

# 境界要素法に基づいたアコースティック・エミッション波形解析

## Waveform Analysis of Acoustic Emission based on the Boundary Element Method

重石 光弘\*・大津 政康\*\*  
Mitsuhiro Shigeisi and Masayasu Ohtsu

\* 正会員 博士(工) 熊本大学助教授 工学部環境システム工学科(〒860-855 熊本市黒髪2-39-1)

\*\* 正会員 工博 熊本大学教授 工学部環境システム工学科(〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1)

The boundary element method (BEM) is extensively applied to numerical analysis. Because the formulation represents solutions of the governing equations, the method is applicable to analyze a variety of quantitative measurements. Acoustic emission (AE) is a phenomenon where elastic waves are detected due to microcracking. Thus, BEM formulation of elastodynamics is applied to quantitative waveform analysis of AE waveforms. Results of the inverse analysis are discussed on crack kinetics and kinematics.

**Keywords** : acoustic emission, boundary element method, moment tensor, elastodynamics

### 1. はじめに

境界要素法(BEM)は、小林等によって提案された積分方程式法と本質的には同じ手法であり<sup>1)</sup>、現在までに数値解析に広範囲な成果を上げている。数値解析手法ではあるが有限要素法(FEM)とは異なり、BEMの基礎式は初期値・境界値問題の解の表示であることから、工学分野では各種の物理的計測への応用も研究されている。ポテンシャル問題に適用した例としては、鋼材腐食における腐食電流の評価<sup>2)</sup>、コンクリート中の鉄筋腐食における自然電位測定<sup>3)</sup>、渦電流式膜圧計の計測<sup>4)</sup>、電流ポテンシャルCT法による亀裂測定<sup>5)</sup>などが報告されている。

動弾性問題でも、クラックの同定<sup>6)</sup>とか断層震源モデル<sup>7)</sup>などへの適用が報告されている。本論文ではBEMの定式化に基づいたアコースティック・エミッション(AE)法の波形解析の理論について解説し、モーメントテンソル解析を誘導することによって、実験的に微小クラックの同定を試みた結果を述べる。

### 2. AE 波形と解析理論

動弾性問題での波動場の解  $u_i(x,t)$  の積分表示は、

$$u_i(x,t) = \int_S [G_{ij}(x,y,t) * t_j(y,t)] dS$$

$$- T_{ij}(x,y,t) * u_j(y,t)] dS \quad (1)$$

と示される。ここで、\*は時間に関する合成積、 $G_{ij}(x,y,t)$ は基本解(グリーン関数)である。 $T_{ij}(x,y,t)$ は第2種グリーン関数で、等方性弾性体では、

$$T_{ij} = \lambda G_{ik,k} n_j + \mu G_{ik,j} n_k + \mu G_{ij,k} n_k \quad (2)$$

と表わされる。ここで、 $\lambda$ 、 $\mu$ はラーメ定数である。式(1)をクラックとして食い違いの生じる仮想面  $F^+$  と  $F^-$  に適用し、2つの仮想面では応力ベクトルの食い違い量は考慮せず、変位の転位量を  $b_j(y,t) = u_j^+(y,t) - u_j^-(y,t)$  とすれば、クラック面  $F$  に関する積分表示式

$$u_i(x,t) = \int_F T_{ij}(x,y,t) * b_j(y,t) dS \quad (3)$$

が導かれる<sup>8)</sup>。これが、AE 波形の理論的な表示式である。式(3)を AE 計測で検出される波形と結び付けるとは、クラック運動に相当する変位関数  $b_j(y,t)$  をクラック面  $F$  で与えることに他ならない。

筆者等が提案した方法では、式(3)でクラック面Fを微小と考え、クラックの変位ベクトルを  $b_j(y,t) = b(y)l_j S(t)$  と変数分離し、

$$u_i(x,t) = T_{ij}(x,y,t) * \int_F b(y)dS l_j S(t) \\ = T_{ij}(x,y,t) * \Delta V l_j S(t) \quad (4)$$

と置くことにした。ここで、 $\Delta V$  はクラック変位をクラック面で積分したクラック体積であり、 $l_j$  はクラックの運動方向ベクトル、 $S(t)$  はクラック運動の時間関数である。

式(4)のAE計測での適用性は既に確認されており、ステンレス鋼の剥離クラックによるAE事象の記録波形と式(4)の計算結果の例を図-1に示す<sup>9)</sup>。AE波形は平坦な応答特性を持つ変位型のセンサで検出された。解析の第2種グリーン関数にはLamb解としての半無限体の数値解を用い、クラックはペニー型として規模、方向は顕微鏡観察から決定した。従って、計算では主動部のみが再現され、それ以後の反射などの部分は解析されていない。しかし、主動部に関しては波形の特徴のみならず振幅値にもよい一致が認められる。

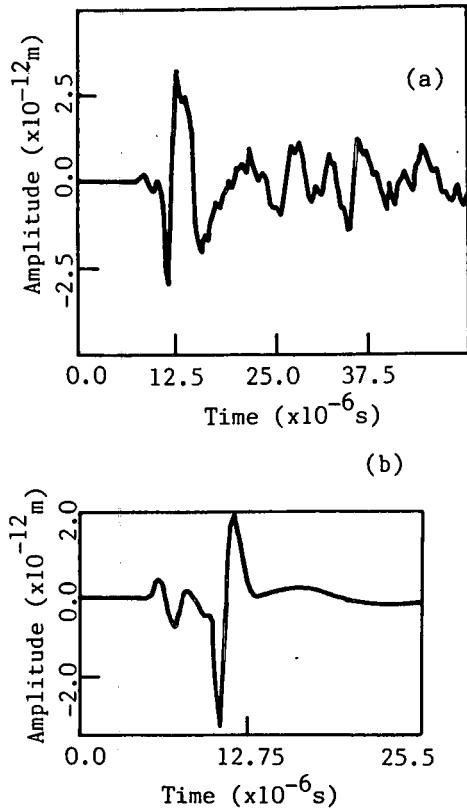


図-1 (a) 検出AE波形と(b) 解析結果

初期のAE波形の逆問題あるいは定量的な解析は、式(4)でAE波形から時間関数  $S(t)$  を決定すること

であった。それを原波形解析などと呼ぶこともあったが、 $u_i(t)$  が与えられた場合に  $S(t)$  を決定する逆合積問題に過ぎないことは式(4)から明かである。図-1の逆合積結果を図-2に示す。

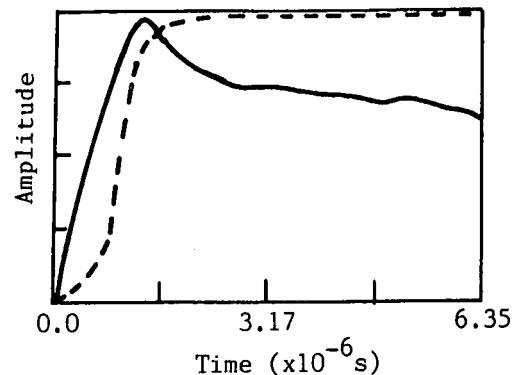


図-2 逆合積結果（実線）と仮定関数（破線）

図-1の解説では省略した解析で仮定した時間関数  $S(t)$  が破線として比較されている。逆合積によって時間関数  $S(t)$  の決定結果が実線のように求められている。図-1の波形の一致からも認められるように、仮定した関数と逆合積解析結果はそれほど異なるものではないことが分かる。このようにクラックに関する幾何学的な諸量が求められている場合には、クラック運動の時間関数は決定可能となる。

### 3. モーメントテンソル解析

逆合積による結果は、クラック運動の時間的な経過(kinetics)を与えていていたに過ぎず、特に貴重な知見とは考えられない。そこで、クラック運動の機構を式(4)から求める方法について検討した。式(2)と(4)を組み合わせれば、

$$u_i(x,t) = T_{ij}(x,y,t) * \Delta V l_j S(t) \\ = G_{ip,q}(x,y,t)[(\lambda l_k n_k \delta_{pq} \\ + \mu l_p n_q + \mu l_q n_p) \Delta V] * S(t) \\ = G_{ip,q} m_{pq} * S(t) \quad (5)$$

が導かれる。ここで  $m_{pq}$  はモーメントテンソルと呼ばれる。物理量としては、応力 × 体積で明かにモーメントの次元を有する。

これより、AE波形が記録された場合に式(5)が適用されるならば、モーメントテンソルが発生機構の幾何学的な情報(kinematics)を、 $S(t)$  がkineticsを与えていることが明かである。AE波形解析における定量的な手法は、これよりモーメントテンソル成分を求めるものであることが導かれる。そこで、AE波形の

初動部を 6箇所で検出することによって、モーメントテンソル成分を決定する手法を開発した<sup>10)</sup>。その特徴は、単にモーメント成分を決定するに止まらず、固有値解析を導入しクラックの種類（引張卓越型かせん断卓越型か）と運動方向（ベクトル  $\mathbf{l}, \mathbf{n}$  の方向）が決定可能となったことである。なお、このクラックの種類の決定は、モーメントテンソルの固有値をせん断成分と引張成分の和に分解した場合のせん断率(shear ratio)に基づいて行う。

式(5)のモーメントテンソルの定義を見れば明らかなように、弾性係数を除けば、これは損傷力学における損傷テンソル  $D_{ij}$  の定義に一致し<sup>11)</sup>、損傷のスカラーパラメータ  $e$  は、

$$e = n_j D_{ij} n_j = m_{kk} / (3\lambda + 2\mu) \quad (6)$$

とモーメントテンソルのトレース成分と結び付けることができる。さらに、式(5)を考慮すれば、クラック体積は

$$\Delta V = e/l_k n_k \quad (7)$$

となることが導かれる。

#### 4. スリットを有する平板の面内圧縮実験

スリットからのひび割れ進展を追跡し、モーメントテンソル解析によってクラックの発生機構を同定する目的で、図-3に示すような平板供試体をモルタルとコンクリートで作成した。これらの材料特性は表-1に示されている。

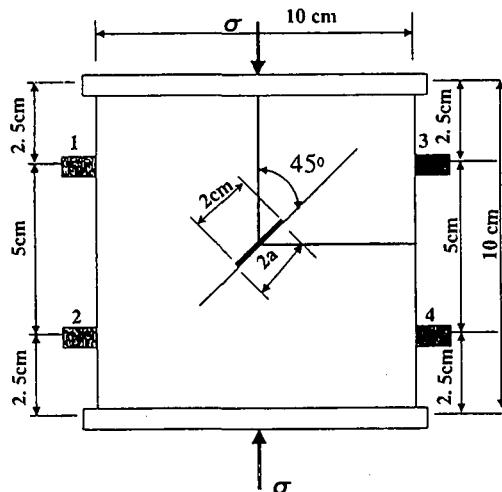


図-3 供試体形状と AE センサ配置

表-1 材料特性

	圧縮強度 (MPa)	ヤング率 (GPa)	P 波速度 (m/s)	密度 (kg/m <sup>3</sup> )
モルタル	39.0	21.9	3880	2.16
コンクリート	38.2	30.3	4420	2.48

供試体は 10 cm x 10 cm x 40 cm の角柱供試体にスリット部に長さ 20 mm 幅 1 mm の板を挿入して打設・脱型し、その後 1.5 cm 厚さに切断することにより製作した。スリットの角度は、図では 45° の例を示すが、載荷方向に対して 0°、30°、45° の 3 種類であった。

供試体は、端面にグリースとテフロンシートを配して摩擦拘束を減じた条件で一軸圧縮試験を実施した。なお、AE 計測は 2 次元の面内問題であることより 4 チャンネルの装置を用い<sup>12)</sup>、図に示すように配置された 4 つのセンサは 1MHz 共振のもので計測周波数帯は 100 kHz - 300 kHz、増幅率は 60 dB である。波形記録のサンプリング周波数は 1 MHz とした。

#### 5. 結果及び考察

##### 5.1 モーメントテンソル解析

記録された AE 波形のうち、全ての 4 チャンネルで初動が明瞭に記録された事象について、式(5)に基づいた逆解析手法によってモーメントテンソルを決定した。それを解析した一例として、モルタル板（スリット角 45°）の結果を図-4 に示す。

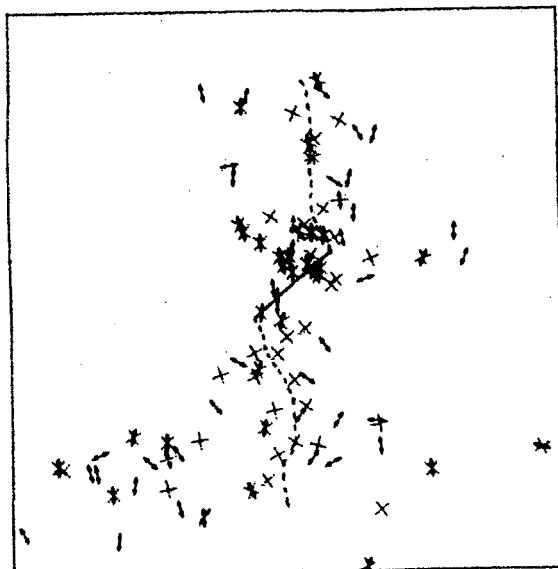


図-4 モーメントテンソル解析結果  
(モルタル板、スリット角 45°)

それぞれのAE発生位置に、解析結果によって引張型（矢印）、せん断型（x印）と分類して表示されている。クラックの分類は、前述のせん断率が40%以下ならば引張クラックに、60%以上ならせん断クラックに分類している。矢印の方向は引張クラックの開口方向、x印の2つの方向はせん断運動の方向 $\perp$ とクラック面の法線の方向 $\parallel$ である。なお、せん断率が40% - 60%のAE事象については引張とせん断の両者を示している。

載荷は繰り返し行ったため、結果では必ずしも破線で示す最終ひび割れ面付近のみにAE事象が決定されている訳ではないが、それを取り囲む広い範囲にAE事象が見られる。このような領域は、セメント系固化材料のひび割れ周辺に発生するとされている破壊進行領域（プロセスゾーン）に対応すると考えられる。なお、引張クラックと同定されたものに限れば、ほぼスリット面とかひび割れ面に直交した方向に開口しているようである。

## 5.2 損傷パラメータ

スリット角度が $0^\circ$ の場合に、モーメントテンソル解析結果からモルタルとコンクリートで、式(6)の損傷パラメータの相対値として $m_{kk}$ を求めた結果を図-5に示す。

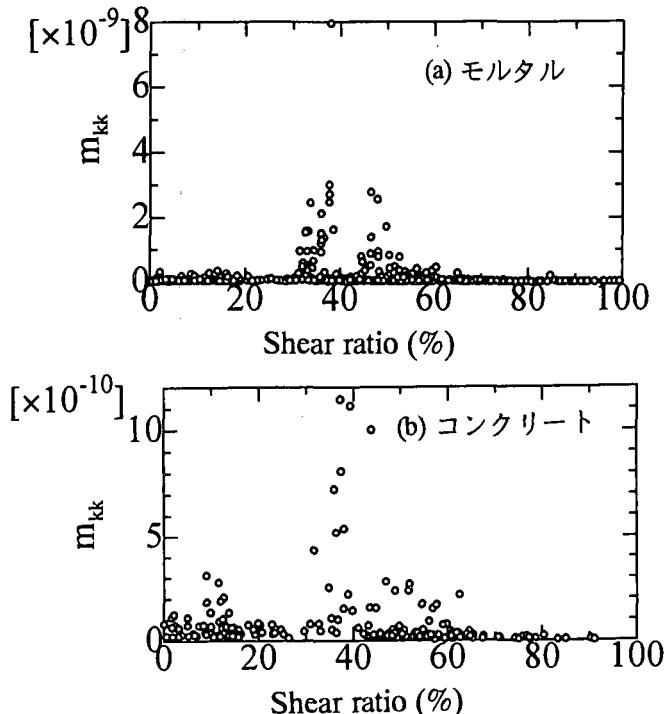


図-5 損傷パラメータ $m_{kk}$ とせん断率  
(スリット角 $0^\circ$ )

図の横軸はせん断率を示し、縦軸は検出電圧の相対値である。いずれの材料においても損傷度の大きなAE事象はせん断率が40%以下で多く発生してお

り、引張クラックに分類された事象の損傷度が大きなことが分かる。スリット角が $0^\circ$ の場合には、割裂試験と同様な引張ひび割れが主破壊として観察されたことより、この結果はそのひび割れ進展過程が引張クラックに支配されていることを説明するものであろう。なお、モルタルの場合には、せん断率が40%辺りにのみ大きな損傷のものが多く見られるのに対し、コンクリートではその他に10%付近にもある程度大きな損傷度の事象が観察される。この理由は、コンクリートの粗骨材の存在によるひび割れ形成過程が、モルタルでのそれと差異のあることに起因すると考えられる。

## 5.3 クラック体積の算定

実験で用いたAEセンサを較正し振幅値を変位へと変換した後に、モーメントテンソル成分を求め、式(7)によってクラック体積を算定することを試みた。その結果の例を図-6に示す。

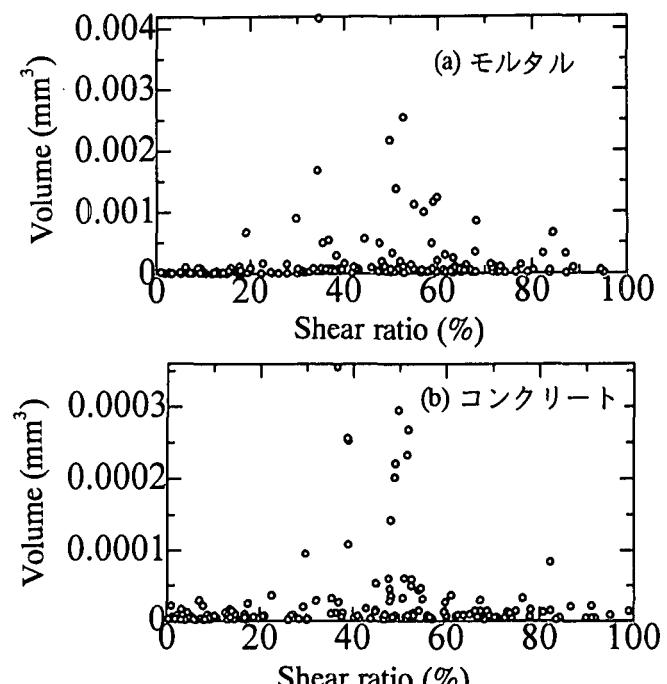


図-6 クラック体積とせん断率  
(スリット角 $30^\circ$ )

これらは、スリット角が $30^\circ$ の場合の結果である。クラック体積の大きなAE事象は、せん断率の20%から80%の広い範囲に分布しており、スリット角が $0^\circ$ から変化したために混合モードのひび割れ進展が行われたことが伺われる。また、図-5の相対値の値からも推測されたことであったが、クラック体積の値としてはモルタルがコンクリートよりも断然に大きいことが認められる。これは、モルタルではひ

び割れ進展過程でクラックの拘束はあまりないのに対し、コンクリートでは粗骨材の存在によりクラック進展が阻止されることが知られていることに対応していると考えられる。つまり、個々の AE 事象に 対応するクラック体積はコンクリートよりもモルタルの方が大きいことが明かになった。

## 6. 結論

本論文では BEM の定式化に基づいたアコースティック・エミッション(AE)法の波形解析の理論について解説し、モーメントテンソル解析を誘導することによって、実験的に微小クラックの同定を試みた。その結果、以下のような結果が得られた。

(1) コンクリート、モルタル板の圧縮試験のモーメントテンソル解析結果によれば、最終ひび割れ面を取り囲む広い範囲に AE 事象が見られた。このような領域は、セメント系固化材料のひび割れ周辺に発生するとされている破壊進行領域(プロセスゾーン)に対応すると考えられる。引張クラックと同定されたものに限れば、ほぼスリット面とかひび割れ面に直交した方向に開口していることが認められた。

(2) 損傷パラメータをモーメントテンソルより決定した結果によれば、スリット角が $0^\circ$ の場合に損傷度の大きな AE 事象は引張クラックであり、ひび割れ進展過程が引張クラックに支配されていることが伺われた。モルタルの場合には、せん断率が 40% 辺りにのみ大きな損傷のものが多く見られるのに対し、コンクリートではその他に 10%付近にもある程度大きな損傷度の事象が観察された。この理由は、コンクリートの粗骨材の存在によるひび割れ形成過程が、モルタルでのそれと差異のあることに起因すると考えられる。

(3) スリット角が $30^\circ$ となるとクラック体積の大きな AE 事象は、せん断率の 20%から 80%の広い範囲に分布し、混合モードのひび割れ進展が行われたことが認められた。また、クラック体積の値としてはモルタルがコンクリートよりも断然に大きいことが明かになった。これは、モルタルではひび割れ進展過程でクラックの拘束はないのに対し、コンクリートでは粗骨材の存在によりクラック進展が阻止されることに対応していると考えられる。

## 参考文献

- 1) 丹羽義次、小林昭一、福井卓雄：積分方程式法による空洞周辺の三次元応力解析、土木学会論文報告集、No. 266, 25-37, 1977
- 2) 天谷賢治他：逆解析による走査型振動電極腐食評価法の制度向上、材料、Vol. 44, No. 497, 238-242, 1995
- 3) 乙丸正彦他：3次元 BEM 解析に基づいた自然電位法による鉄筋腐食の評価に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol. 12, No. 1, 539-544, 1990
- 4) 天谷賢治、浦郷正隆、青木繁：境界要素法を用いた渦電流式膜圧計に関する電磁場解析、日本機械学会論文集(A), Vol. 61, No. 588, 153-158, 1995
- 5) 大路清嗣、久保司郎、阪上隆英：電気ポテンシャル CT 法による二次元、三次元き裂形状測定に関する基礎的研究、日本機械学会論文集(A), Vol. 51, No. 467, 1818-1827, 1985
- 6) N. Nishimura and S. Kobayashi: A Boundary Integral Equation Method for An Inverse Problem Related to Crack Detection, Int. Num. Meth. Eng., No. 32, 1371-1387, 1991
- 7) 久田嘉章、山本俊六、谷資信：境界要素法と断層震源モデルによる堆積盆地における P, SV, Rayleigh 波の波動解析、境界要素法論文集、第 5 卷、263-268, 1988
- 8) M. Ohtsu: Source Mechanism and Waveform Analysis of Acoustic Emission in Concrete, Journal of AE, Vol. 2, No. 1, 103-112, 1982
- 9) M. Ohtsu,"Acoustic Emission Theory for Moment Tensor Analysis," Research on NDE, Vol. 6, 169-184, 1995
- 10) 大津政康、重石光弘、湯山茂徳、岡本亨久：AE モーメントテンソル解析のための SiGMA コードの開発、非破壊検査、Vol. 42, No. 10, 570-575, 1993
- 11) M. Ohtsu,"Damage Evolution by Acoustic Emission in the Fracture Process Zone of Concrete," 土木学会論文集, No. 599/V-40, 177-184, 1998
- 12) 重石光弘、大津政康：2次元モデルにおけるアコースティック・エミッション波形解析、材料、Vol. 45, No. 9, 1055-1060, 1996

(1999年4月23日受付)