

Wavelet 積分方程式法を用いた 2 次元クラック問題の高速解法

Fast Solution Method for Two Dimensional Crack Problems Using Wavelet BIEM

吉川仁*・西村直志**・小林昭一***

Hitoshi YOSHIKAWA, Naoshi NISHIMURA and Shoichi KOBAYASHI

*学生会員 工修 京都大学工学研究科環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

**正会員 工博 助教授 京都大学工学研究科環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

***フェロー 工博 名誉教授 京都大学工学研究科環境地球工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

Wavelet BIEM (boundary integral equation method) has been developed as a method to reduce time and memory requirements in solving big size problems. We apply this method to two dimensional crack problems governed by the Laplace equation. The resulting algebraic equation is solved with GMRES (generalized minimum residual method). It is shown that the wavelet BIEM is more efficient than conventional method when the size of the problem is large.

Key Words : wavelet, BIEM, BEM, GMRES

1. 序論

境界積分方程式法(境界要素法)の最大の特徴は、解析対象の境界のみに未知量が現れることである。このため、離散化方程式の未知数の数を減らすことができ、研究初期においては大型の境界値問題の解法として期待を持たれたことがあった。しかし、従来の積分方程式法では離散化方程式が密行列となるため、未知数の個数を N とすると、その行列要素を計算するのに $O(N^2)$ の計算量が必要であり、また、得られた代数方程式を解くのに直接法を用いると、 $O(N^3)$ の計算量が必要となる。そのため、積分方程式法の適用範囲は最近まで小さい問題に限られてきた。ところが、最近、いわゆる高速解法がいくつか提案され、実用的な大規模問題への適用が可能になりつつある。これらの高速解法は大きく多重極法・パネルクラスタリングのグループ¹⁾と wavelet 積分方程式法のグループに分けることができる。いずれの方法も、計算量が $O(N(\log N)^\alpha)$ または $O(N^{1+\beta})$ ($0 \leq \alpha$, $0 \leq \beta < 1$) となることが示されており、大型問題では従来法より効率の良い解析が行なえることが数値例で確かめられている。

これらのうち、wavelet 積分方程式法は Beylkin ら²⁾の研究に端を発したもので、数学者を中心に研究が進められてきている。wavelet 積分方程式法は、積分方程式を離散化する際に基底関数として wavelet 基底を用いる。そうすると、wavelet の持つ 0 モーメント性により、得られる代数方程式の密な係数行列の多くの成分がその対角項に比べ極めて小さくなり、方程式の解の精度を損なうことなく、これを 0 と置き換えることが出来る。このようにして、予め定めたある規準を満たす基底についてのみ、その相互の影響を計算することによって係数行列を圧縮し、sparse 化を行う。代数方程式の解法として反

復法を用いれば、さらに計算時間を短縮することが出来る。

従来の Wavelet 積分方程式の研究のうち、数値解析を伴うものとしては、Dahmen ら^{3),4)}、Schwab ら^{5),6)}、Rathsfield⁷⁾、阿部ら⁸⁾及び著者ら⁹⁾などを上げることができる。Dahmen らや Rathsfield の研究ではいわゆる Petrov-Galerkin 法による離散化が試みられ、基底関数に類似した delta 関数の線形結合を weight 関数とすることによって計算の効率を高めている。また、数値例としては 3 次元 Laplace 方程式や 2 次元 Helmholtz 方程式が取り扱われている。Schwab らの研究では、3 次元問題における積分方程式の Galerkin 法による離散化において、不連続な wavelet 関数の使用が研究され、3 次元 Laplace 方程式の数値例が示されている。阿部らは adaptive 境界要素法における Haar wavelet の使用を論じている。しかし、wavelet 積分方程式法をクラック問題の超特異積分方程式に適用した例は著者らの知る限りないものと思われる。

クラック問題に wavelet 積分方程式法を適用する上で問題点は、基底関数の滑らかさに関する要請と、クラックの縁の存在である。クラック問題の超特異積分方程式を選点法で解く場合、開口変位の基底関数は選点において C^1 連続性を有していなければならないが、一般の 3 次元問題でこの条件を満たす基底関数は要素境界で不連続性を有するいわゆる不適合要素によって構成されることが多い。しかしこのような選択は要素境界に強い特異性を生じ、クラック周辺での解析精度の低下を招く。それに対して Galerkin 法による離散化を用いた場合、 C^0 要素によって高精度の解析を行なうことができる。しかし不連続要素は変分法違反となり、特に Haar 関数系統^{5),8),10)}は使用できない。一方、通常の wavelet 関数は R 上で定義され、クラックの縁の存在に

対応するためには何らかの境界 wavelet¹⁰⁾の使用が必要となる。さらにクラックの縁で開口変位が0である条件と0モーメント条件を同時に満たすためには、用いる境界 wavelet に工夫をする必要がある。Rathsfield⁷⁾の用いた wavelet はこれらの条件のいくつかを満たすが、区分 linear な wavelet 関数でありながら、用いられている境界 wavelet は0次または1次のモーメントが0にならない。

そこで、本論文では Laplace 方程式に支配される2次元クラック問題を取り上げ、必要な wavelet を構成し、その数値的特性を調べる。クラック問題の超特異積分方程式は Galerkin 法によって数値的に解く。使用する wavelet は区分線形であり、境界 wavelet を除いていわゆる spline wavelet となっている。境界 wavelet は scaling 関数とは直交しないので厳密な意味での wavelet ではないが、クラック端での条件、及び0次と1次の0モーメント条件を満たす。代数方程式を解くにあたっては反復法の GMRES 法を用いる。数値例としては、まず単一のクラックを取り上げ、精度、解析効率などの検討を行なう。次に、得られた解法を多数のクラックを含む問題に適用する。この問題では GMRES における良い前処理が容易に得られ、解析効率が非常に良いことが示される。最後に結論、及び3次元問題への拡張についての注意を述べる。

2. 積分方程式の定式化

2次元無限領域 $D = R^2$ にクラック S が存在しているとす。ここに、 S は自分自身と交わらない滑らかな曲線である。このとき、クラック問題の境界値問題を次のように設定する。

支配方程式

$$\Delta u = 0 \text{ in } D \setminus S \quad (1)$$

境界条件

$$\frac{\partial u^\pm}{\partial n} = 0 \text{ on } S \quad (2)$$

$$u(x) \rightarrow u^\infty(x) \text{ as } |x| \rightarrow \infty \quad (3)$$

$$\varphi = 0 \text{ on } \partial S \quad (4)$$

ここに、 $+$ ($-$) はクラックの単位法線ベクトル n の正(負)方向からの S への極限值、 φ はクラックの開口変位 $\varphi := u^+ - u^-$ である。式(1)に対応する Green 公式を書き下し、基本解 G を代入すると、次のクラック問題の解表示を得る。

$$u = u^\infty + \int_S \frac{\partial G}{\partial n} \varphi ds \quad (5)$$

$$G = -\frac{1}{2\pi} \ln r \quad (6)$$

$$r = |x - y|$$

ここに G は2次元 Laplace 方程式の基本解である。式(5)の法線微分を計算し、点 x をクラックの境界上に近

付ける極限操作を行なって境界条件(2)を用いると、次のクラック問題の境界積分方程式

$$\frac{\partial u^\infty}{\partial n}(x) = -\text{p.f.} \int_S \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial n_x \partial n_y} \varphi(y) ds_y \quad (7)$$

が得られる。ここに、p.f. は発散積分の有限部分である。

次に、(7)に対する変分方程式を求める。クラック S の接線方向の単位ベクトルを s とすると、Laplace 方程式より次の関係を得る。

$$\frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial n_x \partial n_y} = -\frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial s_x \partial s_y} \quad (8)$$

一方、条件

$$\psi(x) = 0 \text{ on } \partial S \quad (9)$$

を満たす S 上の任意関数 $\psi(x)$ を式(7)の両辺にかけて積分すると

$$\int_S \frac{\partial u^\infty}{\partial n_x}(x) \psi(x) ds \quad (10)$$

$$= - \int_S \psi(x) \text{p.f.} \int_S \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial n_x \partial n_y} \varphi(y) ds ds \quad (11)$$

を得る。式(8)と部分積分を用いると、式(11)より次の変分方程式が得られる。

$$\int_S \frac{\partial u^\infty}{\partial n} \psi(x) ds = \int_S \frac{\partial \psi(x)}{\partial s_x} \int_S G(x, y) \frac{\partial \varphi(y)}{\partial s_y} ds ds \quad (12)$$

3. wavelet

3.1 scaling 関数と wavelet

まず、以下で必要となる wavelet に関する用語を参照の便宜のために簡単に準備する。

R 上の関数 $\phi(t)$ ($t \in R$) が scaling 関数であるとする。空間 V_n を

$$\sum_k c_k \phi(2^n t - k)$$

の有限和全体の作る空間とすると、 V_n は次の様な階層構造を形成する。

$$\{0\} \leftarrow \cdots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \cdots \quad (13)$$

各整数 n に対し、 V_{n-1} は V_n の真部分空間であるので、 V_n 内において V_{n-1} の直交補空間 W_n が存在する。この関係を、

$$V_n = V_{n-1} \oplus W_n \quad (14)$$

と表す。式(14)を繰り返せば空間 V_n は

$$V_n = V_0 \oplus W_1 \oplus \cdots \oplus W_n \quad (15)$$

のように分解できる。 W_n を $\sum_k d_k \psi(2^{n-1}t - k)$ の形で表せるような関数 $\psi(t)$ を wavelet と呼ぶ。今、scaling

関数 $\phi(t)$ が d 次まで完全である時、すなわち

$$t^d = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{d,k} \phi(t-k) \quad (16)$$

のように d 次までの多項式を局所的に表現できるとき、wavelet $\psi(t)$ と d 次までの多項式の内積は 0 となる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^d \psi(t) dt = 0 \quad (17)$$

すなわち、wavelet は 0 モーメント特性を有する。

3.2 境界 wavelet

今、scaling 関数として 2 階のスプライン関数 (図-1)

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{2} & (|x| \leq 2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

を用いた時、wavelet は

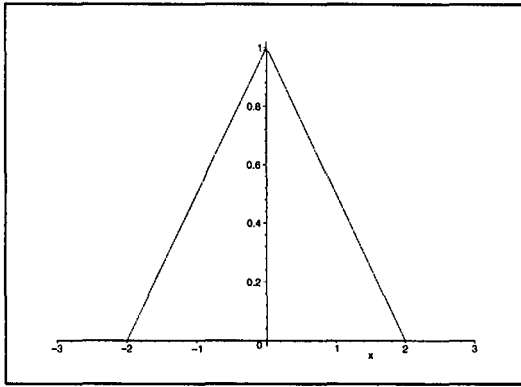


図-1 scaling 関数

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{8}{5}|x| & (|x| \leq 1) \\ -\frac{13}{10} + \frac{7}{10}|x| & (1 < |x| \leq 2) \\ \frac{3}{10} - \frac{1}{10}|x| & (2 < |x| \leq 3) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

のように構成できる¹⁰⁾(図-2)。式(14)より、

$$\int \phi(x) \psi(x) dx = 0 \quad (20)$$

が成り立ち、(18) は 1 次まで完全なので、(19) は 0 次、及び 1 次の 0 モーメント条件を満たす。

以上の wavelet は無限区間で定義されるものであるが、本論文ではクラック問題を取り扱うので、有限区間で定義された wavelet を考える必要がある。区間の両端での関数値に制限がつかない場合、有限区間の wavelet は、上記の wavelet を内部 wavelet とし、これにいわゆる境界 wavelet を付け加えて求めることができる¹⁰⁾。クラックの問題では、さらにクラック両端での開口変位は

0 という正則条件を満たす必要がある。そのような条件を満たす wavelet の構成は不可能ではない。しかし、両端で 0 の条件は scaling 関数にも課されるので、そのような wavelet は 0 モーメント条件は満たさない。また、両端の条件を満たさない基底関数を利用して解析を行なうことも不可能ではないが、変分方程式 (12) の成立条件が満たされず、付加的に制約条件を課する必要がある。そこで、次の様に「疑似」境界 wavelet を定義する (以下、繁雑であるので単に境界 wavelet と呼ぶ。図-3 参照)。

$$\psi_b(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (0 \leq x < 1) \\ -\frac{3}{2}x + 2 & (1 \leq x < 2) \\ \frac{3}{2}x - 4 & (2 \leq x < 3) \\ -\frac{1}{2}x + 2 & (3 \leq x < 4) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

この境界 wavelet は、scaling 関数と直交しない。しかし、クラック両端での ψ_b とクラック内部での ψ を基底とする線形空間 W_n^* が、クラック上での ϕ を基底とする線形空間 V_n^* と次の関係式

$$V_n^* = V_{n-1}^* + W_n^* \quad (22)$$

を満たし、かつ、 W_n^* の元が 0 次、及び 1 次の 0 モーメント条件を満たすように構成されている。ここに $+$ は和空間を表す。しかも、クラック内部での ψ は確かに V_n^* の元と直交しており、 W_n^* は V_{n-1}^* に「ほとんど直交している」と言える。実際 W_n^* は V_{n-2}^* とは直交している。一般に基底の直交性は基底の独立性の高さを意味し、数値的には性質が良いものと考えられる。しかし、積分方程式法の係数の圧縮を実現させる視点からは基底の直交性よりも W_n^* の元がいくつかのモーメントを 0 とすることが本質的である。以上の理由により、これらの wavelet を基底として使用することにする。

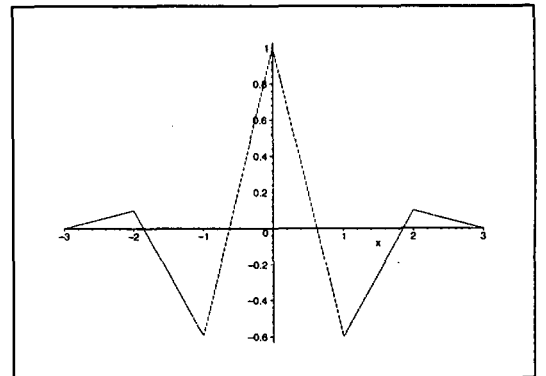


図-2 wavelet

4. wavelet 基底を用いた高速解法

本節では wavelet 基底を用いた Galerkin 積分方程式法について述べる。

4.1 wavelet 基底

wavelet 境界積分方程式法において開口変位を離散化するために用いる基底関数は、前節で導入した wavelet 関数を元に、スケーリング、移動によって作られる。これらを陽に書き下すと次のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_i(x) &= \frac{3}{\sqrt{2}} \phi\left(6\left(x - \frac{i}{3}\right)\right) \quad (i=1,2) \\ \psi_{l,1} &= -3 \cdot 2^{\frac{l-1}{2}} \psi_b(6 \cdot 2^{l-1}x) \\ \psi_{l,i} &= \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot 2^{\frac{l-1}{2}} \psi\left(6 \cdot 2^{l-1}\left(x - \frac{i-2}{3 \cdot 2^{l-1}}\right) - 3\right) \\ &\quad (i=2, \dots, 3 \cdot 2^{l-1} - 1) \\ \psi_{l,3 \cdot 2^{l-1}} &= -3 \cdot 2^{\frac{l-1}{2}} \times \\ &\quad \psi_b\left(6 \cdot 2^{l-1}\left(x - 1 + \frac{2}{3 \cdot 2^{l-1}}\right)\right)\end{aligned}$$

4.2 行列の圧縮

本研究ではクラック問題の境界積分方程式を Galerkin 法を用いて離散化する。その際の基底関数として、前章で述べた wavelet を用いる。wavelet 基底を用いた事で、その 0 モーメント特性により代数方程式

$$Ax = b$$

の係数行列 A の多くの成分が対角項の値に比べ非常に小さなものとなる。実際、幾何学的な大きさが、典型的なクラックの長さでスケーリングされているものとする、変分方程式 (12) を離散化して得られる係数

$$\int_S \frac{\partial \psi_{l,i}(x)}{\partial s} \int_S G(x-y) \frac{\partial \psi_{l',j'}(y)}{\partial s} ds ds$$

の大きさは

$$c2^{-5(l+l')/2} \text{dist}^{-6}(S_j, S_{j'})$$

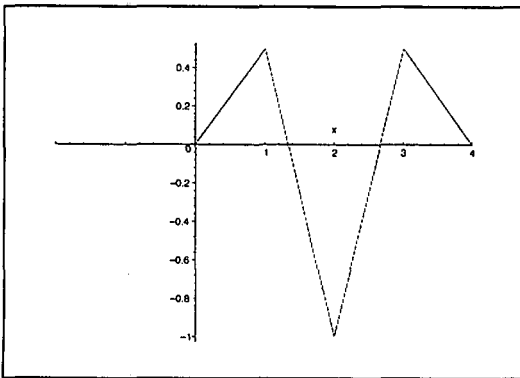


図-3 境界 wavelet

程度である。ここに、 $S_j, S_{j'} (j = \{l, i\}, j' = \{l', i'\})$ は基底 $\psi_{l,i}, \psi_{l',i'}$ の台、 c は定数、 dist は距離を表す。それゆえ、代数方程式を解くにあたり、二つの基底関数が遠く離れたものである場合や、wavelet の階層が深い場合は、対応する行列成分の値を 0 と置き換えても十分に精度の良い解が得られる。そこでテスト関数の wavelet 基底の台と試行関数の wavelet 基底の台の距離の基準値 $\delta_{l,l'}$ を導入し、

$$\tilde{A}_{jj'} = \begin{cases} A_{jj'} & \text{if } \text{dist}(S_j, S_{j'}) \leq \delta_{l,l'} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

によって打ち切られた係数行列を導入する。ここに、

$$\delta_{l,l'} = a 2^{-\frac{5}{2}(l+l')} \quad (23)$$

であり、 j, j', l, l' はテスト関数、試行関数の wavelet 番号とそのレベル、 a は適当な定数である。基準値 $\delta_{l,l'}$ の選び方は、超特異積分方程式以外では Schwab や Pröbldorf の group によって連立方程式の解の誤差の立場から種々研究されているが、ここでは簡単に行列成分の絶対値の大小だけに注目することにした。このようにして、計算すべき行列成分の個数を減らし、繰り返し解法の GMRES 法を用いることで、未知数の数が大きい問題を高速で解くことができる。

4.3 その他の数値解法上の注意点

次に、wavelet の使用に直接関係しない数値解析上の問題について述べる。

(1) Galerkin 法

Galerkin 法は、係数行列の成分が多重積分を含むので、一般に計算時間がかかるものと考えられている。しかし、クラック問題において、同一の解析精度を得るために必要な要素数を考えると Galerkin 法は選点法よりかなり有利である。しかも、未知関数と、クラック形状の補間に線形近似を用いる場合、必要な積分は一切解析的に実行できるため、Galerkin 法の使用にともなう計算技法上の不利な点は少ないと考えられる。

(2) GMRES

連立方程式の解法としては前処理つき GMRES を用いている。前処理行列としては、次節で述べる単一クラック問題の場合、三重対角行列の逆を用いた。この選択の理由は主として簡単さであり、必ずしも前処理の効果の高さではないことを指摘しておく。しかし単一クラック問題の解析の主目的は基礎的なデータを得ることであり、実際にこのような問題の大規模解析が必要になる場合は少ないと考えられる。むしろ、現実の問題として重要と考えられるのは多数のクラックの相互作用の解析であり、この場合、一個のクラック当たりの未知数の数があまり大きくならないであろうことを考慮すれば、各クラックが単一で存在した場合の係数行列の逆を block diagonal として並べたものを前処理行列として用

いるのが非常に効率的であると考えられる。実際、そのような前処理により少ない繰り返し回数で解が求められることが次節で示される。なお、このような前処理はすでに多重極法において Rodin ら¹¹⁾によって試みられている。また、この前処理の結果、行列の対称性が失われるが、GMRES は非対称線形方程式の繰り返し解法であるので問題は発生しない。

5. 数値解析例

本節では数値解析結果を2例示す。

各例に共通の事項として、まず、GMRES 法での方程式 $Ax = b$ の解の収束条件は、 $Ax - b$ と b のノルムの比が 10^{-5} 以下となることとした。また、数値計算には DEC ALPHA 533MHz を CPU とし、512MB の RAM を有する DEC 互換機を利用した。

5.1 単一クラック

最初に、解析精度と効率に関する基礎的な情報を得るために2次元無限領域に存在する単一の直線クラックを対象として数値解析を行った。クラックは x_1 軸上にあり、全長が1となるようにスケーリングを行なった。また、遠方場は

$$u^\infty = x_2 \quad (24)$$

と設定した。また、行列成分の打ち切り条件としては、式(23)において $a = 2, 1, 0.5$ の3ケースを試みた。比較に用いた従来法は scaling 関数を基底とする Galerkin 積分方程式法で、連立方程式の解法としては Crout 法を用いた。要素分割は等間隔とした。図-4においては、未知数の数 N と計算時間の比較を行なった。

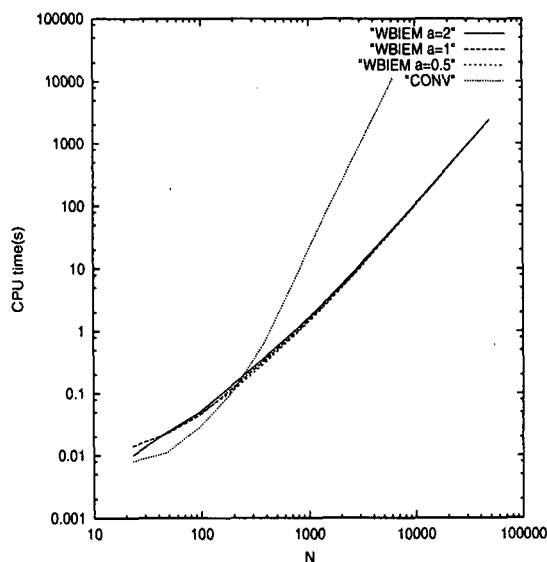


図-4 未知数の数 N と CPU time (s) の関係

図中、WBIEM と記された線は wavelet 積分方程式法

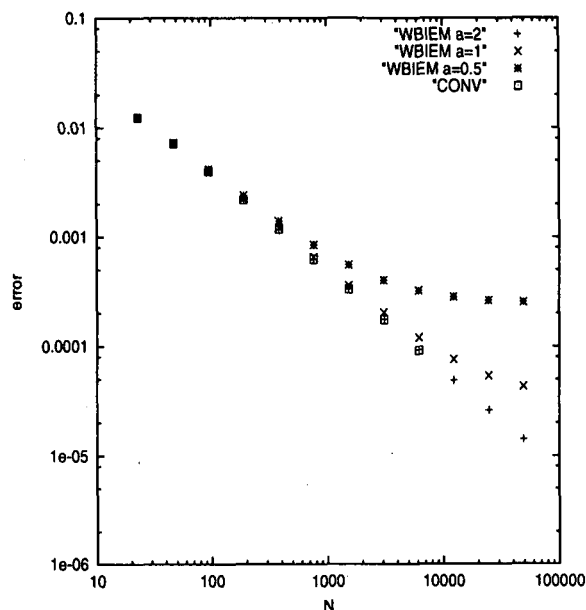


図-5 未知数の数 N と正解との誤差の関係

の結果を、CONV と書かれた線は、従来法を表す。 N が約 200 を越えると wavelet 積分方程式法は従来法より速くなる。次に、未知数の数と誤差の関係を従来法と wavelet 積分方程式法の両方について示す(図-5)。ここに、誤差とは、各節点の数値解の解析解に対する相対誤差の自乗和の平均の平方根である。wavelet 積分方程式法については、 a が2と1の場合では、 $N = 10000$ 以下では正解との誤差にほとんど違いが見られず、いずれも sparse 化を行わない従来法の誤差と殆んど同じである。 a が0.5の場合の wavelet 積分方程式法の誤差は N とともに減少しているが N が10000に近づくにつれて精度の改善が頭打ちになる傾向が見られる。

表-1には wavelet 積分方程式法の係数行列の圧縮率を示した。ここに圧縮率とは $\tilde{A}_{ij}$ における非ゼロ成分の数を N^2 で割ったものである。 N が大きくなると殆んど成分を計算する必要がなくなることがわかる。なお、GMRES の繰り返し回数は $N = 3071$ で26回であった。

5.2 複数クラック

次に2次元無限領域に存在する複数の直線クラックの開口変位について、(24)の下で解析を行った。解析対象は $x_{1,2}$ 座標方向に単位幅の格子を作り、それぞれの中にランダムに取った2点を端点とするクラック群とした。クラックの個数は 1×1 から 21×21 迄を扱った。1つのクラックの分割数は23とし、係数行列の打ち切りパラメータ a は2と設定した。図-6に未知数と計算時間との関係を wavelet 積分方程式法と従来法との両方に

表-1 係数行列の圧縮率

未知数 N	$a = 2$	$a = 1$	$a = 0.5$
23	0.955	0.871	0.807
47	0.775	0.664	0.584
95	0.562	0.445	0.382
191	0.373	0.288	0.239
383	0.229	0.174	0.143
767	0.137	0.101	0.082
1535	0.080	0.058	0.047
3071	0.046	0.033	0.027
6143	0.026	0.018	0.015
12287	0.015	0.010	0.008
24575	0.008	0.006	0.004
49151	0.004	0.003	0.002

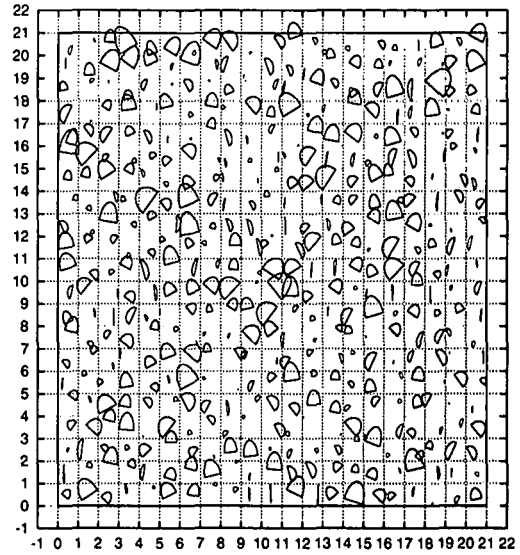


図-7 開口変位 (クラック数 = 441)

ついて示す。wavelet 積分方程式法の計算時間は未知数約 300 程度で従来法より短くなっている。図-7にはク

表-2 係数行列の圧縮率

クラックの個数 m	未知数 N	圧縮率
25	575	0.221
100	2300	0.181
225	5175	0.173
400	9200	0.170

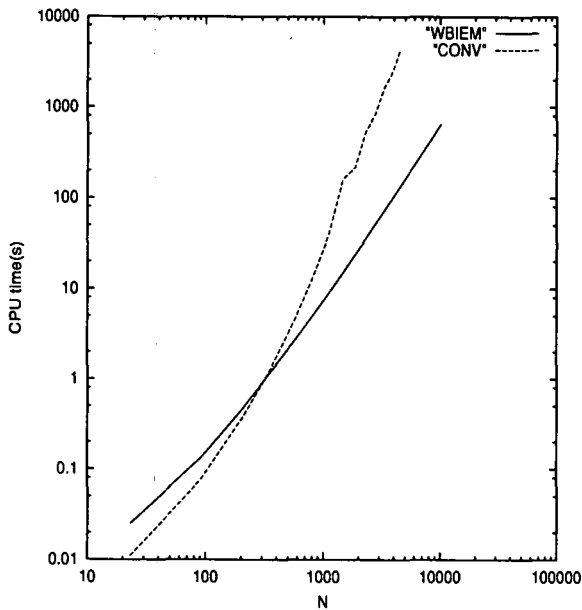


図-6 未知数の数 N と CPU time (s) の関係

ラック数が 441 の場合の開口変位の plot を示した。表-2 には係数行列の圧縮率を示した。クラック毎の未知数の数が小さく、wavelet の階層の深さが浅いので、あまり圧縮率は上がっていない。またクラックの個数が増えるに従って圧縮率も少しずつ向上しているが、圧縮率は約 0.17 で頭打ちになっている。なお GMRES の繰り返し回数は、前処理が有効に働き、 $N = 2300$ で 6 回であった。

6. 結論

- 本論文では、2 次元 Laplace 方程式のクラック問題において、wavelet 積分方程式法の定式化を示し、その有効性を数値実験を通して検証した。
- 今回行った 2 つの解析において wavelet 積分方程式法の計算時間が従来法より速くなる時の未知数の数が異なっている。これは行列の圧縮率が異なっているためである。また GMRES 法で用いた前処理行列が異なっていることも原因としてあげられる。多数クラックの問題では、良好な前処理行列を選ぶことが物理的考察から容易に行なえるが、一般には必ずしもそのようなことが可能ではなく、今後、問題に即した良好な前処理法を見出す手段を研究する必要がある。
- 今回の解析では式 (12) の離散化版において φ, ψ ともに wavelet 関数の場合のみ 0 置換を行った。しかし φ, ψ の一方が scaling 関数、他方が wavelet 関数の時、係数の大きさは基底関数の台の距離の 4 乗分の 1 のオーダーで減衰するので、この場合にのみ式 (23) とは別の距離の基準値を設けて係数

行列の打ち切りを行う事も考えられる。これにより特に多数クラックの問題では圧縮率がかなり向上する。

- 本論文で提案した方法は、2次元弾性学には容易に拡張される。3次元問題へ拡張することは必ずしも容易ではないが、1次元の wavelet 基底のテンソル積で良好に表現できるような問題への拡張は比較的容易である。例えばクラックを四角形で十分に近似できる場合の解析や、半無限問題を無限領域の基本解を用いて境界を打ち切った解析を行なう場合などがこれに当たる。実際、著者の一人はすでに四角形クラックの解析を試みている¹²⁾。またクラック以外の問題で、Haar 関数の系統の利用が可能な場合は、多重極法と違って複雑な公式を用意する必要がないので、3次元問題への拡張も困難ではないものと考えられる。特に、波動問題などの分野への適用を試みる価値は十分にあるものと考えられる。

参考文献

- 1) 西村直志、吉田研一、小林昭一、高速多重極境界要素法について、第11回計算力学講演会講演論文集、日本機械学会、pp.299-300, 1998.
- 2) G. Beylkin, R. Coifman and V. Rokhlin, Fast Wavelet transforms and numerical algorithms I, *Comm. Pure Appl. Math.*, 44, pp.141-183, 1991.
- 3) W. Dahmen, S. Pröbldorf and R. Schneider, Wavelet approximation method for pseudodifferential equations II: Matrix compression and fast solution, *Advances in Computational Mathematics*, 1, pp.259-335, 1993.
- 4) W. Dahmen, B. Kleemann and S. Pröbldorf, Multiscale methods for the solution of the Helmholtz and Laplace equations, Preprint No.233, Weierstrass-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik, 1996.
- 5) C. Lage and C. Schwab, Wavelet Galerkin algorithms for boundary integral equations, Research Report No.97-15, Seminar für Angewandte Mathematik, ETH Zürich, 1997.
- 6) T. von Petersdoff, C. Schwab and R. Schneider, MultiWavelets for second-kind integral equations, *SIAM J. Num. Anal.* 34, pp.2212-2227, 1997.
- 7) A. Rathsfeld, A Wavelet algorithm for the boundary element solution of a geodetic boundary value problem, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 157, pp.267-287, 1998.
- 8) 紅露一寛、阿部和久, Wavelet-境界要素階層型 h-法の計算効率について, 境界要素法論文集, 15, pp.71-76, 1998.
- 9) 西村直志、竹内孝文、中野秀俊、小林昭一, 積分方程式法のいくつかの高速解法について, 計算工学講演会論文集, 2-1, pp.335-336, 1997.
- 10) C.K. チュウイ: ウェーブレットの応用 (桜井 明・新井 勉 訳) 東京電気大学出版局, 1997.
- 11) Y. Fu, K.J. Klimkowski, G.J. Rodin, E. Berger, J.C. Browne, J.K. Singer, R.A. van de Geijin and K.S. Vemaganti, A fast solution method for three-dimensional many-particle problems of linear elasticity, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 42, pp.1215-1229, 1998.
- 12) 吉川仁, Wavelet 積分方程式法を用いた3次元クラック問題の高速解法, 京都大学工学研究科環境地球工学専攻修士論文, 1999.

(1999 年 4 月 23 日 受付)