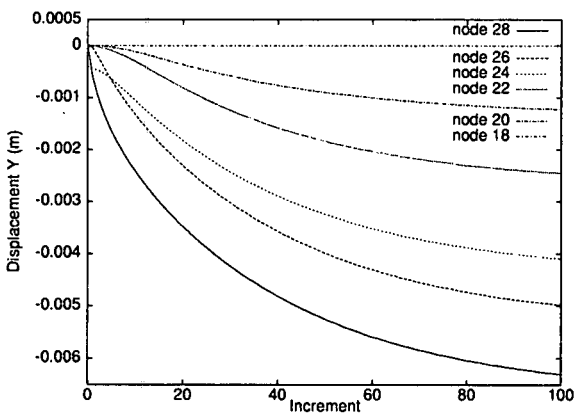


図-6 沈下量の時間変化(1日間)

表-1 一次元圧密問題の解析解と正解の比較

圧密時間 $T_v (\times 10^{-3})$	沈下量：解析値 (m)	圧密度%	
		解析値	正解値
0.03	-1.20E-03	18.0	19.5441
0.15	-2.41E-03	36.1	43.6950
1.20	-6.18E-03	92.7	95.8034
1.50	-6.30E-03	94.5	97.9982
3.00	-6.62E-03	99.3	99.9506
4.50	-6.66E-03	99.9	99.9988
12.00	-6.67E-03	100.0	100.0000
15.00	-6.67E-03	100.0	100.0000

図-4は各解析ステップにおける各節点での沈下量を表したものである。節点28が上端面、節点26がその次と続き、下端面が節点18となる。ここで、総載荷時間を10日間とし、これを100ステップ(100 increment)に分けて逐次載荷を行った。したがって、1解析ステップ(1 increment)は約2時間半である。ここにおいて、最初の1 incrementで 1.0 tf/m^2 の載荷を行い、その後荷重を一定に保った場合の結果である。載荷開始と同時に沈下が始まり、10ステップ目(1日間)で沈下がほぼ終了していることが分かる。最終沈下量は深さに比例している。

図-5はそのときの過剰間隙水圧の分布を表したものである。過剰間隙水圧が完全に消散したとき、圧密が終了していることが分かる。しかし、過剰間隙水圧は深さに比例していない。これは、解析に用いたメッシュに依存しているものと思われる。

ここで、主に沈下が生じている10ステップ目まで(すなわち1日間)で、あらためて解析を行う。前解析と同様に1日間を100ステップで計算を行う。ここでも、はじめの1 incrementで 1.0 tf/m^2 の載荷を行う。

図-6は、先程と同様、各解析ステップにおける各節点での沈下量を示したものであるが、これによると、圧密開始時は地表面近い箇所では沈下量は少ないことが分かる。図-7はそのときの過剰間隙水圧の分布を表したものである。10日間の解析と比較して水圧の立ち上がり方が違うのは、載荷時間が異なるためである。

ここで、理論解との比較を行う。圧密時間 T_v における圧密度に関して、理論解(正解値)と有限要素解析による値を併せて表-1に示す。

なお、表中では各圧密時間 T_v における圧密度 $U(T_v)$ と解析による地表面沈下量も付している。

圧密理論に基づけば、 $t=1$ 日のもとの圧密時間 T_v は

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2} = 1.5 \times 10^{-3} \quad (43)$$

と求まる。また、沈下量 $U(T_v)$ の計算には

$$U(T_v) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left\{ - \left(\frac{2n+1}{2} \pi \right)^2 T_v \right\} \quad (44)$$

を用いた。なお、 $n=50$ としている。

表より、解析値はほぼ理論解と一致しており、これより本研究で開発した変形-浸透流の有限要素解析コー

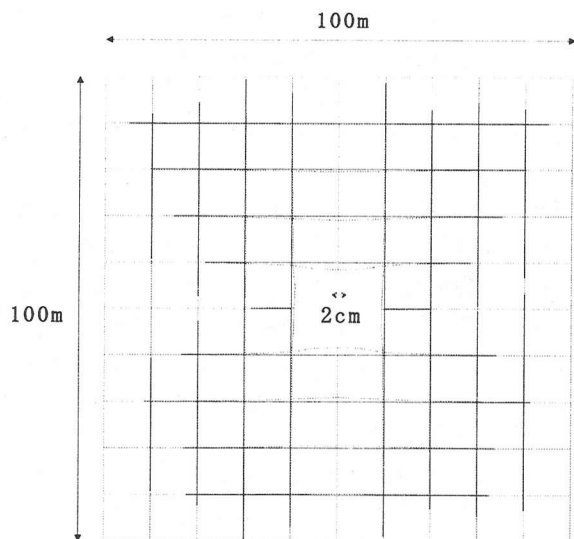


図-8 変位分布 (連成解析)

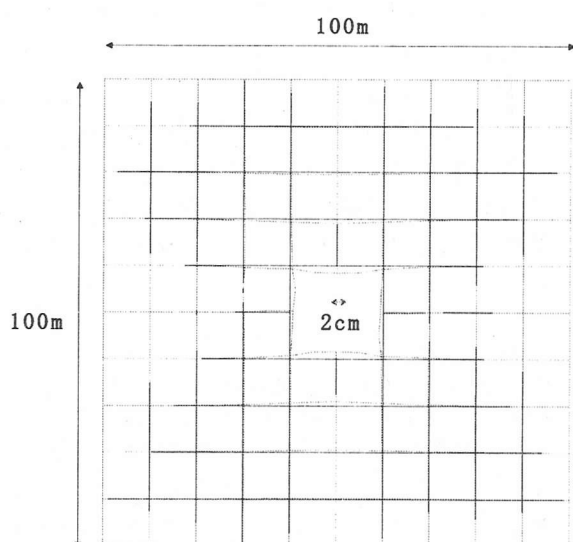


図-9 変位分布 (浸透流を考慮しない解析)

ドの妥当性が検証されたと考える。

4. 掘削解析

前章での岩盤の変形と間隙水圧との連成効果が検証をされたものとし、本章では簡単な掘削解析を行う。

この解析において初期地圧は、水平応力を 30 kgf/cm²、鉛直応力を 60 kgf/cm²と仮定し、偏圧は作用していないものとし、100 m × 100 m の解析設定領域の外縁に作用させた。本解析では、中央の配置している 4 要素について掘削を行った。尚、掘削は 2 段階に分け、まず上部 2 要素、次に下部 2 要素の掘削を行った。掘削は、掘削要素に接している要素の節点から、掘削前に掘削要素に作用していた節点力を解放することで表現した。

卓越ジョイントを除いた基質岩盤の弾性係数を 65,000

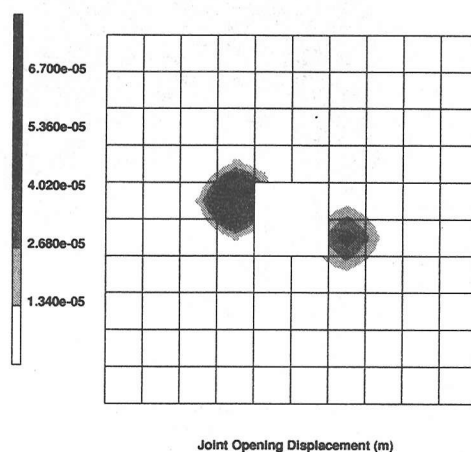


図-10 開口変位分布 (連成解析)

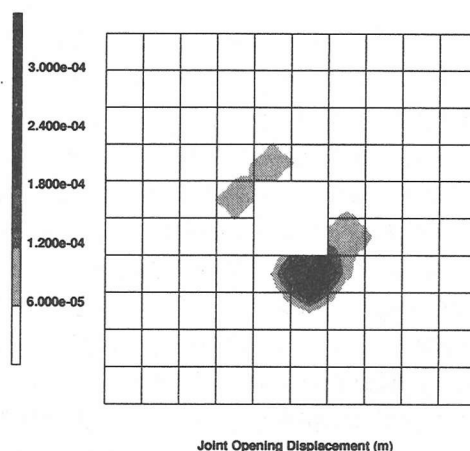


図-11 開口変位分布 (浸透流を考慮しない解析)

kgf/cm²、ポアソン比を 0.25、透水係数を 1×10^{-7} m/s と仮定し、ジョイントは、解析断面に対して左落ち 60 度、右落ち 30 度という共役する 2 セットを想定した。ジョイントの物性に関しては、両ジョイントセットとも同じであるとし、ジョイントの摩擦角を 35 度、有効寸法を 4.0 m、平均間隔を 5 cm、起伏角度を 10 度とした。

解析は 2 次元平面ひずみの条件下で行い、連成解析と浸透流を考慮に入れない従来の解析も比較のために行った。境界条件としては、変位は全外側境界で固定し、水頭に関しては、底面および空洞壁面は x, y 方向とも不透水とし、側面境界では x 方向のみ不透水とした。

まず、4 要素掘削後の変位分布を、連成解析を図-8 に、従来解析を図-9 に示す。両解析とも、掘削した要素側へはらみ出すような傾向があり、特に、側壁部より天井部および底部で空洞側へのはらみ出し量大きい。両解析結果を比較すると、連成解析の方が従来解析よりやや変位が小さい。これは、従来解析において

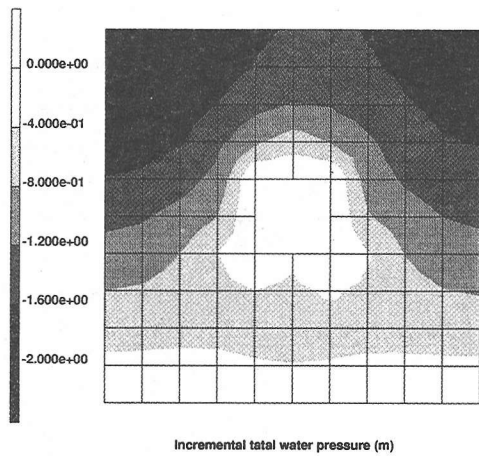


図-12 全水頭増分の分布 (連成解析)

は、荷の負担が全て岩盤であったのに対し、連成解析では、岩盤だけでなく水圧として負担されていることに起因するものと思われる。

次に、4要素掘削後の左落ち60度のジョイントセットの開口変位分布を、連成解析を図-10に、従来解析を図-11に示す。ジョイントの開口変位については両解析の大きな乖離が認められた。連成解析の方は、上部2要素掘削段階ではジョイントが変形しないのに対し、従来解析は上部2要素掘削の早い段階でジョイントが変形し、最終変位量も1オーダーほど異なる。また、連成解析では、値が小さいものの、左上隅角部付近での開口が大きいのに対し、従来解析では、右下隅角部付近で開口が大きい。岩盤変位と同様、岩盤に荷の負担がない分、連成解析では開口が小さくなっていると思われる。

最後に、図-12に、4要素掘削後の水頭の変化を示した。空洞側に吸い込まれるように水頭が変化していることが分かる。水頭に関して、空洞壁面を不透水としたため、現実とは異なる結果を呈しており、空洞壁面の境界条件の設定は今後の課題である。

5. まとめ

本研究は、岩盤地下空洞掘削に伴う岩盤の変形問題と浸透流問題、特に掘削によって不連続面が変形し、これに起因して岩盤の透水特性が変化することを考慮に入れるために、解析コードの作成を行った。変形と浸透流という2つの物理的挙動を別々に切り離して解析するような従来の手法では、掘削に伴って不連続面が変形し、それによって透水特性が変化し、さらに浸透分布そのものが変化するという現象を再現するのは難しい。浸透分布が変化すれば有効応力が変化し、それが不連続面の変形にも影響を及ぼす。そこで、本研究では岩盤中の不連続面の挙動を解析に反映できるMBCモデル

と、ダルシー則に基づいた浸透流モデルのカップリングを行い、連成したモデルを有限要素解析コードに組み込んだ。そして、開発した解析手法を用いて、地下空洞掘削時の岩盤の変位とそれに伴う空洞周辺の浸透流の変化について解析を行うことを最終目標とした。

解析コードを開発するにあたっては、変位と間隙水圧の形状関数の整合性をとるため、および剛性マトリックスの悪条件を改善するために複合要素を導入した。これにより、変位は1要素につき8節点、水圧は4節点で与えることとなったが、岩盤の変形と間隙水圧の消散と言う2つの大きく異なる物理的側面を、同時に、かつその相互作用をも評価することが可能となった。

この連成モデルの特徴は、ジョイントセットの各種物性が解析に反映することが可能で、これにより、不連続面の変形に支配されている岩盤の変形および浸透挙動を表現することが出来る。すなわち、不連続面のせん断すべり・開口による岩盤の変形のみならず、それに起因する浸透流における異方性を的確に把握することが可能となったことである。今後、更に検証を進めていき、より実際のメッシュで解析を行い、実測データと比較していく必要があるものと考えている。

付記：本研究の一部は、文部省科学研究費(奨励研究課題番号09750561, 研究代表者：吉田秀典)の助成を得て行なった。

参考文献

- 1) Kinoshita, N., Ishii, T., Kuroda, H. and Tada, H.: Prediction of permeability changes in an excavation response zone, Nuclear Engineering and Design, No.188, pp.217-224, 1992.
- 2) 多田浩幸, 木下直人, 若林成樹: 岩石割れ目の透水係数と応力の関係を用いた空洞周辺岩盤の透水特性変化の予測手法, 第9回岩の力学シンポジウム講演論文集, pp.139-144, 1994.
- 3) 吉田秀典, 堀井秀之: マイクロメカニクスに基づく岩盤の連続体理論と大規模空洞掘削の解析, 土木学会論文集, No.535/III-34, pp.23-41, 1996.
- 4) 石原研而: 土質動力学の基礎, 鹿島出版会, pp.58-59, 1976
- 5) 岡二三生, 中川加明一郎: 二相混合体より見た有効応力概念について, 第32回土木学会年次学術講演会講演集, pp.114-115, 1977.
- 6) Kikuchi, K., Honda, M., Mimuro, T. and Yoshida, J.: Insitu experimental studies on groundwater flow analysis for jointed rock masses, Proceeding of Int. Soc. for Rock Mech., Volume 1, 7th Int. Congress on Rock Mech., Aachen, Deutschland, pp.393-396, 1991
- 7) Elsworth, D. and Mase, C. R.: Groundwater in Rock Engineering, Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects, Chapter 8, Volume 2, Hudson, J. A. pp.201-226, 1992
- 8) Hudson, J. A.; Rock Mechanics Principles in Engineering Practice, 1992
- 9) 大津宏康, 大西有三, 亀村勝美: 間隙水と変形・応力の連成を考慮した地盤構造物の設計に関する一考察, 土木学会論文集, No.457/III-21, pp.87-96, 1992.

(1999年4月23日受付)